2節 正の数・負の数の計算

どんな数を求める計算かな？

数直線を使って説明しよう

(−4)+6 や 5+(−6) のような負の数をふくむ計算を考えるために，正の数どうしのたし算をふり返りましょう。

公園で３人の子どもが遊んでいます。そこに，６人の子どもがやってきました。

全部で何人になりましたか。

この問題の答えを求める式は，

3+6

これは，

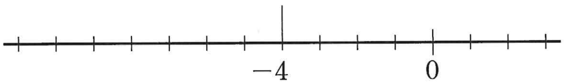
３より６大きい数を求める計算

を表しているので，数直線を使って答えを求めることができます。

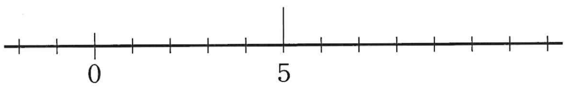
話しあおう

(−4)+6 や 5+(−6) が，どんな数を求める計算になるか，数直線を使って説明しましょう。

(−4)+6 ➡ −4より６ $\boxed{}$ 数を求める計算



5+(−6) ➡ ５より $\boxed{}$ 大きい数を求める計算



負の数をふくむたし算も，これまでに学んだことから，答えが求められそうだね。

正の数・負の数の計算について学びましょう。

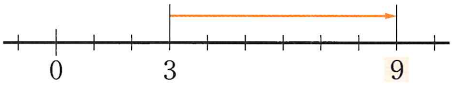
1 正の数・負の数の加法，減法

加法について学びましょう。

正の数に正の数をたす計算，例えば，

$3+6$　は，3より6大きい数を求める計算

を表しています。このことは，数直線上では，次のようになります。

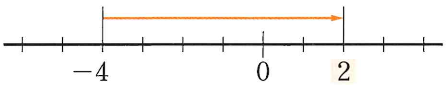


同じように考えると，例えば，

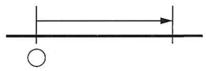
◇ 同じように考える

$(-4)+6$　は，-4 より 6大きい数 を求める計算

になります。このことは，数直線上では，次のようになります。



○より6大きい数



○より右に6進む

したがって，

$(-4)+6=2$

となります。

負の数をたす計算も同じように考えることができます。

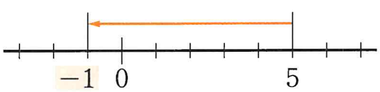
◇ 同じように考える

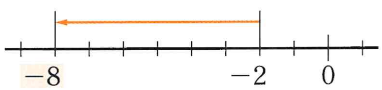
例えば，

$5+(-6)$　は，　5より -6大きい数 を求める計算

$(-2)+(-6)$　は，-2 より -6大きい数 を求める計算

となり，数直線上では，次のようになります。





「−6大きい」は「6小さい」と同じだから，左に進むね。

したがって，

$5+(-6)=-1$,　　　$(-2)+(-6)=-8$

となります。

たし算のことを，**加法**（かほう） といいます。

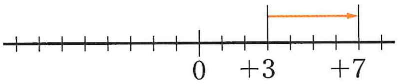
2数の加法の計算で，符号と絶対値に着目すると，どんなことがいえるでしょうか。ここからは，符号に着目しやすくするために，正の数にも符号＋をつけることにします。

3+6は
(+3)+(+6)
とも表すよ。

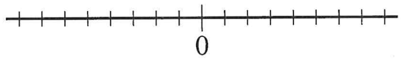
ひろげよう

次の2数の和を，数直線を使って求め，◯の中にはその符号を，□の中にはその絶対値を書き入れましょう。

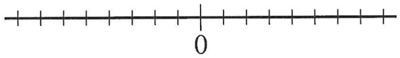
(1)　(+3)+(+4)=＋ 7



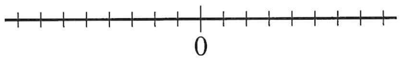
(2)　(+6)+(+2)=◯□



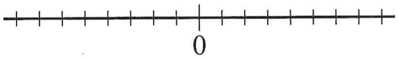
(3)　(−3)+(−4)=◯□



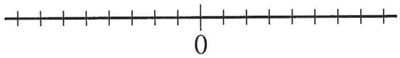
(4)　(−6)+(−2)=◯□



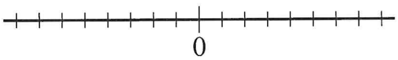
(5)　(+3)+(−4)=◯□



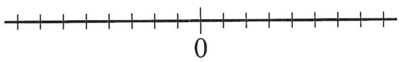
(6)　(+6)+(−2)=◯□



(7)　(−3)+(+4)=◯□



(8)　(−6)+(+2)=◯□



2数の和の符号や絶対値について，わかったことを，下のようにまとめましょう。

〈わかったこと〉

2数の和の符号◯について	□の中の数について
・正の数どうしの和の符号は，いつも◯になっています。	・2数の絶対値の和になるか，差になるかのどちらかです。
・負の数どうしの和の符号は，いつも◯になっています。	・和になるのは，2数の符号が□ときです。
・正の数と負の数の和の符号は，◯になる場合も◯になる場合もあります。	・差になるのは，2数の符号が□ときです。

これまでに調べたことから，加法について，次のことがいえます。

正の数・負の数の加法

同符号の２数の和

符　号 …… ２数と同じ符号

絶対値 …… ２数の絶対値の和

$(+3)+(+5)=+(3+5)$

$(-3)+(-5)=-(3+5)$

異符号の２数の和

符　号 …… 絶対値の大きい方の符号

絶対値 …… ２数の絶対値の大きい方から小さい方をひいた差

$(+3)+(-5)=-(5-3)$

$(-3)+(+5)=+(5-3)$

絶対値が等しい異符号の２数の和は０です。

また，０と正の数，０と負の数の和は，その数のままです。

$(+5)+(-5)=0$
$0+(-5)=-5$
$(-5)+0=-5$

例1　同符号の２数の和

$$
\begin{aligned}
(-12)+(-7)&=-(12+7)\\
&=-19
\end{aligned}
$$

問1　次の計算をしなさい。

(1)　$(-8)+(-3)$　　(2)　$(-6)+(-10)$

(3)　$(-27)+(-34)$　　(4)　$(-12)+(-12)$

例2　異符号の２数の和

(1)　$(-7)+(+13)$
$=+(13-7)$
$=+6$

(2)　$(+5)+(-15)$
$=-(15-5)$
$=-10$

まず符号を決め，それから絶対値の計算だよ。

問2　次の計算をしなさい。

(1)　$(-7)+(+18)$　　(2)　$(+5)+(-9)$

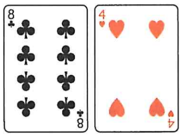
(3)　$(+21)+(-26)$　　(4)　$(-38)+(+35)$

(5)　$(-49)+(+49)$　　(6)　$0+(-37)$

問3 トランプで，♠，♣のカードに書かれた数字を正の点数，♥，♦のカードに書かれた数字を負の点数とします。
このとき，下の２枚のカードの点数の和は，どのような加法の計算で求めることができますか。
それぞれ式を書いて，その和を求めなさい。

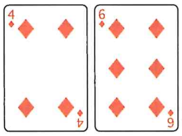
2枚のカードの点数の和を求めよう

(1)



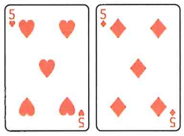
$(+8)+(-4)=\boxed{}$

(2)



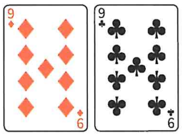
$(\quad)+(\quad)=\boxed{}$

(3)



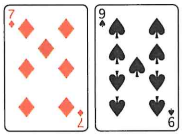
$(\quad)+(\quad)=\boxed{}$

(4)



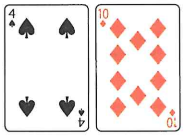
$(\quad)+(\quad)=\boxed{}$

(5)



$(\quad)+(\quad)=\boxed{}$

(6)



$(\quad)+(\quad)=\boxed{}$

正の数・負の数の加法では，式の中に小数や分数があっても，計算のしかたに変わりはありません。

例3 小数，分数の和

(1) $(-1.5)+(-0.8)$

$=-(1.5+0.8)$

$=-2.3$

(2) $\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(+\frac{1}{3}\right)$

$=\left(-\frac{3}{6}\right)+\left(+\frac{2}{6}\right)$

$=-\left(\frac{3}{6}-\frac{2}{6}\right)$

$=-\frac{1}{6}$

通分すれば
どちらの絶対値が
大きいかわかるね。

問4 次の計算をしなさい。

▶ 補充問題 1

(1) $(-0.4)+(-0.3)$　(2) $(+5.3)+(-2.3)$

(3) $\left(-\frac{3}{7}\right)+\left(+\frac{2}{7}\right)$　(4) $\left(-\frac{4}{5}\right)+\left(-\frac{1}{5}\right)$

(5) $\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(-\frac{1}{4}\right)$　(6) $\left(+\frac{1}{6}\right)+\left(-\frac{3}{10}\right)$

減法について学びましょう。

ひき算のことを，**減法**（げんぽう）といいます。

ひろげよう

次の $\square$ にあてはまる数を答えましょう。

(1) $(+9)-(+3)$ は，$+9$ より $\square$ 小さい数を求める計算で，
これは，$+9$ より $\square$ 大きい数を求める計算と同じです。

(2) $(-5)-(+7)$ は，-5 より $\square$ 小さい数を求める計算で，
これは，-5 より $\square$ 大きい数を求める計算と同じです。

このことから，(1)，(2)の式を，たし算で表してみましょう。

$$(+9)-(+3)=(+9)+\square$$

$$(-5)-(+7)=(-5)+\square$$

上の ひろげよう から，正の数をひく計算は，

$$(+9)-(+3)=(+9)+(-3)$$

$$(-5)-(+7)=(-5)+(-7)$$

のように，負の数をたす計算になおすことができます。

すでに学んだ形にする

説明しよう

負の数をひく計算 $(-5)-(-7)$ が，正の数をたす計算 $(-5)+(+7)$ になおせることを説明しましょう。

これまでに調べたことから，減法について，次のことがいえます。

正の数・負の数の減法

正の数・負の数をひくには，符号を変えた数をたせばよい。

例4　正の数・負の数の減法

(1)　$(-6)-(+10)$
$=(-6)+(-10)$
$=-16$

(2)　$(-8)-(-3)$
$=(-8)+(+3)$
$=-5$

? 減法を加法になおすと，どんなよさがあるかな。

問5　次の計算をしなさい。

(1)　$(+6)-(-2)$　　(2)　$(-9)-(+4)$
(3)　$0-(-7)$　　(4)　$(-5)-(-5)$
(5)　$(-27)-(-12)$　　(6)　$(-17)-(+54)$

問6　次の計算をしなさい。

▶ 補充問題 2

(1)　$(-1.6)-(+0.6)$　　(2)　$(+3.5)-(-2.3)$
(3)　$\left(-\dfrac{1}{6}\right)-\left(-\dfrac{5}{6}\right)$　　(4)　$\left(+\dfrac{1}{2}\right)-\left(-\dfrac{1}{3}\right)$

正の数に符号をつけずに表した式を計算しましょう。

25ページからここまでは，符号に着目しやすくするために，正の数に符号＋をつけて，2数の加法や減法の計算をしてきました。

ここからは，正の数に符号＋をつけませんが，ついているときの計算と同じようにします。

◇ 同じように考える

例えば，

$3+4$ は，$(+3)+(+4)$
$3-4$ は，$(+3)-(+4)$

のことです。

+3と3は
同じ数だね。

例5　正の数に符号＋をつけない加法

(1)　$3+(-4)=-1$
(2)　$-3+4=1$

$(-3)+(+4)$
$=+1$

問7　次の計算をしなさい。

(1)　$7+(-9)$　　(2)　$-2+6$　　(3)　$-8+8$

例6 正の数に符号＋をつけない減法

(1) $3-4=-1$

(2) $3-(-4)=3+4$
$\qquad\qquad =7$

(3) $-3-4=-7$

$(-3)-(+4)$
$=(-3)+(-4)$
$=-7$

問8 次の計算をしなさい。

(1) $6-9$ (2) $8-(-4)$ (3) $-15-8$

学びをいかそう
何時に話そうかな？
p.268〜p.269

3数以上の加法，減法について学びましょう。

ひろげよう

$12-15+8-4$ を計算しましょう。

$12-15+8-4$ は，左から順に計算すると，

$$\begin{aligned} 12-15+8-4&=-3+8-4\\ &=5-4\\ &=1 \end{aligned}$$

となります。

$12-15+8-4$ をくふうして計算するために，計算法則について考えましょう。

加法については，どんな正の数の場合にも，

$2+3=3+2$ $\qquad$ $(2+3)+4=2+(3+4)$

のように，

$$\boldsymbol{a+b=b+a} \qquad \boldsymbol{(a+b)+c=a+(b+c)}$$

が成り立つことを知っています。これらを，それぞれ

加法の交換法則 $\qquad$ **加法の結合法則**

といいます。

これらの法則は，負の数をふくむ場合でも成り立ちます。

範囲をひろげる

問9 次の2つの式をそれぞれ計算し，結果が等しいことを確かめなさい。

$$\{3+(-4)\}+(-5), \qquad 3+\{(-4)+(-5)\}$$

加法と減法の混じった式では，減法は加法になおすことができるので，加法だけの式とみることができます。

◇ すでに学んだ形にする

前ページの ひろげよう の式を加法だけの式とみると，計算法則を使って，次のように，順序を変えて計算することができます。

$$\begin{aligned}12-15+8-4&=12+8-15-4\\&=20-19\\&=1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}12-15+8-4&=12+(-15)+8+(-4)\\&=12+8+(-15)+(-4)\\&=20+(-19)\\&=1\end{aligned}$$

$12-15+8-4$ で，

$12,\ -15,\ 8,\ -4$

をこの式の **項**(こう) といいます。

また，12，8 を **正の項**(せいのこう)，-15，-4 を **負の項**(ふのこう) といいます。

加法と減法の混じった式では，正の項の和，負の項の和を，それぞれさきに求めてから計算することもできます。

例7 3数以上の加減

$$\begin{aligned}&-14-(-29)+(-35)+11\\&=-14+29-35+11\\&=29+11-14-35\\&=40-49\\&=-9\end{aligned}$$

$$-14\ \overbrace{+29\ -35\ +11}^{40}$$
$$\underbrace{-14\ +29\ -35}_{-49}\ +11$$

問10 次の計算をしなさい。

▶ 補充問題 3

(1) $3-9-6$　　(2) $-12+8-(-14)$

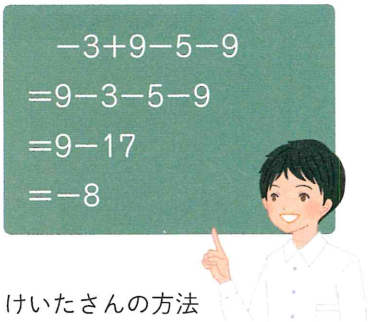
(3) $6-10+(-15)$　　(4) $1-2+3-4$

(5) $-8-4+(-1)-(-7)$　　(6) $-24-(-15)+(-35)+24$

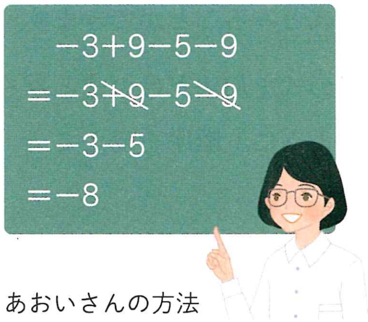
補充問題 3

説明しよう

$-3+9-5-9$ を，けいたさんとあおいさんは，次のように計算しました。それぞれ，どのように考えて計算したのか説明しましょう。



けいたさんの方法



あおいさんの方法

練習問題

❶ 正の数・負の数の加法，減法

1 次の計算をしなさい。

(1) $(+32)-(+47)$　(2) $(-14)+(+22)$　(3) $(-28)+(-72)$

(4) $(+47)-(+32)$　(5) $(-36)-(-18)$　(6) $(-35)+(+35)$

(7) $(-3.3)+(-4.7)$　(8) $(-3.9)-(-6.4)$　(9) $(-1.2)-(+1.2)$

(10) $\left(-\frac{7}{9}\right)+\left(-\frac{5}{9}\right)$　(11) $\left(+\frac{4}{5}\right)+\left(-\frac{3}{2}\right)$　(12) $\left(-\frac{1}{8}\right)-\left(-\frac{5}{6}\right)$

(13) $(-4)-(+15)-(-9)$　(14) $(+12)+(-3)-(+6)-(-1)$

2 次の計算をしなさい。

(1) $20-(-13)$　(2) $-11+5$　(3) $-7.8+4.8$

(4) $-6.3-1.8$　(5) $\frac{2}{3}-\frac{5}{6}$　(6) $-\frac{5}{7}-\left(-\frac{3}{4}\right)$

(7) $-8+7-9$　(8) $-16-(-14)+8$

(9) $24-15-22+13$　(10) $12+(-31)-45-(-31)$

3 次の(ア)〜(ウ)のうち，いつでも成り立つのはどれですか。

(ア) 正の数と負の数の和は0になる。

(イ) 正の数から負の数をひくと，正の数になる。

(ウ) 正の数から負の数をひくと，負の数になる。

2 正の数・負の数の乗法，除法

正の数をかけることについて学びましょう。

かけ算のことを，**乗法**（じょうほう） といいます。

正の数と正の数の乗法，例えば，2×3 は，次のように加法で求めることができます。

$$2\times3=2+2+2=6$$

ひろげよう

$(-2)\times3$ は，どのように計算すればよいでしょうか。

負の数と正の数の乗法も，同じように考えると，

同じように考える

$$(-2)\times3=(-2)+(-2)+(-2)=-6$$

この -6 は，$-(2\times3)$ に等しくなります。

負の数 × 正の数 は，絶対値の積に負の符号をつけます。

$(-2)\times3$
$=-(2\times3)$

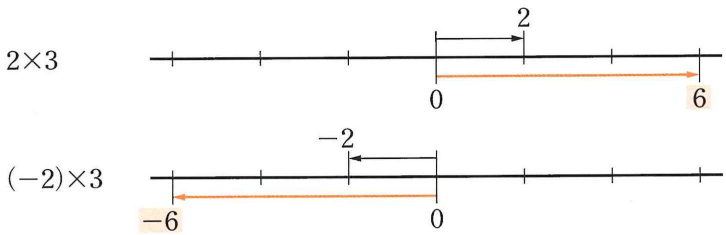
例1 負の数 × 正の数

$$(-4)\times6=-(4\times6)$$
$$=-24$$

問1 次の計算をしなさい。

(1) $(-3)\times7$　(2) $(-6)\times8$　(3) $(-12)\times6$

ある数に正の数3をかけることは，数直線上では，下の図のように，0からその数までの距離を，同じ方向に3倍にのばしたところにある数を求めることです。



負の数をかけることについて学びましょう。

正の数と負の数の乗法を，
$(+2)\times(-3)$ について考えましょう。

符号に着目しやすいように，
正の数にも
符号 ＋ をつけて考えよう。

右の図のように，かける数が正の数のときから考え，3，2，1 と 1 ずつ小さくしていくと，積は，2 ずつ小さくなっていきます。

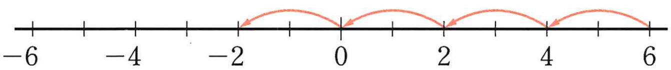
そして，かける数が 0 のときは，

$(+2)\times0=0$

となり，かける数をさらに 1 小さくした $(+2)\times(-1)$ は，0 より 2 小さい数である -2 と考えることができます。

$(+2)\times(+3)=+6$
$(+2)\times(+2)=+4$
$(+2)\times(+1)=+2$
$(+2)\times\ \ 0\ \ =0$
$(+2)\times(-1)=$
$(+2)\times(-2)=$
$(+2)\times(-3)=$

2 ずつ小さく
なっているね。
上の ▢ につづきを
書いてみよう。



このようにしていくと，次のことがわかります。

$(+2)\times(-1)=-2$ …… $-(2\times1)$
$(+2)\times(-2)=-4$ …… $-(2\times2)$
$(+2)\times(-3)=-6$ …… $-(2\times3)$

きまりを見つける

正の数 × 負の数 は，絶対値の積に負の符号をつけます。

$(+2)\times(-3)$
$=-(2\times3)$

例2 正の数 × 負の数

$7\times(-5)=-(7\times5)$
$=-35$

問2 次の計算をしなさい。

(1) $5\times(-6)$　(2) $9\times(-8)$　(3) $10\times(-10)$

負の数と負の数の乗法も，正の数と負の数の乗法のときと同じように考えることができます。

同じように考える

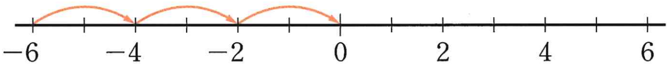
負の数と負の数の乗法について，$(-2)\times(-3)$ の場合を考えましょう。

説明しよう

$(-2)\times\square$について，次のことを説明しましょう。

(1) 右の図で，かける数を，3，2，1と1ずつ小さくしていくと，積はどのように変わっていきますか。

(2) かける数を，0，-1，-2，-3と1ずつ小さくしていくと，積はどうなると考えることができますか。



$(-2)\times(+3)=-6$
$(-2)\times(+2)=-4$
$(-2)\times(+1)=-2$
$(-2)\times\ \ 0\ \ =$
$(-2)\times(-1)=$
$(-2)\times(-2)=$
$(-2)\times(-3)=$

いくつずつ大きくなっているかな？

上で調べたことから，次のことがわかります。

$(-2)\times(-1)=+2$ …… $+(2\times1)$

$(-2)\times(-2)=+4$ …… $+(2\times2)$

$(-2)\times(-3)=+6$ …… $+(2\times3)$

きまりを見つける

負の数 × 負の数 は，絶対値の積に正の符号をつけます。

$(-2)\times(-3)$
$=+(2\times3)$

例3 負の数 × 負の数

$(-8)\times(-5)=+(8\times5)$
$=40$

問3 次の計算をしなさい。

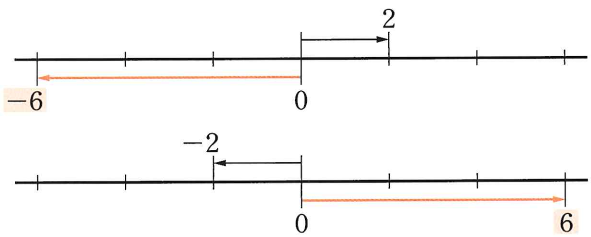
▶ 補充問題 4

(1) $(-4)\times(-9)$　(2) $(-8)\times(-7)$　(3) $(-10)\times(-10)$

ある数に負の数-3をかけることは，数直線上では，下の図のように，0からその数までの距離を，反対の方向に3倍にのばしたところにある数を求めることです。

$2\times(-3)$

$(-2)\times(-3)$



補充問題 4

正の数・負の数でわることについて学びましょう。

わり算のことを，**除法**（じょほう） といいます。

乗法と除法をあわせて
乗除ともいうよ。

正の数 ÷ 正の数，例えば，

$6\div2$ は，$\square\times2=6$ の $\square$ にあてはまる数を求めること

です。

負の数をふくむわり算も，同じように考えると，

◇同じように考える

$(-6)\div2$ は，$\square\times2=-6$ の $\square$ にあてはまる数を求めること

になります。

ひろげよう

次の $\square$ にあてはまる数を求めましょう。

$\square\times2=-6$，　$\square\times(-2)=6$，　$\square\times(-2)=-6$

上の ひろげよう から，

$(-6)\div2=-3$

$6\div(-2)=-3$

$(-6)\div(-2)=3$

$(-6)\div\ \ 2\ \ =-(6\div2)$
$6\ \ \div(-2)=-(6\div2)$
$(-6)\div(-2)=+(6\div2)$

となります。このことから，次のことがいえます。

負の数 ÷ 正の数 正の数 ÷ 負の数	…… 絶対値の商に負の符号をつける
負の数 ÷ 負の数	…… 絶対値の商に正の符号をつける

例4　正の数・負の数でわる

(1)　$(-12)\div6=-(12\div6)=-2$

(2)　$(-28)\div(-4)=+(28\div4)=7$

(3)　$9\div(-12)=-(9\div12)=-\dfrac{3}{4}$

問4　次の計算をしなさい。

▶補充問題 5

(1)　$(-18)\div9$　　(2)　$21\div(-3)$　　(3)　$(-20)\div(-5)$

(4)　$(-56)\div(-7)$　　(5)　$15\div(-21)$　　(6)　$(-45)\div(-60)$

補充問題 5

これまでに学んだことは，次のようにまとめることができます。

正の数・負の数の乗法，除法

同符号の2数の積，商	符　号 ……	正
	絶対値 ……	2数の絶対値の積，商
異符号の2数の積，商	符　号 ……	負
	絶対値 ……	2数の絶対値の積，商

0と正の数，0と負の数の積は0です。
また，0を正の数，負の数でわったときの商も0です。
しかし，どんな数も0でわることはできません。

$0\times(-5)=0$
$(-5)\times0=0$
$0\div(-3)=0$

小数や分数をふくむ乗除について学びましょう。

正の数・負の数の乗除では，式の中に小数や分数があっても，計算のしかたに変わりはありません。

例5　小数をふくむ乗除

(1)　$(-4.3)\times(-0.2)$
$=+(4.3\times0.2)$
$=0.86$

(2)　$3.2\div(-4)$
$=-(3.2\div4)$
$=-0.8$

学びをふりかえろう
小数・分数の計算
p.251

問5　次の計算をしなさい。

▶ 補充問題 6

(1)　$0.5\times(-3)$　　(2)　$(-0.8)\times(-0.6)$
(3)　$2.4\div(-0.6)$　　(4)　$(-0.4)\div8$

例6　分数をふくむ乗法

(1)　$\left(-\dfrac{5}{6}\right)\times\dfrac{4}{3}$
$=-\left(\dfrac{5}{6}\times\dfrac{4}{3}\right)$
$=-\dfrac{10}{9}$

(2)　$\left(-\dfrac{1}{3}\right)\times\left(-\dfrac{5}{8}\right)$
$=+\left(\dfrac{1}{3}\times\dfrac{5}{8}\right)$
$=\dfrac{5}{24}$

問6　次の計算をしなさい。

(1)　$\dfrac{6}{5}\times\left(-\dfrac{10}{3}\right)$　　(2)　$\left(-\dfrac{2}{3}\right)\times\left(-\dfrac{11}{2}\right)$　　(3)　$\left(-\dfrac{8}{3}\right)\times\dfrac{1}{2}$

補充問題 | 6

2つの数の積が1になるとき，一方の数を，他方の数の **逆数**（ぎゃくすう） といいます。

これは，負の数でも同じです。

範囲をひろげる

$\frac{3}{8}\times\frac{8}{3}=1$

$\frac{3}{8}$ の逆数

例7 負の数の逆数を求める

$\left(-\frac{3}{4}\right)\times\left(-\frac{4}{3}\right)=1$ だから，$-\frac{3}{4}$ の逆数は $-\frac{4}{3}$

$(-4)\times\left(-\frac{1}{4}\right)=1$ だから，-4 の逆数は $-\frac{1}{4}$

負の数の逆数は負の数だね。

問7 次の数の逆数をいいなさい。

(1) $-\frac{2}{5}$　　(2) $-\frac{1}{6}$　　(3) -3

ふりかえり 算数

次の□にあてはまる数を求めましょう。

$\frac{3}{4}\div\frac{3}{8}=\frac{3}{4}\times\square$　　$5\div2=5\times\square$

負の数でわる場合も，

$$5\div\left(-\frac{3}{4}\right)=-\left(5\div\frac{3}{4}\right)=-\left(5\times\frac{4}{3}\right)=5\times\left(-\frac{4}{3}\right)$$

のように，除法を乗法になおすことができます。

$-\frac{3}{4}$ の逆数は $-\frac{4}{3}$ だね。

除法を乗法に

正の数・負の数でわるには，その数の逆数をかければよい。

例8 分数をふくむ除法

(1) $\frac{2}{3}\div\left(-\frac{2}{5}\right)$

$=\frac{2}{3}\times\left(-\frac{5}{2}\right)$

$=-\frac{5}{3}$

(2) $\left(-\frac{3}{5}\right)\div(-10)$

$=\left(-\frac{3}{5}\right)\times\left(-\frac{1}{10}\right)$

$=\frac{3}{50}$

問8 次の除法を，乗法になおして計算しなさい。 ▶補充問題 7

(1) $\dfrac{5}{4}\div(-15)$　　(2) $\left(-\dfrac{2}{3}\right)\div\dfrac{1}{6}$　　(3) $\left(-\dfrac{3}{8}\right)\div\left(-\dfrac{9}{16}\right)$

3数以上の乗法，除法について学びましょう。

ひろげよう

$(-4)\times9\times(-25)$ を計算しましょう。

ひろげよう をくふうして計算するために，計算法則について考えましょう。

乗法については，どんな正の数の場合にも，

$2\times3=3\times2$　　　$(2\times3)\times4=2\times(3\times4)$

のように，

$\boldsymbol{a\times b=b\times a}$　　　$\boldsymbol{(a\times b)\times c=a\times(b\times c)}$

が成り立つことを知っています。これらを，それぞれ，

乗法(じょうほう)の交換法則(こうかんほうそく)　　**乗法(じょうほう)の結合法則(けつごうほうそく)**

といいます。

これらの法則は，負の数をふくむ場合でも成り立ちます。

範囲をひろげる

問9 次の2つの式をそれぞれ計算し，結果が等しいことを確かめなさい。

$\{3\times(-4)\}\times(-5)$，　$3\times\{(-4)\times(-5)\}$

上の計算法則を使うと， ひろげよう の式は，次のように，順序を変えて計算することができます。

$$
\begin{aligned}
(-4)\times9\times(-25)&=9\times(-4)\times(-25) &&\cdots\cdots\ \text{乗法の交換法則}\\
&=9\times100 &&\cdots\cdots\ \text{乗法の結合法則}\\
&=900
\end{aligned}
$$

問10 次の計算をしなさい。

(1) $25\times11\times(-4)$　　(2) $(-2)\times12\times(-15)$

ひろげよう

次の計算をして，その結果をくらべましょう。

(1)　$1\times(-2)\times3\times4$

(2)　$1\times(-2)\times(-3)\times4$

(3)　$(-1)\times2\times(-3)\times(-4)$

(4)　$(-1)\times(-2)\times(-3)\times(-4)$

乗法だけの式の計算結果の符号は，

負の符号の個数が $\begin{cases} \text{偶数（ぐうすう）個のとき} \cdots\cdots + \\ \text{奇数（きすう）個のとき} \cdots\cdots - \end{cases}$

となります。

例9　3数以上の乗法

(1)　$(-2)\times5\times7\times(-3)$

$=+(2\times5\times7\times3)$

$=210$

(2)　$\dfrac{3}{4}\times\left(-\dfrac{2}{5}\right)\times\dfrac{5}{3}$

$=-\left(\dfrac{3}{4}\times\dfrac{2}{5}\times\dfrac{5}{3}\right)$

$=-\dfrac{1}{2}$

問11　次の計算をしなさい。

(1)　$(-4)\times(-12)\times(-5)$　　(2)　$\left(-\dfrac{3}{5}\right)\times\dfrac{5}{6}\times(-3)$

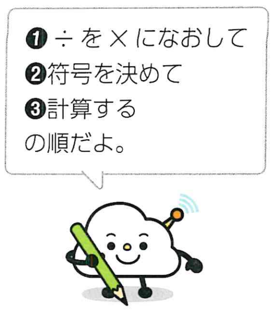
乗法と除法の混じった式では，乗法だけの式になおし，次に，結果の符号を決めてから計算することができます。

例10　3数以上の乗除

$$(-27)\times\left(-\frac{2}{3}\right)\div(-9)=(-27)\times\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{1}{9}\right)$$

$$=-\left(27\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{9}\right)$$

$$=-2$$



▶ 補充問題 8

問12 次の計算をしなさい。

(1) $(-12)\times(-5)\div3$　　(2) $25\div(-2)\times4$

(3) $\left(-\dfrac{3}{7}\right)\div2\div\left(-\dfrac{3}{4}\right)$　　(4) $\left(-\dfrac{7}{2}\right)\times(-6)\div\left(-\dfrac{3}{5}\right)$

話しあおう

右の $(-36)\div(-3)\times2$ の計算は，どこに誤りがありますか。
また，正しくするには，どのように計算すればよいでしょうか。

× 誤答例

$(-36)\div(-3)\times2$
$=(-36)\div(-6)$
$=6$

練習問題

❷ 正の数・負の数の乗法，除法

1 次の計算をしなさい。

(1) $9\times(-7)$　　(2) $(-5)\times4$　　(3) $(-15)\times0$

(4) $4\times(-0.1)$　　(5) $(-0.3)\times(-0.2)$　　(6) $(-0.7)\times10$

2 次の計算をしなさい。

(1) $32\div(-4)$　　(2) $(-8)\div8$　　(3) $(-45)\div(-9)$

(4) $(-6)\div0.3$　　(5) $0\div(-3.1)$　　(6) $(-0.3)\div6$

3 次の計算をしなさい。

(1) $\left(-\dfrac{2}{9}\right)\times\left(-\dfrac{3}{4}\right)$　　(2) $\dfrac{4}{15}\div\left(-\dfrac{2}{5}\right)$　　(3) $(-6)\div\dfrac{2}{3}$

4 次の計算をしなさい。

(1) $(-2)\times27\times(-5)$　　(2) $(-36)\times(-2)\div(-9)$

(3) $(-12)\div4\times(-8)$　　(4) $24\div(-6)\div(-2)$

(5) $\left(-\dfrac{1}{3}\right)\times\left(-\dfrac{3}{2}\right)\times\left(-\dfrac{5}{6}\right)$　　(6) $\dfrac{1}{2}\times\left(-\dfrac{4}{3}\right)\div\dfrac{4}{9}$

(7) $\left(-\dfrac{7}{4}\right)\div\dfrac{14}{15}\times\left(-\dfrac{4}{5}\right)$　　(8) $\dfrac{3}{5}\div(-0.3)\div\left(-\dfrac{2}{3}\right)$

補充問題 8

3 いろいろな計算

同じ数の積について学びましょう。

いくつかの同じ数の積を，次のように表すこともあります。

$5\times5=5^2,\qquad 5\times5\times5=5^3$

5^2 を5の **2乗**（にじょう），5^3 を5の **3乗**（さんじょう） と読みます。
また，5^2，5^3 の右上の小さい数2，3は，かけあわせる数5の個数を示したもので，これを **指数**（しすう） といいます。

$$\underbrace{5\times5\times5}_{3\text{個}}=5^{\overset{\text{指数}}{\downarrow}3}$$

2乗のことを平方（へいほう），3乗のことを立方（りっぽう）ともいいます。

m^2…平方メートル
m^3…立方メートル
だね。

問1 次の計算をしなさい。

(1) 4^2　　(2) 3^3　　(3) 2^5

例1 $(-2)^4$ と -2^4

(1) $(-2)^4=(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)$
$=16$

(2) $-2^4=-(2\times2\times2\times2)$
$=-16$

$(-2)^4$ と -2^4 は違うんだね。

例2 指数をふくむ計算

$(-2)^3\div(-3)^2=(-8)\div9$
$=-\dfrac{8}{9}$

問2 次の計算をしなさい。

▶補充問題 9

(1) $(-3)^3$　　(2) -5^3　　(3) -1.5^2

(4) $(-4)^2\times(-7)$　　(5) $(-6^2)\div(-2)^3$

説明しよう

$(-2)^{\square}$ が正の数になるのは，□がどんな自然数のときでしょうか。また，$(-2)^{\square}$ が負の数になるのは，□がどんな自然数のときでしょうか。

補充問題 9

加法，減法，乗法，除法をふくむ式の計算について学びましょう。

数の加法，減法，乗法，除法をまとめて **四則**（しそく） といいます。

四則をふくむ式の計算の順序は，次のように決められています。

計算の順序

四則が混じった式では，乗法，除法をさきに計算する。

例3 四則が混じった計算

(1) $3-(-2)\times5=3-(-10)$

$=3+10$

$=13$

(2) $(-6)\times7+75\div(-5^2)$

$=(-6)\times7+75\div(-25)$

$=(-42)+(-3)$

$=-45$

$3-\underline{(-2)\times5}$

$(-6)\times7+75\div\underline{(-5^2)}$

$=\underline{(-6)\times7}+\underline{75\div(-25)}$

問3 次の計算をしなさい。

(1) $-4-6\times(-3)$ (2) $3\times(-7)-9\times(-8)$

(3) $5\times(-12)+14\div7$ (4) $10\div(-5)-(-6)\times2$

(5) $4\times(-2)+(-3^2)$ (6) $(-2)^2+2^3\div(-4)$

計算の順序に気をつけよう。

かっこがある式では，ふつうはかっこの中をさきに計算します。

例4 かっこがある式の計算

$3\times\{-4-(19-8)\}$

$=3\times\{-4-11\}$

$=3\times(-15)$

$=-45$

問4 次の計算をしなさい。

▶ 補充問題 10

(1) $-5+(13-7)\div3$ (2) $7-\{(-2)^2-(9-14)\}$

補充問題 10

範囲をひろげる

a, b, c がどんな数であっても，次の式が成り立ちます。

$$(a+b)\times c=a\times c+b\times c$$

$$c\times(a+b)=c\times a+c\times b$$

この計算法則を，**分配法則**（ぶんぱいほうそく）といいます。

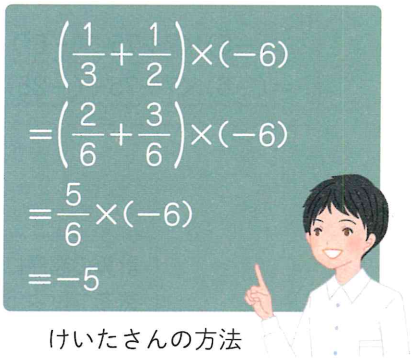
問5 次の2つの式をそれぞれ計算し，結果が等しいことを確かめなさい。

$\{3+(-4)\}\times(-5)$,　　$3\times(-5)+(-4)\times(-5)$

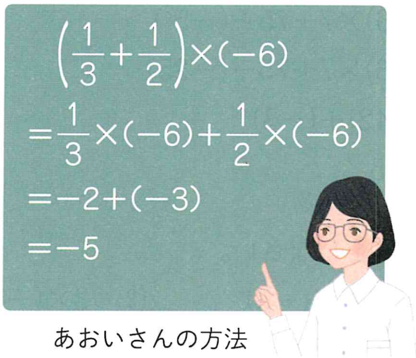
説明しよう

$\left(\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{2}\right)\times(-6)$ を，けいたさんとあおいさんは，次のように計算しました。

それぞれ，どのように考えて計算したのか説明しましょう。



けいたさんの方法



あおいさんの方法

練習問題

❸ いろいろな計算

1 次の計算をしなさい。

(1) $(-3^2)\times(-2)^3$　　(2) $(-9)^2\div(-3^3)$

(3) $2\times(-2)\div(-2^2)$　　(4) $(-5)\div(-5)^2\times(-25)$

2 次の計算をしなさい。

(1) $-2-18\div(-6)$　　(2) $9-(-13)+7\times(-8)$

(3) $-5+(15-6)\div3$　　(4) $\{2+(4-8)\}\times3$

(5) $8\times(-2)-(-2^3)$　　(6) $(-2)^3-(3^2-5)$

3 次の計算をしなさい。

(1) $12\times\left(-\dfrac{1}{3}+\dfrac{3}{2}\right)$　　(2) $\left(-\dfrac{4}{7}+\dfrac{3}{2}\right)\times28$

琵琶湖の水位

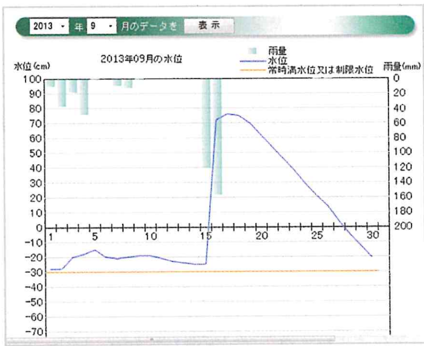
滋賀県にある琵琶湖は，近畿地方の人々にとって，たいせつな水源です。

滋賀県庁前の表示板や，国土交通省近畿地方整備局琵琶湖河川事務所のホームページなどで，日々変化する琵琶湖の水位を伝えています。

琵琶湖の水位ゼロ（基準水位）は，明治７年（1874年）に決めた鳥居川量水標を基準にしており，その位置は，大阪湾の干潮時の海面から＋85.614 m の位置で，これは，大阪城の天守閣の高さとほぼ同じになります。

鳥居川量水標

右のグラフは，2013年９月の琵琶湖の水位のデータです。15日から16日にかけての大雨の影響で，琵琶湖の水位は－25 cm から 76 cm まで上昇したそうです。



（琵琶湖河川事務所提供）

このとき，水位が何 cm 上昇したかは，次の計算で求めることができます。

$$76-(-25)=76+25=101 \text{ (cm)}$$

この２日間で増えた水は，琵琶湖の水を生活用水とする1450万人が，およそ半年間で使う量です。

また，1994年の夏は日本各地で雨が少なく，1994年渇水ともよばれています。この年の８月４日から９日にかけての６日間，琵琶湖の水位が 2 cm ずつ低下しました。このとき，８月９日の水位をもとにすると，６日前の８月３日の水位は，

$$(-2)\times(-6)=12 \text{ (cm)}$$

という計算から，12 cm 高いことがわかります。これは，負の数と負の数の積が正の数になる実際の例とみることができます。

1997年，25年間にわたる琵琶湖総合開発事業が終わり，琵琶湖の水位をコントロールできる幅がひろがったため，洪水や渇水の被害を減らすことができるようになっています。

琵琶湖の水位ものがたり

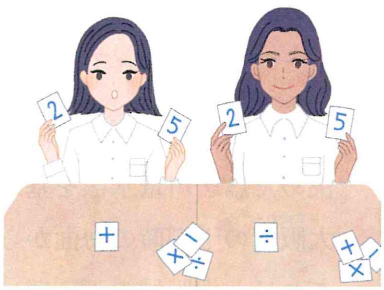
4 数の世界のひろがり

数の範囲をひろげたときの四則計算について考えましょう。

ひろげよう

$\boxed{2}$ と $\boxed{5}$ の数字が書かれたカードがあります。
このカードを，下の $\boxed{}$ に置いて，いろいろな式をつくりましょう。
つくった式のうち，負の数を学んだことでできるようになった計算はどれでしょうか。

(ア) $\boxed{}+\boxed{}$　　(イ) $\boxed{}-\boxed{}$
(ウ) $\boxed{}\times\boxed{}$　　(エ) $\boxed{}\div\boxed{}$

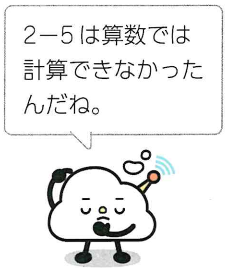


上の ひろげよう の，(ア)，(ウ)，(エ) では，$\boxed{2}$ と $\boxed{5}$ のそれぞれのカードをどちらの $\boxed{}$ に置いても，計算の結果はいつも正の数になります。
つまり，これらはどれも算数で学んだ数の世界でできる計算です。

上の ひろげよう の，(イ) では，次の2つの式ができます。

$\boxed{5}-\boxed{2}$,　　$\boxed{2}-\boxed{5}$

このうち，5−2 の結果は，(ア)，(ウ)，(エ) と同じように，正の数になります。
しかし，2−5 は，数の世界を負の数にひろげて，はじめてできるようになった計算です。



問1 自然数を自然数でわる計算の結果は，いつも自然数になりますか。

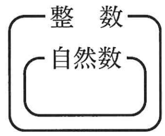
上の ひろげよう の (エ) のような，自然数を自然数でわる計算の結果は，いつも自然数になるとは限りません。
これも，算数で，小数や分数を考えて，数の世界を自然数からひろげたことによって，はじめてできるようになった計算です。

このように，数の世界をひろげると，それまでできなかった計算ができるようになっていきます。

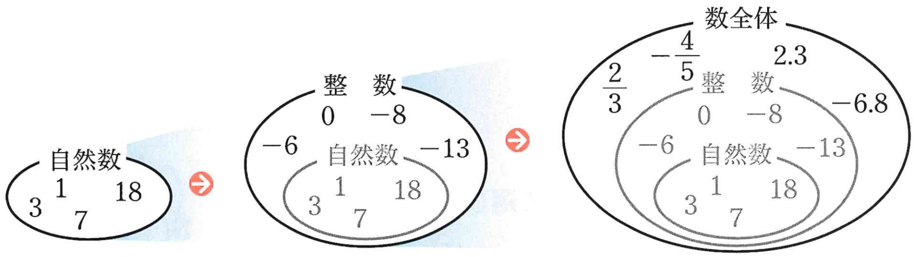
自然数全体の集まりを，**自然数の集合**（しぜんすう の しゅうごう）といいます。

また，自然数，つまり正の整数のほかに，0と負の整数をあわせたものを，**整数の集合**（せいすう の しゅうごう）といいます。

下の図は，自然数が整数にふくまれていることを表しています。



整数の集合に加えて，分数や小数までふくめた数の集まりを数全体の集合ということにすると，これらは，下の図のような関係になっています。



ひろげよう

自然数の集合，整数の集合，数全体の集合について，加減乗除のそれぞれの計算が，その集合の中だけでいつでもできるときは○，そうとは限らないときは△を下の表に書き入れましょう。

除法では，0でわることはないよ。

	加法	減法	乗法	除法
自然数の集合				
整数の集合				
数全体の集合				

これまでに調べたことから，次のことがいえます。

- 自然数の集合では，加法と乗法はいつでもできる。
- 整数の集合では，加法，乗法，および，減法はいつでもできる。
- 数全体の集合では，四則計算はいつでもできる。

自然数の集合でいつでもできる計算は，整数の集合でもいつでもできるね。

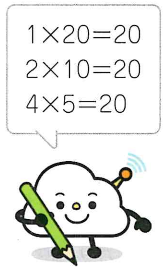
自然数を素数の積で表しましょう。

ふりかえり 算数

20をわり切ることのできる自然数を，20の約数といいます。
つまり，20の約数は，

1，2，4，5，10，20

の6つです。



7の約数は，1と7であり，13の約数は，1と13です。

1とその数のほかに約数がない自然数を **素数** といいます。
ただし，1は素数にふくめません。

問2 次の自然数の中から，素数をすべて選びなさい。

(ア) 18　　(イ) 29　　(ウ) 33　　(エ) 41

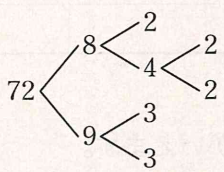
ある自然数を1より大きい自然数の積で表すとき，現れる自然数は，もとの自然数の約数になります。

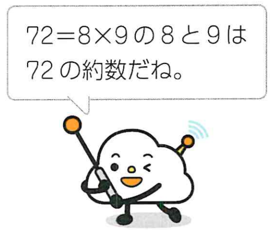
ひろげよう

72を，1より大きい自然数の積で表しましょう。

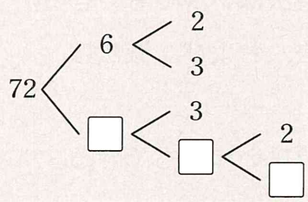
72は，8×9や6×12のように，1より大きい2つの自然数の積で表すことができます。また，この8や9，6や12も同じように，1より大きい2つの自然数の積で表すことができます。これをくり返すと，次のようになります。

$$
\begin{aligned}
72 &= 8\times 9\\
&= 2\times 4\times 3\times 3\\
&= 2\times 2\times 2\times 3\times 3\\
&= 2^3\times 3^2
\end{aligned}
$$





$$
\begin{aligned}
72 &= 6\times 12\\
&= 2\times 3\times 3\times 4\\
&= 2\times 3\times 3\times 2\times 2\\
&= 2^3\times 3^2
\end{aligned}
$$



前ページのように，1と素数以外の自然数は，1より大きい自然数の積で表していくと，最後には，素数だけの積で表すことができます。また，最後に素数だけの積で表された形は，途中（とちゅう）の順序は変わっても，同じになります。

$72=2^3\times3^2$ のように，自然数を素数だけの積で表すことを，**素因数分解**（そいんすうぶんかい）する といいます。

例1 84の素因数分解

84を素因数分解するとき，右のように，素数で次々にわっていく方法がある。

$$84=2\times2\times3\times7=2^2\times3\times7$$

2）84
2）42
3）21
　　7

問3 次の自然数を，素因数分解しなさい。

▶ 補充問題 11

(1)　20　　(2)　54　　(3)　126

素因数分解をすると，その数がどんな数の倍数であるのかがわかります。

例2 素因数分解と倍数

120を素因数分解すると，

$$120=2^3\times3\times5$$

となり，次のようなことがわかる。

$120=\boxed{3}\times2^3\times5$　より，120は3の倍数である。

$120=\boxed{2\times3}\times2^2\times5$　より，120は6の倍数である。

$120=\boxed{3\times5}\times2^3$　より，120は15の倍数である。

3の倍数は，
3と整数の積だね。

? 120は，このほかにどんな数の倍数かな。

問4 次の(ア)〜(カ)の中から，6の倍数をすべて選びなさい。また，14の倍数をすべて選びなさい。

(ア)　$2^4\times7$　　(イ)　$3\times5\times11$　　(ウ)　$2^3\times3\times7$

(エ)　$2\times3^2\times13$　　(オ)　$2\times5\times7$　　(カ)　$2^3\times5\times11$

1 154にできるだけ小さい自然数をかけて，12の倍数にするには，どんな数をかければよいですか。

2 次の3つの数をすべてわり切ることのできるいちばん大きい自然数を求めなさい。

336,　　770,　　840

学びをいかそう
最大公約数と最小公倍数
p.270～p.271

数学ライブラリー

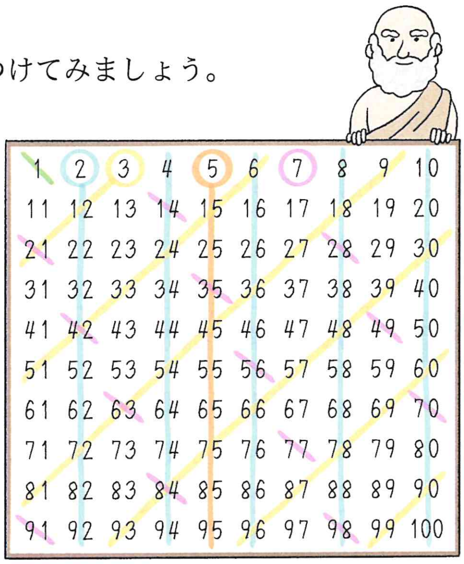
エラトステネスのふるい

10以下の素数は，2，3，5，7ですが，100以下の素数には，どんな数があるのでしょうか。

100以下の素数を，次のようにして見つけてみましょう。

❶ 1から100までの整数を書き，まず，1を消す。
❷ 2を残して2の倍数を消す。
❸ 3を残して3の倍数を消す。
❹ 5を残して5の倍数を消す。
❺ 7を残して7の倍数を消す。

このようにして，残った数が，100以下の素数のすべてとなります。



この方法は，古代ギリシャの数学者エラトステネスが考えたといわれ，「エラトステネスのふるい」とよばれています。

100以下の素数をふるいで見つけよう

素数については，現在も発見され続けていて，2021年8月の時点で見つかっている最大の素数は，2を8258万9933回かけた数から1をひいた数です。