

# 3章 方程式

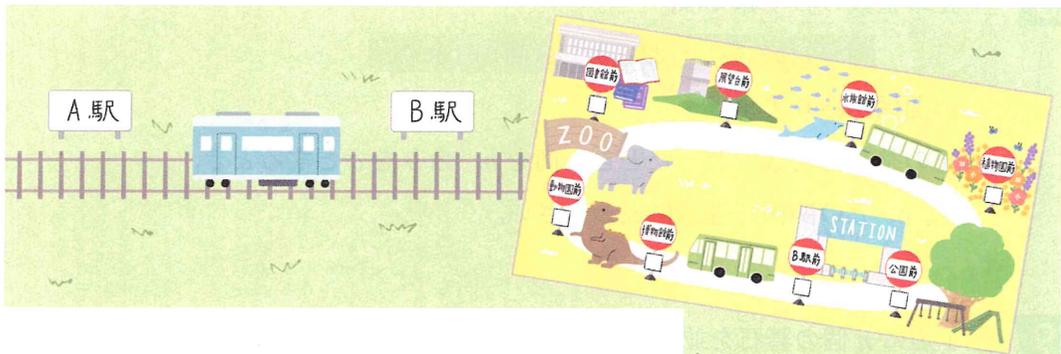


料金の合計を調べよう

## 1日乗り放題のチケットを買った方がいい？

けいたさんとかりんさんは、校外学習の計画を立てています。

校外学習では、A 駅から B 駅まで電車で行き、B 駅がある町のエリア内では  
5 バスを使って見学し、B 駅から A 駅まで帰ることにしました。



電車とバスの料金について調べると、  
次のことがわかりました。

- ・電車の料金は往復 480 円である。
- ・バスは、距離にかかわらず、1 回乗るごとに 180 円かかる。
- ・電車とバスが 1 日乗り放題になるチケットが 1200 円で販売されている。

楽しみだね。

移動するのに  
どれくらいの金額が  
かかるのかな？



けいたさんとかりんさんは、  
バスに何回乗ったときに、  
15 1日乗り放題チケットと同じ  
金額になるのかを考える  
ことにしました。

バスに6回乗った  
ときには、1日乗り  
放題チケットの方が  
安くなるね。



# 1

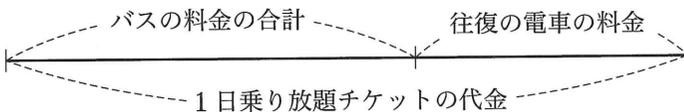
## 節 方程式

### 説明しよう

1 回ずつバスの料金を払う場合と、電車とバスの  
1 日乗り放題チケットを買う場合の金額が同じに  
なるのは、バスに何回乗るときでしょうか。



けいたさんは、図をかいて考えることにしました。



かりんさんは、文字式を利用して考えることにしました。

バスに乗る回数を  $x$  回とすると、金額の関係は、

$$\left( \begin{array}{l} x \text{ 回分の} \\ \text{バスの料金} \end{array} \right) + \left( \begin{array}{l} \text{往復の} \\ \text{電車の料金} \end{array} \right) = \left( \begin{array}{l} \text{1日乗り放題} \\ \text{チケットの代金} \end{array} \right)$$

となるので、

等式

が成り立ちます。



等式を成り立たせる文字の値を求めることについて学びましょう。

# 1 方程式とその解

等式を成り立たせる文字の値について学びましょう。

前ページの問題では、バスに乗る回数を  $x$  回とすると、次の等式が成り立ちます。

$$180x + 480 = 1200 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

①の式の文字  $x$  は、これから求めようとしているものです。

このように、まだわかっていない数を表す文字をふくむ等式を **方程式** ほうていしき といいます。

方程式  
 $180x + 480 = 1200$   
↑  
まだわかっていない数

**問1** 上の等式①の左辺  $180x + 480$  で、 $x$  に4を代入して、その式の値を求めなさい。

前ページの **説明しよう** で、金額が同じになるのは、バスに4回乗ったときです。この4は、上の方程式①を成り立たせる  $x$  の値になっています。

このように、方程式を成り立たせる文字の値を、その方程式の **解** かい といいます。

また、その解を求めることを、**方程式を解く** ほうていしきと といいます。

バスに5回乗るなら、1日乗り放題チケットの方が安くなるね。



ある値が方程式の解になっているかどうかは、次のようにして確かめることができます。

## 例1 方程式の解

方程式  $2x - 3 = x + 2$  で、5がこの方程式の解であるかどうかを調べる。 $x$  に5を代入すると、

$$\text{左辺} = 2 \times 5 - 3 = 7 \quad \text{右辺} = 5 + 2 = 7$$

左辺と右辺が等しいので、5はこの方程式の解である。

?  $x$  に1を代入すると、どうなるかな。

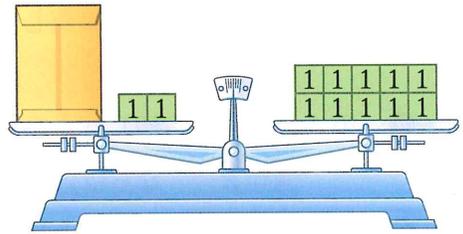
**問2** 次の(ア)~(ウ)のうち、3が解である方程式をすべて選びなさい。

- (ア)  $x - 8 = 5$       (イ)  $4x - 7 = 5$       (ウ)  $x + 2 = 3x - 4$

等式の性質について学びましょう。

◎ ひろげよう

5 ふうとう  
封筒と1個1gのおもりを、  
右の図のようにてんびんにのせると、  
ちょうどつりあいました。  
封筒の重さを求めましょう。



封筒の重さを  $x$ g とすると、つりあっているてんびんの  
両方の重さは等しいので、次の方程式をつくることができます。

$$x + 2 = 10$$

10 この方程式の左辺と右辺から、  
それぞれ同じ数2をひいた残りは  
等しくなります。

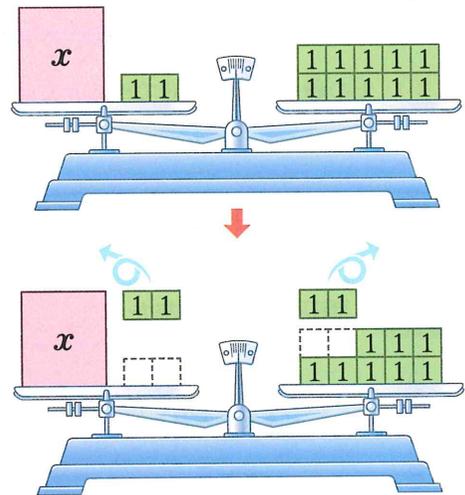
よって、

$$x + 2 - 2 = 10 - 2$$

15 が成り立ち、

$$x = 8$$

となり、封筒の重さが8gである  
ことがわかります。

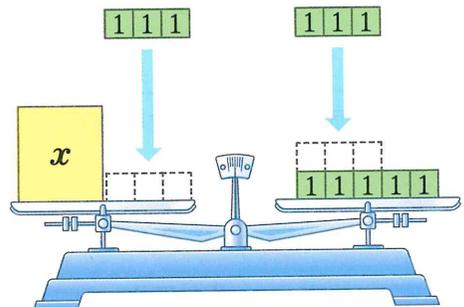


この解き方は、

20 等式の両辺から同じ数をひいても、等式が成り立つ

という等式の性質を利用しています。

問3 等式の両辺に、同じ数をたしても  
両辺は等しいといえますか。



等式については、次のことがいえます。

### 等式の性質

- ① 等式の両辺に同じ数をたしても、等式が成り立つ。

$$A=B \quad \text{ならば,} \quad A+C=B+C$$

- ② 等式の両辺から同じ数をひいても、等式が成り立つ。

$$A=B \quad \text{ならば,} \quad A-C=B-C$$

- ③ 等式の両辺に同じ数をかけても、等式が成り立つ。

$$A=B \quad \text{ならば,} \quad A \times C = B \times C$$

- ④ 等式の両辺を同じ数でわっても、等式が成り立つ。

$$A=B \quad \text{ならば,} \quad A \div C = B \div C$$



同じ数をかける、  
同じ数でわる

$A=B$   
ならば、  
 $B=A$ だね。



**注意** 上の④では、 $C$ は0ではありません。

等式の性質を使って、方程式を解きましょう。

### 例2 両辺に同じ数をたす

$$x-6=-1$$

$$x-6+6=-1+6$$

$$x=5$$

左辺を  $x$  だけに  
するために  
両辺に6をたす

$$x-6+6 \\ \downarrow \\ x$$

**注意** 例2 で、 $x=5$  は、方程式の解が5であることを示しています。

つまり、これで方程式を解いたことになります。

方程式を  $x=\bigcirc$  の形にできれば解が求められるね。



### 問4 次の方程式を、等式の性質を使って解きなさい。

(1)  $x-9=3$       (2)  $x-8=-10$       (3)  $x-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

### 例3 両辺から同じ数をひく

$$x+13=8$$

$$x+13-13=8-13$$

$$x=-5$$

左辺を  $x$  だけに  
するために  
両辺から13をひく

$$x+13-13 \\ \downarrow \\ x$$

**問5** 次の方程式を、等式の性質を使って解きなさい。

- (1)  $x+7=15$       (2)  $x+6=2$       (3)  $x+1.2=0$

**例4** 両辺に同じ数をかける

$$\frac{x}{5}=3$$

$$\frac{x}{5} \times 5 = 3 \times 5$$

$$x=15$$

左辺を  $x$  だけに  
するために  
両辺に5をかける

$$\frac{x}{5} \times 5$$

↓  
 $x$

**問6** 次の方程式を、等式の性質を使って解きなさい。

- (1)  $\frac{x}{7}=3$       (2)  $\frac{x}{4}=-5$       (3)  $-\frac{1}{6}x=2$

**例5** 両辺を同じ数でわる

$$-7x=14$$

$$-7x \div (-7) = 14 \div (-7)$$

$$x=-2$$

左辺を  $x$  だけに  
するために  
両辺を  $-7$  でわる

$$-7x \div (-7)$$

↓  
 $x$

**問7** 次の方程式を、等式の性質を使って解きなさい。

- (1)  $5x=45$       (2)  $-8x=48$       (3)  $12x=4$

**説明しよう**

$\frac{2}{3}x=8$  をいろいろな方法で解きましょう。

また、それぞれの方法を説明しましょう。

**練習問題**

① 方程式とその解

**1** 次の方程式を、等式の性質を使って解きなさい。

(1)  $x-3=23$

(2)  $x+15=11$

(3)  $7+x=30$

(4)  $-5+x=3$

(5)  $4x=-12$

(6)  $-7x=-35$

(7)  $\frac{x}{3}=5$

(8)  $\frac{1}{8}x=-\frac{3}{4}$

(9)  $\frac{3}{5}x=-6$

(10)  $x+1.6=-1.9$

(11)  $0.2x=-12$

(12)  $\frac{1}{4}+x=-\frac{1}{2}$

## 2 方程式の解き方

方程式を移項して解くことについて学びましょう。

等式の性質を使って方程式を解く場合、式の形がどのように変わっていくか調べましょう。

### ◎ ひろげよう

右の方程式の解き方で、  
2つの式①と②をくらべると、  
どんなことがわかるでしょうか。

$$4x - 15 = 9 \quad \dots\dots ①$$

両辺に 15 をたして、

$$4x - 15 + 15 = 9 + 15$$

$$4x = 9 + 15 \quad \dots\dots ②$$

$$4x = 24$$

両辺を 4 でわって、

$$x = 6$$

上の ◎ ひろげよう で、式②の右辺にある +15 は、  
式①の左辺にある -15 の符号が変わって  
右辺に移った形になっています。

$$4x - 15 = 9 \quad \dots\dots ①$$

↓

$$4x = 9 + 15 \quad \dots\dots ②$$

等式では、一方の辺の項を、符号を変えて、他方の辺に  
移すことができます。このことを **移項** といいます。



### 例 1 移項して方程式を解く①

$$3x + 20 = 5$$

左辺の 20 を右辺に移項して、

$$3x = 5 - 20$$

$$3x = -15$$

$$x = -5$$

$$3x + 20 = 5$$

↓ 移項

$$3x = 5 - 20$$

### 問 1 次の方程式を解きなさい。

(1)  $5x + 8 = 23$

(2)  $6x - 5 = -17$

(3)  $-2x + 3 = 5$

(4)  $-4x + 19 = 11$

▶ 補充問題 1

補充問題 | 1



## 例2 移項して方程式を解く②

$$8x = 5x - 21$$

右辺の  $5x$  を左辺に移項して、

$$8x - 5x = -21$$

$$3x = -21$$

$$x = -7$$

文字の項も  
移項することが  
できるんだね。



**問2** 次の方程式を解きなさい。

▶ 補充問題 2

(1)  $10x = 6x - 8$

(2)  $3x = 5x - 15$

(3)  $4x = 50 - 6x$

(4)  $-8x = 3 - 5x$

方程式を解くには、移項することによって、文字の項を一方の辺に、数の項を他方の辺に集めます。

## 例題 1 方程式の解き方

次の方程式を解きなさい。

$$7x - 2 = 6 + 3x$$

**考え方**  $-2$ ,  $3x$  を、それぞれ移項し、左辺を文字の項だけにします。

**解答**

$$7x - 3x = 6 + 2$$

$$4x = 8$$

$$x = 2$$

**問3** 次の方程式を解きなさい。

▶ 補充問題 3

(1)  $9x + 2 = 4x + 17$

(2)  $5x - 8 = -17 - 4x$

(3)  $1 - x = 5x - 2$

(4)  $12x - 3 = 7x - 3$

## 説明しよう

かりんさんは、方程式  $8 = 3x + 5$  を右のように解きました。

(1) ①のようにできるのはなぜですか。

(2) ②のようにできるのはなぜですか。

①で、左辺と右辺を入れかえたのはなぜかな。

$$\begin{array}{l} 8 = 3x + 5 \\ 3x + 5 = 8 \\ 3x = 8 - 5 \\ 3x = 3 \\ x = 1 \end{array} \left. \begin{array}{l} \text{①} \\ \text{②} \end{array} \right\}$$



いろいろな方程式の解き方について学びましょう。

かっこのある方程式は、かっこをはずしてから解きます。

**例題 2** かっこのある方程式の解き方  
次の方程式を解きなさい。

$$7(x-5)=9x+1$$

**解答**

$$7x-35=9x+1$$

$$7x-9x=1+35$$

$$-2x=36$$

$$x=-18$$

ふりかえり 1年  
分配法則 p.44  


**問4** 次の方程式を解きなさい。  
(1)  $4x+1=3(x+2)$       (2)  $7(x-4)=3x+8$   
(3)  $-4(x+3)=5(x-6)$     (4)  $5-2(7x-2)=1$

▶ 補充問題 4

◎ ひろげよう

↓  
方程式  $x=\frac{1}{3}x+1$  を解きましょう。

 まず移項するのかな？

15 分数をふくむ方程式では、分母の公倍数を両辺にかけて、  
分数をふくまない式になおしてから解くこともできます。

◉ すでに学んだ形にする

**例題 3** 分数をふくむ方程式の解き方  
次の方程式を解きなさい。

$$\frac{x+1}{2}=\frac{1}{5}x+2$$

**解答**

$$\frac{x+1}{2} \times 10 = \left(\frac{1}{5}x+2\right) \times 10$$

$$(x+1) \times 5 = 2x+20$$

$$5x+5 = 2x+20$$

$$3x = 15$$

$$x = 5$$

分数がなくなると計算しやすいね。



? 両辺にかけた 10 はどんな数かな。

補充問題 | 4



**例題3**のように、方程式の両辺に分母の公倍数をかけて、  
分数をふくまない方程式になおすことを、分母をはらう  
といいます。

**問5** 次の方程式を、分母をはらって解きなさい。

▶ 補充問題 5

5

(1)  $\frac{x+1}{3} = \frac{1}{4}x + 1$       (2)  $\frac{3}{4}x - 7 = 2x + \frac{1}{2}$

(3)  $\frac{9x-5}{6} = \frac{8+x}{3}$       (4)  $x + \frac{x-1}{3} = 3$

**話しあおう**

次の方程式を解きましょう。

どことなくふうが考えられるでしょうか。

10

(1)  $0.3x + 2 = 0.1x + 1.6$       (2)  $800x = 2400(x - 2)$

(3)  $0.5x - 2.5 = -x + 2$       (4)  $0.2x - 0.03 = 0.3x + 0.07$

これまでに学んだ方程式は、移項して整理すると、

$$ax = b$$

の形になります。

15

このような方程式を いちじほうていしき **一次方程式** といいます。

一次方程式は、次の手順で解くことができます。

**一次方程式を解く手順**

- 20
- ① 必要であれば、かっこをはずしたり、係数を整数にしたりする。
  - ② 文字の項を一方の辺に、数の項を他方の辺に移項して集める。
  - ③  $ax = b$  の形にする。
  - ④ 両辺を  $x$  の係数  $a$  でわる。

$$\begin{array}{l}
 3(x-2) = x + 2 \\
 3x - 6 = x + 2 \\
 3x - x = 2 + 6 \\
 2x = 8 \\
 x = 4
 \end{array}$$

①  
②  
③  
④





1 次の方程式を解きなさい。

(1)  $3x=21$

(2)  $17x=17$

(3)  $\frac{4}{5}x=8$

(4)  $18=-2x$

(5)  $6x-11=7$

(6)  $6-2x=12$

(7)  $4x-9=3x-15$

(8)  $x-17=-7-3x$

(9)  $9x-70=6x+80$

(10)  $8+4x=10x+16$

(11)  $3x-1200=1200+9x$

(12)  $-18+5x=12x-18$

2 次の方程式を解きなさい。

(1)  $2(x+1)=x+3$

(2)  $3(x-8)=9(4-x)$

(3)  $-3(2x-4)=5(x-2)$

(4)  $80-30(x-5)=110$

(5)  $0.1x=0.4(x-2)-0.1$

(6)  $\frac{1}{4}x-1=\frac{1}{2}x$

(7)  $\frac{2x-7}{3}=\frac{x+1}{2}$

(8)  $5+\frac{3}{100}x=\frac{7}{100}x$

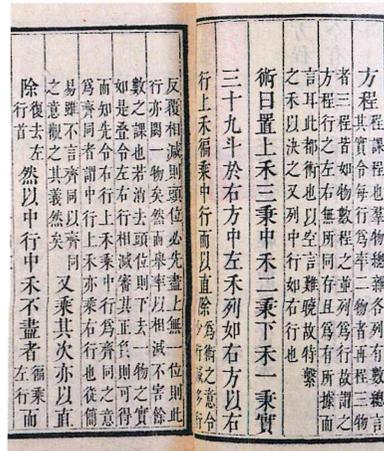


## 「方程式」の由来

古代中国の数学書に「九章算術」という書物があります。

これは、246題の選び抜かれた数学の問題とその答え、解き方が、9つの章に分けられて、紀元1世紀ごろまでにまとめられたものです。

この本は、問題の量と質のよさから、1000年以上にわたって、中国で算数・数学を学ぶための中心的な書物として用いられました。また、日本にも伝わり、江戸時代までの算数・数学に、大きな影響を残しました。



この本の第8章「方程」では、方程式の解き方がとり上げられています。この章の名前が、現在の「方程式」ということばの由来とされています。

# 3 比と比例式

比が等しい関係と比例式について学びましょう。

## ふりかえり 算数

マヨネーズ 30 mL とトマトケチャップ 25 mL を混ぜて、  
オーロラソースをつくります。このオーロラソースで、  
マヨネーズとトマトケチャップの量の比は、

$$30 : 25 = 6 : 5$$

と表され、比の値は  $\frac{6}{5}$  になります。



比  $a : b$  で、 $a$ 、 $b$  を比の項といい、 $\frac{a}{b}$  を **比の値** あたひ といいます。

$a : b$  の比の値  $\frac{a}{b}$  と、 $c : d$  の比の値  $\frac{c}{d}$  が等しいとき、  
2つの比  $a : b$  と  $c : d$  は等しいといい、次のように表します。

$$a : b = c : d$$

このような比が等しいことを表す式を **比例式** ひれいしき といいます。

## ◎ ひろげよう

比例式  $x : 4 = 3 : 7$  ……①

を成り立たせる  $x$  の値は、どうすれば求められるでしょうか。

①の式は、両辺の比の値が等しいことから、

$$\frac{x}{4} = \frac{3}{7} \quad \dots\dots ②$$

となり、これまでに学んだ方程式の形にすることができます。

◇ **すでに学んだ形にする**

したがって、②の方程式を解くことで、①を成り立たせる  $x$  の値を求めることができます。

比例式にふくまれる文字の値を求めることを、**比例式を解く** ひれいしき と  
といいます。

**問1** 次の比例式を解きなさい。

(1)  $x : 8 = 3 : 2$                       (2)  $3 : 4 = x : 5$

**比例式の性質について学びましょう。**

比例式  $a : 4 = c : 5$  があるとき、両辺の比の値は等しいので、右のような式の変形ができます。

この変形を見なおすと、次のようになっています。

$$\begin{array}{l}
 a : 4 = c : 5 \\
 \frac{a}{4} = \frac{c}{5} \\
 \frac{a}{4} \times 4 \times 5 = \frac{c}{5} \times 4 \times 5 \\
 5a = 4c
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{比の値} \\
 \times 4 \times 5
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc}
 & \text{外側の項の積} & \\
 & \downarrow & \\
 a : 4 = c : 5 & \longrightarrow & 5a = 4c \\
 & \uparrow & \\
 & \text{内側の項の積} & 
 \end{array}$$

このことは、どんな比例式でも成り立ちます。

**比例式の性質**

比例式の外側の項の積と内側の項の積は等しい。

$a : b = c : d$     ならば、     $ad = bc$

$$\begin{array}{c}
 ad \\
 \text{---} \\
 a : b = c : d \\
 \text{---} \\
 bc
 \end{array}$$

**例1** 比例式の性質を使って比例式を解く

|                     |                         |
|---------------------|-------------------------|
| (1) $x : 6 = 7 : 3$ | (2) $x : (x+4) = 2 : 3$ |
| $3x = 42$           | $3x = 2(x+4)$           |
| $x = 14$            | $3x = 2x + 8$           |
|                     | $x = 8$                 |

**問2** 次の比例式を解きなさい。

(1)  $x : 21 = 3 : 7$                       (2)  $15 : 6 = x : 8$   
 (3)  $9 : 4 = 2 : x$                       (4)  $(x+2) : x = 5 : 3$

▶ 補充問題 6



**練習問題**

3 比と比例式

**1** 次の比例式を解きなさい。

(1)  $3 : 12 = x : 36$                       (2)  $12 : x = 4 : 7$   
 (3)  $x : \frac{1}{2} = 4 : \frac{15}{2}$                       (4)  $x : 3 = (x+3) : 4$

