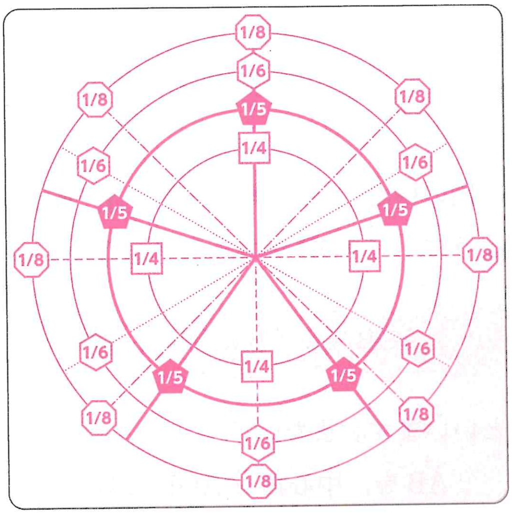
4節 円とおうぎ形

みんなで仲よく分けよう

等分する道具のしくみ

買ってきたケーキをみんなで分けて食べることにしました。

下の道具の上にケーキを置いて，1/5 がかいてある５本の線にそってケーキを切ると，５等分することができます。



話しあおう

この道具を使うと，ケーキを５等分することができるのはなぜでしょうか。

どこに着目すればいいのかな？

円とおうぎ形の性質や計量について学びましょう。

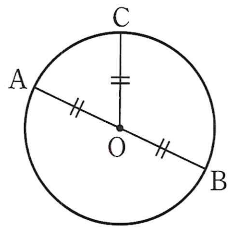
1 円とおうぎ形の性質

円の弧と弦について学びましょう。

点Ｏを中心とする円を，円Ｏといいます。

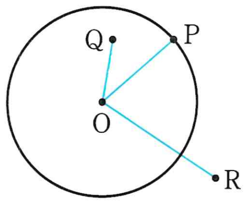
円Ｏで，中心Ｏと円周上の点を結ぶ線分は，円周上の点をどこにとっても，長さが等しく，その円の半径になります。

また，直径は，半径の２倍になります。



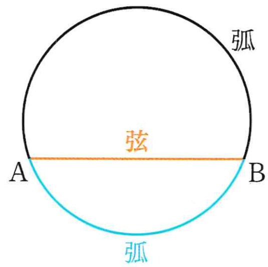
直径 AB が半径 OA の２倍
➡ AB=2OA

問1 右の図の円Ｏで，点 P，Q，R は，それぞれ，円周上の点，円の内部の点，円の外部の点です。このとき，線分 OP と OQ，OP と OR の長さの関係を，それぞれ不等号を使って表しなさい。



円周上に２点 A，B をとるとき，円周の A から B までの部分を，**弧**（こ） AB といい，$\overset{\frown}{AB}$ と表します。

また，$\overset{\frown}{AB}$ の両端の点を結んだ線分を，**弦**（げん） AB といいます。



問2 円の中心を通る弦のことを何といいますか。

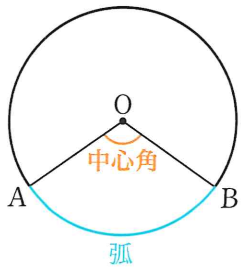
円の中心Ｏと円周上の２点 A，B を結ぶと，右の図のように，∠AOB ができます。このとき，

∠AOB を，$\overset{\frown}{AB}$ に対する **中心角**（ちゅうしんかく）

といいます。また，

$\overset{\frown}{AB}$ を，中心角 ∠AOB に対する弧

といいます。

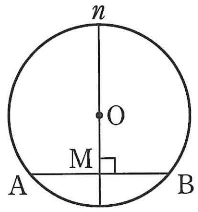


問3 弦 AB が直径のとき，$\overset{\frown}{AB}$ に対する中心角は何度ですか。

ふりかえり 算数

円は線対称な図形で，対称の軸は直径です。
また，円は点対称な図形でもあり，対称の中心は円の中心です。

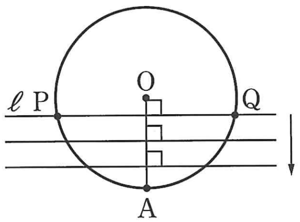
問4 右の図で，直径 n は弦 AB と点 M で垂直に交わっています。
このとき，直径 n と弦 AB の間には，どんな関係がありますか。



円の接線について学びましょう。

ひろげよう

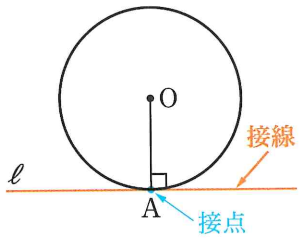
円 O で，半径 OA に垂直な直線 ℓ と円周の交点を P，Q とします。
直線 ℓ を矢印の方向に平行移動していくと，点 P，Q はどうなるでしょうか。



上の ひろげよう で，直線 ℓ を，矢印の方向に平行移動していくと，2 つの交点 P，Q はしだいに近づいていき，ついには，円周上の点 A と重なります。

点P，Qはどうなるかな？

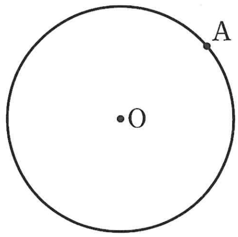
このように，円と直線が 1 点だけを共有するとき，直線は円に **接する** といいます。また，右の図のように，直線 ℓ が円 O に接しているとき，直線 ℓ を円 O の **接線**，点 A を **接点** といいます。



円の接線の性質

円の接線は，その接点を通る半径に垂直である。

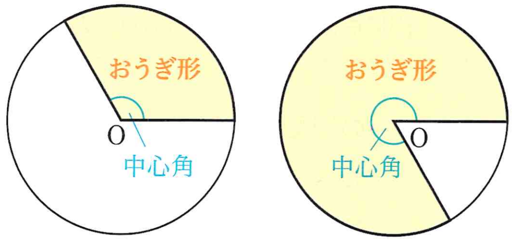
問5 右の図の円 O で，円周上の点 A を接点とする接線 ℓ を作図しなさい。



おうぎ形について学びましょう。

円の２つの半径と弧で囲まれた図形を，**おうぎ形**（がた）といいます。

また，おうぎ形の２つの半径がつくる角を，そのおうぎ形の**中心角**といいます。



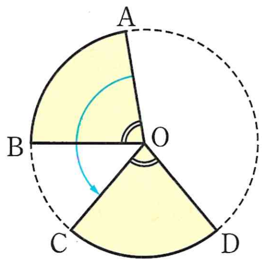
問6　半径３cm で，中心角が次の大きさのおうぎ形を，それぞれかきなさい。

(1)　45°　　(2)　180°　　(3)　240°

身のまわりから おうぎ形とみる ことができるものを 見つけてみよう。

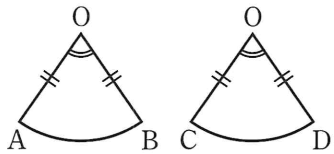
右の図のように，１つの円で，中心角の大きさが等しい２つのおうぎ形があります。

このとき，おうぎ形 OAB を，点 O を中心として回転移動すると，おうぎ形 OCD に重なります。



このことから，次のことがいえます。

半径と中心角が等しい２つのおうぎ形は合同で，その弧の長さや面積は，それぞれ等しい。



$\overset{\frown}{AB}$ と $\overset{\frown}{CD}$ の長さが等しい

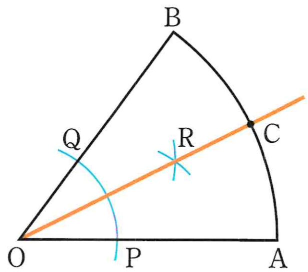
➡ $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$

説明しよう

右の図は，おうぎ形 OAB の $\overset{\frown}{AB}$ 上に，

$$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BC}$$

となる点 C を作図したものです。作図の手順と，この関係が成り立つ理由を説明しましょう。



2 円とおうぎ形の計量

円の周の長さと面積の求め方について学びましょう。

ひろげよう

金沢(かなざわ)21世紀美術館は，上空から見ると，直径が113mの円の形をしています。この円の周の長さと面積を求める式を書きましょう。

金沢21世紀美術館
（石川県金沢市）

ふりかえり 算数

円の周の長さ＝直径×円周率
円の面積＝半径×半径×円周率

円周率は，円周の直径に対する割合です。そのくわしい値は，

3.14159265358979323846264338327950288419716 93……

ですが，およその値として，3.14がよく使われます。

この円周率を，これからはギリシャ文字 π(パイ) で表します。

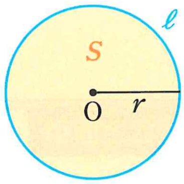
円周率に π を使うと，円の周の長さと面積は，次のように表すことができます。

円の周の長さと面積

半径 r の円の周の長さを ℓ，面積を S とすると，

周の長さ　$\ell=2\pi r$

面　　積　$S=\pi r^2$



例1 円の周の長さと面積

半径5cmの円では，

周の長さ …… $2\pi\times5=10\pi$（cm）

面　　積 …… $\pi\times5^2=25\pi$（cm^2）

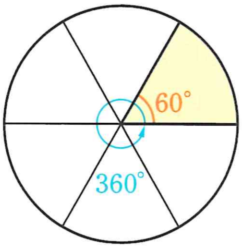
問1 直径20cmの円の周の長さと面積を求めなさい。

▶補充問題 7

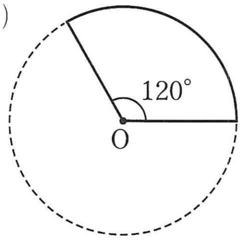
おうぎ形の弧の長さと面積の求め方について学びましょう。

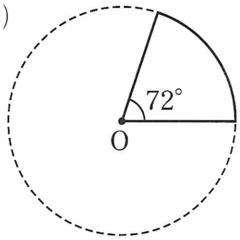
1つの円では，おうぎ形の弧の長さや面積は，その中心角の大きさで決まります。

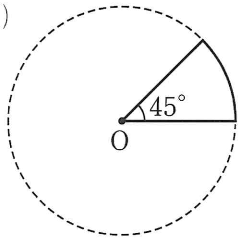
右の図のような，中心角が60°のおうぎ形の弧の長さや面積は，同じ半径の円の周の長さや面積の $\dfrac{60}{360}$ 倍です。



問2 下の図のおうぎ形の弧の長さは，同じ半径の円の周の長さの何倍ですか。また，おうぎ形の面積は，同じ半径の円の面積の何倍ですか。

(1)


(2)


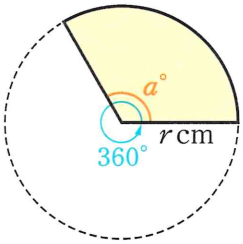
(3)


半径$r$cm，中心角a°のおうぎ形の弧の長さと面積は，それぞれ，半径$r$cmの

円の周の長さ　$2\pi r$ cmの $\dfrac{a}{360}$ 倍，

円の面積　πr^2 cm^2の $\dfrac{a}{360}$ 倍

になります。

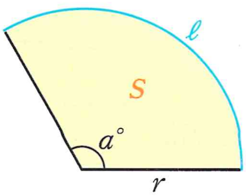


おうぎ形の弧の長さと面積

半径r，中心角a°のおうぎ形の弧の長さをℓ，面積をSとすると，

弧の長さ　$\ell = 2\pi r \times \dfrac{a}{360}$

面　　積　$S = \pi r^2 \times \dfrac{a}{360}$



学びをいかそう
移動を使って面積を求めよう
p.282

学びをいかそう
おうぎ形の面積
p.283

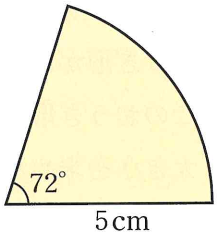
このことから，1つの円では，おうぎ形の弧の長さや面積は，中心角の大きさに比例することがわかります。

例2 おうぎ形の弧の長さと面積

半径5cm，中心角72°のおうぎ形では，

弧の長さ …… $2\pi\times5\times\dfrac{72}{360}=2\pi$（cm）

面　　積 …… $\pi\times5^2\times\dfrac{72}{360}=5\pi$（$\mathrm{cm}^2$）



問3 次のようなおうぎ形の弧の長さと面積を求めなさい。 ▶補充問題 8

(1) 半径6cm，中心角60°

(2) 半径4cm，中心角225°

ひろげよう

右の図で，印をつけた角は，すべて同じ大きさになっています。

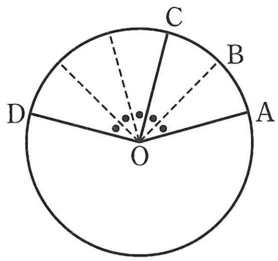
このとき，おうぎ形OACとおうぎ形OADで，次の比を求めましょう。

(1) 中心角∠AOCと∠AODの大きさの比

(2) $\overset{\frown}{AC}$と$\overset{\frown}{AD}$の長さの比

(3) おうぎ形OACとおうぎ形OADの面積の比

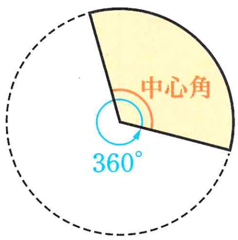
(1)〜(3)から，2つのおうぎ形の中心角の大きさの比と弧の長さや面積の比について，どんなことがわかるでしょうか。



∠AOBの大きさが∠AOCの大きさの半分

➡ $\angle AOB=\dfrac{1}{2}\angle AOC$

1つの円では，おうぎ形の弧の長さや面積の比は，中心角の大きさの比と等しくなります。

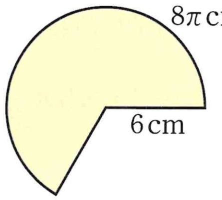


また，円とおうぎ形について，長さや面積の関係を，比例式を使って表すと，次のことがいえます。

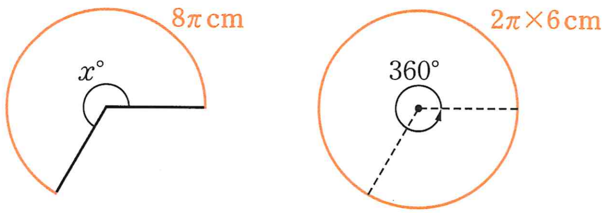
> 半径の等しい円とおうぎ形では，
>
> （おうぎ形の弧の長さ）:（円の周の長さ）=（中心角の大きさ）: 360
>
> （おうぎ形の面積）:（円の面積）=（中心角の大きさ）: 360

例題 1　おうぎ形の中心角の求め方

半径 6 cm，弧の長さ 8π cm のおうぎ形があります。
このおうぎ形の中心角の大きさを求めなさい。



考え方　半径 6 cm の円の周の長さを求め，おうぎ形の中心角を $x°$ として，比例式をつくります。



解答

半径 6 cm の円の周の長さは 12π cm だから，
このおうぎ形の中心角を $x°$ とすると，

$$8\pi : 12\pi = x : 360$$

これを解くと，

$$12\pi \times x = 8\pi \times 360$$

$$x = 240$$

<u>240°</u>

ふりかえり　1年

比例式の性質 p.100

$a : b = c : d$

ならば，

$ad = bc$

例題 1 では，174 ページのおうぎ形の弧の長さの公式を使って，次のように求めることもできます。

解答

中心角を $x°$ とすると，

$$8\pi = 2\pi \times 6 \times \frac{x}{360}$$

これを解くと，　$x = 240$

<u>240°</u>

問4　上の 例題 1 のおうぎ形の面積を求めなさい。

問5　半径 9 cm，弧の長さ 5π cm のおうぎ形の中心角の大きさと面積を求めなさい。

▶ 補充問題 9

円周率の活躍は続く

円周率の歴史は古く，アルキメデスが小数点以下 2 けたの 3.14 まで求めたのは，紀元前 3 世紀ごろといわれています。

円周率を何けたまで求めることができるかについては，現在も更新され続けています。

2021 年 8 月に，スイスのグラウビュンデン応用科学大学は，コンピュータを使って，円周率を 62 兆 8000 億けたまで計算したことを発表しました。

それから，約 10 ヵ月後の 2022 年 6 月に，こんどはアメリカのある企業が 100 兆けたまで計算しました。

円周率を膨大なけた数まで計算することは，コンピュータの性能をためすための手段にもなっています。

円周率の世界記録に挑戦

また，円周率は，いろいろな場面で利用されています。

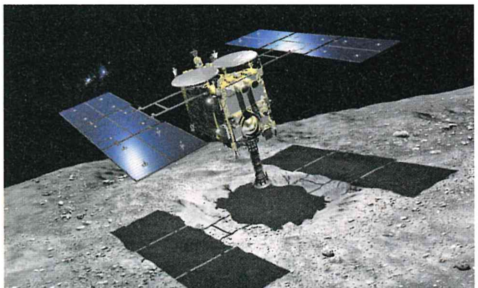
① 車のタイヤの設計

車のタイヤの設計にも円周率が使われています。使用する円周率のけた数は，タイヤの精度や企業の技術力に関係するので公開されていません。

② 宇宙開発

アメリカ航空宇宙局 (NASA) は，探査機に搭載するパラシュートの直径の計算など，円周率を使用する 18 の場面をホームページで紹介しています。

日本でも，宇宙航空研究開発機構 (JAXA) が「はやぶさ 2」の軌道計算に小数点以下 15 けたの円周率を使用しています。



はやぶさ 2