

6章 空間図形

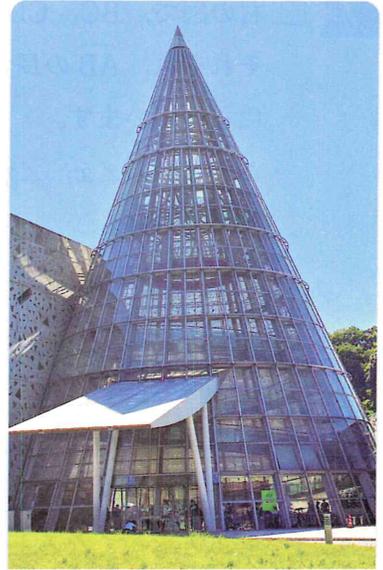
立体をなかま分けしよう



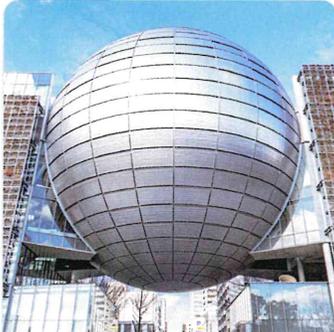
下の写真の建物は、次のページの㊦～㊩のどの立体とみることができるでしょうか。



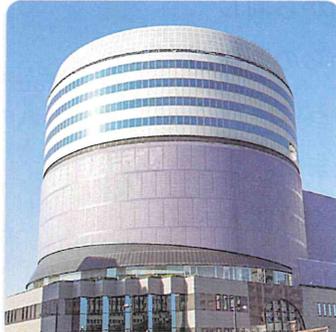
ちよだ ひびや
千代田区立日比谷図書文化館（東京都千代田区）



愛媛県総合科学博物館
（愛媛県新居浜市）



なごや
名古屋市科学館
（愛知県名古屋市）



岡山シンフォニーホール
（岡山県岡山市）



ちが
どれも違う
立体に
みえるね。



にま おおだ
仁摩サンドミュージアム（島根県大田市）



なかのしま
大阪中之島美術館（大阪府大阪市）

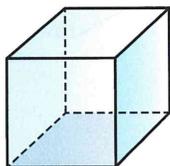
1

節

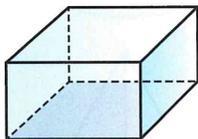
立体と空間図形

ふりかえり 算数

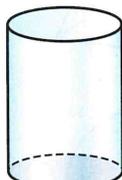
算数では、下のような立体について学びました。



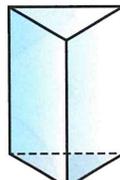
立方体



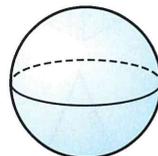
直方体



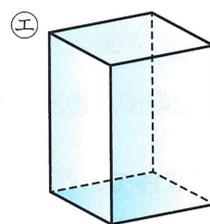
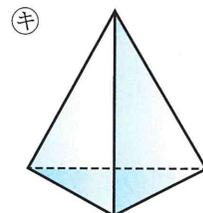
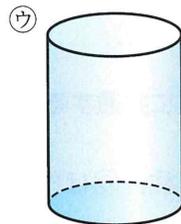
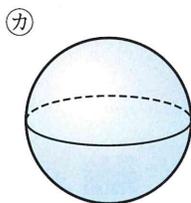
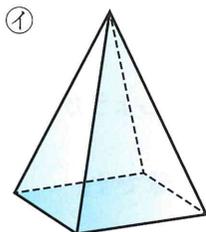
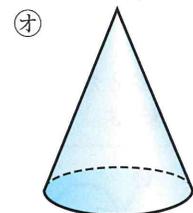
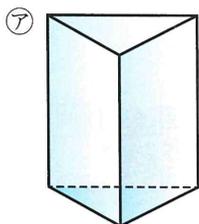
円柱



角柱



球



話しあおう

5

①～⑦の立体を、いろいろな見方でなにか分けましょう。また、どのようになにか分けたのかを説明しましょう。

平らでない面もあるね。

いろいろな形の面があるよ。

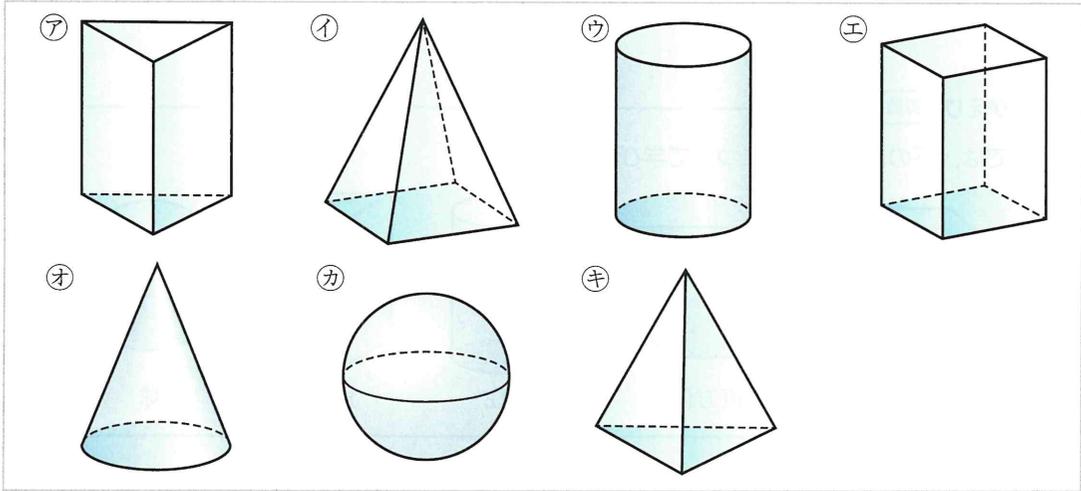


分類整理する

立体の特徴を、いろいろな見方で調べましょう。

1 いろいろな立体

立体の特徴について考えましょう。



◎ ひろげよう

上の①, ②, ③の立体に共通する特徴は何でしょうか。

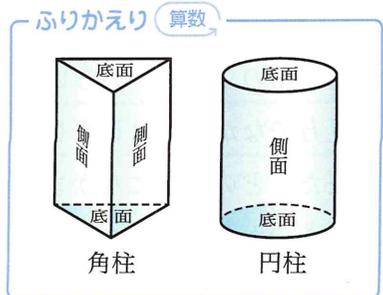
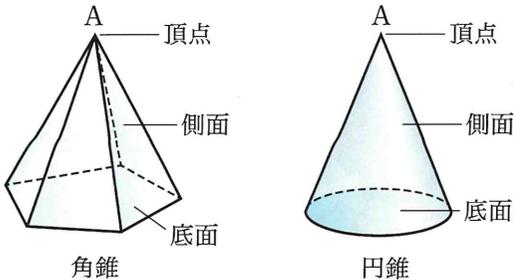
上の立体で、①, ②は角柱、③は円柱、④は球です。

①, ③のような立体を **角錐**、②のような立体を **円錐** といいます。

角錐や円錐でも、下の図のように、**底面** と **側面** があります。また、下の図の点Aを、それぞれ、角錐、円錐の **頂点** といいます。



「錐」は「きり」とも読むよ。
さきのとがったきりの意味だよ。



角錐で、底面が三角形、四角形、五角形、……のものを、それぞれ、三角錐、四角錐、五角錐、……といいます。

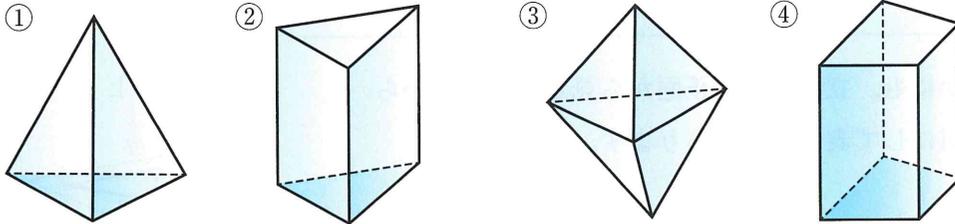
いくつかの平面で囲まれた立体について学びましょう。

◎ ひろげよう

前ページの㊦～㊫の立体で、平面だけで囲まれているものはどれでしょうか。また、それらの立体は、それぞれ、
5 ↓ いくつかの平面で囲まれているのでしょうか。

いくつかの平面で囲まれた立体を ^{ためんたい}多面体 といい、その面の数によって、四面体、五面体、六面体、……とといいます。

? 円柱や円錐、球は多面体といえるかな。



問1 上の①～④の多面体は、それぞれ何面体ですか。

問2 面の数をもっとも少ない多面体は、何面体ですか。



数学



ライブラリー

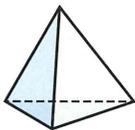


正多面体

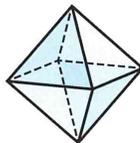
多面体のうち、すべての面が合同な正多角形で、どの頂点に集まる面の数も等しく、へこみのないものを正多面体といいます。

正多面体には、次の5種類しかありませんが、
15 2000年以上前から知られています。

学びをいかに
正多面体の特徴をさぐる
p.284～p.285



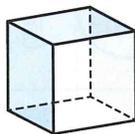
正四面体



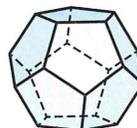
正八面体



正二十面体



正六面体(立方体)



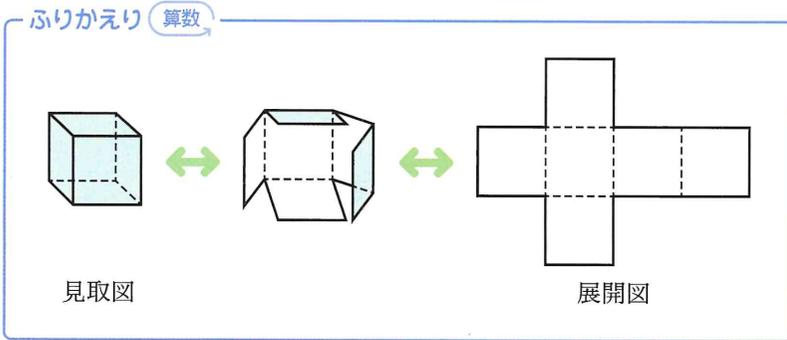
正十二面体



正多面体の特徴
を見てみよう

見取図，展開図のほかに，立体を平面に表す方法を学びましょう。

算数では，立体を表す方法として，見取図と展開図を学びました。

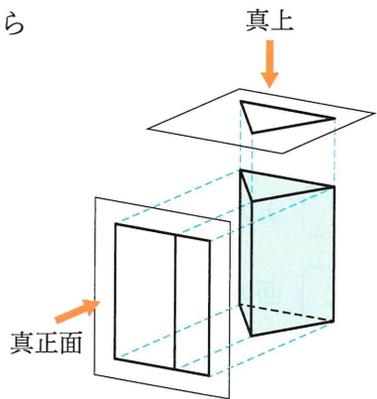


このほかにも，立体を，真正面から見た図と真上から見た図を組にして表す方法があります。

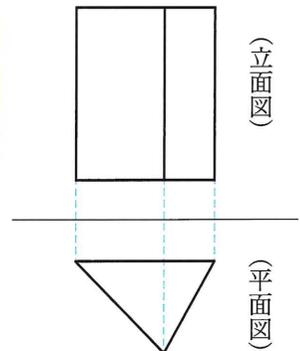
◎ ひろげよう

右の三角柱を真正面から見ると，どんな形に見えるでしょうか。

また，真上から見ると，どんな形に見えるでしょうか。



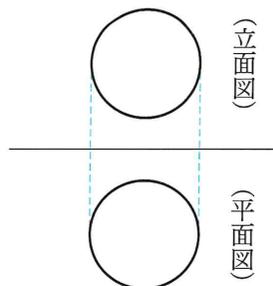
立体を，真正面から見た図を ^{りつめんず} 立面図 といい，
真上から見た図を ^{へいめんず} 平面図 といいます。
また，立面図と平面図をあわせて，^{とうえいず} 投影図 といいます。



上の ◎ ひろげよう の三角柱の投影図は，
右の図のように表されます。



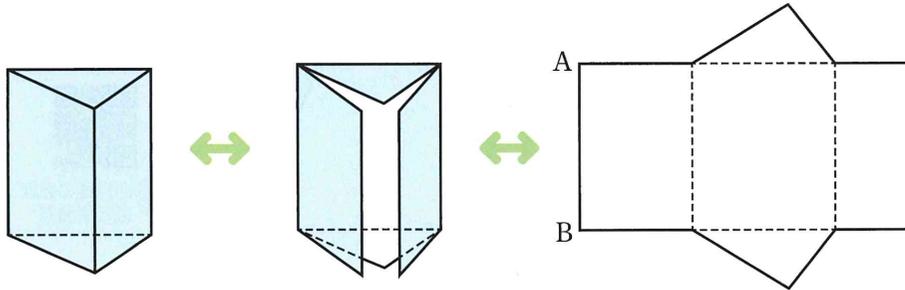
問3 183 ページの㊦～㊫のうち，
右の投影図で表される立体を
選びなさい。



いろいろな立体の特徴を、見取図や展開図、投影図を使って調べましょう。

▶ 角柱と角錐

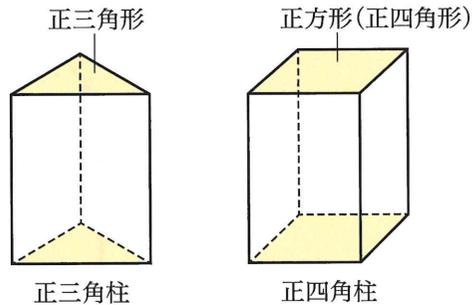
三角柱の見取図と展開図は、下の図のようになります。



角柱では、2つの底面は合同な多角形で、側面は長方形です。

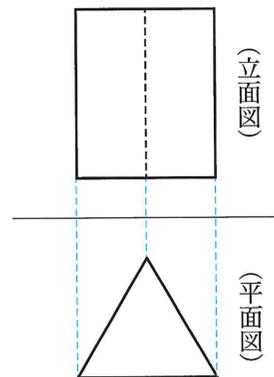
- 5 **問4** 上の展開図をもとにして三角柱をつくる時、点Aと重なる点に○の印をつけなさい。
また、辺ABと重なる辺に〰の印をつけなさい。

角柱のうち、底面が、正三角形、正方形、正五角形、……であるものを、それぞれ、正三角柱、正四角柱、正五角柱、……といいます。



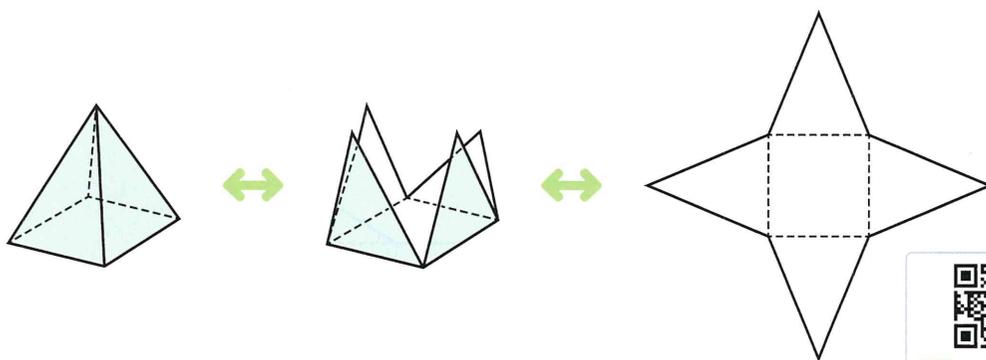
正三角柱の底面が正三角形であることは、右のような投影図で表すとよくわかります。

- 15 **注意** 右の投影図では、見えない辺を破線-----で示しています。



- 問5** 正三角柱の側面の3つの長方形について、どんなことがいえますか。

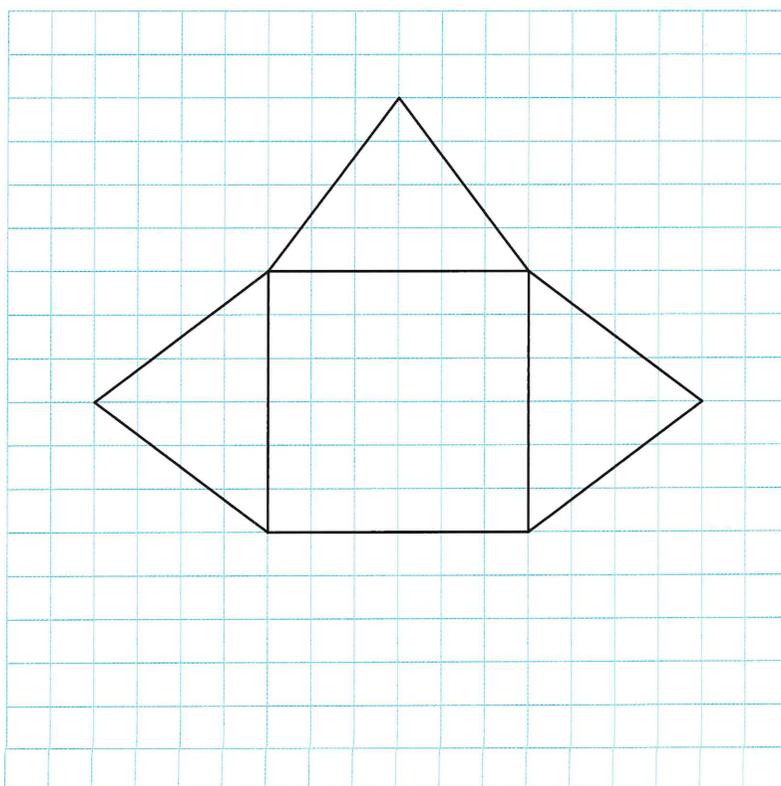
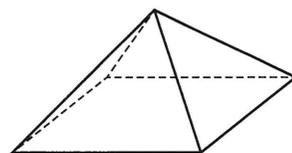
四角錐の見取図と展開図は、下の図のようになります。



角錐の底面は1つの多角形で、側面は三角形です。

問6

右の図のような、底面が正方形で、4つの側面のすべてが二等辺三角形である四角錐があります。下の図で、この四角錐の展開図を完成させなさい。

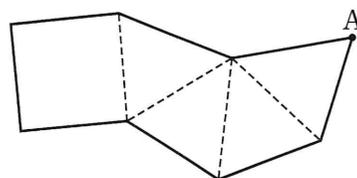


同じ立体でも展開図は1つではないね。

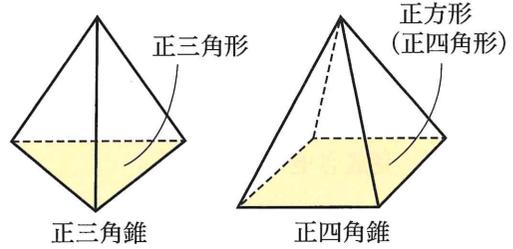


問7

右の展開図をもとにして四角錐をつくるとき、点Aと重なる点に○の印をつけなさい。



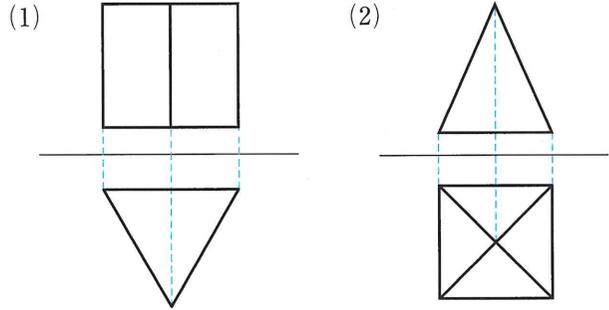
角錐のうち、底面が、正三角形、正方形、正五角形、……で、側面がすべて合同な二等辺三角形であるものを、それぞれ、正三角錐、正四角錐、正五角錐、……と



5

問8

右の(1), (2)の投影図で表される立体を、下の(ア)~(エ)から選びなさい。
 (ア) 直方体 (イ) 三角柱
 (ウ) 三角錐 (エ) 四角錐



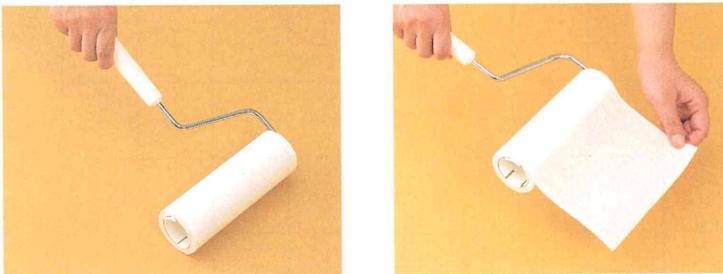
10

▶ 補充問題 1

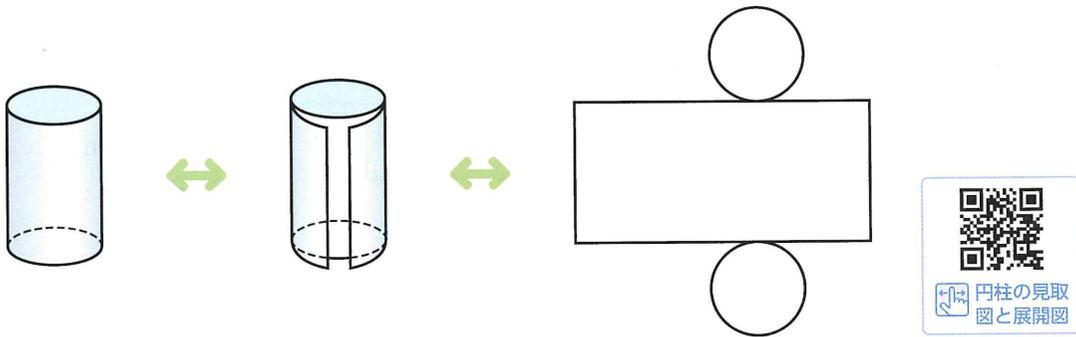
▶ 円柱と円錐

◎ ひろげよう

下の写真のような、ごみ取り用ローラーのシートを1周分はがすと、どんな図形になるでしょうか。



円柱の見取図と展開図は、下の図のようになります。



円柱では、2つの底面は合同な円で、側面は曲面です。また、側面の展開図は長方形になります。

15

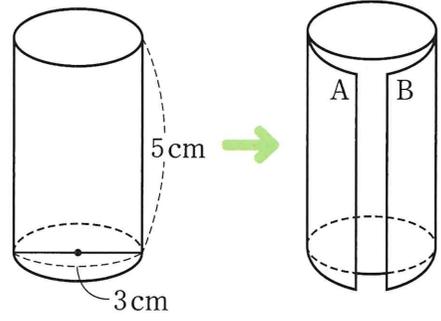


円柱の見取図と展開図

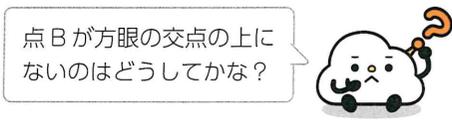
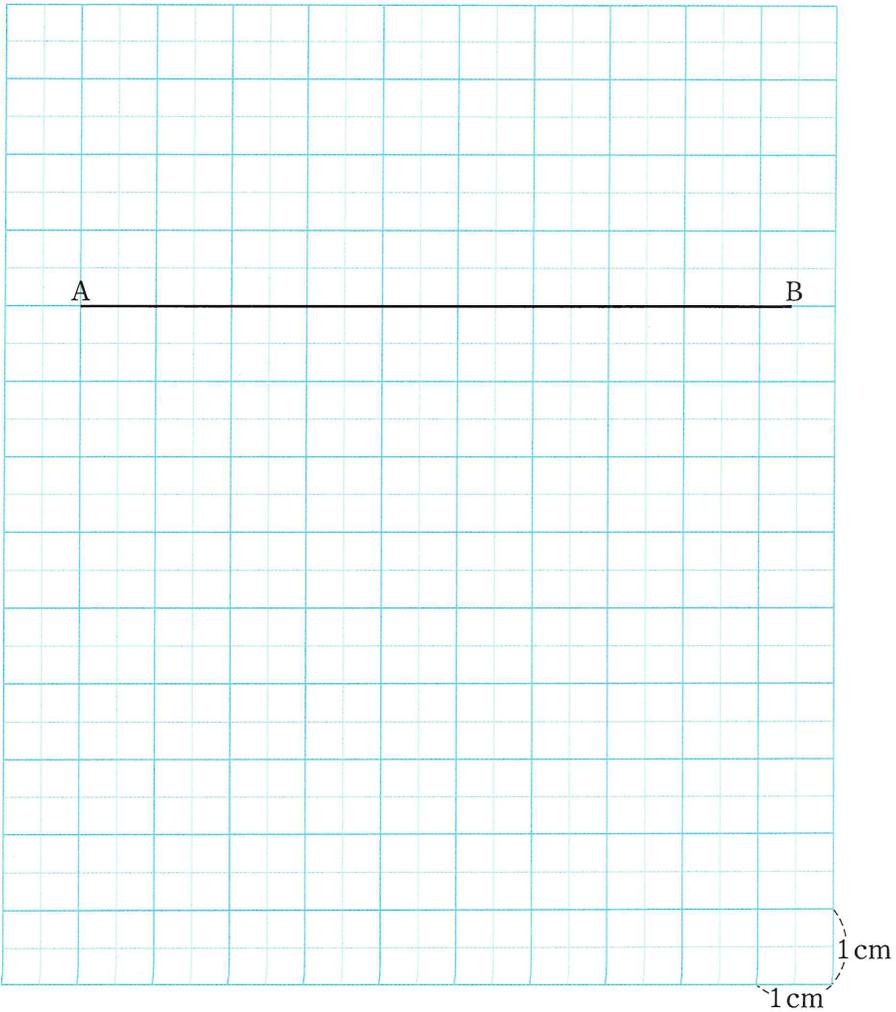


問9

右のような、底面の直径が3cmで、高さが5cmの円柱があります。下の図で、この円柱の展開図を完成させなさい。また、完成させた展開図を組み立てて円柱をつくる時、線分ABと重なるところに~~~~の印をつけなさい。



5

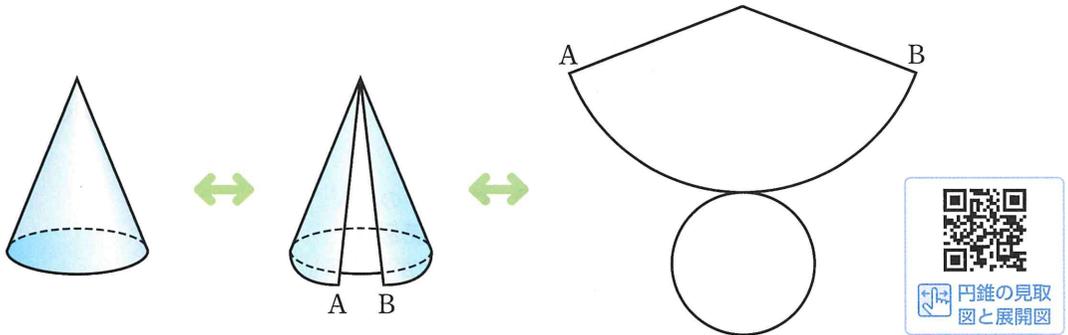


GO ひろげよう

右の写真のような、
アイスクリームの
包み紙をひらくと、
どんな図形になる
でしょうか。



円錐の見取図と展開図は、下の図のようになります。

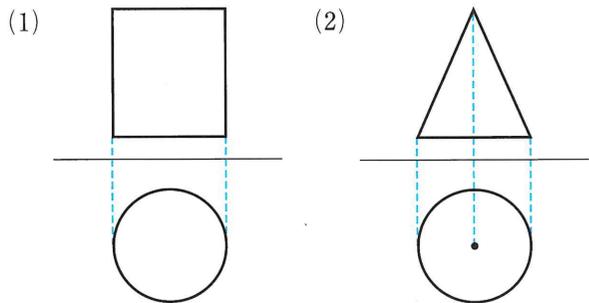


円錐の底面は1つの円で、側面は曲面です。
また、側面の展開図はおうぎ形になります。

問10 上の展開図をもとにして円錐をつくる時、 \widehat{AB} と
重なるところに~~~~の印をつけなさい。

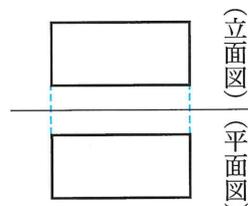
問11 右の(1)、(2)の投影図で
表される立体を、下の
(ア)~(エ)から選びなさい。

- (ア) 円柱 (イ) 円錐
(ウ) 球 (エ) 角錐



話しかおう

ある立体の投影図をかいたところ、
右の図のように、立面図と平面図が合同な
長方形になりました。どのような立体と
考えられるでしょうか。

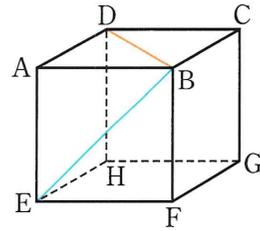


まとめよう

これまでに、平面上に表現をして立体を調べる方法として、見取図、展開図、投影図を学んできました。それらの図の特徴を、下の見取図の例を参考にしてまとめましょう。

分類整理する

| | 特徴 |
|-----|---|
| 見取図 | <p>こんなときに便利</p> <ul style="list-style-type: none"> ・辺や面のつながりをとらえたいとき ・立体の形を想像したいとき <p>こんなところに注意</p> <ul style="list-style-type: none"> ・辺の長さや角の大きさ、面の形や面積などは、実際の立体とは異なる場合がある。 <p>例えば、右の立方体の見取図では、BEの方がBDよりも長く見えるが、展開図や投影図をかくと、実際の長さは同じであることがわかる。</p> |



数学



ライブラリー

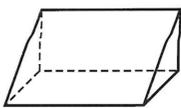


側面図

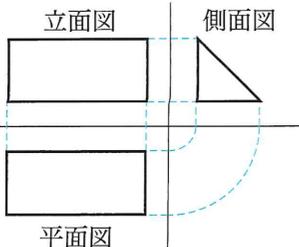
前ページの(話しあおう)の投影図で表される立体は、直方体や円柱など、いろいろ考えられます。このように、立面図と平面図だけでは、表される立体が1つに決まらないことがあります。そのため、投影図に、側面図とよばれる立体を真横から見た図を加えて表すこともあります。

例えば、図(ア)のような三角柱の場合、図(イ)のように表すことができ、側面図がないときよりも、立体の特徴をより正確に知ることができます。

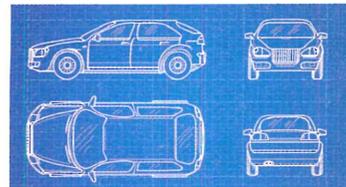
(ア)



(イ)



自動車のカタログなどには、こうした投影図の考え方が使われていることがあります。



2 空間内の平面と直線

平面が1つに決まる場合について考えましょう。

◎ ひろげよう

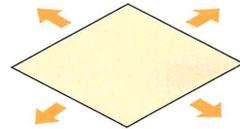
右の写真の中から、
平面や直線とみる
ことができるものを
見つけましょう。



上の画像で、たたみのふちをまっすぐに限りなく
のばすと、直線とみることができます。

引き戸は平らな面ですが、これらを延長して
ひろげると、平らに限りなくひろがっている面と
考えることができます。

これからは、このような面を平面とよびます。



どこまでも
ひろがって
いるんだね。



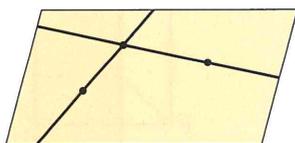
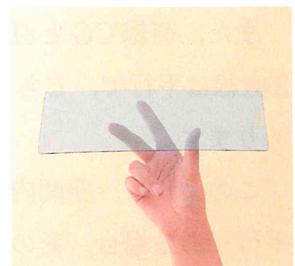
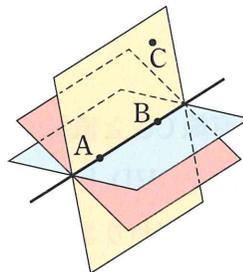
右の図のように、2点A、Bを
ふくむ平面はいくつもありますが、
そのうち、直線AB上にない点Cを
通る平面は、1つしかありません。

このことから、

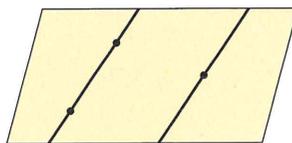
同じ直線上にない3点を通る平面は1つしかない

ことがわかります。

また、交わる2直線をふくむ平面、平行な2直線を
ふくむ平面も1つしかありません。



交わる2直線



平行な2直線

説明しよう

三脚さんきやくを使ってカメラを支えると安定しますが、机あしのように脚が4本だとぐらつくことがあります。その理由を説明しましょう。



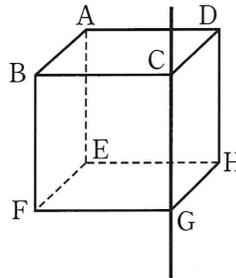
2直線の位置関係について考えましょう。

平面上の2直線の位置関係には、「交わる」と「平行である」の2つの場合があります。空間内の2直線には、どのような位置関係があるかを調べましょう。



ひろげよう

右の図の立方体で、辺を直線とみたとき、直線CGと交わる直線はどれでしょうか。また、直線CGと交わらない直線はどれでしょうか。



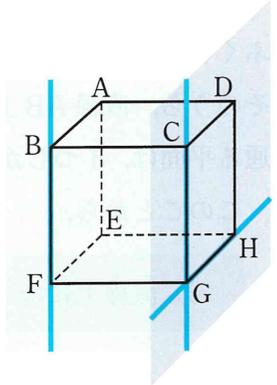
辺を、限りなくのばした直線として考えるよ。



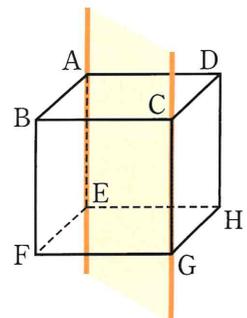
立方体で、直線CGと直線GHは、点Gで交わり、どちらの直線も平面CGHD上にあります。

また、直線CGと直線BFは交わりません。この2直線は平行で、どちらの直線も平面BFGC上にあります。

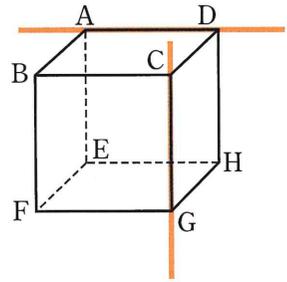
このように、空間内の2直線が、交わる場合や平行である場合、その2直線は同じ平面上にあります。



立方体では、直線CGと直線AEも平行で、どちらも平面AEGC上にあります。

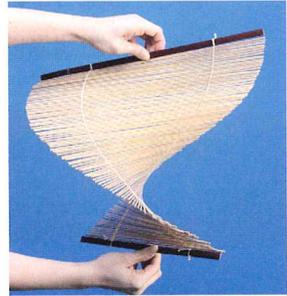


前ページの **CG** ひろげよう の立方体で、例えば、直線 CG と直線 AD は、右の図のような位置関係にあります。



空間内の2直線が、平行でなく、交わらないとき、その2直線は、**ねじれの位置** にあるといえます。

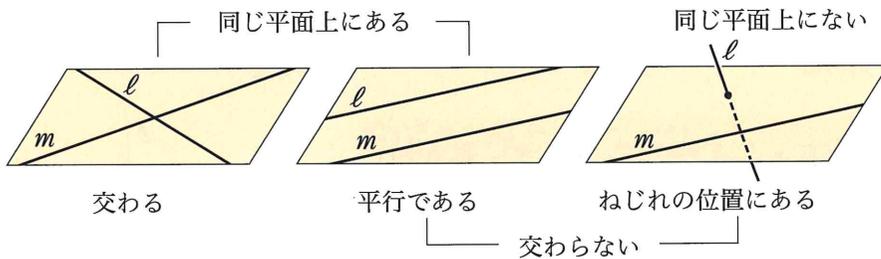
直線 CG と直線 AD は、ねじれの位置にあります。ねじれの位置にある2直線は、同じ平面上にありません。



問1 2本の鉛筆を2つの直線とみて、2直線のいろいろな位置関係を示しなさい。

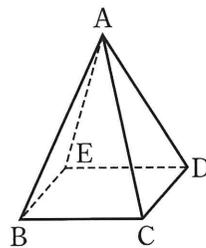
空間内の2直線 l , m の位置関係には、次の3つの場合があります。

◇ 分類整理する



問2 右の図の正四角錐で、次の関係にある直線をすべていいなさい。

- (1) 直線 BC と交わる直線
- (2) 直線 BC と平行な直線
- (3) 直線 BC とねじれの位置にある直線



▶ 補充問題 2

話しあおう

身のまわりから、平行やねじれの位置にある2直線とみることができるものを見つけましょう。



西川・新川立体交差 (新潟県新潟市)

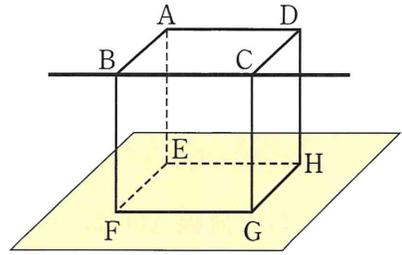
補充問題 | 2



直線と平面の位置関係について考えましょう。

◎ ひろげよう

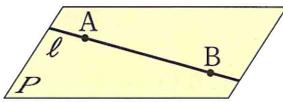
右の図の立方体で、辺を直線、面を平面とみたとき、直線 BC と平面 EFGH は、
 5 どのような位置関係にあるでしょうか。
 また、直線 BC とほかの5つの平面は、
 ↓ どのような位置関係にあるでしょうか。



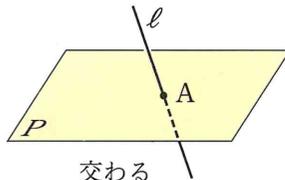
直線 l と平面 P が交わらないとき、直線 l と平面 P は **平行** であるといいます。

10 直線 l と平面 P の位置関係には、次の3つの場合があります。

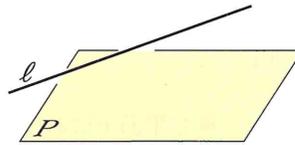
◇ 分類整理する



直線は平面上にある



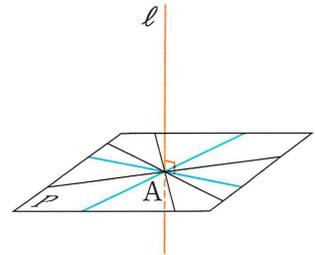
交わる



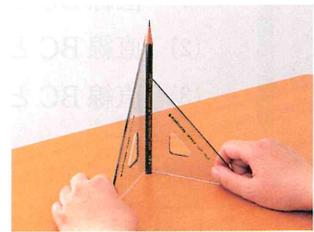
平行である

直線 l が平面 P と点 A で交わっていて、点 A を通る平面 P 上のすべての直線と垂直であるとき、直線 l と平面 P は **垂直** であるといいます。

このとき、直線 l を平面 P の **垂線** といいます。

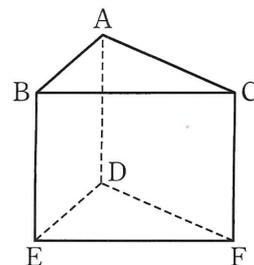


15 直線 l と平面 P が垂直であることを確かめるときには、交点 A を通る平面 P 上の2つの直線と直線 l が、それぞれ垂直であることを示します。

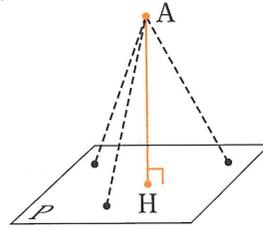


問3 右の図の三角柱で、次の関係にある直線をすべていいなさい。

- (1) 平面 ABC 上にある直線
- (2) 平面 ABC と垂直な直線
- (3) 平面 ABC と平行な直線



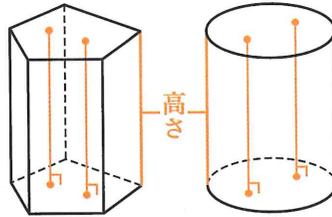
右の図で、点Aから平面Pに垂線をひき、平面Pとの交点をHとします。このとき、線分AHは、点Aと平面P上の点を結ぶ線分のうち、もっとも短いものになります。



5

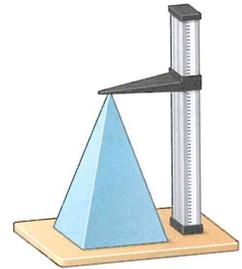
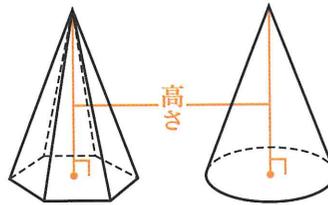
この線分AHの長さを、
点Aと平面Pとの距離^{きょり} といいます。

角柱や円柱では、底面上の点と、もう一方の底面との距離はすべて等しく、この距離を、角柱や円柱の高さといいます。



10

角錐や円錐では、頂点と底面との距離を、角錐や円錐の高さといいます。

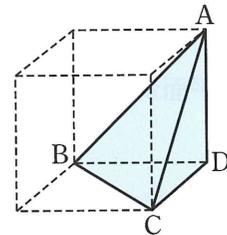


15

問4

右の図のように、立方体の一部を切り取ってできた三角錐があります。次の面を底面としたときの高さは、どこの長さになりますか。

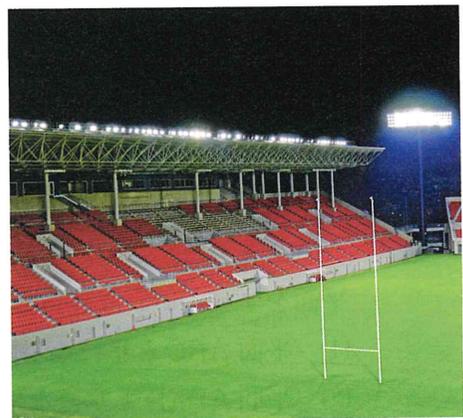
- (1) 面BCDを底面としたとき
- (2) 面ACDを底面としたとき



20

話しあおう

身のまわりから、平面とその垂線とみることができるものを見つけましょう。

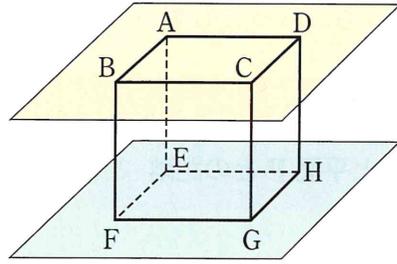


東大阪市花園ラグビー場 (大阪府東大阪市)

2 平面の位置関係について考えましょう。

◎ ひろげよう

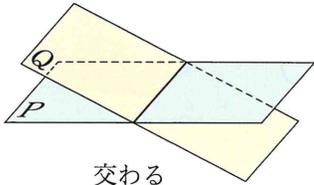
右の図の立方体で、面を平面とみたとき、
平面 ABCD と平面 EFGH は、どんな
位置関係にあるでしょうか。
また、平面 ABCD と、平面 EFGH 以外の
4 つの平面は、どんな位置関係に
あるでしょうか。



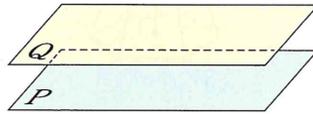
2 つの平面 P, Q が交わらないとき、平面 P と平面 Q は
平行 であるといいます。

2 つの平面 P, Q の位置関係には、次の 2 つの場合があります。

分類整理する



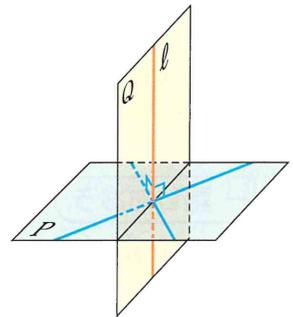
交わる



平行である

2 つの平面が交わる時、その交わりは直線になります。

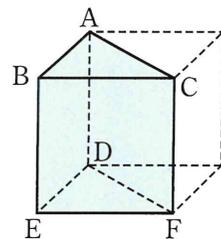
右の図のように、平面 P と平面 Q が交わっていて、
平面 Q が、平面 P に垂直な直線 l をふくんでいるとき、
2 つの平面 P, Q は 垂直 であるといいます。



問5 右の図のように、立方体を 2 つに切って三角柱を
つくりました。この三角柱で、次の関係にある
平面をすべていいなさい。

▶ 補充問題 3

- (1) 平面 ABC と平行な平面
- (2) 平面 ABED と垂直な平面



補充問題

3



話しあおう

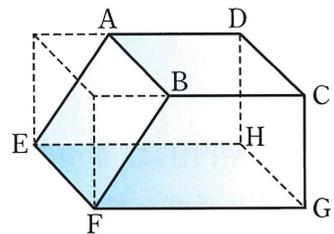
身のまわりから、垂直に交わる2平面と
みることができるものを見つけましょう。



練習問題

2 空間内の平面と直線

- 5 **1** 右のような、直方体から三角柱を切り取った
立体について、次の関係にある直線や平面を
すべていいなさい。
- 10 (1) 直線 AE と平行な直線
(2) 直線 AE とねじれの位置にある直線
(3) 直線 AE がふくまれる平面
(4) 平面 AEFB と垂直な平面



数学



ライブラリー

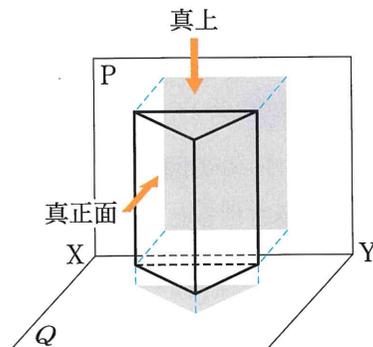


垂直な2平面と投影図

15 186 ページで、立体を、真正面から見た図を
立面図、真上から見た図を平面図として、
立面図と平面図をあわせた投影図を学びました。

20 右の図のように、直線 XY で垂直に交わる
2平面 P, Q に対して、立体に真正面から
光をあてて平面 P にうつる影が立面図、
真上から光をあてて平面 Q にうつる影が
平面図であると考えられます。

光をあてて影をうつすことを、投影というので、このような
立体の表現方法を投影図といいます。



3 立体の構成

面や線を動かしてできる立体について考えましょう。

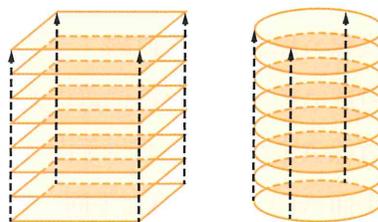
▶ 面を平行に動かしてできる立体

◎ ひろげよう

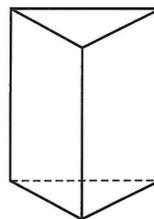
5 百人一首の札や10円硬貨^{こうか}を、
右の写真のようにたくさん
積み重ねると、どんな立体が
できるでしょうか。



10 角柱や円柱は、1つの多角形や円を、
その面に垂直な方向に、一定の距離だけ
平行に動かしてできる立体とみることが
できます。



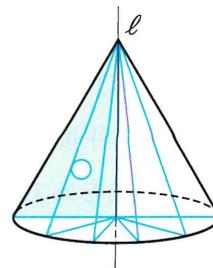
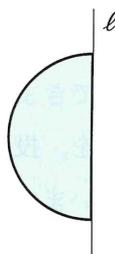
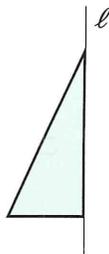
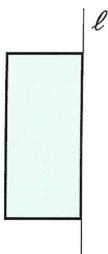
15 **問1** 三角柱は、どんな図形を、どのように
動かしてできる立体とみることが
できますか。



▶ 面を回転させてできる立体

◎ ひろげよう

20 下の(1)~(3)の図形を、それぞれ直線 l のまわりに
1回転させると、どんな立体ができるでしょうか。
(1) 長方形 (2) 直角三角形 (3) 半円

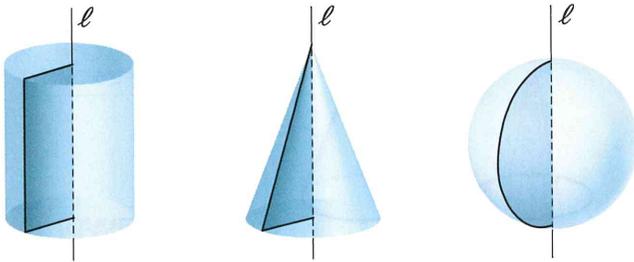


円柱、円錐、球などは、1つの平面図形を、その平面上の直線 ℓ のまわりに1回転させてできる立体とみることができます。

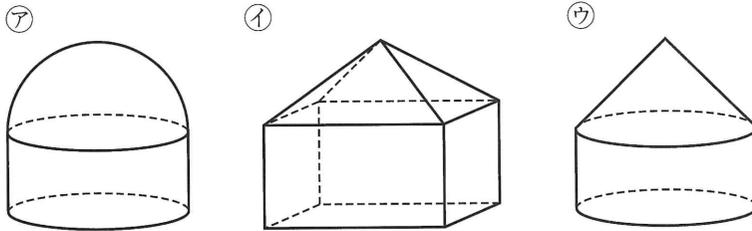


このような立体を かいてんたい 回転体 かいてんじく といひ、直線 ℓ を回転の軸 かいてんじく といひます。

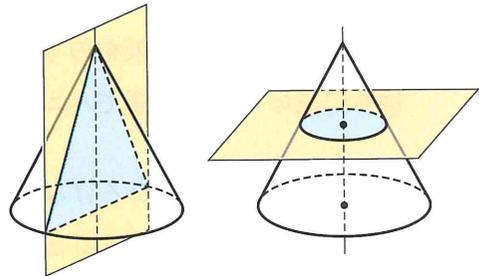
5



問2 右の図形を、直線 ℓ を回転の軸として1回転させてできる立体は、㉗~㉙のどれですか。



問3 円錐を、回転の軸をふくむ平面で切ると、その切り口はどんな図形になりますか。また、回転の軸に垂直な平面で切ると、切り口はどんな図形になりますか。

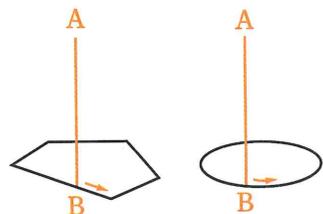


➤ 線を動かしてできる立体

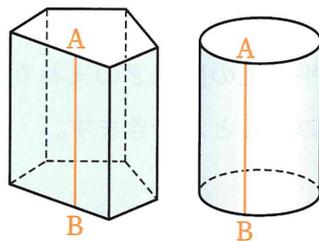
🔗 ひろげよう

15

右の図のように、線分ABを、多角形や円に垂直に立てたまま、その周にそって1まわりさせます。このとき、線分ABが動いたあとは、それぞれどんな図形になるでしょうか。



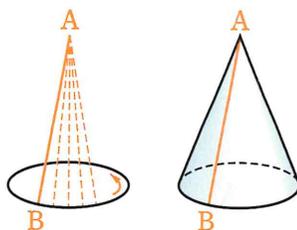
角柱や円柱の側面は、多角形や円に垂直に立てた線分を、その周にそって1まわりさせてできたものとみることができます。



このとき、1まわりさせた線分を、その角柱や円柱の**母線**（ぼせん）といいます。



円錐の側面は、右の図のように、底面の円周上の点Bを、その周にそって1まわりさせるとき、頂点Aと点Bを結ぶ線分ABが動いてできたものとみることができます。

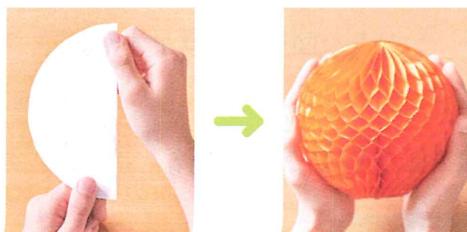


この場合も、線分ABを、円錐の母線といいます。

回転体のかざり

かざりをつくるときに、ハニカムシートという紙を使うことがあります。ハニカムシートとは、ひろげたときにはちの巣に似た形が現れるようにくふうして、何枚もの紙をのりではり合わせたものです。はちの巣のことを英語でハニカムというので、この名前がついています。

ハニカムシートを、ひろげながらある線のまわりに1周させると、回転体の形になります。



右の写真のような半円の形のシートなら、直径のまわりに1周させると球の形ができます。

もとにするシートの形を変えることで、いろいろな形の回転体になるので、楽しいかざりをつくることができます。

