

# 2

## 節 一次関数と方程式



点はどのように並んでいるかな？

二元一次方程式

$$2x + y = 5 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

5 の解について考えましょう。

(1) 次の  $x$  と  $y$  の値の組が、方程式①の解となるように、 に値を書き入れましょう。

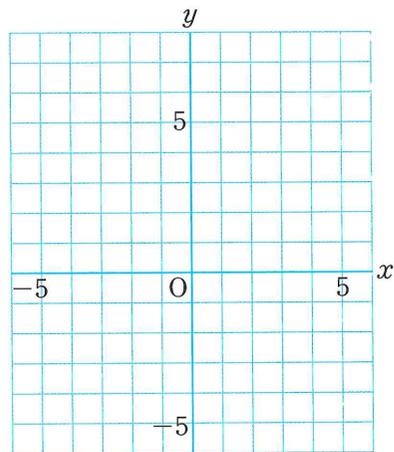
$$(-1, \text{□}), (\text{□}, 5), (0.5, \text{□})$$

$$(\text{□}, 3), (2.5, \text{□}), (\text{□}, -1)$$

10 (2) (1)の  $x$  と  $y$  の値の組を座標とする点を、下の図にかき入れましょう。

ふりかえり 1年

方程式の解  
方程式を成り立たせる  
文字の値



上の方程式①のほかの解はどうなるのかな？



### 話しあおう

上でかいた図から、どんなことがわかるでしょうか。

二元一次方程式のグラフについて学びましょう。

# 1 方程式とグラフ

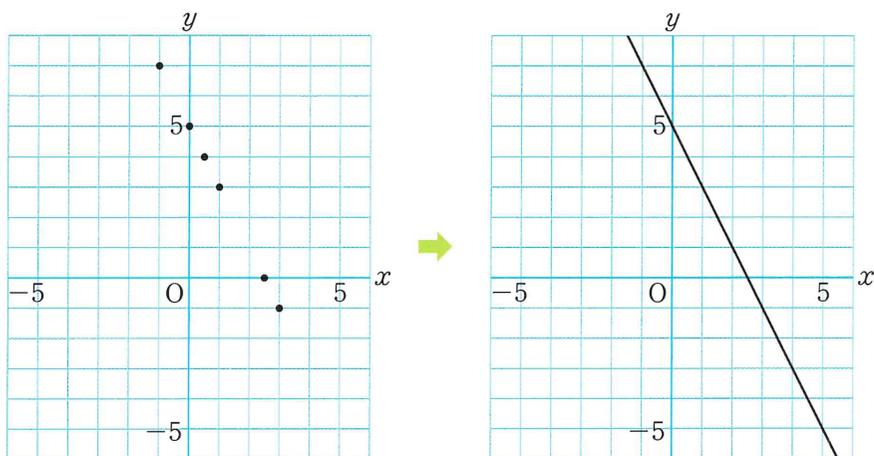
方程式  $ax+by=c$  のグラフについて考えましょう。

方程式の解を座標とする点の全体を、その **方程式のグラフ** といいます。

5 前ページで調べた

$$\text{二元一次方程式 } 2x+y=5 \quad \cdots\cdots\text{①}$$

のグラフはどうなるのでしょうか。



①を  $y$  について解くと、

$$y = -2x + 5 \quad \cdots\cdots\text{②}$$

10 となるから、 $y$  は  $x$  の一次関数とみることができます。

このとき、①と②は同じ関係を表しているから、①の解を座標とする点の全体は、一次関数②のグラフと一致し、<sup>いっしょ</sup>直線になります。

この直線が、方程式  $2x+y=5$  のグラフです。

15 また、 $2x+y=5$  を、この直線の式といいます。

**問1** 次の方程式を、 $y$  について解き、そのグラフを右上の図にかき入れなさい。

(1)  $x-2y=6$

(2)  $4x+3y=0$

方程式  $ax+by=c$  のグラフは、 $y$  について解くと、  
傾きと切片を使ってかくことができます。

これとは別に、直線上の2点を求めてかく方法もあります。

### 例1 2点を求めてグラフをかく

$2x-3y=12$  について、

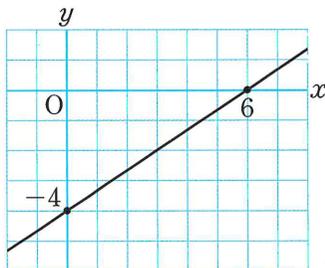
$x=0$  のとき、 $y=-4$

$y=0$  のとき、 $x=6$

だから、そのグラフは、2点

$(0, -4)$ 、 $(6, 0)$

を通る直線になる。



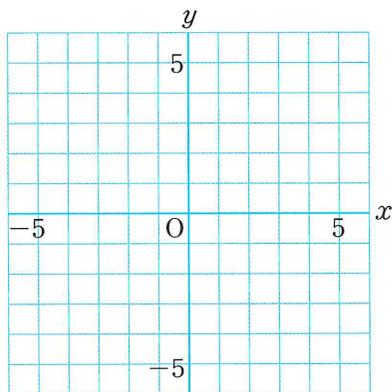
座標が整数の組になる点をとるとかきやすいよ。



### 問2 次の方程式のグラフをかきなさい。

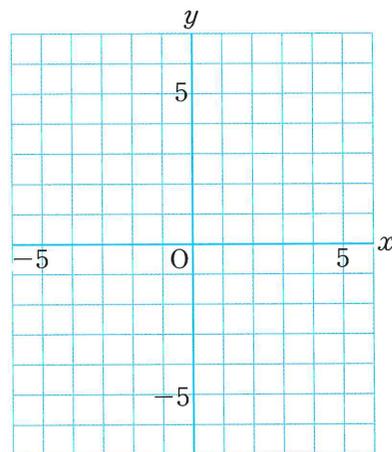
(1)  $x-y=5$

(2)  $x+2y=-2$



### 説明しよう

方程式  $x-3y=7$  のグラフを、  
座標が整数の組になる2点を求めて  
かこうと思います。この直線上で、  
座標が整数の組になる点は、  
どうすれば見つけれられるでしょうか。  
下のリンファさん、オリバーさんの  
考えも参考に、説明しましょう。



$x=0$  を代入しても  
 $y$  の値は整数に  
ならないね。

移項すれば、座標が  
整数の組になる2点を  
見つけやすくなるかな？

## ▶ $y=k$ のグラフ

方程式  $ax+by=c$  で、 $a=0$  の場合のグラフについて考えましょう。

例えば、 $a=0$ 、 $b=1$ 、 $c=3$  とすると、方程式は、

$$y=3$$

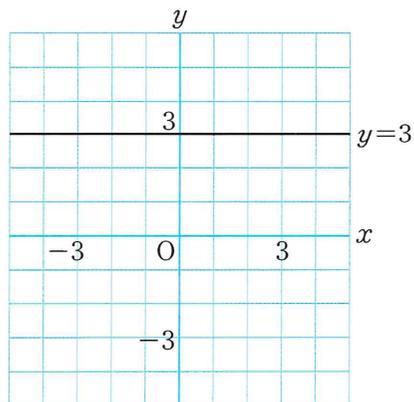
となります。このとき、

……、 $(-1, 3)$ 、 $(0, 3)$ 、 $(1, 3)$ 、……

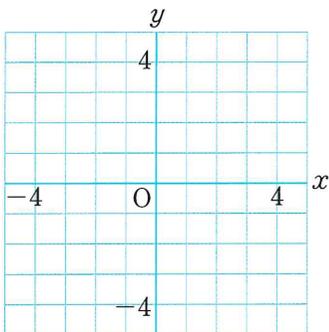
は、この方程式の解です。このように、 $x$  がどんな値をとっても、 $y$  の値は 3 になります。

したがって、 $y=3$  のグラフは、点  $(0, 3)$  を通り、 $x$  軸に平行な直線になります。

$$0 \times x + 1 \times y = 3$$



### 問3



次の方程式のグラフをかきなさい。

- (1)  $y=2$
- (2)  $2y=-6$

## ▶ $x=h$ のグラフ

方程式  $ax+by=c$  で、 $b=0$  の場合のグラフについて考えましょう。

条件をかえる

### ◎ ひろげよう

方程式  $ax+by=c$  で、 $a=1$ 、 $b=0$ 、 $c=2$  とすると、方程式は、

$$x=2$$

となります。このグラフは、どんなグラフになるでしょうか。

$$1 \times x + 0 \times y = 2$$

方程式  $x=2$  で、

……,  $(2, -1), (2, 0), (2, 1), \dots$

は、この方程式の解です。このように、

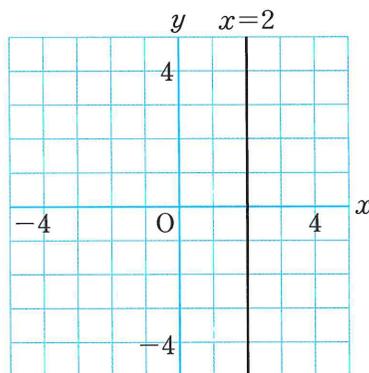
$y$  がどんな値をとっても、 $x$  の値は

2 になります。

したがって、 $x=2$  のグラフは、

点  $(2, 0)$  を通り、 $y$  軸に平行な直線

になります。



**問4** 次の方程式のグラフをかきなさい。

(1)  $x=-2$

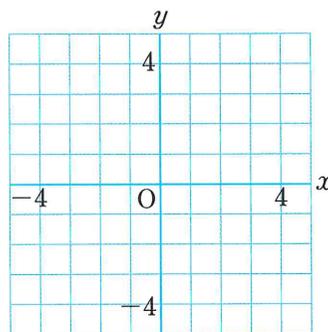
▶ 補充問題 9

(2)  $3x=12$

**問5**  $x=0$  は、どんな直線を表していますか。

また、 $y=0$  は、どんな直線を

表していますか。



これまでに調べたことをまとめると、次のようになります。

### 二元一次方程式とグラフ

二元一次方程式  $ax+by=c$  のグラフは直線である。

特に、

$y=k$  のグラフは、 $x$  軸に平行な直線である。

$x=h$  のグラフは、 $y$  軸に平行な直線である。

### 練習問題

#### ① 方程式とグラフ

**1** 次の方程式のグラフをかきなさい。

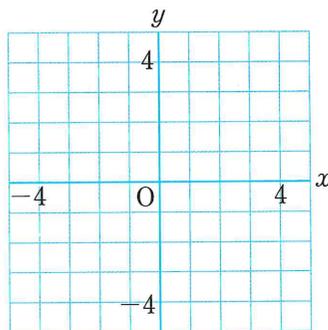
(1)  $3x-4y=12$

(2)  $4x+y-2=0$

(3)  $3x=2y$

(4)  $4y-16=0$

(5)  $6+2x=0$



## 2 連立方程式とグラフ

連立方程式とグラフの関係について調べましょう。

🗉 ひろげよう

2つの方程式

$$x+y=7, \quad 2x+y=10$$

のグラフをかき、2直線の交点の座標を読みとりましょう。

また、2つの方程式を連立方程式とみて解きましょう。

どんなことがわかるでしょうか。

2つの方程式

$$x+y=7 \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$2x+y=10 \quad \cdots \textcircled{2}$$

を、それぞれグラフに表すと、

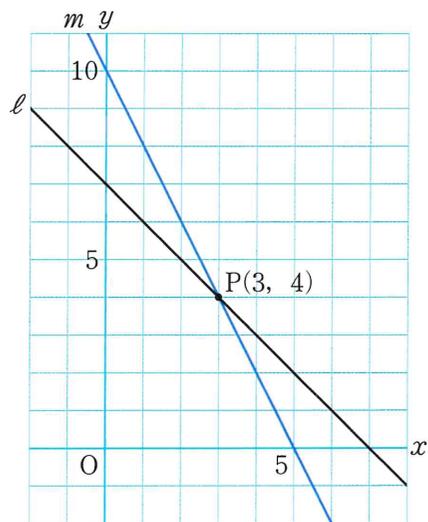
右の図の直線  $l$ ,  $m$  になります。

$l$ ,  $m$  の交点  $P(3, 4)$  は、 $l$  上にも、

$m$  上にもあるので、

$$(x, y) = (3, 4)$$

は、 $\textcircled{1}$  と  $\textcircled{2}$  の両方を成り立たせます。



つまり、交点  $P$  の座標  $(3, 4)$  は、 $\textcircled{1}$ ,  $\textcircled{2}$  を連立方程式とみたときの解を表しています。

したがって、2直線の交点の座標は、その2直線を表す2つの式を連立方程式とみて解くことで求めることができます。

### 連立方程式の解とグラフ

$$\text{連立方程式} \begin{cases} ax+by=c & \cdots \textcircled{1} \\ a'x+b'y=c' & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

の解は、直線  $\textcircled{1}$ ,  $\textcircled{2}$  の交点の座標と一致する。

交点の座標を  
計算で求める  
ことができるね。



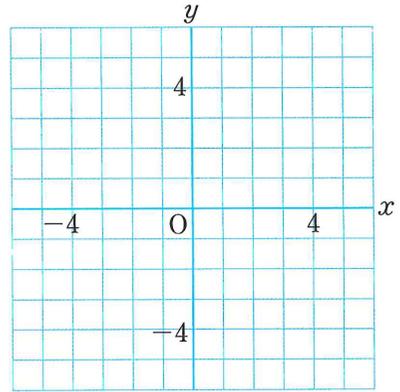
**問1**

次の連立方程式を、グラフを使って解きなさい。

$$\begin{cases} x+2y=2 \\ 2x+y=-2 \end{cases}$$

また、計算で求めた解と一致することを確かめなさい。

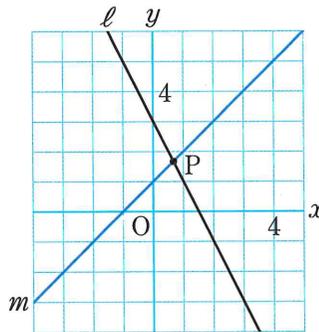
▶ 補充問題 10



**例題 1**

2直線の交点の座標の求め方

右の図で、2直線  $l$ ,  $m$  の交点  $P$  の座標を求めなさい。



グラフからは、交点  $P$  の座標は読みとれないね。



**考え方**

2直線の式を求め、それらを連立方程式とみて解きます。

**解答**

直線  $l$ ,  $m$  の式は、それぞれ、

$$y = -2x + 3 \quad \dots\dots ①$$

$$y = x + 1 \quad \dots\dots ②$$

①と②を連立方程式とみて解くと、

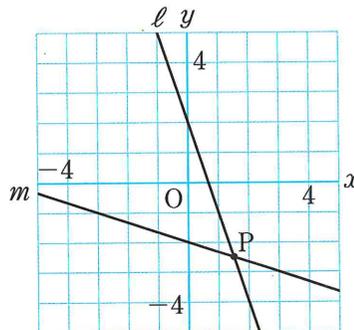
$$(x, y) = \left(\frac{2}{3}, \frac{5}{3}\right)$$

だから、  $P\left(\frac{2}{3}, \frac{5}{3}\right)$

交点の座標  
↑  
連立方程式の解

**問2**

右の図で、2直線  $l$ ,  $m$  の交点  $P$  の座標を求めなさい。



▶ 補充問題 11

