3節 図形の性質と証明の利用

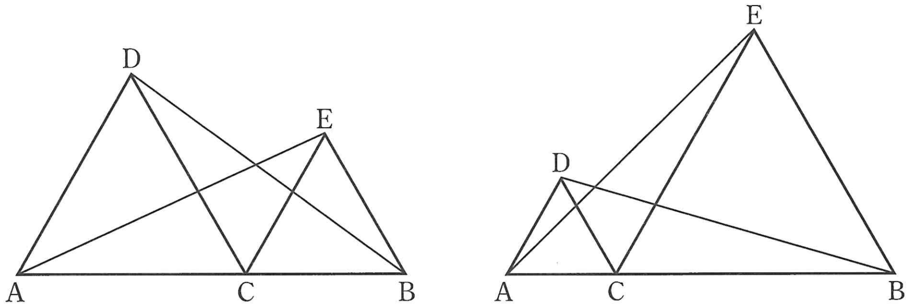
条件をかえても成り立つかな？

いつでも
AE=DB かな？

けいたさんとかりんさんは，次の問題を考えています。

> 線分 AB 上に点 C をとり，AC，CB を，それぞれ 1 辺とする正三角形 △ACD，△CBE を AB の同じ側につくるとき，AE と DB についてどんなことがいえるでしょうか。

けいたさんたちは，次のような図をかいて調べました。



話しあおう

上の問題で，AE と DB の長さは，いつでも等しくなるでしょうか。

ことがらが成り立つことを，これまでに学んだ図形の性質を利用して，証明しましょう。

1 図形の性質を利用した証明

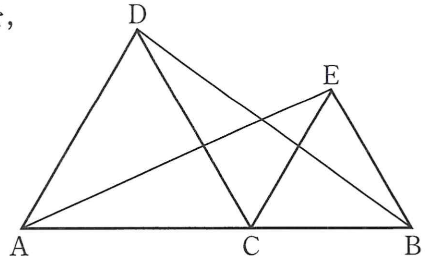
ステップ 1

状況を整理し，問題を設定しよう

かりんさんは，前ページで調べたことから，いつでも AE=DB が成り立つと予想し，次の問題をつくりました。

きまりを見つける

Q 線分 AB 上に点 C をとり，AC，CB を，それぞれ 1 辺とする正三角形 △ACD，△CBE を AB の同じ側につくるとき，AE=DB であることを証明しなさい。



ステップ 2

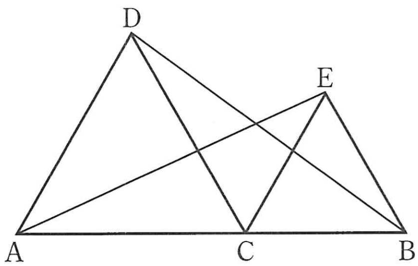
解決の見通しを立てて，問題を解決しよう

予想が正しいことを証明するために，証明の見通しを立ててみましょう。

- 結論を導くためのことがらを考える
- 仮定や仮定から導かれることがらを考える
- 考えたことどうしを結びつける

どの三角形とどの三角形の合同がいえればよいかな。

証明



△ACE と △DCB で，

△ACD は正三角形だから，

AC=DC ……①

△CBE は正三角形だから，

CE=CB ……②

正三角形の 1 つの内角は 60° だから，

∠ACD=∠BCE ……③

③の両辺に ∠DCE を加えると，

∠ACE=∠ DCB ……④

①，②，④から，2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので，

△ACE≡△DCB

合同な図形では，対応する辺は等しいので，

AE=DB

ステップ 3

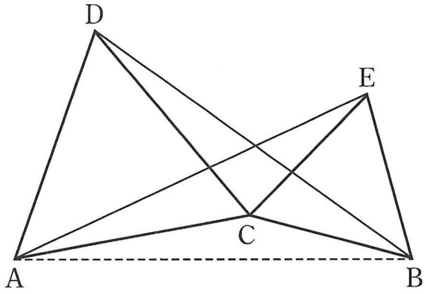
問題解決の過程をふり返って，気づいたことやもっと調べてみたいことを話しあい，問題を深めよう

深める例

条件を変えても成り立つかな？

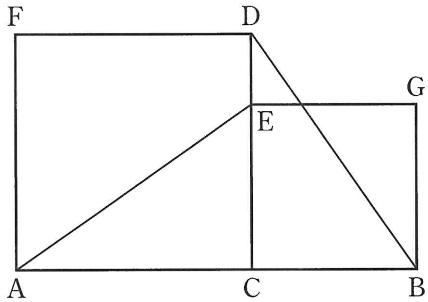
点Cは線分AB上にあるという仮定を変えても，AE＝DBがいえるかな？

図1



正三角形ではなく，正方形にした場合はどうなるかな？

図2



条件をかえる

1 前ページのQで，「線分AB上に点Cをとり」を，「線分AB上にない点Cをとり」に変えて，上の図1のような場合を考えます。
このときにも，AE＝DBは成り立つでしょうか。

前ページの証明とどこが変わるかな？

2 前ページのQで，AC，CBを，それぞれ1辺とする「正三角形」を，「正方形」に変えて，上の図2のように，点D，E，F，Gをとった場合を考えます。
このときにも，AE＝DBは成り立つでしょうか。