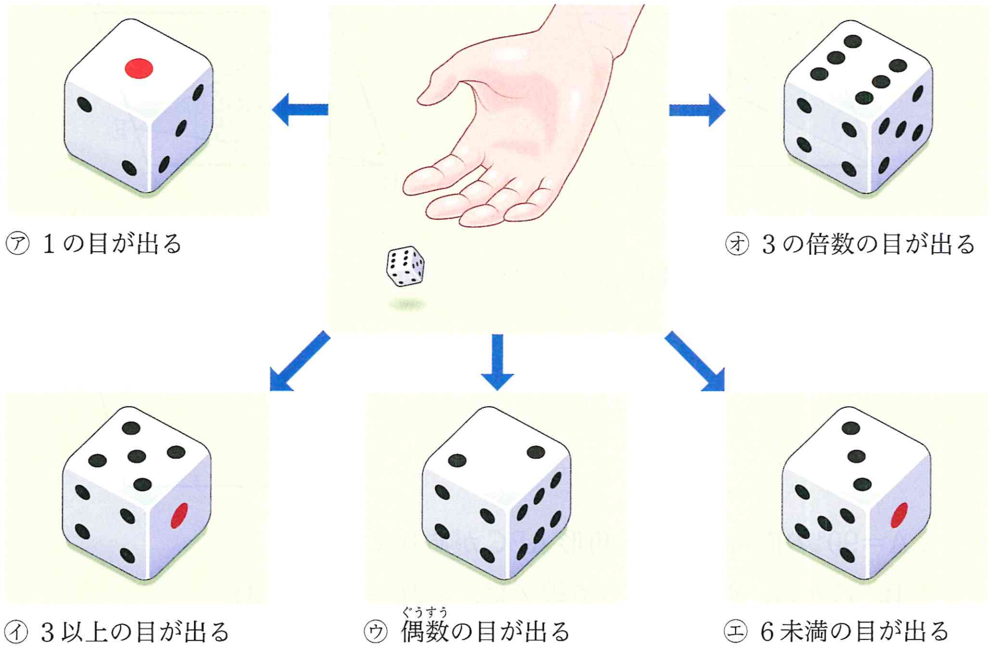
6章 場合の数と確率

起こりやすいのはどれ？

起こりやすい のはどれ？

1つのさいころを投げるとき，次のようなことがらの起こりやすさを考えましょう。



話しあおう

㋐から㋔のうち，どれがもっとも起こりやすいでしょうか。
また，そのように考えた理由についても話しあいましょう。

1節 場合の数と確率

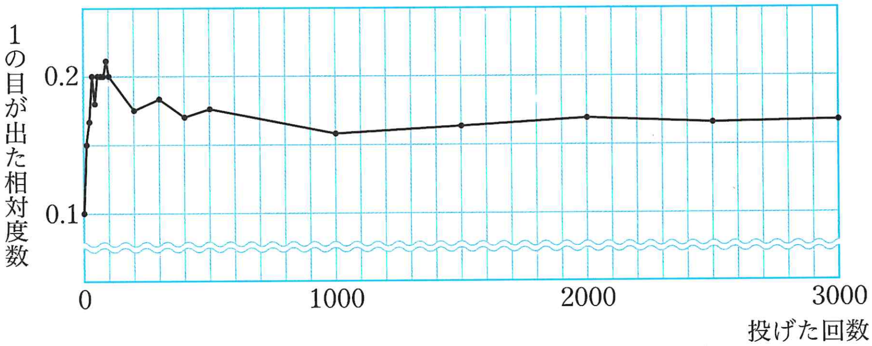
ふりかえり 1年

㋐の起こりやすさを調べるために，さいころを何回も投げ，1 の目が出た回数を記録したところ，下の表のようになりました。

投げた回数	10	20	30	40	50	60	70	80	90
1 の目が出た回数	1	3	5	8	9	12	14	16	19

投げた回数	100	200	300	400	500	1000	1500	2000	2500	3000
1 の目が出た回数	20	35	55	68	88	158	245	338	414	502

この表から，1 の目が出た相対度数を求め，グラフに表すと，下のようになります。



ことがらの起こりやすさは，確率で考えることができます。
上の実験から，1 の目が出る確率は，約 0.167 であることがわかります。

場合の数を使って確率を求める方法を考えましょう。

1 確率の求め方

実験によらない確率の求め方を考えましょう。

前ページの ふりかえり から，1 の目が出る確率は約 0.167 となり，$\dfrac{1}{6}$ に近い値になることがわかります。

この確率については，次のように考えることもできます。

(ア) 目の出かたは，1，2，3，4，5，6 の 6 通りである。

(イ) どの目が出ることも同じ程度である。

(ウ) 1 の目が出る場合は，1 通りである。

このとき，

$$\frac{\text{(ウ) の場合の数}}{\text{(ア) の場合の数}}=\frac{1}{6}$$

となります。これは，前ページの ふりかえり から得られる，1 の目が出る確率である約 0.167 とほぼ一致しています。

どの場合が起こることも同じ程度であると考えられるとき，**同様に確からしい** といいます。

同様に確からしいときには，場合の数の割合として確率を求めることができます。

確率の求め方

起こる場合が全部で n 通りあり，どの場合が起こることも同様に確からしいとする。
そのうち，ことがら A の起こる場合が a 通りであるとき，

ことがら A の起こる確率 $p=\dfrac{a}{n}$

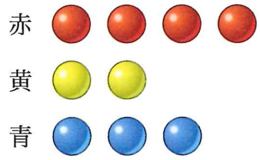
さいころでは，1 から 6 のどの目が出ることも同様に確からしいので，確率は場合の数の割合で求めることができます。

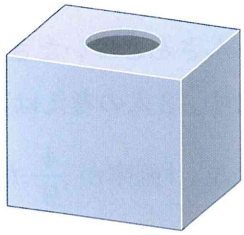
例えば，5 の目が出る確率は $\dfrac{1}{6}$ です。

場合の数を考えて，ことがらの起こる確率を求めましょう。

例1　玉を取り出すときの確率

赤玉４個，黄玉２個，青玉３個がはいっている箱から玉を１個取り出すとき，赤玉が出る確率は，次のようにして求められる。





(ア)　玉が９個あるから，玉の取り出し方は全部で９通りである。

(イ)　どの玉の取り出し方も，同様に確からしい。

(ウ)　赤玉が出る場合は，４通りである。

だから，赤玉が出る確率は $\dfrac{4}{9}$

問1　例1 の箱から玉を１個取り出すとき，次の確率を求めなさい。

(1)　青玉が出る確率

(2)　青玉または黄玉が出る確率

上の 例1 の箱から玉を１個取り出すとき，赤，黄，青のいずれかの色のついた玉が出る場合は９通りだから，

色のついた玉が出る確率は，$\dfrac{9}{9}=1$

です。また，白玉が出る場合は０通りだから，

白玉が出る確率は，$\dfrac{0}{9}=0$

といえます。

これまでのことから，確率では，次のことがいえます。

・かならず起こることがらの確率は１である。
・けっして起こらないことがらの確率は０である。

また，あることがらの起こる確率を p とするとき，p の値の範囲(はんい)は $0 \leqq p \leqq 1$ となります。

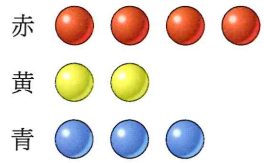
問2 1つのさいころを投げるとき，次の確率を求めなさい。 ▶ 補充問題 1

(1) 6以下の目が出る確率

(2) 7以上の目が出る確率

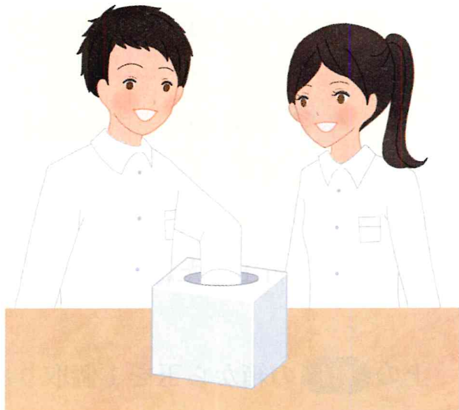
話しあおう

前ページの 例1 の箱から玉を1個取り出すとき，赤玉が出る確率は $\dfrac{4}{9}$ でした。これについて，かりんさんとけいたさんが，次のような会話をしています。2人の考えは正しいでしょうか。



かりん「確率が $\dfrac{4}{9}$ だから，この箱から玉を1個取り出してもとにもどす実験を9回おこなえば，赤玉が，かならず4回出るんだね。」

けいた「回数をもっと増やさなければいけないよ。その実験を900回おこなえば，赤玉が，かならず400回出ると思うよ。」

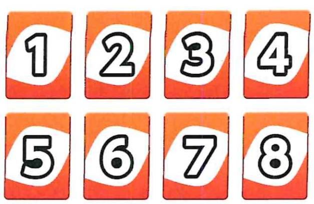


練習問題

1 確率の求め方

1 164ページの㋐〜㋔のことがらの起こる確率を，それぞれ求めなさい。
また，㋐〜㋔のうち，もっとも起こりやすいことがらはどれですか。

2 右のような8枚のカードがあります。
この8枚のカードを箱に入れて，そこから1枚のカードを取り出すとき，次の確率を求めなさい。



(1) カードに書かれた数が8の約数である確率

(2) カードに書かれた数が9である確率

補充問題 1

2 いろいろな確率

場合の数を，もれや重なりがないように数えましょう。

ひろげよう

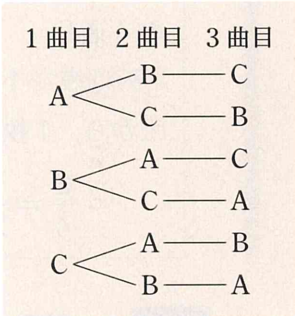
昼食時に校内放送でA，B，Cの3曲を流します。
この3曲の曲順には，どんな場合があるでしょうか。

1曲目	2曲目	3曲目
A	B	C

考えられるすべての場合を順序よく整理して数えるのに，右のような図がよく用いられます。

分類整理する

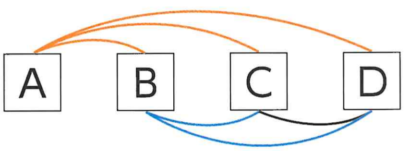
このような図を **樹形図**（じゅけいず） といいます。

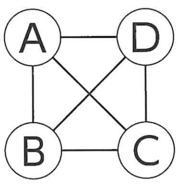


樹形図から，上の ひろげよう の曲順は，全部で6通りであることがわかります。

問1 A，B，C，Dの4冊から2冊の本を選ぶとき，その選び方は全部で何通りありますか。

問1 では，下のような図や表で求めることもできます。





	A	B	C	D
A		○	○	○
B			○	○
C				○
D				

問2 サッカーの試合で，A，B，C，D，E，Fの6チームが，それぞれ1回ずつ対戦するとき，全部で何試合になりますか。

いろいろな確率を求めましょう。

例題 1　2枚の硬貨を投げるときの確率

2枚の硬貨（こうか）を同時に投げるとき，

　1枚は表で1枚は裏

となる確率を求めなさい。

表　　裏

考え方　1枚の硬貨を投げるときの表，裏の出かたは，同様に確からしいといえます。

2枚の硬貨を投げるとき，2枚の硬貨をA，Bと区別すると，硬貨の表裏の出かたは，右の表のように，4通りの場合があります。

これらの起こり方は，同様に確からしいといえます。

A＼B	表	裏
表	(表，表)	(表，裏)
裏	(裏，表)	(裏，裏)

解答　2枚の硬貨を区別すると，表裏の出かたは，

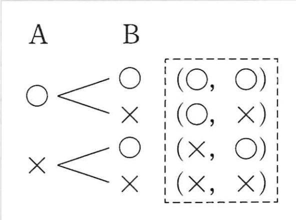
　（表，表）（表，裏）（裏，表）（裏，裏）

の4通り

1枚は表で1枚は裏となる出かたは2通りだから，1枚は表で1枚は裏となる確率は，

$$\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$$

上の 例題1 で，場合の数を求める方法として，樹形図を使うこともできます。2枚の硬貨をA，Bと区別し，表を○，裏を×で表すと，起こるすべての場合は，右のようになります。



問3　2枚の硬貨を同時に投げるとき，2枚とも表となる確率を求めなさい。

説明しよう

上の 例題1 で，けいたさんは，右のように考えていました。この考えのどこが誤っているか説明しましょう。

× 誤答例

表裏の出かたは，

　2枚とも表，1枚は表で1枚は裏，

　2枚とも裏

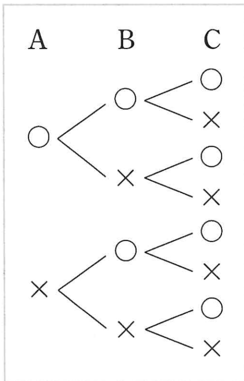
の3通りだから，

1枚は表で1枚は裏となる確率は $\frac{1}{3}$

例題 2　3枚の硬貨を投げるときの確率

3枚の硬貨を同時に投げるとき，
　少なくとも2枚は表
となる確率を求めなさい。

考え方　3枚の硬貨をA，B，Cと区別し，表を○，裏を×で表すと，3枚の硬貨の表裏の出かたは，右の樹形図のように，8通りの場合があります。
これらの起こり方は，同様に確からしいといえます。
「少なくとも2枚は表」とは，
　　3枚とも表，　または，　2枚は表で1枚は裏
の場合のことです。



解答

3枚の硬貨を区別すると，表裏の出かたは8通り
表を○，裏を×で表すと，
3枚とも表となる出かたは，
　　(○，○，○)
の1通り
2枚は表で1枚は裏となる出かたは，
　　(○，○，×)　(○，×，○)　(×，○，○)
の3通り
だから，少なくとも2枚は表となる出かたは，全部で4通り
よって，求める確率は，　$\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$

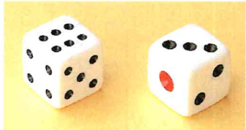
問4　3枚の硬貨を同時に投げるとき，次の確率を求めなさい。　▶補充問題 2
(1)　3枚とも裏となる確率
(2)　少なくとも1枚は表となる確率

問5　右のような3枚のカードがあります。この3枚のカードを箱に入れて，そこから1枚ずつ取り出し，取り出した順に左から右に並べて3けたの整数をつくります。
この整数が偶数となる確率を求めなさい。

▶補充問題 3

例題3 2つのさいころを投げるときの確率

2つのさいころを同時に投げるとき，次の確率を求めなさい。



(1)　同じ目が出る確率

(2)　違った目が出る確率

考え方　2つのさいころをA，Bで表すと，目の出かたは，右の表のように，

$$6\times6=36\text{（通り）}$$

の場合があります。
これらの起こり方は，同様に確からしいといえます。
この表で，同じ目が出る場合は，□のところです。

A＼B	⚀	⚁	⚂	⚃	⚄	⚅
⚀	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
⚁	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
⚂	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
⚃	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
⚄	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
⚅	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

解答

2つのさいころを区別すると，目の出かたは36通り

(1)　同じ目が出る場合は6通り

だから，同じ目が出る確率は，$\dfrac{6}{36}=\dfrac{1}{6}$

(2)　違った目が出る場合は30通り

だから，違った目が出る確率は，$\dfrac{30}{36}=\dfrac{5}{6}$

上の 例題3 で，

$$\begin{pmatrix}\text{違った目が出る}\\\text{場合の数}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\text{起こるすべての}\\\text{場合の数}\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}\text{同じ目が出る}\\\text{場合の数}\end{pmatrix}$$

だから，違った目が出る確率は，次の式で求めることもできます。

(違った目が出る確率)＝1－(同じ目が出る確率)

一般(いっぱん)に，ことがらAの起こる確率をpとすると，次のことがいえます。

Aの起こらない確率＝$1-p$

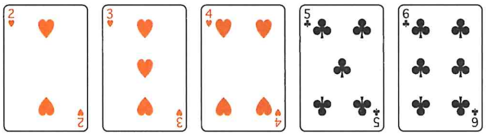
問6 2つのさいころを同時に投げるとき，次の確率を求めなさい。 ▶ 補充問題 4

(1)　出る目の数の和が9になる確率

(2)　出る目の数の和が9にならない確率

例題 4　2枚のカードの組を取り出すときの確率

次の5枚のトランプのカードがあります。



これらのカードを箱に入れて，そこから同時に2枚を取り出すとき，2枚が同じマークのカードである確率を求めなさい。

考え方　5枚のカードを，それぞれ，

　♥2，♥3，♥4，♣5，♣6

で表すと，2枚のカードの組の取り出し方は，右の表のように，10通りの場合があります。これらの起こり方は，同様に確からしいといえます。

	♥2	♥3	♥4	♣5	♣6
♥2		○	○	○	○
♥3			○	○	○
♥4				○	○
♣5					○
♣6					

解答　2枚のカードの組の取り出し方は10通り

5枚のカードを，

　♥2，♥3，♥4，♣5，♣6

で表すと，2枚が同じマークのカードである組は，

　{♥2，♥3} {♥2，♥4} {♥3，♥4} {♣5，♣6}

の4通り

だから，求める確率は，$\dfrac{4}{10}=\dfrac{2}{5}$

問7 例題4 で，2枚が異なるマークのカードである確率を求めなさい。 ▶ 補充問題 5

数学ライブラリー

出やすい色の組み合わせは?

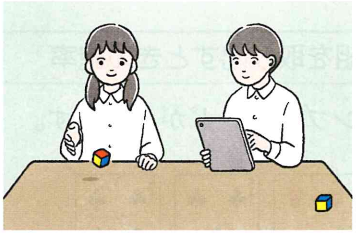
6つの面のうち,

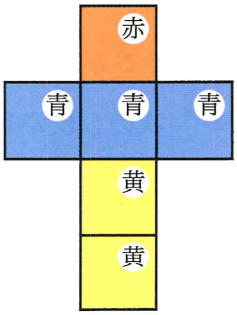
1つの面が赤色

2つの面が黄色

3つの面が青色

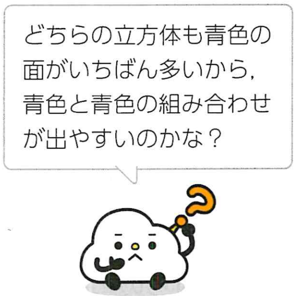
の立方体があります。





この立方体を1つ投げるとき,いちばん出やすい色は,出る確率が $\frac{3}{6}$ の青色であることはすぐにわかりますね。

では,この立方体を2つ同時に投げるとき,いちばん出やすい色の組み合わせは青色と青色でしょうか。



2つの立方体をA,Bと区別して,面の色の組み合わせを整理すると,下の表のようになります。

A＼B	赤	黄1	黄2	青1	青2	青3
赤	赤赤	赤黄	赤黄	赤青	赤青	赤青
黄1	黄赤	黄黄	黄黄	黄青	黄青	黄青
黄2	黄赤	黄黄	黄黄	黄青	黄青	黄青
青1	青赤	青黄	青黄	青青	青青	青青
青2	青赤	青黄	青黄	青青	青青	青青
青3	青赤	青黄	青黄	青青	青青	青青

この表で,すべての色の組み合わせ36通りのうち,青色と青色の組み合わせは9通りで,これが出る確率は $\frac{9}{36}$ です。しかし,いちばん多い色の組み合わせは青色と黄色の12通りで,これが出る確率は $\frac{12}{36}$ となり,青色と青色の組が出る確率を上回ります。

もっとも出やすいのが青色と青色の組ではないのは意外でしたか?

どの組み合わせが出やすいのかは,すべての場合をもれや重なりなく調べて,確率を求めることでわかります。