1章 式の展開と因数分解

トランプマジックをしてみよう

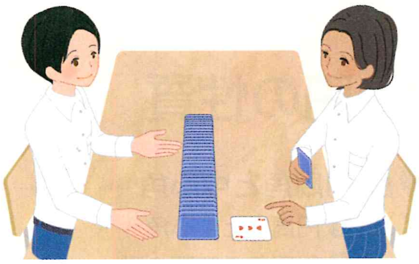
トランプマジック
をしてみよう

けいたさんは，トランプマジックが紹介されている本を見つけました。その中には，下のようなマジックがありました。

〈2 枚のカードのうち，大きい方の数をあてるマジック〉

1 トランプを用意して，数が異なるカードを 2 枚選んでもらい，そのうち，小さい方の数のカードを見せてもらう。

J は 11，Q は 12，K は 13 として，ジョーカーは使わない。



2 2 枚のカードの数を使って，次の計算をしてもらう。

❶(大きい方の数)＋(小さい方の数)＝$\boxed{\text{A}}$
❷(大きい方の数)－(小さい方の数)＝$\boxed{\text{B}}$
❸(小さい方の数)^2＝$\boxed{\text{C}}$
❹A×B＋C＝$\boxed{\text{D}}$

3 D の値を聞き，それがどんな数の 2 乗になっているのかを考える。

4 3 で求めた数が，2 枚のカードのうち，大きい方の数になる。

1節 式の展開と因数分解

この方法で，2枚のカードのうち，大きい方の数がなぜわかるのかが気になったので，まずは，2枚のカードの数が8と3の場合について考えてみようと思い，実際に計算してみることにしました。

$\boxed{\ \mathrm{A}\ } = \boxed{\quad} + \boxed{\quad} = \boxed{\quad}$

$\boxed{\ \mathrm{B}\ } = \boxed{\quad} - \boxed{\quad} = \boxed{\quad}$

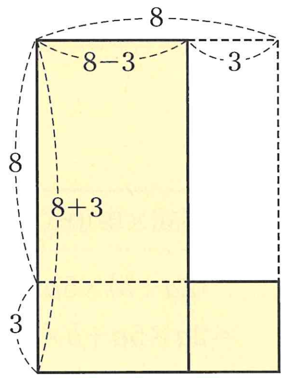
$\boxed{\ \mathrm{C}\ } = \boxed{\quad}^2 = \boxed{\quad}$

$\boxed{\ \mathrm{D}\ } = \boxed{\quad} \times \boxed{\quad} + \boxed{\quad}$

$= \boxed{\quad}$

$= \boxed{\quad}^2$

この計算について，けいたさんは，右の図を使って，次のように考えました。



【けいたさんの考え】
$(8+3)\times(8-3)+3^2$ で表される面積は，1辺が8の正方形の面積と等しい。

話しあおう

この図から，2枚のカードのうち，大きい方の数が8であることがわかるのは，なぜでしょうか。
また，2枚のカードの数が，8と3ではない場合でも，同じようにマジックができるでしょうか。

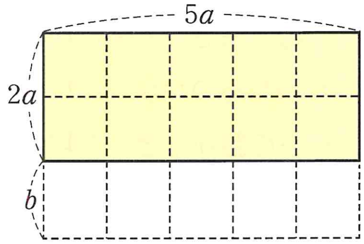
文字式の計算について，さらに学びましょう。

1 式の乗法，除法

多項式と単項式の乗法について学びましょう。

ひろげよう

縦の長さ $2a$ m，横の長さ $5a$ m の長方形の花だんがあります。
縦を b m だけのばしたときの花だん全体の面積を，式に表しましょう。



上の ひろげよう の面積を表す式は，図から，

$(2a+b)\times 5a$ (m^2)　または，　$5a\times(2a+b)$ (m^2)

となります。

このような，

多項式×単項式，　単項式×多項式

の計算では，分配法則

$(a+b)c=ac+bc$，　$c(a+b)=ca+cb$

を用いて，多項式×数 の場合と同じように計算することができます。

◇ 同じように考える

例1 多項式×単項式

$$\begin{aligned}&(2a+b)\times 5a\\=&2a\times 5a+b\times 5a\\=&10a^2+5ab\end{aligned}$$

上の図で
$(2a+b)\times 5a$
$=10a^2+5ab$
を確かめてみよう。

$(2a+b)\times 5a$

例2 単項式×多項式

$$\begin{aligned}&-6x(x-2y)\\=&-6x\times x+(-6x)\times(-2y)\\=&-6x^2+12xy\end{aligned}$$

$-6x(x-2y)$

問1 次の計算をしなさい。

(1) $(2x+y)\times 7x$　　(2) $(3a-b)\times 4a$

(3) $(5a-6b)\times(-2b)$　　(4) $4x(2x-1)$

(5) $2x(x+3y)$　　(6) $-3a(8a+7b)$

(7) $-2x(-3x+2y)$　　(8) $(x-3y-2)\times 4x$

(9) $-3x(4x-3y+2)$　　(10) $3a(-a+2b-1)$

多項式と単項式の除法について学びましょう。

$(6a^2-9a)\div 3a$ のような

多項式÷単項式

の計算では，多項式÷数 の場合と同じように計算することができます。

同じように考える

$$(A+B)\div C = \frac{A}{C}+\frac{B}{C}$$

例3 多項式÷単項式①

$$(6a^2-9a)\div 3a=\frac{6a^2}{3a}-\frac{9a}{3a}$$
$$=2a-3$$

例4 多項式÷単項式②

$$(2x^2+4xy)\div\frac{2}{3}x=(2x^2+4xy)\times\frac{3}{2x}$$
$$=2x^2\times\frac{3}{2x}+4xy\times\frac{3}{2x}$$
$$=3x+6y$$

$$\frac{2}{3}x=\frac{2x}{3}$$

問2 次の計算をしなさい。

(1) $(5x^2-10x)\div 5x$　　(2) $(8a^2-2a)\div 2a$

(3) $(6ax+3ay)\div(-3a)$　　(4) $(-12a^2b+4ab^2)\div(-4ab)$

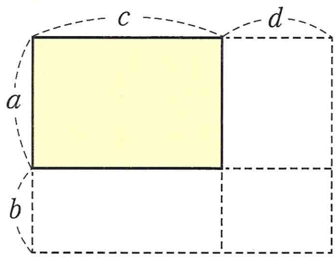
(5) $(6xy-4xy^2)\div\frac{2}{5}y$　　(6) $(-10x^2+x)\div\frac{x}{2}$

(7) $(3x^2+6xy)\div\left(-\frac{3}{4}x\right)$　　(8) $(15x^2y-10xy^2)\div\frac{5}{2}xy$

多項式どうしの乗法について学びましょう。

ひろげよう

縦の長さ a m，横の長さ c m の長方形の花だんがあります。
縦を b m，横を d m だけのばしたときの花だん全体の面積を，式に表しましょう。



上の図で，縦と横をのばしてできる長方形の面積を表す式は，

縦×横　で表すと，　　$(a+b)(c+d)$ (m²)

4つの長方形の和で表すと，　$ac+ad+bc+bd$ (m²)

したがって，次の式が成り立ちます。

$$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$$

このことは，分配法則を使って，次のように説明できます。

$(a+b)(c+d)$ で，$c+d$ を1つのものとみて，これを M とすると，

$$\begin{aligned}(a+b)(c+d)&=(a+b)M &&\text{分配法則}\\ &=aM+bM &&M\text{ を } c+d \text{ にもどす}\\ &=a(c+d)+b(c+d) &&\text{分配法則}\\ &=ac+ad+bc+bd\end{aligned}$$

◇ すでに学んだ形にする

このように，単項式や多項式の積の形で表された式を計算して，単項式の和の形で表すことを，もとの式を**展開**(てんかい)する　といいます。

$(a+b)(c+d)$
↓ 展開
$ac+ad+bc+bd$

例5　式の展開

$$\begin{aligned}(x-3)(y+5)&=x(y+5)-3(y+5)\\ &=xy+5x-3y-15\end{aligned}$$

問3　次の式を展開しなさい。

(1)　$(a+b)(c-d)$　　(2)　$(a-b)(c-d)$

(3)　$(x+2)(y+3)$　　(4)　$(x-1)(y+4)$

展開した式に同類項があるときは，同類項をまとめて計算します。

例6 同類項があるとき①

$$\begin{aligned}(x-4)(x-7)&=x(x-7)-4(x-7)\\&=x^2-7x-4x+28\\&=x^2-11x+28\end{aligned}$$

問4 次の計算をしなさい。 ▶補充問題 1

(1) $(x-2)(x-6)$ (2) $(x-4)(x+5)$

(3) $(a+1)(a-3)$ (4) $(a+8)(a+7)$

例7 同類項があるとき②

$$\begin{aligned}(3a+2b)(2a-b)&=3a(2a-b)+2b(2a-b)\\&=6a^2-3ab+4ab-2b^2\\&=6a^2+ab-2b^2\end{aligned}$$

例7では，右のように，順にかけあわせて，

$6a^2-3ab+4ab-2b^2$

を，直接導くこともできます。

$(3a+2b)(2a-b)$

問5 次の計算をしなさい。

(1) $(3a+2b)(2a+3b)$ (2) $(9a-2b)(5a+6b)$

(3) $(7x+4y)(x-5y)$ (4) $(2x-3y)(8x-y)$

例8 同類項があるとき③

$$\begin{aligned}&(3x-y)(4x+3y-2)\\&=3x(4x+3y-2)-y(4x+3y-2)\\&=12x^2+9xy-6x-4xy-3y^2+2y\\&=12x^2+5xy-6x-3y^2+2y\end{aligned}$$

問6 次の計算をしなさい。 ▶補充問題 2

(1) $(a+1)(a+b-1)$ (2) $(a+2b)(2a+b+1)$

(3) $(x+2y-1)(2x-y)$ (4) $(x-y+3)(3x-2y)$

補充問題 | 1 2

2 乗法の公式

いろいろな式の展開についてまとめましょう。

$(x+a)(x+b)$ の展開

ひろげよう

次の式の $\boxed{}$ にあてはまる数を書き入れましょう。
これらの式から，どんなことがわかるでしょうか。

(1) $(x+3)(x+5)=x^2+\boxed{}x+\boxed{}$

(2) $(x-3)(x+5)=x^2+\boxed{}x+\boxed{}$

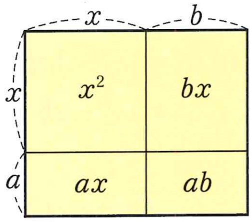
(3) $(x+3)(x-5)=x^2+\boxed{}x+\boxed{}$

(4) $(x-3)(x-5)=x^2+\boxed{}x+\boxed{}$

$\boxed{}$ には負の数がはいることもあるよ。

$(x+a)(x+b)$ を展開すると，

$$(x+a)(x+b)=x^2+bx+ax+ab$$
$$=x^2+(a+b)x+ab$$



▶ $(x+a)(x+b)$ の展開を図で見てみよう

だから，

x の係数は，　a と b の和

数の項は，　a と b の積

となります。

$(x+a)(x+b)$ の展開

$$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$$

例1 $(x+a)(x+b)$ の展開

$(x-2)(x+5)$ の展開では，

x の係数は，　$(-2)+5=3$

数の項は，　$(-2)\times5=-10$

だから，$(x-2)(x+5)=x^2+3x-10$

$(x-2)(x+5)$
$=x^2 \underbrace{+3x}_{(-2)+5} \underbrace{-10}_{(-2)\times 5}$

問1 次の計算をしなさい。　▶ 補充問題 3

(1) $(x+2)(x+3)$　　(2) $(x-6)(x-4)$

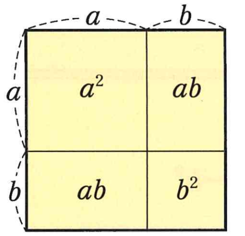
(3) $(x+9)(x-5)$　　(4) $(x+5)(x-8)$

補充問題 3

$(a+b)^2$，$(a-b)^2$ の展開

$(a+b)^2$ は，次のように展開して，同類項をまとめることができます。

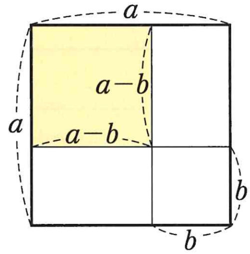
$$\begin{aligned}(a+b)^2&=(a+b)(a+b)\\&=a^2+ab+ab+b^2\\&=a^2+2ab+b^2\end{aligned}$$



同じようにして，

◇ 同じように考える

$$\begin{aligned}(a-b)^2&=(a-b)(a-b)\\&=a^2-ab-ab+b^2\\&=a^2-2ab+b^2\end{aligned}$$



$(a+b)^2$，$(a-b)^2$ の展開を図で見てみよう

平方の公式

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$
$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$$

? この２つの公式はどこが違（ちが）うかな。

例2　平方の公式を使った展開①

$(x+5)^2$ の展開は，上の平方の公式で，

a を x，　b を 5

とみると，

$$(x+5)^2=x^2+10x+25$$

$$(a+b)^2=a^2+2\times a\times b+b^2$$
$$(x+5)^2=x^2+2\times x\times 5+5^2$$

問2　次の計算をしなさい。

(1)　$(a+3)^2$　　(2)　$(x-7)^2$　　(3)　$(y+4)^2$

例3　平方の公式を使った展開②

$$\begin{aligned}(x-3y)^2&=x^2-2\times x\times 3y+(3y)^2\\&=x^2-6xy+9y^2\end{aligned}$$

問3　次の計算をしなさい。

▶ 補充問題 4

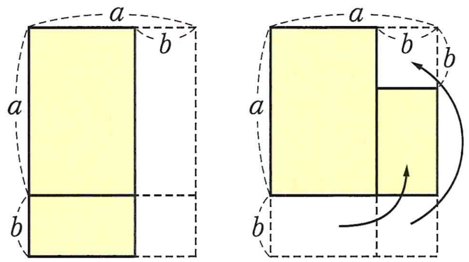
(1)　$(x-5y)^2$　　(2)　$(a+4b)^2$

(3)　$(4x-y)^2$　　(4)　$(2x+3y)^2$

(5)　$\left(a+\dfrac{1}{2}b\right)^2$　　(6)　$(-x+2y)^2$

$(a+b)(a-b)$ の展開

$$(a+b)(a-b)=a^2-ab+ab-b^2$$
$$=a^2-b^2$$



和と差の積

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

$(a+b)(a-b)$ の展開を図で見てみよう

例4 和と差の積の展開

(1) $(x+5)(x-5)$
$=x^2-5^2$
$=x^2-25$

(2) $(2-a)(2+a)$
$=2^2-a^2$
$=4-a^2$

問4 次の計算をしなさい。

▶ 補充問題 5

(1) $(x+8)(x-8)$

(2) $(3-a)(3+a)$

(3) $(5x+1)(5x-1)$

(4) $(3x+2y)(3x-2y)$

(5) $\left(x-\dfrac{1}{3}\right)\left(x+\dfrac{1}{3}\right)$

(6) $(a-6b)(a+6b)$

これまでに学んだ乗法の公式は，次のようにまとめることができます。

$$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$$
$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$
$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$$
$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

問5 12ページのマジックで，大きい方の数を x，小さい方の数を5として，❶～❹の計算を式に表し，マジックの種明かしをしなさい。

補充問題 5

これまでに学んだ乗法の公式を使って，式の計算をしましょう。

例題 1　いろいろな式の計算①

$(x+2)^2-(x+4)(x-1)$ を計算しなさい。

考え方　まず，$(x+2)^2$ と $(x+4)(x-1)$ を，乗法の公式を使って，それぞれ展開します。

解答

$$
\begin{aligned}
&(x+2)^2-(x+4)(x-1)\\
&=(x^2+4x+4)-(x^2+3x-4)\\
&=x^2+4x+4-x^2-3x+4\\
&=x+8
\end{aligned}
$$

問6　次の計算をしなさい。

(1)　$(x-3)^2+(x-1)(x+7)$

(2)　$(x+2)(x+9)-x(x+10)$

例題 2　いろいろな式の計算②

次の計算をしなさい。

(1)　$(a+b+3)(a+b-3)$　　(2)　$(a-b+3)^2$

考え方　式の中の共通な部分を，1つの文字におきかえて考えます。

◇ すでに学んだ形にする

解答

(1)　$a+b$ を M とすると，

$$
\begin{aligned}
(a+b+3)(a+b-3)&=(M+3)(M-3)\\
&=M^2-9\\
&=(a+b)^2-9\\
&=a^2+2ab+b^2-9
\end{aligned}
$$

(2)　$a-b$ を M とすると，

$$
\begin{aligned}
(a-b+3)^2&=(M+3)^2\\
&=M^2+6M+9\\
&=(a-b)^2+6(a-b)+9\\
&=a^2-2ab+b^2+6a-6b+9
\end{aligned}
$$

問7　次の計算をしなさい。

▶ 補充問題 6

(1)　$(a+b-1)(a+b+3)$　　(2)　$(x+y-2)^2$

練習問題

1 次の計算をしなさい。

(1) $(x+7)(x+4)$　　(2) $(x-8)(x+1)$

(3) $(x-4y)(x-9y)$　　(4) $(x+4)^2$

(5) $(3x-2)^2$　　(6) $(4x-3y)^2$

(7) $\left(\dfrac{1}{2}x+2\right)^2$　　(8) $(5+a)(5-a)$

(9) $(x-7y)(x+7y)$　　(10) $(1-x)^2$

(11) $(-5x+1)(5x-1)$　　(12) $\left(a-\dfrac{1}{2}\right)\left(a+\dfrac{1}{4}\right)$

2 次の計算をしなさい。

(1) $(x-7)(x+7)-(x-6)^2$　　(2) $(a+b)^2-(a-b)^2$

(3) $(2x+y)^2-(x-3y)(x+3y)$　　(4) $(x+1)(x+5)+(x-2)(x-4)$

3 次の計算をしなさい。

(1) $(a-2b+3)(a-2b-3)$　　(2) $(x+y-7)^2$

(3) $(x+y)(x+y-5)$　　(4) $(x+3y-2)(x+3y-9)$

数学ライブラリー

公式から公式を導く

公式から公式を導く

これまでに，いろいろな乗法の公式を学んできました。

例えば，平方の公式

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2 \quad \cdots\cdots ① \qquad (a-b)^2=a^2-2ab+b^2 \quad \cdots\cdots ②$$

では，①の式で，b を $-b$ とすると，

$$\{a+(-b)\}^2=a^2+2\times a\times(-b)+(-b)^2$$

左辺と右辺をそれぞれ計算すると，

$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$$

となり，②の式を導くことができます。

このように，1つの公式から別の公式を導くことができ，公式どうしがたがいに関連していることがわかります。

3 因数分解

多項式をいくつかの式の積の形に表すことを学びましょう。

ひろげよう

右の(1)～(4)の式は，(ア)～(エ)のどれかと等しくなります。等しいものどうしを，線で結びましょう。

(1)	a^2-9	(ア)	$(a-1)(a-2)$
(2)	$2a^2-4a$	(イ)	$(a+2)^2$
(3)	a^2-3a+2	(ウ)	$2a(a-2)$
(4)	a^2+4a+4	(エ)	$(a+3)(a-3)$

$(a+3)(a-3)$ を展開すると，　$(a+3)(a-3)=a^2-9$

この式の左辺と右辺を入れかえると，　$a^2-9=(a+3)(a-3)$

となり，多項式 a^2-9 は，2つの多項式 $a+3$ と $a-3$ の積の形に表されることがわかります。

逆向きに考える

1つの式が，いくつかの数や式の積の形に表されるとき，積の形に表したそれぞれの数や式を，もとの式の **因数**（いんすう） といいます。

27ページに，1年生で学んだ素因数分解のお話があるよ。

a^2-9 は $(a+3)(a-3)$ と表されるので，$a+3$，$a-3$ は a^2-9 の因数です。

また，多項式をいくつかの因数の積の形に表すことを，その多項式を **因数分解**（いんすうぶんかい）する といいます。

$$(a+3)(a-3) \underset{\text{因数分解}}{\overset{\text{展開}}{\rightleftarrows}} a^2-9$$

共通因数をくくり出して因数分解しましょう。

$Ma+Mb$ のように，各項に共通な因数 M をもつ多項式は，共通因数 M をくくり出して，次のように因数分解することができます。

$$\boldsymbol{Ma+Mb=M(a+b)}$$

例1　共通因数をくくり出す

$6x^2+3x$ の因数分解では，各項の共通因数 $3x$ をくくり出して，

$$6x^2+3x=3x\times 2x+3x\times 1$$
$$=3x(2x+1)$$

$6x^2$ …… $2\times 3\times x\times x$
$3x$ …… $3\times x$

問1　次の式を因数分解しなさい。

▶ 補充問題 7

(1) $ab-ac$　　(2) $4ax-2a$　　(3) $2ax+3ay$

(4) $8a^2b-4b^2$　　(5) a^2b-ab^2　　(6) $ax+bx+cx$

乗法の公式を利用して因数分解しましょう。

$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ の利用

例2　和と差の積を使った因数分解

$4x^2-9$ では，

$$4x^2=(2x)^2,\quad 9=3^2$$

だから，

$$4x^2-9=(2x)^2-3^2$$
$$=(2x+3)(2x-3)$$

$4x^2-9$
$=(2x)^2-3^2$
$\;\;a^2\;-\;b^2$

問2　次の式を因数分解しなさい。

▶ 補充問題 8

(1) x^2-y^2　　(2) x^2-16

(3) $9x^2-1$　　(4) $49x^2-36y^2$

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$，$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ の利用

例3　平方の公式を使った因数分解①

$x^2+8x+16$ では，

$$16=4^2,\quad 8x=2\times x\times 4$$

だから，

$$x^2+8x+16=x^2+2\times x\times 4+4^2$$
$$=(x+4)^2$$

$x^2+8x+16$
$=x^2+2\times x\times 4+4^2$
$\;\;a^2\;+\;2ab\;+\;b^2$

問3 次の式を因数分解しなさい。

(1) x^2+2x+1　　(2) x^2-4x+4

(3) $x^2+14x+49$　　(4) $x^2-12x+36$

例4 平方の公式を使った因数分解②

$9x^2-30x+25$ では,

$9x^2=(3x)^2$,　$25=5^2$

$30x=2\times3x\times5$

だから,

$$
\begin{aligned}
9x^2-30x+25&=(3x)^2-2\times3x\times5+5^2\\
&=(3x-5)^2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&9x^2-30x+25\\
&=(3x)^2-2\times3x\times5+5^2\\
&\quad a^2\ -\ 2ab\ +\ b^2
\end{aligned}
$$

問4 次の式を因数分解しなさい。 ▶ 補充問題 9

(1) $4x^2-12x+9$　　(2) $16y^2+40y+25$

(3) $9a^2-6ab+b^2$　　(4) $4t^2-20t+25$

問5 次の $\boxed{}$ にあてはまる正の数を書き入れなさい。

(1) $x^2-\boxed{}x+9=(x-\boxed{})^2$

(2) $4x^2+\boxed{}x+1=(\boxed{}x+1)^2$

(3) $x^2-16x+\boxed{}=(x-\boxed{})^2$

❯ $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$ の利用

例5 $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$ を使った因数分解①

x^2+5x+6 では,

和が $+5$,　積が $+6$

となる2数を見つければよい。

まず，積が $+6$ であることに着目すると，

2数は，右の表のような組にしぼられる。

このうち，和が $+5$ となる2数は，

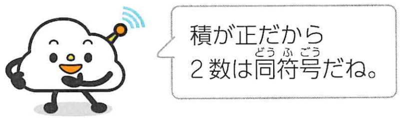
2と3である。

したがって,

$$x^2+5x+6=(x+2)(x+3)$$

$$
\begin{aligned}
&x^2+5x+6\\
&x^2+(a+b)x+ab
\end{aligned}
$$

積が $+6$	和が $+5$
1 と 6	
-1 と -6	
2 と 3	○
-2 と -3	



補充問題 9

問6 次の式を因数分解しなさい。

(1) x^2+3x+2 (2) x^2+7x+6

(3) $x^2+8x+12$ (4) $x^2+11x+24$

例6 $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$ を使った因数分解②

$x^2-8x+15$ では，

積が $+15$， 和が -8

となる2数を見つければよい。

表から，2数は，-3 と -5 である。

したがって，

$$x^2-8x+15=(x-3)(x-5)$$

積が $+15$	和が -8
1 と 15	
-1 と -15	
3 と 5	
-3 と -5	○

問7 次の式を因数分解しなさい。

(1) x^2-4x+3 (2) x^2-8x+7

(3) $x^2-9x+18$ (4) $x^2-10x+16$

例7 $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$ を使った因数分解③

x^2-2x-8 では，

積が -8， 和が -2

となる2数を見つければよい。

表から，2数は，2 と -4 である。

したがって，

$$x^2-2x-8=(x+2)(x-4)$$

積が -8	和が -2
1 と -8	
-1 と 8	
2 と -4	○
-2 と 4	

問8 次の式を因数分解しなさい。

(1) x^2+7x-8 (2) x^2+x-6

(3) $x^2+3x-10$ (4) $x^2+2x-35$

(5) x^2-8x-9 (6) $x^2-9x-10$

問9 次の式を因数分解しなさい。 ▶ 補充問題 10

(1) x^2+x-30　　(2) $x^2+7x+10$

(3) a^2-5a+4　　(4) $a^2+2a-15$

(5) y^2-y-2　　(6) $t^2+10t+21$

これまでに学んだ因数分解の公式は，次のようにまとめることができます。

$$Ma+Mb=M(a+b)$$
$$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$$
$$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$$
$$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$$
$$x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$$

数学ライブラリー

素因数分解

素因数分解をふり返ろう

$60=2^2\times3\times5$　……①

と表すことができることを1年生で学びました。

数の世界でも，整数がいくつかの整数の積の形に表されるとき，その1つ1つの数をもとの数の因数といいます。

$60=6\times10$

のように整数の積に表すことができるので，6，10は60の因数です。

因数の中でも，素数である因数を素因数といいます。①の式から，2，3，5は60の素因数です。

①の式のように，自然数を素数だけの積で表すことを素因数分解ということも1年生で学びました。これは，自然数を素因数の積で表しているからです。1より大きい素数でない自然数は，ただ1通りに素因数分解することができます。

$$\begin{array}{r|l} 2 & 180 \\ \hline 2 & 90 \\ \hline 3 & 45 \\ \hline 3 & 15 \\ \hline & 5 \end{array}\qquad \begin{array}{r|l} 3 & 180 \\ \hline 3 & 60 \\ \hline 2 & 20 \\ \hline 5 & 10 \\ \hline & 2 \end{array}\qquad \begin{array}{r|l} 5 & 180 \\ \hline 3 & 36 \\ \hline 3 & 12 \\ \hline 2 & 4 \\ \hline & 2 \end{array}$$

どのように素因数分解しても，
$180=2^2\times3^2\times5$
になっているね。

これまでに学んだことを使って，いろいろな式を因数分解しましょう。

例題 1　いろいろな因数分解①

$ax^2+6ax-16a$ を因数分解しなさい。

考え方　すべての項に a があるので，共通因数 a をくくり出し，さらに因数分解できないかを考えます。

解答

$ax^2+6ax-16a=a(x^2+6x-16)$

$=a(x-2)(x+8)$

問10　次の式を因数分解しなさい。

(1)　$5x^2-45$　　(2)　$3ax^2+12ax+12a$

(3)　$2bx^2-4bx-16b$　　(4)　$4a^2b-bx^2$

例題 2　いろいろな因数分解②

次の式を因数分解しなさい。

(1)　$(x-1)y-(x-1)$　　(2)　$(x+2)^2-3(x+2)-4$

考え方　式の中の共通な部分を，1つの文字におきかえて考えます。

◇ すでに学んだ形にする

解答

(1)　$x-1$ を M とすると，

$(x-1)y-(x-1)=My-M$

$=M(y-1)$

$=(x-1)(y-1)$

(2)　$x+2$ を M とすると，

$(x+2)^2-3(x+2)-4=M^2-3M-4$

$=(M+1)(M-4)$

$=\{(x+2)+1\}\{(x+2)-4\}$

$=(x+3)(x-2)$

問11　次の式を因数分解しなさい。

▶ 補充問題 11

(1)　$(a+b)x+(a+b)y$　　(2)　$(x-a)y-b(x-a)$

(3)　$(x+3)^2-7(x+3)+10$　　(4)　$(a+b)^2+5(a+b)+6$

補充問題 | 11

話しあおう

次の式は，どのようにすれば因数分解できるでしょうか。

(1) $2a(b-4)-4+b$　　(2) $xy+x+y+1$

練習問題　③ 因数分解

1 次の式を因数分解しなさい。

(1) $mx-my$　　(2) $2ab-4b^2$

(3) $axy+ay+a$　　(4) $-14a^2-21ab+7a$

(5) $18a^2b-12ab$　　(6) $4abc+16ab-8bc$

2 次の式を因数分解しなさい。

(1) $x^2+10x+25$　　(2) $a^2-14a+49$

(3) x^2-64　　(4) $25a^2-16b^2$

(5) $4a^2-1$　　(6) $y^2+12y+36$

3 次の式を因数分解しなさい。

(1) x^2+4x+3　　(2) x^2+x-2

(3) x^2-x-6　　(4) $x^2-3x-18$

(5) $x^2+5x-14$　　(6) $x^2-6x-16$

4 次の式を因数分解しなさい。

(1) $x^2-8x+12$　　(2) a^2+2a-3

(3) $36y^2+84y+49$　　(4) $100-20y+y^2$

(5) $28-16a+a^2$　　(6) $-2x-3+x^2$

5 次の式を因数分解しなさい。

(1) $4x^2-12x-40$　　(2) $-3ax^2+6ax-3a$

(3) x^2y-y　　(4) $a(x+y)-3(x+y)$

(5) $(a+b)^2-4(a+b)+4$　　(6) $(a-b)^2-c^2$