

# 2 節

## 二次方程式の利用

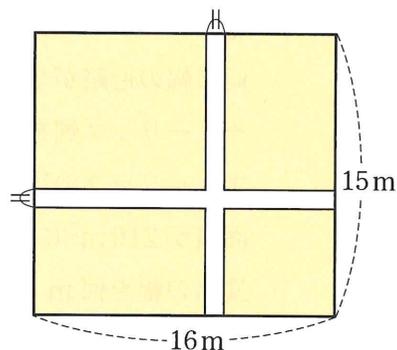
通路の幅を何 m にすればいいかな？



通路のあるチューリップ畑をつくらう

かりんさんの住んでいる町では、縦の長さが 15m、横の長さが 16m の長方形の土地に、右の図のような同じ幅の通路があるチューリップ畑をつくることになりました。

植えるチューリップの球根は、全部で 12600 個あり、 $1\text{m}^2$  あたりに、60 個の球根を植えます。



球根を植える部分の面積は、 $12600 \div 60$  で  $210\text{m}^2$  だね。

球根を植える部分の面積と通路の面積の合計が、長方形の土地の面積と等しくなるね。

通路の幅を何 m にすればいいのかな？

### 話しあおう

通路の幅を求めるには、どうすればよいでしょうか。

二次方程式を利用して、いろいろな問題を解決しましょう。

# 1

## 二次方程式の利用

ステップ

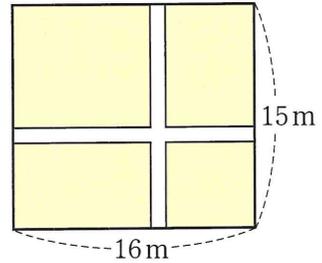
### 1

状況を整理し、問題を設定しよう

通路の幅を求めるために、かりんさんは、次の問題を考えました。

Q

右の図のような、縦の長さが15m、横の長さが16mの長方形の土地に、同じ幅の通路が2本あるチューリップ畑をつくります。チューリップの球根を植える部分の面積が $210\text{m}^2$ になるようにするには、通路の幅を何mにすればよいですか。



ステップ

### 2

解決の見通しを立てて、問題を解決しよう

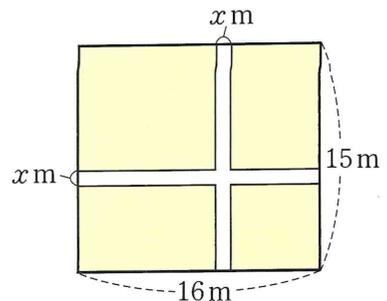
通路の幅を求めるために、かりんさんは、次のように考えました。

- 問題の中の数量に着目して、数量の関係を見つける。

$$(\text{球根を植える部分の面積}) + (\text{通路の面積}) = (\text{長方形の土地の面積})$$

- まだわかっていない数量のうち、適当なものを文字で表し、方程式をつくって解く。

- 1 通路の幅を  $x\text{m}$  として、通路の面積を  $x$  を使って表しなさい。



球根を植える部分の面積は  $210\text{m}^2$ 、長方形の土地の面積は  $240\text{m}^2$  であることから、次のような二次方程式をつくり、これを解けばよい。

$$210 + (15x + 16x - x^2) = 240$$

$$x^2 - 31x + 30 = 0$$

$$(x-1)(x-30) = 0$$

$$x = 1, 30$$

長方形の土地の面積は、  
 $15 \times 16 = 240 (\text{m}^2)$   
だね。



- 方程式の解が、問題にあっているかどうかを調べて、答えを書く。

長方形の土地の縦の長さは  $15\text{m}$  だから、  
 $x = 30$  は問題にあわない。

また、 $x = 1$  は、問題にあっている。

通路の幅  $1\text{m}$

この長方形の土地に  
 $30\text{m}$  の幅の通路は  
つukれないね。



方程式を使って問題を解くとき、その方程式の解が問題にあっていない場合があります。そのために、方程式の解が、その問題にあっているかどうかを調べる必要があります。

ステップ  
**3**

問題解決の過程をふり返って、気づいたことやもっと調べてみたいことを話しあい、問題を深めよう

深める例



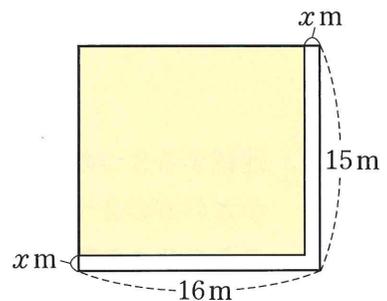
説明しよう

けいたさんは、Qの問題を解くのに、  
右のような図で考えて、

$$(15-x)(16-x) = 210$$

という方程式をつくりました。

どのように考えたのでしょうか。



二次方程式を利用して、いろいろな問題を解きましょう。

例題  
1

整数の問題

連続する2つの正の整数があります。

それぞれを2乗した数の和が85になるとき、

これら2つの整数を求めなさい。

考え方

求める2つの正の整数のうち、どちらかを  $x$  として  
方程式をつくります。

解答

連続する2つの正の整数のうち、

小さい方の整数を  $x$  とすると、

大きい方の整数は  $x+1$  となり、

$$x^2 + (x+1)^2 = 85$$

$$x^2 + (x^2 + 2x + 1) = 85$$

$$2x^2 + 2x - 84 = 0$$

$$x^2 + x - 42 = 0$$

$$(x+7)(x-6) = 0$$

$$x = -7, 6$$

$x$  は正の整数だから、 $x = -7$  は問題にあわない。

$x = 6$  のとき、求める2つの整数は6, 7となり、

これは問題にあっている。

2つの整数は、6と7

大きい方の整数を  
 $x$  としたら、どんな  
方程式になるかな？



問1

連続する2つの正の整数があります。

それぞれを2乗した数の和が145になるとき、

これら2つの整数を求めなさい。

条件をかえる

問2

連続する3つの正の整数があります。

小さい方の2つの数の積が、3つの数の和に等しいとき、

これら3つの整数を求めなさい。

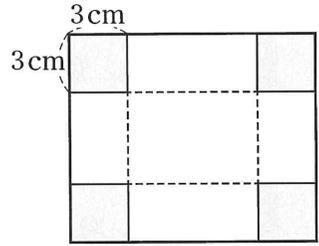
▶ 補充問題 10



例題  
2

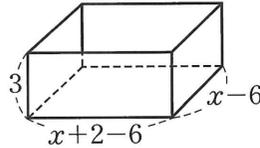
容積の問題

横が縦より 2 cm 長い長方形の紙があります。  
この四すみから 1 辺が 3 cm の正方形を切り取り、  
ふたのない直方体の容器をつくと、その容積は  
51 cm<sup>3</sup> になりました。はじめの紙の縦と横の  
長さを求めなさい。



考え方

紙の縦の長さを  $x$  cm として、  
直方体の底面の縦と横の長さを  
 $x$  で表し、方程式をつくります。



解答

はじめの紙の縦の長さを  $x$  cm とすると、

$$3(x-6)(x-4)=51$$

これを解くと、

$$(x-6)(x-4)=17$$

$$x^2-10x+7=0$$

$$x = \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \times 1 \times 7}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{10 \pm \sqrt{72}}{2}$$

$$= 5 \pm 3\sqrt{2}$$

四すみから 1 辺が 3 cm の正方形を切り取るためには、  
 $x > 6$  だから、 $x = 5 - 3\sqrt{2}$  は問題にあわない。  
 $x = 5 + 3\sqrt{2}$  のとき、横の長さは  $(7 + 3\sqrt{2})$  cm  
となり、これは問題にあっている。

縦  $5 + 3\sqrt{2}$  (cm), 横  $7 + 3\sqrt{2}$  (cm)

5-3√2 は  
5-(正の数)  
だから、6より  
小さいね。



問3

例題2 で、直方体の容器の底面の長方形について、  
その縦と横の長さは、それぞれ何 cm になりますか。  
小数第 1 位まで求めなさい。

▶ 補充問題 11



問4

周の長さが 60 cm で、面積が 220 cm<sup>2</sup> の長方形を  
つくる時、この長方形の 2 辺の長さは、それぞれ  
何 cm になりますか。小数第 1 位まで求めなさい。

学 びをいかそう

容器をつくらう

p.246~p.247

補充問題 | 11

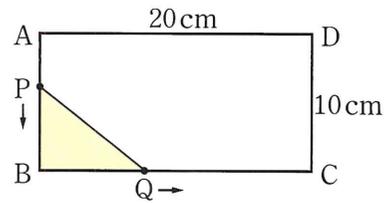


例題  
3

動く点の問題

AB=10cm, BC=20cmの長方形ABCDがあります。

点Pは、辺AB上を毎秒1cmの速さでAからBまで動き、点Qは、辺BC上を毎秒2cmの速さでBからCまで動きます。

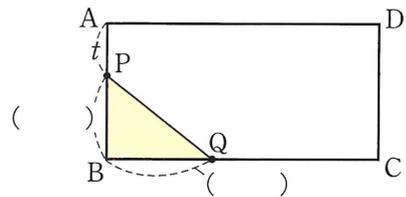


- (1) P, Qが同時に出発してから3秒後の△PBQの面積は何cm<sup>2</sup>ですか。
- (2) P, Qが同時に出発するとき、△PBQの面積が24cm<sup>2</sup>になるのは何秒後ですか。



考え方

(2)では、P, Qが出発してからt秒後のPBとBQの長さを、tを使って表します。



解答

- (1) P, Qが出発してから3秒後のPB, BQの長さは、それぞれ、

$$PB=10-3=7(\text{cm})$$

$$BQ=2\times 3=6(\text{cm})$$

だから、△PBQの面積は、

$$\frac{1}{2}\times 6\times 7=21$$

21cm<sup>2</sup>

- (2) P, Qが出発してからt秒後に、△PBQの面積が24cm<sup>2</sup>になったとすると、

$$\frac{1}{2}\times 2t\times (10-t)=24$$

これを解くと、

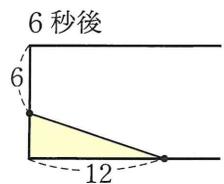
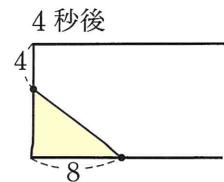
$$t^2-10t+24=0$$

$$(t-4)(t-6)=0$$

$$t=4, 6$$

点PはAからBまで、点QはBからCまで動くので、 $0\leq t\leq 10$ だから、 $t=4$ も $t=6$ も問題にあっている。

4秒後と6秒後



5

10

15

20

25

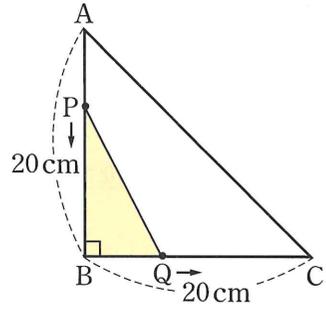
30

問5

AB=20 cm, BC=20 cm,  $\angle B=90^\circ$  の直角二等辺三角形 ABC があります。

点 P は、辺 AB 上を毎秒 1 cm の速さで A から B まで動き、点 Q は、辺 BC 上を毎秒 1 cm の速さで B から C まで動きます。

- (1) P, Q が同時に出発してから 6 秒後の  $\triangle PBQ$  の面積は何  $\text{cm}^2$  ですか。
- (2) P, Q が同時に出発するとき、 $\triangle PBQ$  の面積が、 $\triangle ABC$  の面積の  $\frac{1}{4}$  になるのは何秒後ですか。



▶ 補充問題 12

数学 ライブラリー

ディオファントスの考えた解き方

古代ギリシャの数学者ディオファントスは、右のような問題を、下のようにして解いたといわれています。

周の長さが 104 m, 面積が  $576 \text{m}^2$  の長方形の縦と横の長さを求めなさい。

縦と横は、和が 52, 積が 576 になる 2 数である。

この 2 数が等しいとすると、積は、和の半分である 26 の 2 乗、つまり、676 になるはずだから、2 数は等しくない。よって、どちらか一方は 26 より大きく、他方は 26 より小さい。

これらの 2 数の大きい方を  $26+x$ , 小さい方を  $26-x$  とすると、

$$\begin{aligned} (26+x)(26-x) &= 576 \\ 676-x^2 &= 576 \\ x^2 &= 100 \end{aligned}$$

わたしの解き方のよさがわかるかな？

