2節 円の性質の利用

船の位置はどこ？

船の位置は どこ？

海上にいる船から，海岸線にある目印をもとにして，船がどこにいるかを見つける方法を考えましょう。

船から萩城跡を見て，それから真うしろをふり向くと，笠山山頂展望台がありました。また，船から恵美須ヶ鼻造船所跡を見て，それから30°左を向くと，萩港灯台がありました。

話しあおう

上の条件から，船の位置は，どうすれば見つけられるでしょうか。

円の性質を，いろいろな問題に利用しましょう。

1 円の性質の利用

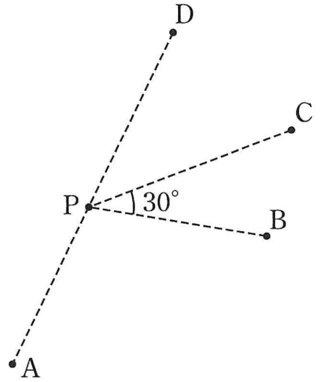
ステップ1 状況を整理し，問題を設定しよう

船の位置を調べるために，次の問題を考えました。

Q 前ページの地図で，萩城跡を A，恵美須ヶ鼻造船所跡を B，萩港灯台を C，笠山山頂展望台を D，船の位置を P とします。
線分 AD 上にあり，

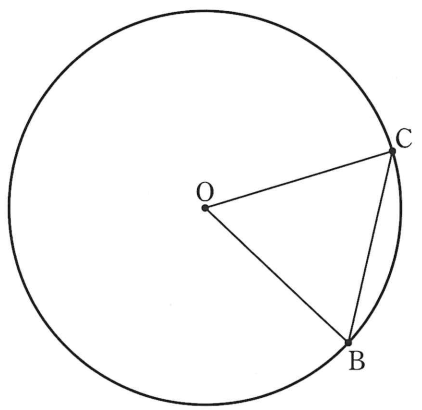
$\angle BPC = 30°$

となる点 P を作図しなさい。



ステップ2 解決の見通しを立てて，問題を解決しよう

上の Q で，$\angle BPC = 30°$ の条件にあてはまる点 P は，次のように作図される円 O の周上にあります。



❶ 線分 BC を1辺とする正三角形をかき，B，C 以外の頂点を O とする。
❷ 点 O を中心として，OB を半径とする円 O をかく。

点Pの作図

説明しよう

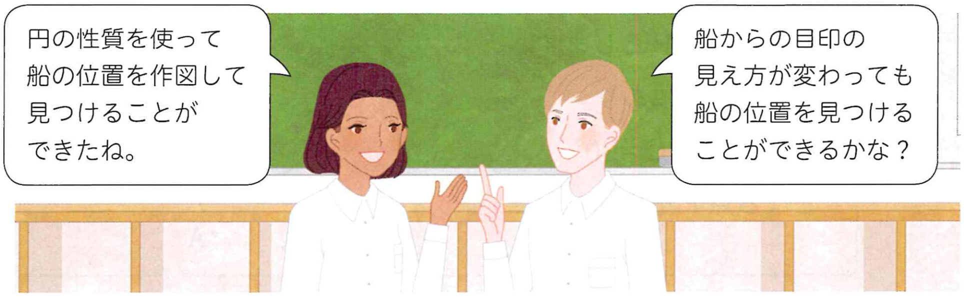
上のようにして作図される円 O の周上で，直線 BC について点 O と同じ側に点 P をとります。
このとき，$\angle BPC = 30°$ となる理由を説明しましょう。

前ページで考えた円Oと線分ADの交点が，Qの問題の条件にあてはまる点Pの位置になります。

1 172ページの地図で，船の位置を作図して見つけなさい。

ステップ 3 問題解決の過程をふり返って，気づいたことやもっと調べてみたいことを話しあい，問題を深めよう

深める例

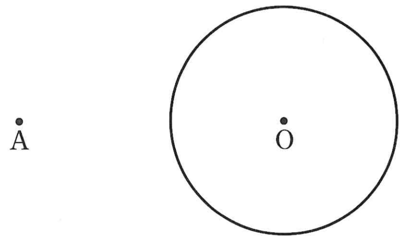


2 172ページの場面で，船から萩城跡を見て，それから90°左を向くと，恵美須ヶ鼻造船所跡がありました。また，船から萩港を見て，それから90°左を向くと，萩港灯台がありました。このときの船の位置を作図して見つけなさい。

円の接線の作図

円Ｏと，この円の外部に点Ａがあります。

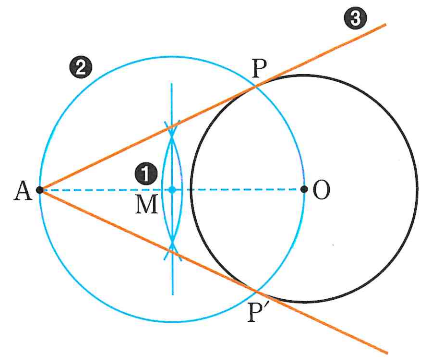
これまでに学んだ円の性質を使って，点Ａを通る円Ｏの接線を作図することを考えましょう。



点Ａから円Ｏに接線がひけたとして，その接点をＰとすると，$AP \perp OP$，つまり，$\angle APO = 90^\circ$ となります。

結論からさかのぼる

このことから，接線は，次の方法で作図することができます。



❶ 線分 AO の中点Ｍをとる。

❷ Ｍを中心として，MO を半径とする円Ｍをかく。

❸ 円Ｍと円Ｏの交点の１つをＰとすると，２点Ａ，Ｐを通る直線が，求める接線である。

円の接線の作図

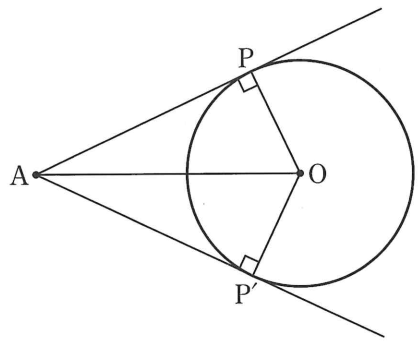
説明しよう

上の方法で円の接線が作図できる理由を説明しましょう。

接線は，上の図のように，AP と AP′ の２本ひくことができます。また，△APO と △AP′O は合同な直角三角形だから，

$$AP = AP'$$

です。この線分 AP，AP′ の長さを，点Ａから円Ｏにひいた接線の長さといいます。



? △APO≡△AP′O はなぜ成り立つのかな。

問１ ノートに，半径３cm の円Ｏの中心から５cm の距離にある点Ａを１つとり，点Ａを通る円Ｏの接線を作図しなさい。

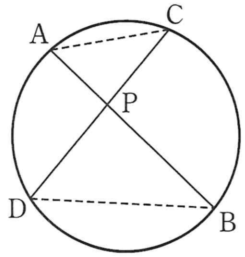
円周角の定理を利用した証明

例題 1 円周角の定理を利用した証明

右の図のように，2つの弦(げん) AB と CD が，円内の点 P で交わるとき，

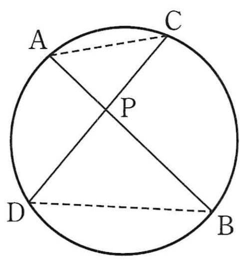
△PAC∽△PDB

であることを証明しなさい。



考え方 相似であることを示すために，円周角の定理を使って，等しい角を見つけます。

証明



△PAC と △PDB で，

$\overset{\frown}{CB}$ に対する円周角は等しいので，

∠CAP＝∠BDP ……①

$\overset{\frown}{AD}$ に対する円周角は等しいので，

∠ACP＝∠DBP ……②

①，②から，2組の角が，それぞれ等しいので，

△PAC∽△PDB

対頂角 ∠APC と ∠DPB が等しいことを使っても証明できるよ。

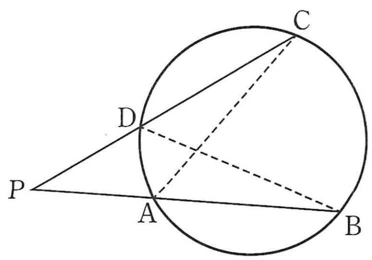
例題 1 で，AB と CD が，円外の点 P で交わる場合を考えてみましょう。 ○ 条件をかえる

問 2 右の図のように，2つの弦 AB と CD を，それぞれ延長した直線が，円外の点 P で交わるとき，

△PAC∽△PDB

であることを証明しなさい。

▶ 補充問題 3



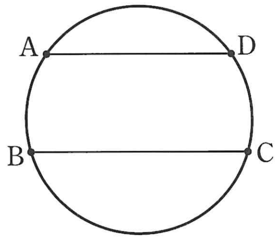
交わる位置を変えても成り立つかな？

例題 1 の図で，A と D を円周上で動かすとこの図になるね。

学びをいかそう
方べきの定理
p.260〜p.261

補充問題 3

問3 右の図のように，円周上に4点A，B，C，Dがあります。



(1) 次のことを証明しなさい。

AD∥BC ならば，$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}=\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$

(2) (1)の逆

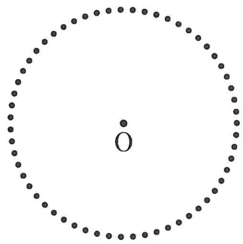
$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}=\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$ ならば，AD∥BC

は成り立ちますか。

数学ライブラリー

タレスと円

円は，1つの点から一定の距離にある点が集まった図形とみることができます。また，どんな直径についても対称な図形です。



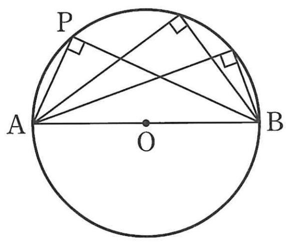
このように，円は興味深い性質がいろいろあるため，昔から多くの人々によって研究されてきました。

例えば，古代ギリシャの数学者タレスは，次のような性質を明らかにしたといわれています。

タレス
およそ紀元前624年
〜紀元前546年

> 円周上の点Pをどこにとっても，
> 直径ABの両端とPを結んでできる角
> ∠APBは，いつも直角である。

タレスが見つけたこの性質は，これまでに学んできた円周角の定理で，半円の弧に対する円周角の場合です。



タレスは，このほかにも，1組の辺とその両端の角が，それぞれ等しい2つの三角形が合同であることを明らかにしたり，ピラミッドの影(かげ)からその高さを求めたりしたとも伝えられています。