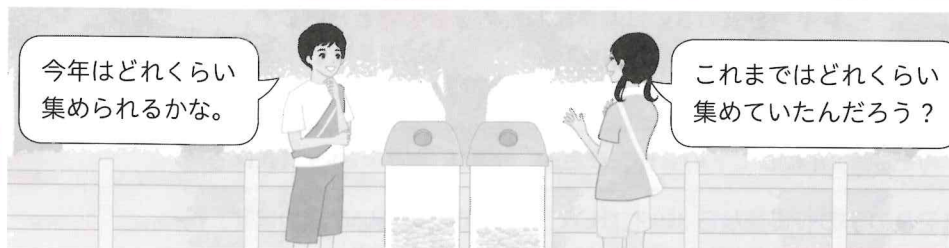


3 正の数・負の数の利用

収集量の目標を決めよう

けいたさんとかりんさんの住んでいる町は、リサイクルのために、ペットボトルのキャップを集める活動に毎年協力しています。



1年間でどれくらい集めていたのかを、過去5年間について調べたところ、下の表のようでした。

	5年前	4年前	3年前	2年前	1年前
収集量 (kg)	354	326	359	331	340

話しあおう

教科書
p.51

今年の収集量の目標を決めるには、どのような方法が考えられるでしょうか。

解答例

過去5年間の収集量の平均を求めて、目標を決める。

- 小学校で学習したように、**平均＝合計÷個数** だから、計算すると、

$$(354+326+359+331+340) \div 5 = 342 \text{ (kg)}$$

- 小学校5年では、平均の求め方のくふうとして、「ある数より大きい部分の平均を求めて、ある数にたす」方法もあった。

いちばん少ない 326 より大きい部分の平均を求めると、

$$354 - 326 = 28 \quad 326 - 326 = 0$$

$$359 - 326 = 33 \quad 331 - 326 = 5$$

$$340 - 326 = 14$$

$$(28 + 0 + 33 + 5 + 14) \div 5 = 16$$

$$326 + 16 = 342 \text{ (kg)}$$

- 教科書 18 ページのように、340 kg などを基準にして違いを正の数、負の数で表すと、平均をもっと簡単に求めることができるのではないだろうか。

1 正の数・負の数の利用

学習のねらい

正の数・負の数を利用して、身のまわりの問題を解決できるようにします。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□仮平均

▶平均を求めるのに基準にした値を^{かりへいきん}仮平均といいます。

1

仮平均を 340 kg にして下の表を完成させ、平均を求めなさい。(表は省略)

教科書
p.53

ガイド

それぞれの年の収集量から 340 をひいて、仮平均との違いを求めます。

収集量が仮平均よりも少ない場合には、負の数になります。

「仮平均との違い」の平均を求めて、仮平均にたします。

解答

5 年前… $354 - 340 = 14$, 4 年前… $326 - 340 = -14$, 3 年前… $359 - 340 = 19$,2 年前… $331 - 340 = -9$, 1 年前… $340 - 340 = 0$

	5 年前	4 年前	3 年前	2 年前	1 年前
仮平均との違い (kg)	+14	-14	+19	-9	0

$$14 + (-14) + 19 + (-9) + 0 = 10$$

10 ÷ 5 = 2…仮平均との違いの平均

よって、 $340 + 2 = 342$ (kg)

2

となりの町の過去 5 年間の収集量は次のような値でした。

仮平均とする値をくふうして平均を求めなさい。(表は省略)

教科書
p.53

ガイド

過去 5 年間のデータから、まず、仮平均を決めます。

仮平均にする値は、計算のしやすい値を考えます。

解答

最大値の 428 kg と最小値の 302 kg の平均の値に近い 360 kg を仮平均にすると、

5 年前… $323 - 360 = -37$, 4 年前… $370 - 360 = 10$, 3 年前… $302 - 360 = -58$,2 年前… $428 - 360 = 68$, 1 年前… $397 - 360 = 37$

$$\{(-37) + 10 + (-58) + 68 + 37\} \div 5 = 4$$

$$360 + 4 = 364 \text{ (kg)}$$

(仮平均との違い) = (収集量) - (仮平均)
で求められるね。



練習問題

① 正の数・負の数の利用

教科書
p. 53

1

ある讃岐うどん店は、1日の売上数を、水曜日の売上数 150 杯を基準にして、次の表のように記録しています。

	月	火	水	木	金	土	日
売上数(杯)	+7	-14	0	-8	+10	+23	+17

月曜日から日曜日までの売上数の平均を求めなさい。

また、この7日間の総売上数を求めなさい。

ガイド

150 杯が仮平均になっているので、①で求めたようにして、売上数の平均を求めます。また、総売上数は、(平均)×(日数)を使って求めます。

解答

仮平均の 150 杯と各曜日の売上数との違いは、それぞれ、表のようになっている。

$$\{(+7)+(-14)+0+(-8)+(+10)+(+23)+(+17)\} \div 7 = 5$$

↓ 和は 35

よって、7日間の売上数の平均は、 $150 + 5 = 155$ (杯)

また、総売上数は、 $155 \times 7 = 1085$ (杯)

参考

総売上数を求めるのに、(仮平均×7)+(仮平均との違いの和)を利用して、

$150 \times 7 + 35 = 1050 + 35 = 1085$ (杯) としても計算できます。

正の数・負の数のはじめ

ヨーロッパで負の数が知られるようになったのは、13世紀ごろのことです。それは、7世紀ごろにインドで考えられたものが、アラビアを経て伝えられたものでした。

中国ではインドよりももっと古く、1世紀ごろに完成したと思われる「九章算術」という本に、すでに正の数・負の数について述べられています。「九章算術」では、「正負術」という部分があり、正の数・負の数の加法、減法の計算方法が解説されています。ここでは、算木という計算器具を使い、正の数は赤で、負の数は黒で表していました。

1章 章末問題

学びをたしかめよう

教科書 p.54~55

1

次の数を、正の符号、負の符号をつけて表しなさい。

(1) 0より8小さい数

(2) 0より15大きい数

解答

(1) -8 (2) $+15$

p.15

問3

2

次の数の中から、整数をすべて選びなさい。

また、自然数をすべて選びなさい。

 $-0.2, +5, \frac{1}{3}, 0, -7, 10, 1.5$

解答

整数… $+5, 0, -7, 10$ 自然数… $+5, 10$

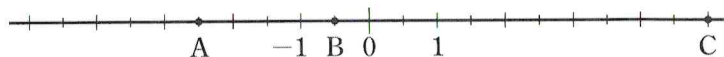
p.15

問4

3

下の数直線上で、A, B, Cにあたる数をいいなさい。

また、次の数を、数直線上に表しなさい。

 $-5, -3.5, \frac{1}{2}$ 

ガイド

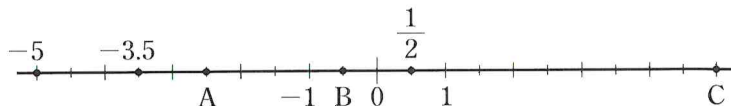
数直線では、正の数は0から右の方に、負の数は0から左の方に表されています。

解答

A… -2.5 (または $-\frac{5}{2}$), B… -0.5 (または $-\frac{1}{2}$), C… 5

p.16

問5



p.16

問6

4

〔 〕内のことばを使って、次のことを表しなさい。

(1) 6個少ない [多い]

(2) 50円たりない [余る]

ガイド

反対の性質をもつことばでいいかえるときは、符号を変えます。

解答

(1) 6個少ないは, [多い]を使うと, -6 個多い(2) 50円たりないは, [余る]を使うと, -50 円余る

p.18

問4

5

 -3 の絶対値をいいなさい。

ガイド

数直線上で、0からある数までの距離を、その数の絶対値といいます。

解答

3

p.19

問1

6

次の2数の大小を、不等号を使って表しなさい。

(1) $4, -6$

(2) $-7, -8$

(3) $-0.1, 0$

ガイド

正の数は負の数より大きく、0は負の数より大きいです。

負の数どうしでは、絶対値が大きいほど小さいです。

解答

(1) $4 > -6$

(2) $-7 > -8$

(3) $-0.1 < 0$

p.20

問3

7

次の計算をしなさい。

(1) $(-3) + (-7)$

(2) $(-1.7) + (+0.3)$

(3) $\left(-\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{1}{7}\right)$

(4) $(+5) - (+9)$

(5) $(-2.2) - (-3.1)$

(6) $\left(+\frac{2}{3}\right) - \left(-\frac{3}{4}\right)$

解答

(1) $(-3) + (-7) = -(3+7) = -10$

p.26

問1

(2) $(-1.7) + (+0.3) = -(1.7-0.3) = -1.4$

p.27

問4

(3) $\left(-\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{1}{7}\right) = \left(-\frac{7}{14}\right) + \left(-\frac{2}{14}\right) = -\left(\frac{7}{14} + \frac{2}{14}\right) = -\frac{9}{14}$

p.27

問4

(4) $(+5) - (+9) = (+5) + (-9) = -(9-5) = -4$

p.29

問5

(5) $(-2.2) - (-3.1) = (-2.2) + (+3.1) = +(3.1-2.2) = +0.9$

p.29

問6

(6) $\left(+\frac{2}{3}\right) - \left(-\frac{3}{4}\right) = \left(+\frac{2}{3}\right) + \left(+\frac{3}{4}\right) = \left(+\frac{8}{12}\right) + \left(+\frac{9}{12}\right) = +\left(\frac{8}{12} + \frac{9}{12}\right) = +\frac{17}{12}$

p.29

問6

8

次の計算をしなさい。

(1) $-5+2$

(2) $-7-2$

(3) $-9-6+2$

(4) $27+25+(-27)+(-24)$

解答

(1) $-5+2 = -3$

p.29

問7

(2) $-7-2 = -9$

p.30

問8

(3) $-9-6+2 = -15+2 = -13$

p.31

問10

(4) $27+25+(-27)+(-24) = \cancel{27}+25-\cancel{27}-24 = 25-24 = 1$

p.31

問10

9

次の計算をしなさい。

(1) $3 \times (-2)$

(2) $(-8) \div (-2)$

(3) $(-1.6) \times (-0.2)$

(4) $4.5 \div (-0.3)$

(5) $\left(-\frac{21}{10}\right) \times \frac{5}{7}$

(6) $\left(-\frac{4}{9}\right) \div \left(-\frac{4}{3}\right)$

解答

(1) $3 \times (-2) = -(3 \times 2)$

$= -6$

p.34

問2

(2) $(-8) \div (-2) = +(8 \div 2)$

$= 4$

p.36

問4

(3) $(-1.6) \times (-0.2) = +(1.6 \times 0.2)$

$= 0.32$

p.37

問5

(4) $4.5 \div (-0.3) = -(4.5 \div 0.3)$

$= -15$

p.37

問5

$$(5) \left(-\frac{21}{10}\right) \times \frac{5}{7} = -\left(\frac{21}{10} \times \frac{5}{7}\right)$$

$$= -\frac{3}{2} \quad \text{p.37} \quad \text{問6}$$

$$(6) \left(-\frac{4}{9}\right) \div \left(-\frac{4}{3}\right) = \left(-\frac{4}{9}\right) \times \left(-\frac{3}{4}\right)$$

$$= +\left(\frac{4}{9} \times \frac{3}{4}\right)$$

$$= \frac{1}{3} \quad \text{p.39} \quad \text{問8}$$

10

次の計算をなさい。

(1) $(-2) \times 6 \times 5$

(2) $(-48) \div 6 \times 4$

ガイド

乗法と除法が混じった式では、乗法だけの式になおし、計算の結果の符号を決めて計算します。

解答

(1) $(-2) \times 6 \times 5$

$$= -(2 \times 6 \times 5)$$

$$= -60 \quad \text{p.39} \quad \text{問10}$$

(2) $(-48) \div 6 \times 4$

$$= (-48) \times \frac{1}{6} \times 4$$

$$= -\left(48 \times \frac{1}{6} \times 4\right)$$

$$= -32 \quad \text{p.41} \quad \text{問12}$$

11

次の計算をなさい。

(1) $(-6)^2$

(2) -3^4

(3) $6 - 12 \div (-3)$

(4) $6 - 3 \times (7 - 4)$

解答

(1) $(-6)^2 = (-6) \times (-6) = 36$
(2) $-3^4 = -(3 \times 3 \times 3 \times 3) = -81$
(3) $6 - 12 \div (-3) = 6 - (-4) = 6 + 4 = 10$
(4) $6 - 3 \times (7 - 4) = 6 - 3 \times 3 = 6 - 9 = -3$

p.42 問2

p.42 問2

p.43 問3

p.43 問4

12

次の自然数の中から、素数をすべて選びなさい。

(ア) 21

(イ) 31

(ウ) 41

(エ) 51

ガイド

1 とその数のほかに約数がない自然数を素数といいます。

解答

(ア) 21 の約数は、1, 3, 7, 21
(イ) 31 の約数は、1, 31
(ウ) 41 の約数は、1, 41
(エ) 51 の約数は、1, 3, 17, 51
よって、素数は (イ), (ウ)

p.48 問2



1

次の計算をなさい。

(1) $7-25$

(2) $-6-(-16)$

(3) $-8.9+9.1$

(4) $-2.4-3.4$

(5) $\frac{2}{3}+\left(-\frac{7}{4}\right)$

(6) $-\frac{2}{5}+\left(-\frac{3}{5}\right)$

(7) $(-8)\times 12$

(8) $0\times(-27)$

(9) $-1.2\div(-0.4)$

(10) $0\div(-0.2)$

(11) $\frac{2}{5}\times\left(-\frac{3}{4}\right)$

(12) $\left(-\frac{8}{9}\right)\div\left(-\frac{2}{3}\right)$

(13) $3+(-7)+2$

(14) $-31-(-18)+16$

(15) $0.4+(-3.2)+5.6$

(16) $-1.8-4.3+3.5$

(17) $-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$

(18) $-5-2+(-2)-4$

(19) $3+7-15-6+2$

(20) $18-(-7)-14+(-7)-18$

(21) $7\div 35\times(-25)$

(22) $(-54)\div(-6)\div(-3)$

(23) $18\div\left(-\frac{9}{2}\right)\times\left(-\frac{5}{8}\right)$

(24) $-\frac{3}{8}\div\frac{1}{4}\div\left(-\frac{9}{5}\right)$

(25) $(-4)^2\times(-12)\div(-2)^4$

(26) $(-5)-70\div(-14)$

(27) $-59+6\times(-7)-32$

(28) $20\times 3-(-18+7)\times 5$

(29) $\{1+(0.6-1.5)\}\times(-0.1)$

(30) $(-4)^2\times 5-(-3^2)$

(31) $25\times(-14)+75\times(-14)$

(32) $\left(\frac{1}{4}+\frac{5}{6}\right)\times(-12)-(-13)$

解答

(1) $7-25=-18$

(2) $-6-(-16)=-6+16=10$

(3) $-8.9+9.1=0.2$

(4) $-2.4-3.4=-5.8$

(5) $\frac{2}{3}+\left(-\frac{7}{4}\right)=\frac{8}{12}+\left(-\frac{21}{12}\right)=\frac{8}{12}-\frac{21}{12}=-\frac{13}{12}$

(6) $-\frac{2}{5}+\left(-\frac{3}{5}\right)=-\frac{2}{5}-\frac{3}{5}=-\frac{5}{5}=-1$

(7) $(-8)\times 12=-(8\times 12)=-96$

(8) $0\times(-27)=0$

(9) $-1.2\div(-0.4)=+(1.2\div 0.4)=3$

(10) $0\div(-0.2)=0$

$$(11) \quad \frac{2}{5} \times \left(-\frac{3}{4}\right) = -\left(\frac{2}{5} \times \frac{3}{4}\right) = -\frac{3}{10}$$

$$(12) \quad \left(-\frac{8}{9}\right) \div \left(-\frac{2}{3}\right) = +\left(\frac{8}{9} \times \frac{3}{2}\right) = \frac{4}{3}$$

$$(13) \quad 3 + (-7) + 2 = 3 - 7 + 2 = 3 + 2 - 7 = 5 - 7 = -2$$

$$(14) \quad -31 - (-18) + 16 = -31 + 18 + 16 = -31 + 34 = 3$$

$$(15) \quad 0.4 + (-3.2) + 5.6 = 0.4 - 3.2 + 5.6 = 0.4 + 5.6 - 3.2 = 6 - 3.2 = 2.8$$

$$(16) \quad -1.8 - 4.3 + 3.5 = -6.1 + 3.5 = -2.6$$

$$(17) \quad -\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = -\frac{6}{12} + \frac{4}{12} - \frac{3}{12} = -\frac{6}{12} - \frac{3}{12} + \frac{4}{12} = -\frac{9}{12} + \frac{4}{12} = -\frac{5}{12}$$

$$(18) \quad -5 - 2 + (-2) - 4 = -5 - 2 - 2 - 4 = -13$$

$$(19) \quad 3 + 7 - 15 - 6 + 2 = 3 + 7 + 2 - 15 - 6 = 12 - 21 = -9$$

$$(20) \quad 18 - (-7) - 14 + (-7) - 18 = 18 + 7 - 14 - 7 - 18 = 18 - 18 + 7 - 7 - 14 = -14$$

$$(21) \quad 7 \div 35 \times (-25) = 7 \times \frac{1}{35} \times (-25) = -\left(7 \times \frac{1}{35} \times 25\right) = -5$$

$$(22) \quad (-54) \div (-6) \div (-3) = -54 \times \left(-\frac{1}{6}\right) \times \left(-\frac{1}{3}\right) = -\left(54 \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{3}\right) = -3$$

$$(23) \quad 18 \div \left(-\frac{9}{2}\right) \times \left(-\frac{5}{8}\right) = 18 \times \left(-\frac{2}{9}\right) \times \left(-\frac{5}{8}\right) = +\left(18 \times \frac{2}{9} \times \frac{5}{8}\right) = \frac{5}{2}$$

$$(24) \quad -\frac{3}{8} \div \frac{1}{4} \div \left(-\frac{9}{5}\right) = -\frac{3}{8} \times 4 \times \left(-\frac{5}{9}\right) = +\left(\frac{3}{8} \times 4 \times \frac{5}{9}\right) = \frac{5}{6}$$

$$(25) \quad (-4)^2 \times (-12) \div (-2)^4 = 16 \times (-12) \div 16 = 16 \times (-12) \times \frac{1}{16} = -\left(16 \times 12 \times \frac{1}{16}\right) = -12$$

$$(26) \quad (-5) - 70 \div (-14) = (-5) - (-5) = -5 + 5 = 0$$

$$(27) \quad -59 + 6 \times (-7) - 32 = -59 - 42 - 32 = -133$$

$$(28) \quad 20 \times 3 - (-18 + 7) \times 5 = 60 - (-11) \times 5 = 60 - (-55) = 60 + 55 = 115$$

$$(29) \quad \{1 + (0.6 - 1.5)\} \times (-0.1) = (1 - 0.9) \times (-0.1) = 0.1 \times (-0.1) = -0.01$$

$$(30) \quad (-4)^2 \times 5 - (-3^2) = 16 \times 5 - (-9) = 80 + 9 = 89$$

$$(31) \quad 25 \times (-14) + 75 \times (-14) = (25 + 75) \times (-14) = 100 \times (-14) = -1400$$

分配法則を利用

$$(32) \quad \left(\frac{1}{4} + \frac{5}{6}\right) \times (-12) - (-13) = \frac{1}{4} \times (-12) + \frac{5}{6} \times (-12) + 13 = -3 - 10 + 13 = 0$$



2

下の表は、ある年の3日間の新潟市の最高気温と最低気温の記録です。

[] 中の数は、前日の気温との違いを表しています。

(ア)~(エ)にあてはまる数を求めなさい。

また、3月16日の最高気温と最低気温はそれぞれ何℃でしたか。

	3月17日	3月18日	3月19日
最高気温	12.1℃ [+4.8]	(ア)℃ [(イ)]	8.6℃ [-7.7]
最低気温	(ウ)℃ [-1.8]	2.0℃ [+3.2]	(エ)℃ [+2.7]

ガイド

(ア)は、3月19日の気温と前日の気温との違いから求めます。

解答

$$(ア) \quad 8.6 - (-7.7) = 16.3 \quad (イ) \quad 16.3 - 12.1 = 4.2$$

$$(ウ) \quad 2.0 - (+3.2) = -1.2 \quad (エ) \quad 2.0 + (+2.7) = 4.7$$

$$3月16日の最高気温 \cdots 12.1 - (+4.8) = 7.3 (^\circ\text{C}) \quad 最低気温 \cdots -1.2 - (-1.8) = 0.6 (^\circ\text{C})$$



3

次の数の中から、下の(1)~(6)にあてはまる数をすべて選びなさい。

$$21, -0.2, -14, 24.2, 13, -16.2, -\frac{1}{100}, 5$$

(1) 整数

(2) もっとも大きい数

(3) もっとも小さい整数

(4) 絶対値がもっとも小さい数

(5) 3乗すると負の数になる数

(6) 素数

ガイド

負の数は、絶対値が大きいほど小さくなります。負の数を奇数個かけあわせると(指数が奇数)、負の数になります。

解答

$$(1) \quad 21, -14, 13, 5 \quad (2) \quad 24.2 \quad (3) \quad -14$$

$$(4) \quad -\frac{1}{100} \quad (5) \quad -0.2, -14, -16.2, -\frac{1}{100} \quad (6) \quad 13, 5$$

4

右の表で、どの縦、横、斜めの4つの数を加えても、和が等しくなるようにします。表の空欄に数を入れなさい。(表は省略)

ガイド

斜めの4つの数の和は $9+3+0+(-6)=6$ だから、例えば、右の図の ア~キの順に、6から3つの数の和をひいて求めます。

解答

$$ア \cdots 6 - \{9+2+(-3)\} = 6-8=-2$$

$$イ \cdots 6 - \{(-2)+3+4\} = 6-5=1$$

$$ウ \cdots 6 - \{1+5+(-6)\} = 6-0=6$$

$$エ \cdots 6 - \{9+(-4)+6\} = 6-11=-5$$

$$オ \cdots 6 - \{2+0+5\} = 6-7=-1 \quad カ \cdots 6 - \{(-5)+4+0\} = 6-(-1)=6+1=7$$

$$キ \cdots 6 - \{(-4)+3+(-1)\} = 6-(-2)=6+2=8$$

9	-4	エ	ウ
ア	3	4	イ
2	オ	0	5
-3	キ	カ	-6

5 次の(ア)~(ウ)のうち、正しいものをすべて選びなさい。

また、正しくないものについては、その理由を説明しなさい。

(ア) 10以下の自然数のうち、素数は4個あり、その4個の素数の積は、6の倍数である。

(イ) 素数と素数の積は、素数である。

(ウ) 252は、6の倍数であり、14の倍数でもある。

ガイド 1は素数にふくめません。また、素因数分解をすると、その数がどんな数の倍数であるのかがわかります。

解答 (ア) 10以下の素数は、2, 3, 5, 7で、その4個の積は、 $2 \times 3 \times 5 \times 7 = 6 \times 35$ だから、6の倍数である。

(ウ) $252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$ だから、 $252 = (2 \times 3) \times 2 \times 3 \times 7$ また、 $252 = (2 \times 7) \times 2 \times 3^2$ よって、6の倍数であり、14の倍数でもある。

(ア), (ウ)

〈正しくない理由〉

(イ) 素数と素数の積は、1とその数のほかに、かけあわせた素数を約数にもつから、素数ではない。

6 540をできるだけ小さい自然数でわって、ある自然数の2乗にするには、どんな数でわればよいですか。

ガイド 540を素因数分解して、それぞれの素数の指数が偶数になるような数でわります。つまり、 $540 \div \square = \bigcirc^2$ となるような $\square$ を見つけましょう。

解答 素因数分解すると、 $540 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 = (2 \times 3)^2 \times 3 \times 5$ これを 3×5 でわると、

$$\{(2 \times 3)^2 \times 3 \times 5\} \div (3 \times 5) = \frac{(2 \times 3)^2 \times 3 \times 5}{3 \times 5} = (2 \times 3)^2 = 6^2$$

となる。したがって、15でわればよい。

7 下の表は、6人のあるテストの得点と、基準にした得点との違いを表しています。

6人の得点の平均点は、73点でした。基準にした得点を求めなさい。

	Aさん	Bさん	Cさん	Dさん	Eさん	Fさん
基準にした得点との違い	+8	-7	+2	+12	-7	+10

ガイド 基準にした得点との違いの平均を求めて、平均点より高かったか低かったかを考えます。

解答 基準にした得点(仮平均)との違いの平均を求めると、

$\{(+8) + (-7) + (+2) + (+12) + (-7) + (+10)\} \div 6 = 3$ (点) だから、基準にした得点は平均点より3点低かったことになる。

これより、基準にした得点は、 $73 - 3 = 70$ (点)