

3 文字式の利用

数あてマジックのしくみを考えよう

先生が授業で数あてマジックをする
ことになりました。



どんな数でもかまいません。はじめに
整数を1つ思いうかべてください。
その数に5をたしてください。
その答えを2倍してください。
その答えから4をひいてください。
その答えを2でわってください。
その答えからはじめに思った数を
ひいてください。

先生は、全員が計算し終わったのを
確かめてから、計算の結果は聞かずに
右のようにいいました。

みなさんの計算の結果は、
ずばり3ですね！



話しあおう

教科書
p. 82

整数を1つ決めて、同じように計算してみましょう。

また、先生はなぜ全員の計算の結果がわかったのでしょうか。

解答例

整数を25に決めて、順に計算してみます。

その数に5をたす。 $\rightarrow 25 + 5 = 30$

その答えを2倍する。 $\rightarrow 30 \times 2 = 60$

その答えから4をひく。 $\rightarrow 60 - 4 = 56$

その答えを2でわる。 $\rightarrow 56 \div 2 = 28$

その答えからはじめの数をひく。 $\rightarrow 28 - 25 = 3$

整数を-7に決めて、順に計算してみます。

その数に5をたす。 $\rightarrow (-7) + 5 = -2$

その答えを2倍する。 $\rightarrow (-2) \times 2 = -4$

その答えから4をひく。 $\rightarrow (-4) - 4 = -8$

その答えを2でわる。 $\rightarrow (-8) \div 2 = -4$

その答えからはじめの数をひく。 $\rightarrow (-4) - (-7) = -4 + 7 = 3$

となり、計算結果はいつでも3になることを、先生は知っていたと考えられます。

1

文字式の利用

学習のねらい

文字式を利用して、身のまわりの問題を解決できるようにします。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□文字式の利用

▶例 数あてマジックで、はじめに決める整数を文字で表すことによって、計算結果がかならず同じ数になることを説明できる。

説明しよう

教科書
p.83

①~⑤の順で計算をすると、計算の結果はかならず3になることを説明しましょう。

ガイド

はじめに決めた整数を文字 n で表して、順に計算をします。

解答例

はじめに決めた整数を n として、順に計算をすると、

① $n+5$ ② $(n+5) \times 2 = n \times 2 + 5 \times 2 = 2n+10$

③ $(2n+10) - 4 = 2n+6$

④ $(2n+6) \div 2 = \frac{2n}{2} + \frac{6}{2} = n+3$ ⑤ $(n+3) - n = 3$

となり、計算結果はかならず3になる。

- ① 決めた整数に5をたす。
- ② ①の答えを2倍する。
- ③ ②の答えから4をひく。
- ④ ③の答えを2でわる。
- ⑤ ④の答えからはじめに決めた整数をひく。

説明しよう

教科書
p.83

新しい数あてマジックをつくり、そのしくみを説明してみましよう。

解答例

はじめに整数を1つ思いうかべてください。

その数を4倍してください。

その答えに8をたしてください。

その答えを4でわってください。

その答えからはじめに思った数をひいてください。

計算の結果は2です。

<このマジックのしくみ>

はじめに思いうかべる数を n として、順に計算すると、

$$n \times 4 = 4n \rightarrow 4n + 8 \rightarrow (4n + 8) \div 4 = \frac{4n}{4} + \frac{8}{4} = n + 2 \rightarrow (n + 2) - n = 2$$

となり、計算結果はいつでも2になる。

2章 章末問題 学びをたしかめよう

教科書 p.84~85

1 次の式を、文字式の表し方にしたがって書きなさい。

- (1) $25 \times a$ (2) $-x \times y \times x$ (3) $x \div 3$
 (4) $(m+n) \div 2$ (5) $10 \times a + 15$ (6) $x \times 3 - y \div 2$

ガイド

- (1) \times を省き、数は文字の前に書きます。
 (2) 文字はアルファベットの順にして、同じ文字の積は指数を使って書きます。
 (3) わり算は分数の形で書きます。
 (4) ()を1つのまとまりとみます。
 (5), (6) 記号 $+$, $-$ は省くことはできません。

解答

- (1) $25 \times a = 25a$ (2) $-x \times y \times x = -x^2y$ (1), (2) p.62 問1
 (3) $x \div 3 = \frac{x}{3}$ (4) $(m+n) \div 2 = \frac{m+n}{2}$ (3), (4) p.63 問3
 (5) $10 \times a + 15 = 10a + 15$ (6) $x \times 3 - y \div 2 = 3x - \frac{y}{2}$ (5), (6) p.63 問5

参考

- (4) $\frac{1}{2}(m+n)$ でもよいです。なお、 $\frac{(m+n)}{2}$ とは書きません。

2 次の式を、記号 \times , \div を使って表しなさい。

- (1) $2mn$ (2) x^3y
 (3) $8a+3b$ (4) $4(x+y) - \frac{z}{5}$

解答

- (1) $2mn = 2 \times m \times n$ (2) $x^3y = x \times x \times x \times y$ (1), (2) p.62 問2
 (3) $8a+3b = 8 \times a + 3 \times b$ (4) $4(x+y) - \frac{z}{5} = 4 \times (x+y) - z \div 5$ (3), (4) p.63 問6

3 次の数量を表す式を書きなさい。

- (1) 1本 x 円のジュース 5本の代金
 (2) 分速 60 m で a 分間歩いたときの道のり
 (3) b kg の品物の 31% の重さ

- ガイド**
- (1) 代金は、(ジュース1本の値段)×(本数)
 - (2) 道のりは、(速さ)×(時間)
 - (3) 割合31%を分数で表すと、 $\frac{31}{100}$



- 解答**
- (1) $x \times 5 = 5x$ (円) p.64 問7
 - (2) $60 \times a = 60a$ (m) p.64 問8
 - (3) $b \times \frac{31}{100} = \frac{31}{100}b$ (kg) (0.31b (kg) でもよい) p.65 問9

4 $x=5, y=-3$ のとき、次の式の値を求めなさい。

- (1) $5x+2$ (2) $4-7x$
- (3) $\frac{15}{x}$ (4) x^2
- (5) $3x+5y$ (6) $2x-\frac{1}{3}y$

- ガイド**
- (3) $\frac{15}{x} = 15 \div x$ と考えます。
 - (5), (6) 負の数を代入するときは、()をつけます。

- 解答**
- (1) $5x+2=5 \times 5+2$ (2) $4-7x=4-7 \times 5$
 $=25+2$ $=4-35$
 $=27$ $=-31$ (1), (2) p.67 問2
 - (3) $\frac{15}{x} = 15 \div x$ (4) $x^2=5 \times 5$
 $=15 \div 5$ $=25$ p.67 問5
 $=3$ p.67 問4
 - (5) $3x+5y=3 \times 5+5 \times (-3)$ (6) $2x-\frac{1}{3}y=2 \times 5-\frac{1}{3} \times (-3)$
 $=15-15$ $=10+1$
 $=0$ $=11$ (5), (6) p.68 問7

5 次の式の項をいいなさい。
 また、文字をふくむ項について、係数をいいなさい。

- (1) $3-4a$ (2) $-x+5y+2$

ガイド (1) 式 $3-4a$ は、3と $-4a$ の和とみることができます。

- 解答**
- (1) $3-4a=3+(-4a)$ だから、 p.70 問1
 項… 3, $-4a$ a の係数… -4
 - (2) $-x+5y+2=(-x)+5y+2$ だから、
 項… $-x, 5y, 2$ x の係数… $-1, y$ の係数… 5

6

次の計算をなさい。

(1) $9x - x$

(2) $-8x + 3x$

(3) $7a + 4 + 3a - 5$

(4) $9y - 8 - 4y + 7$

(5) $5x + (7 + 3x)$

(6) $-2a - (8a + 3)$

ガイド

(3), (4) 文字の項の和, 数の項の和に分けて計算します。

(5), (6) かっこをはずしてから計算します。かっこの前が-のときは, 符号に注意しましょう。

解答

(1) $9x - x = (9 - 1)x$
 $= 8x$

(2) $-8x + 3x = (-8 + 3)x$
 $= -5x$

(1), (2) p.71 問2

(3) $7a + 4 + 3a - 5 = 7a + 3a + 4 - 5$
 $= 10a - 1$

(4) $9y - 8 - 4y + 7 = 9y - 4y - 8 + 7$
 $= 5y - 1$

(3), (4) p.72 問3

(5) $5x + (7 + 3x) = 5x + 7 + 3x$
 $= 5x + 3x + 7$
 $= 8x + 7$

(6) $-2a - (8a + 3) = -2a - 8a - 3$
 $= -10a - 3$

(5), (6) p.73 問4

7

次の2つの式をたしなさい。

また, 左の式から右の式をひきなさい。

(1) $8x + 2, 6x - 2$

(2) $-3y + 10, 9y - 7$

ガイド

それぞれの式にかっこをつけて記号+, -でつなぎ, かっこをはずして計算します。

解答

(1) 和 $(8x + 2) + (6x - 2)$
 $= 8x + 2 + 6x - 2$
 $= 14x$

差 $(8x + 2) - (6x - 2)$ p.74 問5

$= 8x + 2 - 6x + 2$
 $= 2x + 4$

(2) 和 $(-3y + 10) + (9y - 7)$
 $= -3y + 10 + 9y - 7$
 $= 6y + 3$

差 $(-3y + 10) - (9y - 7)$
 $= -3y + 10 - 9y + 7$
 $= -12y + 17$

8

次の計算をなさい。

(1) $2x \times (-2)$

(2) $-12y \times 4$

(3) $4x \div (-4)$

(4) $-9x \div \frac{3}{2}$

(5) $3(x + 5)$

(6) $-2(4x - 3)$

(7) $(9x + 12) \div 3$

(8) $(-12x + 8) \div (-2)$

(9) $\frac{y-2}{3} \times 9$

(10) $4(3a + 1) - 2(5a + 4)$

ガイド (5), (6) $m(a+b)=ma+mb$ を使って計算します。

(7), (8) $(a+b) \div m = \frac{a+b}{m} = \frac{a}{m} + \frac{b}{m}$ を使って計算します。

(9) 先に約分します。

(10) かっこをはずして、項をまとめます。

解答

$$(1) \quad 2x \times (-2) = 2 \times x \times (-2) \\ = 2 \times (-2) \times x \\ = -4x$$

$$(2) \quad -12y \times 4 = -12 \times y \times 4 \\ = -12 \times 4 \times y \\ = -48y \quad (1), (2) \text{ p.75 } \text{問1}$$

$$(3) \quad 4x \div (-4) = -\frac{4x}{4} \\ = -x$$

$$(4) \quad -9x \div \frac{3}{2} = -9x \times \frac{2}{3} \\ = (-9) \times \frac{2}{3} \times x \\ = -6x \quad (3), (4) \text{ p.75 } \text{問2}$$

$$(5) \quad 3(x+5) = 3 \times x + 3 \times 5 \\ = 3x + 15$$

$$(6) \quad -2(4x-3) = (-2) \times 4x + (-2) \times (-3) \\ = -8x + 6$$

(5), (6) p.76 問3

$$(7) \quad (9x+12) \div 3 = \frac{9x}{3} + \frac{12}{3} = 3x+4$$

$$(8) \quad (-12x+8) \div (-2) = \frac{12x}{2} - \frac{8}{2} = 6x-4$$

(7), (8) p.76 問4

$$(9) \quad \frac{y-2}{3} \times 9 = (y-2) \times 3 = 3y-6$$

p.76 問5

$$(10) \quad 4(3a+1) - 2(5a+4) = 12a+4 - 10a-8 = 2a-4$$

p.77 問6

9

次の数量の関係を、等式か不等式に表しなさい。

(1) a 本の鉛筆を、1人に5本ずつ b 人に配ると3本余る。

(2) 4人で x 円ずつ出しても、900円の品物は買えない。

ガイド

数量の関係を、等号 $=$ 、不等号 $>$ 、 $<$ 、 \geq 、 \leq を使って表します。

(1) (すべての鉛筆の本数)=(配る本数)+(余りの本数)になります。

解答

(1) $a=5 \times b+3$ より、 $a=5b+3$ ($a-5b=3$ でもよい)

p.79 問3

(2) $x \times 4 < 900$ より、 $4x < 900$

p.79 問4 p.80 問5

10

1年生が x 人、2年生が y 人います。

このとき、次の不等式はどんなことを表していますか。

$$x > y + 10$$

ガイド

「以上」「以下」「～より大きい」「～より小さい」の違いに気をつけましょう。

解答

1年生の人数は、2年生の人数に10人をたした人数よりも多い。

p.80 問6



1 次の数量を表す式を書きなさい。

- (1) 時速 x km で2時間歩いたときの道のり
- (2) 100枚入りで a 円の折り紙を買ったときの1枚あたりの値段
- (3) y kg の米があり、そこから x g 使ったときの残りの重さ

ガイド

- (1) (道のり) = (速さ) × (時間)
- (2) (1枚あたりの値段) = (代金) ÷ (枚数)
- (3) y kg と x g とでは、単位が異なるので、kg が g のどちらかにそろえます。

$$y \text{ kg} = 1000y \text{ g}, \quad x \text{ g} = \frac{x}{1000} \text{ kg}$$

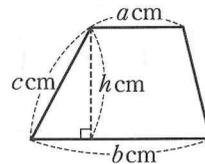
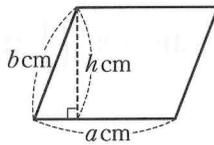
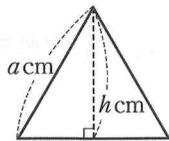
解答

- (1) $2x$ (km)
- (2) $\frac{a}{100}$ (円)
- (3) $1000y - x$ (g) ($y - \frac{x}{1000}$ (kg) でもよい)



2 次の(1)~(3)の図形について、面積を表す式を、それぞれ書きなさい。

- (1) 正三角形
- (2) 平行四辺形
- (3) 台形



ガイド

- (1) (正三角形の面積) = (底辺) × (高さ) ÷ 2
- (2) (平行四辺形の面積) = (底辺) × (高さ)
- (3) (台形の面積) = {(上底) + (下底)} × (高さ) ÷ 2

解答

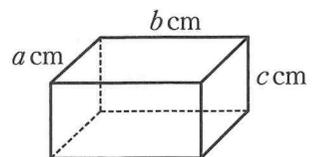
- (1) $a \times h \div 2 = \frac{ah}{2}$ (cm²)
- (2) $a \times h = ah$ (cm²)
- (3) $(a + b) \times h \div 2 = \frac{(a + b)h}{2}$ (cm²)

3 縦 a cm, 横 b cm, 高さ c cm の直方体があります。

このとき、次の式は何を表していますか。

また、その単位をいいなさい。

- (1) abc
- (2) $4(a + b + c)$



ガイド

与えられた式を、 \times や \div を使って表すとわかりやすくなります。

また、単位は、(1)は体積を表しているので cm^3 、(2)は辺の長さの和なので cm であることがわかります。

解答

(1) $abc = a \times b \times c \cdots$ (縦の長さ) \times (横の長さ) \times (高さ) なので、

abc は、直方体の体積を表し、単位は cm^3

(2) $4(a+b+c) \cdots 4 \times \{(\text{縦の長さ})+(\text{横の長さ})+(\text{高さ})\}$ なので、

$4(a+b+c)$ は、直方体のすべての辺の長さの和を表し、単位は cm

4

次の文字式の中で、 $a = -\frac{1}{3}$ のとき、その式の値が、もっとも大きくなるものはどれですか。

また、もっとも小さくなるものはどれですか。

$$2a, a^2, \frac{1}{a}, -a, -\frac{1}{a^2}$$

ガイド

() をつけて $-\frac{1}{3}$ を代入します。分数はわり算になおしてから代入しましょう。

解答

$$2a = 2 \times \left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{2}{3}$$

$$a^2 = \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \left(-\frac{1}{3}\right) \times \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{9}$$

$$\frac{1}{a} = 1 \div a = 1 \div \left(-\frac{1}{3}\right) = 1 \times (-3) = -3 \quad \left(\frac{1}{a} \text{ は } a \text{ の逆数だから、} -\frac{1}{3} \text{ の逆数で } -3\right)$$

$$-a = -\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3}$$

$$-\frac{1}{a^2} = -1 \div a^2 = -1 \div \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = -1 \div \frac{1}{9} = -1 \times 9 = -9$$

よって、式の値がもっとも大きくなるものは、 $-a$ $\left(=\frac{1}{3}\right)$

もっとも小さくなるものは、 $-\frac{1}{a^2}$ $(=-9)$



5

次の計算をしなさい。

(1) $-3x+9-(2x-1)$

(2) $5y-2-(4-6y)$

(3) $100(0.3x-1.05)$

(4) $(450x-180) \div (-90)$

(5) $12 \times \frac{3x-2}{4}$

(6) $-6\left(\frac{3}{2}x-\frac{1}{3}\right)$

(7) $5(7y-2)-4(6y+3)$

(8) $6(y-4)+2(9y+6)$

ガイド 文字の項と数の項に分けて計算します。かっこのある式は、かっこをはずしてから計算します。

(3)~(8) $m(a+b)=ma+mb$, $(a+b)\div m=\frac{a+b}{m}=\frac{a}{m}+\frac{b}{m}$ を使います。

解答

(1) $-3x+9-(2x-1)=-3x+9-2x+1=-5x+10$

(2) $5y-2-(4-6y)=5y-2-4+6y=11y-6$

(3) $100(0.3x-1.05)=30x-105$

(4) $(450x-180)\div(-90)=-\frac{450}{90}x+\frac{180}{90}=-5x+2$

(5) $12\times\frac{3x-2}{4}=3\times(3x-2)=9x-6$

(6) $-6\left(\frac{3}{2}x-\frac{1}{3}\right)=-9x+2$

(7) $5(7y-2)-4(6y+3)=35y-10-24y-12=11y-22$

(8) $6(y-4)+2(9y+6)=6y-24+18y+12=24y-12$

6

$A=4x+3$, $B=-2x+1$ とするとき、次の式を計算しなさい。

(1) $A+B$

(2) $2A-3B$

ガイド

A と B の式を、かっこをつけて記号+, -でつなぎ、かっこをはずして計算します。

解答

(1) $A+B=(4x+3)+(-2x+1)=4x+3-2x+1=2x+4$

(2) $2A-3B=2(4x+3)-3(-2x+1)=8x+6+6x-3=14x+3$



7

次の数量の関係を、等式か不等式に表しなさい。

(1) x 個のいちごを、1人に6個ずつ y 人に配ると2個たりない。

(2) ある数 x に7をたした数は、もとの数 x の2倍より小さい。

(3) 画用紙を、1人に5枚ずつ x 人に配ると、100枚ではたりない。

ガイド

(1) (はじめのいちごの数)=(1人分の数) \times (人数)-(たりない数)

(3) 100枚ではたりないので、(1人分の枚数) \times (人数)は100より大きいことになります。

解答

(1) $x=6y-2$ ($x+2=6y$ など) (2) $x+7<2x$ (3) $5x>100$



8

正の整数のわり算では、

$$(\text{わられる数})=(\text{わる数})\times(\text{商})+(\text{余り})$$

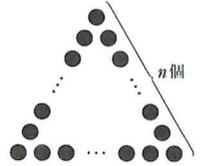
の関係があります。

正の整数 a を3でわったときの商を b , 余りを c とするとき、 a , b , c の関係を等式に表しなさい。

ガイド (わられる数)=(わる数)×(商)+(余り)の式にあてはめると、 $a=3 \times b+c$ です。

解答 $a=3b+c$

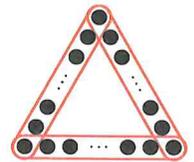
9 1辺に n 個の碁石を並べて、正三角形をつくります。
必要な碁石の数を n を使って表しなさい。
ただし、 n は2以上の自然数とします。



ガイド いくつかの部分に分けて考えます。

解答 右の図のように、1辺に n 個の碁石があると考えて、
2回数えた頂点の碁石の数をひきます。

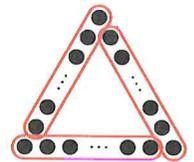
(1辺の碁石の数)×(辺の数)−(2回数えた碁石の数)
だから、必要な碁石の数は、
 $n \times 3 - 3 = 3n - 3$ (個)



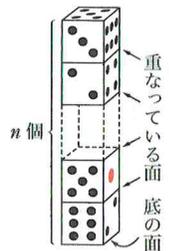
参考 右の図のように3つに分けると、それぞれに $n-1$ (個) の碁石があるので、必要な碁石の数は、

$(n-1) \times 3 = 3n - 3$ (個) になります。

分け方はいろいろありますが、必要な碁石の数は同じです。



10 立方体のさいころは、1と6、2と5、3と4の目が、それぞれ向かいあう面にあります。右の図のように、いちばん上にあるさいころの上の面の目の数が5で、 n 個のさいころが重なっています。さいころが重なっている面の目と、いちばん下のさいころの底の面の目の数をすべてたすと、いくつになりますか。



ガイド さいころの向かいあう面の目の数の和は、7になっていることから考えます。

解答 1つのさいころの向かいあう面の目の数の和は7になっている。
 n 個あるさいころのそれぞれの上の面と下の面の目の数の和は7だから、いちばん上のさいころの上の面の目と、さいころが重なっている面の目と、いちばん下のさいころの底の面の目の数をすべてたすと、 $7 \times n$ になる。求める和は、 $7 \times n$ からいちばん上の面の目の数5をひいた数だから、

$$7 \times n - 5 = 7n - 5$$

$$\underline{7n - 5}$$

