4章 変化と対応

1節 関　数

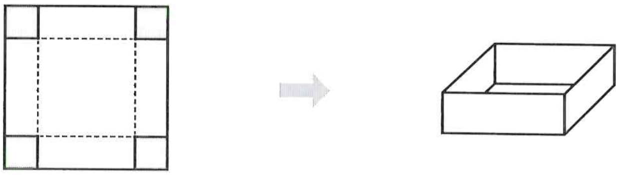
ともなって変わる数量を見つけよう

けいたさんとかりんさんは，1辺の長さが 16 cm の正方形の厚紙を使って，次の方法で，ふたのない箱をつくり，小物入れにすることにしました。

小物入れのつくり方

❶ 1辺の長さが 16 cm の正方形の厚紙の四すみから，同じ大きさの正方形を切り取る。

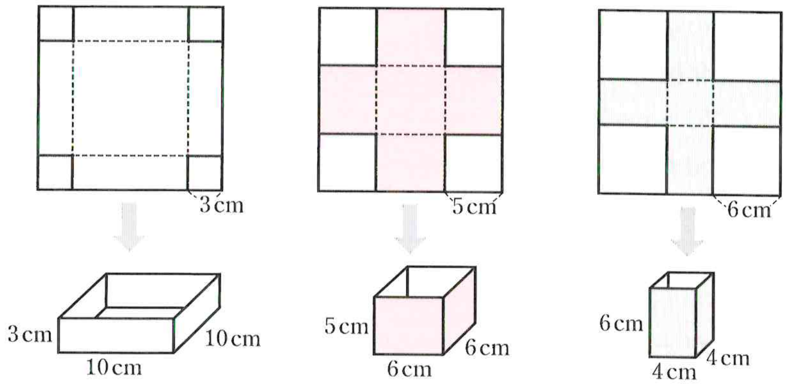
❷ 破線にそって折り曲げ，重なりあう辺をテープなどでとめる。



話しあおう

教科書 p.115

箱をつくるとき，切り取る正方形の1辺の長さを変えると，それにともなって，どんな数量が変わるでしょうか。



解答例 切り取る正方形の1辺の長さを，3 cm，5 cm，6 cm と変えると，例えば，**箱の底面の1辺の長さ**，**箱の底面積**，**箱の容積**は，右のように変わっていく。

切り取る正方形の1辺の長さ (cm)	3	5	6
箱の底面の1辺の長さ (cm)	10	6	4
箱の底面積 (cm^2)	100	36	16
箱の容積 (cm^3)	300	180	96

参考 他にも，長さに関するものでは，底面のまわりの長さ，底面の対角線の長さ，高さなど，面積に関するものでは，側面の1つの面の面積，展開図の面積などが考えられます。

1 関　数

学習のねらい

日常の事象の中から，ともなって変わる 2 つの数量を見つけ，これを表や式で表すことによって変化のようすを知ります。また，関数の用語を学習します。

教科書のまとめ **テスト前にチェック**

□変数　▶いろいろな値をとる文字を**変数**といいます。

□y は x の関数　▶ともなって変わる 2 つの変数 x，y があって，
x の値を決めると，それに対応して y の値がただ 1 つに決まるとき，**y は x の関数である**といいます。

□変域　▶変数のとる値の範囲を，その変数の**変域**といいます。
x の変域が，0 以上 6 以下であることを，不等号を使って，

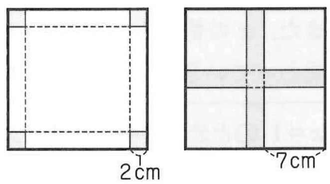
$$0 \leqq x \leqq 6$$

と表します。

ともなって変わる数量の関係を調べましょう。

教科書 p.116

(教科書) 114 ページの箱づくりで，切り取る正方形の 1 辺の長さが 2 cm のとき，箱の底面の正方形の 1 辺の長さは何 cm になるでしょうか。
また，切り取る正方形の 1 辺の長さが 7 cm のときには，箱の底面の正方形の 1 辺の長さは何 cm になるでしょうか。



ガイド　箱の底面の 1 辺の長さは，16－(切り取る正方形の 1 辺の長さ)×2 になります。

解 答

- 1 辺の長さが 2 cm のとき

$16-2\times2=12$　　**12 cm**

- 1 辺の長さが 7 cm のとき

$16-7\times2=2$　　**2 cm**

問 1　教科書 p.117

次の(ア)～(ウ)のうち，y が x の関数であるものをすべて選びなさい。

(ア)　周の長さが 24 cm の長方形の縦の長さ x cm と横の長さ y cm

(イ)　周の長さが x cm の長方形の面積 y cm^2

(ウ)　半径 x cm の円の面積 y cm^2

ガイド　y が x の関数であるということは，x の値を決めると，それに対応して y の値がただ1つに決まるということです。

(ア)　長方形の周の長さ＝2×(縦の長さ＋横の長さ)
　→横の長さ＝長方形の周の長さ÷2−縦の長さ

(イ)　長方形の面積＝縦の長さ×横の長さ

(ウ)　円の面積＝半径×半径×円周率

解答　(ア)　$y=24\div2-x$ より，$y=12-x$ となるから，y は x の関数である。

(イ)　長方形の周の長さが決まっても，縦と横の長さが決まらなければ，面積はただ1つに決まらないので，y は x の関数ではない。

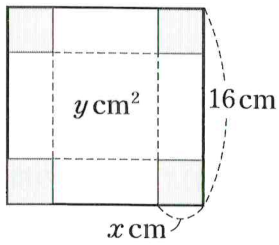
(ウ)　$y=3.14x^2$ となるから，y は x の関数である。

(ア)，(ウ)

表やグラフ，式を使って，変化や対応のようすを調べましょう。

問2　(教科書) 114ページの箱づくりで，切り取る正方形の1辺の長さを x cm，箱の底面積を y cm^2 とします。
このとき，x と y の変化のようすを，下の表やグラフに表しなさい。
また，x の値を大きくしていくと，y の値はどのように変わっていきますか。(表とグラフは省略)

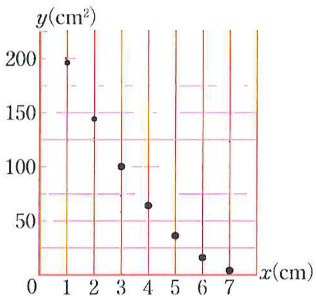
教科書 p.117



ガイド
$x=1$ のとき，$y=(16-1\times2)^2=14^2=196$
$x=2$ のとき，$y=(16-2\times2)^2=12^2=144$
$x=3$ のとき，$y=(16-3\times2)^2=10^2=100$
$x=4$ のとき，$y=(16-4\times2)^2=8^2=64$
$x=5$ のとき，$y=(16-5\times2)^2=6^2=36$
$x=6$ のとき，$y=(16-6\times2)^2=4^2=16$
$x=7$ のとき，$y=(16-7\times2)^2=2^2=4$

解答

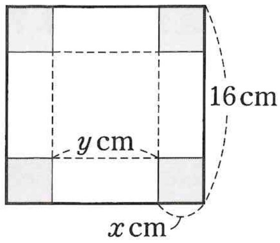
x (cm)	1	2	3	4	5	6	7
y (cm^2)	196	144	100	64	36	16	4



x の値を大きくしていくと，
y の値はしだいにゆるやかに小さくなっていく。

問3　前ページ（教科書 p.117）の 例1 の x と y の関係を，式に表しなさい。　教科書 p.118

ガイド　もとの厚紙の正方形の1辺の長さは 16 cm，切り取る正方形の1辺の長さを x cm，箱の底面の1辺の長さを y cm とします。
このときの x と y の関係を，式に表します。
箱の底面の1辺の長さは，16 cm から x cm の2倍をひいた長さになります。



解答　$y=16-2x$

参考　例1 では，表やグラフで，x と y の関係を表しています。
$y=16-2x$ の x に，1，2，3，……，7 を代入して，y の値が表やグラフの値になるのか確認しましょう。

$x=1$ のとき，$y=16-2\times1=14$

$x=2$ のとき，$y=16-2\times2=12$

$x=3$ のとき，$y=16-2\times3=10$

$x=4$ のとき，$y=16-2\times4=8$

$x=5$ のとき，$y=16-2\times5=6$

$x=6$ のとき，$y=16-2\times6=4$

$x=7$ のとき，$y=16-2\times7=2$

変数のとる値の範囲とその表し方について学びましょう。

問4　x の変域が，3 以上 10 未満であることを，不等号を使って表しなさい。　教科書 p.118

ガイド　「3 以上」というのは，3 に等しいかそれより大きい数のことで，
$x=3$ か $x>3$ であるので，$x\geqq3$ と表します。
「10 未満」というのは，10 をふくまず，10 より小さい数のことで，
$x<10$ と表します。

解答　$3\leqq x<10$

参考
- $x\geqq3$ と $3\leqq x$ は同じことを表しています。
- 問4 の数直線で，●は，$x=3$ をふくむことを表し，○は，$x=10$ をふくまないことを表しています。
- 問3 では，$x=8$ のとき $y=16-2\times8=0$ となるから，$y>0$ より，x の変域は $0<x<8$ となります。
  したがって，x と y の関係を，変域をつけて式に表すと，
  $y=16-2x$ $(0<x<8)$
  となります。