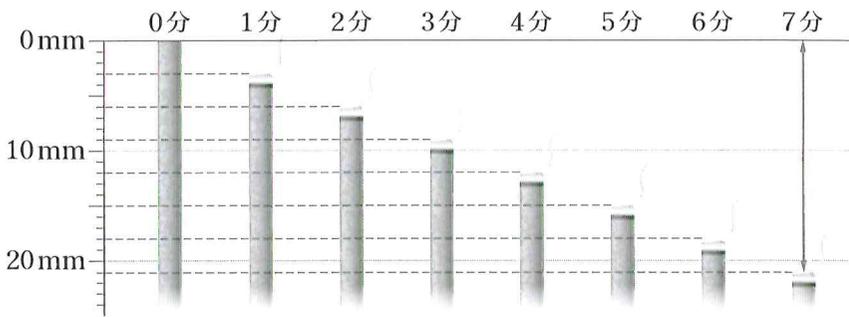
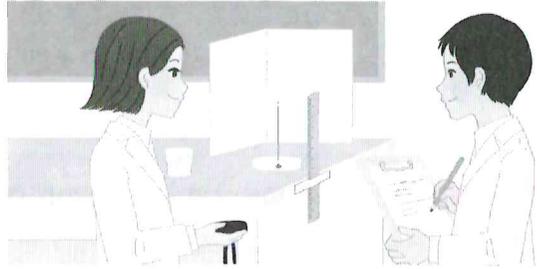


2. 比例

燃えた長さは？

けいたさんたちのクラスで、
線香せんこうに火をつけてからの時間と
燃えた長さの関係を調べる実験
をしたところ、次のような結果
になりました。



これが7分間で
燃えた長さだよ。



話しあおう

教科書
p.119

火をつけてからの時間を x 分、燃えた長さを y mm として、
 x と y の関係を下の表にまとめましょう。(表は省略)
また、この表からどんなことがわかりますか。

解答例

表は下のようになる。

x	0	1	2	3	4	5	6	7
y	0	3	6	9	12	15	18	21

次のようなことがわかる。

- 線香は1分ごとに、3 mm ずつ燃えている。
- 燃えた長さは、火をつけてからの時間に比例している。
- x の値の3倍が y の値になっている。
- x の値が2倍、3倍、……になると、 y の値も2倍、3倍、……になっている。
- x の値が1ずつ増えているのに対し、 y の値は3ずつ増えている。

1

比例の式

学習のねらい

関数の中で、基本的なものの1つとして比例ひれいがあります。ここでは、比例の関係について、表、式などからくわしく調べます。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□定数

▶式 $y=3x$ の3のように、決まった数のことを定数ていすうといいます。

□比例

▶ y が x の関数で、その間の関係が、

$$y=ax \quad a \text{ は定数}$$

で表されるとき、 y は x に比例する といいます。

このとき、定数 a を比例定数ひれいていすうといいます。

□比例の関係

▶比例の関係 $y=ax$ を、関数 $y=ax$ ということもあります。

$$y=ax$$

▶(ア) x の値が2倍、3倍、4倍、……になると、 y の値も2倍、3倍、4倍、……になります。

(イ) 対応する x と y の値の商 $\frac{y}{x}$ は一定で、比例定数 a に等しくなります。

x と y の関係は、 $\frac{y}{x}=a$ とも表されます。

比例の関係について考えましょう。

問1

次の(1)、(2)について、 y は x に比例することを示しなさい。

教科書
p.120

また、そのときの比例定数をいいなさい。

(1) 1本120円のペンを x 本買ったときの代金 y 円

(2) 底辺が8cm、高さが x cmの三角形の面積 y cm²

ガイド

y が x の関数で、その間の関係が、 $y=ax$ (a は定数) で表されることを示します。

解答

(1) x と y の関係が、 $y=120x$ で表されるので、 y は x に比例する。

比例定数は120である。

(2) x と y の関係が、 $y=8 \times x \div 2$ より、 $y=4x$ で表されるので、 y は x に比例する。

比例定数は4である。

変数 x や比例定数 a が負の数の場合について考えましょう。

問2

$y=-2x$ について、 x の値に対応する y の値を求めて、

教科書
p.122

下の表を完成させなさい。

また、前ページ(教科書p.121)の(ア)、(イ)がいえるか確かめなさい。(表は省略)

ガイド 比例の関係 $y=ax$ では、比例定数 a が負の数の場合も考えられます。また、変数 x が負の値をとることもあります。 $y=-2x$ に、それぞれの x の値を代入し、 y の値を求めます。

解答

$x=-4$ のとき、 $y=-2 \times (-4)=8$	$x=-3$ のとき、 $y=-2 \times (-3)=6$
$x=-2$ のとき、 $y=-2 \times (-2)=4$	$x=-1$ のとき、 $y=-2 \times (-1)=2$
$x=0$ のとき、 $y=-2 \times 0=0$	$x=1$ のとき、 $y=-2 \times 1=-2$
$x=2$ のとき、 $y=-2 \times 2=-4$	$x=3$ のとき、 $y=-2 \times 3=-6$
$x=4$ のとき、 $y=-2 \times 4=-8$	

x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
y	...	8	6	4	2	0	-2	-4	-6	-8	...

3倍 ← 2倍
4倍
3倍 ← 2倍
4倍

(ア) x の値が 2 倍、3 倍、4 倍、……になると、 y の値も 2 倍、3 倍、4 倍、……になっている。

(イ) $\frac{8}{-4}=-2, \frac{6}{-3}=-2, \dots, \frac{2}{-1}=-2, \dots, \frac{-4}{2}=-2, \frac{-6}{3}=-2, \dots$

対応する x と y の値の商 $\frac{y}{x}$ は一定で、比例定数 -2 に等しい。

説明しよう

教科書 p.122

下の表のどちらかは、比例の関係を表しています。どちらが比例の関係でしょうか。また、その理由を説明しましょう。

<p>(ア)</p> <table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center; width: 100%;"> <tr><td style="width: 5%;">x</td><td style="width: 15%;">1</td><td style="width: 15%;">2</td><td style="width: 15%;">3</td><td style="width: 15%;">4</td></tr> <tr><td>y</td><td>-8</td><td>-6</td><td>-4</td><td>-2</td></tr> </table>	x	1	2	3	4	y	-8	-6	-4	-2	<p>(イ)</p> <table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center; width: 100%;"> <tr><td style="width: 5%;">x</td><td style="width: 15%;">-4</td><td style="width: 15%;">-3</td><td style="width: 15%;">-2</td><td style="width: 15%;">-1</td></tr> <tr><td>y</td><td>12</td><td>9</td><td>6</td><td>3</td></tr> </table>	x	-4	-3	-2	-1	y	12	9	6	3
x	1	2	3	4																	
y	-8	-6	-4	-2																	
x	-4	-3	-2	-1																	
y	12	9	6	3																	

ガイド 教科書 121 ページの(ア)や(イ)がいえるかを確認めます。

- 解答例**
- (イ)の x と y の関係は、 $y=-3x$ という式で表されるが、(ア)は $y=ax$ の形の式で表すことができない。
 - (イ)は、 x の値が 2 倍、3 倍、4 倍になると、 y の値も 2 倍、3 倍、4 倍になっているが、(ア)はそうっていない。
 - (イ)は、対応する x と y の値の商 $\frac{y}{x}$ は、 $\frac{12}{-4}=-3, \frac{9}{-3}=-3, \dots$ と、一定であるが、(ア)は、 $\frac{-8}{1}=-8, \frac{-6}{2}=-3, \dots$ となり、一定ではない。
- したがって、比例の関係であるのは、(イ)の表。

与えられた条件から、 x と y の関係を式に表しましょう。

教科書
p.122

問3

次の x と y の関係を式に表しなさい。

- (1) y は x に比例し、 $x=8$ のとき $y=32$ である。
(2) y は x に比例し、 $x=-4$ のとき $y=40$ である。

ガイド

y は x に比例するから、 $y=ax$ と表すことができます。
 x と y の値が1組わかれば、式が求められます。

解答

比例定数を a とすると、 $y=ax$

- (1) $x=8$ のとき $y=32$ だから、

$$32=a \times 8$$

$$a=4$$

したがって、 $y=4x$

- (2) $x=-4$ のとき $y=40$ だから、

$$40=a \times (-4)$$

$$a=-10$$

したがって、 $y=-10x$

x と y の値から
 a の値を求めると
いいんだね。



練習問題

1 比例の式

教科書
p.123

1

次の(ア)~(ウ)のうち、 y が x に比例するものをすべて選びなさい。

- (ア) 底辺 x cm、高さ5 cmの平行四辺形の面積 y cm²
(イ) x 円のりんごを3個買って、1000円出したときのおつり y 円
(ウ) x mの道のりを、分速80 mで進むときにかかる時間 y 分

ガイド

x と y の関係を式に表してみます。 $y=ax$ で表されるとき、比例の関係といえます。

解答

x と y の関係を式に表すと、

- (ア) (平行四辺形の面積)=(底辺) \times (高さ)だから、

$$y=5x$$

- (イ) (おつり)=(出した金額)-(りんご3個の代金)だから、

$$y=1000-3x$$

- (ウ) (時間)=(道のり) \div (速さ)だから、

$$y=\frac{x}{80}$$

よって、 y が x に比例するものは、(ア)、(ウ)

2 座標

学習のねらい

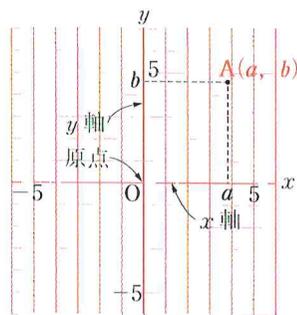
座標軸を決めると、 x, y の値の組に対応する1つの点が決まることを理解し、平面上の点の位置を表す方法を考えます。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□座標軸と原点

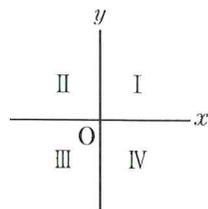
▶右の図のように、点Oで垂直に交わる2つの数直線を考えるとき、
横の数直線を **x 軸**
縦の数直線を **y 軸**
といい、この x 軸、 y 軸の両方をあわせて**座標軸**といいます。

また、座標軸が交わる点Oを**原点**といいます。
原点Oは、2つの数直線の0を表す点です。



□点の座標

▶ $x=a, y=b$ に対応する点として、上の図の点Aの位置が決まります。
このとき、点Aの位置を $A(a, b)$ と表します。
 (a, b) を点Aの**座標**といい、 a を **x 座標**、 b を **y 座標**といいます。



原点Oの座標は、 $(0, 0)$ です。

注 座標軸上の点を除いて考えると、上の図のように、1つの平面は4つの部分に分けられます。

- I (x 座標は正, y 座標も正) II (x 座標は負, y 座標は正)
- III (x 座標は負, y 座標も負) IV (x 座標は正, y 座標は負)

平面上の点の位置を表す方法を考えましょう。



右の図は、イベントホールの座席案内図です。
○をつけた座席の位置は、どのように表すことができるでしょうか。

1	2	3	1	4	5	6	7	8	9
1	2	3	2	4	5	6	7	8	9
1	2	3	3	4	⑤	6	7	8	9
1	2	3	4	4	5	6	7	8	9
1	2	3	5	4	5	6	7	8	9

教科書 p.124

ガイド

野球場や映画館など、座席を示す表示は、日常生活の中で多くみられます。

解答例

「3列5番」のように、何列の何番目かを表す数の組で、位置を表すことができる。

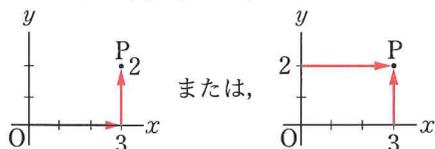
問1

座標が次のような点を、右の図にかき入れなさい。(図は省略)

- A(2, 6) B(-1, 2) C(-4, -4)
D(1, -1) E(-2, 0)

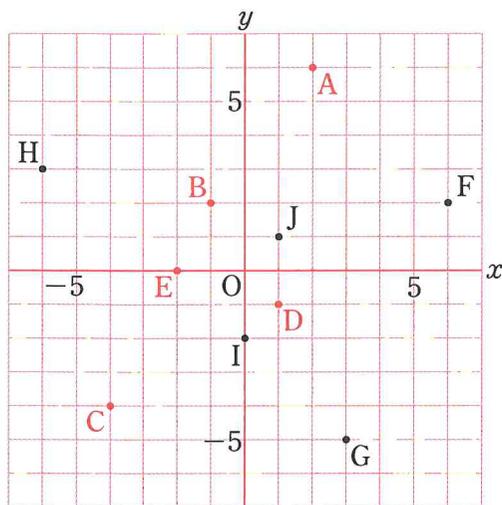
ガイド

座標を表す数の組 (a, b) では、 a が x 座標、 b が y 座標を表します。 x 座標は、 x 軸にそって左右に目もりを数え、 y 座標は、 y 軸にそって上下に目もりを数えます。
例えば、 $P(3, 2)$ では、次のように点を決めます。



解答

下の図 (赤の点A~E)



問2

右の図で、点F, G, H, I, Jの座標をいいなさい。(図は上の図)

ガイド

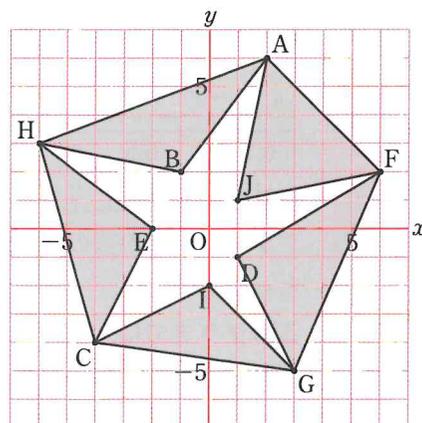
それぞれの点を、 x 座標、 y 座標の順に読みとって求めます。

解答

- F(6, 2) G(3, -5) H(-6, 3)
I(0, -2) J(1, 1)

参考

A → J → F → D → G → I → C → E → H
→ B → A → F → G → C → H → A
の順に結ぶと、右の図のようになります。
(アサガオの花の形)



3 比例のグラフ

学習のねらい

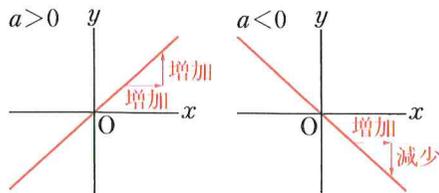
比例の関係 $y=ax$ では、 (x, y) の組に対応する点の全体が直線になることを理解し、そのグラフのようすと比例定数 a との関係を考えます。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□ $y=ax$ の
グラフ

▶ 比例の関係 $y=ax$ について、 x に対応する y の値を求め、その値の組 (x, y) の全体がどのようなグラフになるかを調べます。

比例の関係 $y=ax$ のグラフは、
原点を通る直線で、比例定数 a の値
によって右の図のように、



$a > 0$ のときは、右上がりの直線
 $a < 0$ のときは、右下がりの直線

となります。

注 a の絶対値が大きいくほど、
直線の傾きは急になります。

比例の関係をグラフに表しましょう。



上の表で、対応する x と y の値の組を座標とする点を、左の図にかき入れましょう。
また、 x の値を -4 から 4 まで 0.5 おきにとって、それらに対応する点を、左の図にかき入れましょう。(表と図は省略)

教科書
p.126

ガイド

比例の関係 $y=2x$ で、 x の値を 0.5 おきにとったときの対応する y の値を求め、それらを座標とする点もかき入れます。

解答

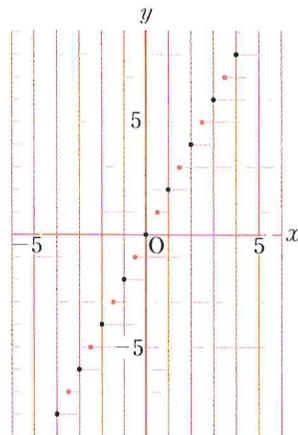
右の図 (0.5 おきにとった点は赤い点)
 x, y の値の表は次のようになる。

x	-4	-3.5	-3	-2.5	-2	-1.5	-1			
y	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2			
	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8

参考

グラフは、上の表の x, y の値の組を座標とする点をとったものです。

このグラフでは、 x の値を 0.5 おきにとったために、点の間かくがつかまってきて、1つの直線上に並ぶことがより明らかになっています。



問1

比例の関係 $y=1.5x$ のグラフを、上の図にかき入れなさい。(図は省略)

教科書
p.126

ガイド

$y=1.5x$ について、 x と y の対応表をつくってそれらの値の組を座標とする点を取り、これらの点を結ぶと $y=1.5x$ のグラフがかけます。

解答

$y=1.5x$ の対応表は、下のようになる。

x	...	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	...
y	...	-9	-7.5	-6	-4.5	-3	-1.5	0	1.5	3	4.5	6	7.5	9	...

この表をグラフにしたものが、右下の図である。

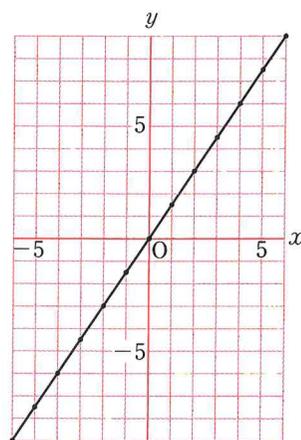
参考

グラフをかくときのくふうとして、グラフ上の位置が、方眼の縦、横の交点である、つまり、 x も y も整数である点を選んでかくことも1つの方法です。また、 x が1増加したとき、 y がどのように変化しているかをみるには、表の y の値の差をみます。

$$(-3)-(-4.5)=1.5, \quad (-1.5)-(-3)=1.5,$$

$$0-(-1.5)=1.5, \quad 1.5-0=1.5, \quad 3-1.5=1.5, \quad \dots\dots$$

となって、どこをとっても、1.5ずつ増加していることがわかります。



上の表で、対応する x と y の値の組を座標とする点を、右の図にかき入れましょう。また、 x の値をさらに細かくとっていくと、どうなるでしょうか。(表と図は省略)

教科書
p.127

ガイド

$y=-2x$ も $y=2x$ と同じように考えて、 x の値を0.5おきにとったときの対応する y の値を求め、それらを座標とする点もかき入れてみます。

解答

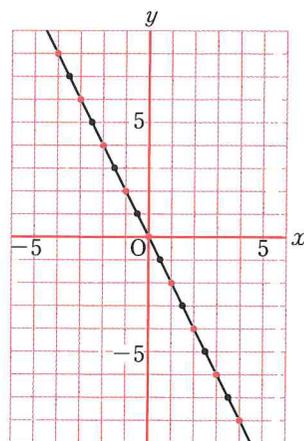
右下の図の赤い点が、教科書の上の表の x と y の値の組を座標とする点。

x の値をさらに0.5おきにとっていくと、次の表のようになる。

x	-4	-3.5	-3	-2.5	-2	-1.5	-1
y	8	7	6	5	4	3	2
	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	2.5
	3	3.5	4	1	0	-1	-2
	4	1	0	-1	-2	-3	-4
	5	2	1	0	-1	-2	-3
	6	3	2	1	0	-1	-2
	7	4	3	2	1	0	-1
	8	5	4	3	2	1	0

グラフは、上の表の x 、 y の値の組を座標とする点をとったものである。

$y=2x$ と同じように、さらに x の値を細かくとっていくと、対応する点の全体は、図のような直線になる。この直線が、比例の関係 $y=-2x$ のグラフになる。



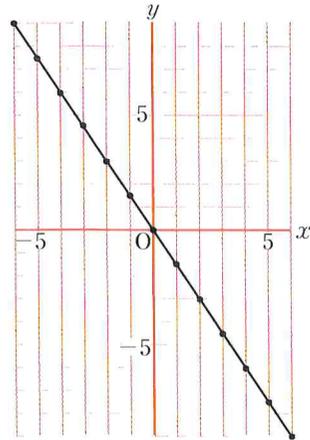
教科書
p.127

問2 比例の関係 $y = -1.5x$ のグラフを、右の図にかき入れなさい。(図は省略)

ガイド 比例の関係 $y = ax$ で、**比例定数 a が負の場合**のグラフです。やはり、 x と y の対応表をつくって、図に点をとります。

解答 右の図
 $y = -1.5x$ の対応表は、下のようになる。

x	...	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0
y	...	9	7.5	6	4.5	3	1.5	0
		1	2	3	4	5	6	...
		-1.5	-3	-4.5	-6	-7.5	-9	...



問3 次の関数のグラフをかきなさい。

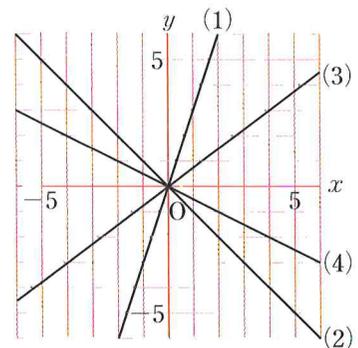
教科書
p.128

- (1) $y = 3x$ (2) $y = -x$ (3) $y = \frac{3}{4}x$ (4) $y = -\frac{1}{2}x$

ガイド 比例の関係 $y = ax$ のグラフは、**原点を通る直線**なので、**原点以外にもう1点**をとると、これらを通る直線をひいてかくことができます。原点以外の点は、**原点よりできるだけ離れた点**で、 **x も y も整数になる点**をさがすと、グラフがかきやすくなります。

解答 右の図

- (1) $x = 2$ を代入すると、 $y = 3 \times 2 = 6$ だから、
原点と点(2, 6)を通る直線。
(2) $x = 6$ を代入すると、 $y = -6$ だから、原点と
点(6, -6)を通る直線。
(3) $x = 4$ を代入すると、 $y = \frac{3}{4} \times 4 = 3$ だから、
原点と点(4, 3)を通る直線。
(4) $x = 6$ を代入すると、 $y = -\frac{1}{2} \times 6 = -3$
だから、原点と点(6, -3)を通る直線。



問4 **問3** の(1)~(4)で、 x の値が増加するとき、 y の値が増加するのはどれですか。また、 y の値が減少するのはどれですか。

教科書
p.128

ガイド x の値が増加するとき、 y の値が増加するのは、**右上がりのグラフ**です。また、 y の値が減少するのは、**右下がりのグラフ**です。

解答 y の値が増加... (1), (3) y の値が減少... (2), (4)

説明しよう

比例の関係を1つ決めて、その表、式、グラフをかき、それらの関係について説明しましょう。
また、表、式、グラフのそれぞれのよさを考えましょう。

解答例

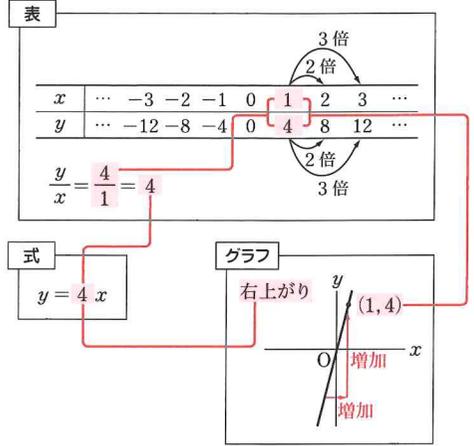
• 表、式、グラフの関係

表の $\frac{y}{x}$ の値 4 が式の比例定数 4 になる。表より、グラフは原点と点 (1, 4) を通る直線である。

式より、比例定数 4 は正の数だから、グラフは右上がりの直線になる。

- 表は、対応する x と y の値の商 $\frac{y}{x}$ が一定かどうかを調べやすい。
- 式は、 x がどのような値のときも、対応する y の値を求めることができる。
- グラフは、原点を通る直線であれば、比例の関係であることがすぐにわかる。

〈比例の関係 $y=4x$ の表、式、グラフについて〉



練習問題

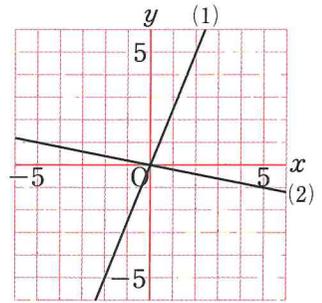
3 比例のグラフ

1 次の関数のグラフをかきなさい。

- (1) $y=2.5x$ (2) $y=-0.2x$

- ガイド
- (1) 原点と点 (2, 5) を通ります。
(2) 原点と点 (5, -1) を通ります。

解答 右の図



2 次の(1)~(4)のグラフは、それぞれ、右の直線のどれですか。(図は解答の中)

- (1) $y=\frac{3}{2}x$ (2) $y=-4x$ (3) $y=\frac{2}{5}x$ (4) $y=-\frac{1}{3}x$

ガイド まず、グラフが右上がりか右下がりかに注目します。

①~⑤のグラフは、次の点を通っています。

- ①は点 (5, 2), ②は点 (3, 2),
③は点 (2, 3), ④は点 (-1, 4),
⑤は点 (-3, 1)

解答 (1) ③ (2) ④ (3) ① (4) ⑤

参考 ②は $y=\frac{2}{3}x$ のグラフです。

