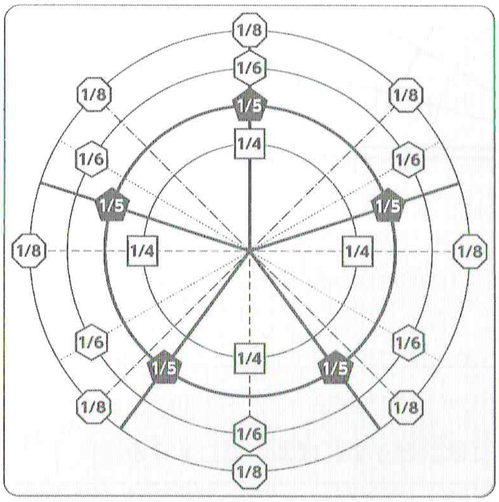
4節 円とおうぎ形

みんなで仲よく分けよう

買ってきたケーキをみんなで分けて食べることにしました。

下の道具の上にケーキを置いて，1/5 がかいてある5本の線にそってケーキを切ると，5等分することができます。



話しあおう

教科書 p.169

この道具を使うと，ケーキを5等分することができるのはなぜでしょうか。

解答例

- 1/5 の線は，円の中心のまわりの角を5等分している。また，円周も5等分されているから，この線によって円の面積は5等分されているといえる。
  よって，この道具の上にケーキを置いて，線にそって切ると，ケーキの底面の面積を5等分することができるので，ケーキを5等分できる。
- 1/5 の線で分けられた5つの部分はすべて，線の長さは半径なので等しく，円周の一部である部分の長さも等しいので，合同になっているといえる。
  だから，この線にそってケーキを切ると，底面が合同なケーキ5個に分けることができる。

参考

- 円の中心とケーキの中心があっていないと，ケーキの大きさは5等分することができません。
- 1/5 は，$\frac{1}{5}$ を表していて，日常生活の中でも使われることがあります。

1 円とおうぎ形の性質

学習のねらい

円やおうぎ形について調べることを通して，図形の合同について学習します。
また，円周を等分することによって，正多角形がかけることを学習します。

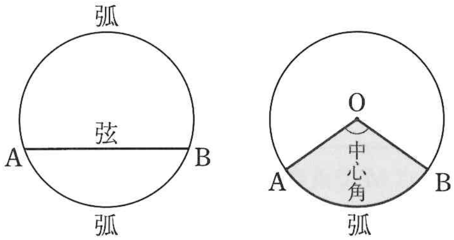
教科書のまとめ　テスト前にチェック

□円
▶点Oを中心とする円を，**円**Oといいます。

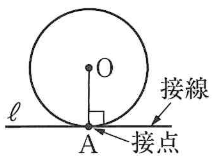
□弧 AB
▶円周上に2点A，Bをとるとき，円周のAからBまでの部分を，**弧**ABといい，$\overset{\frown}{AB}$と表します。

□弦 AB
▶$\overset{\frown}{AB}$の両端の点を結んだ線分を，**弦**ABといいます。

□中心角
▶下の右の図で，∠AOBを，$\overset{\frown}{AB}$に対する**中心角**といいます。

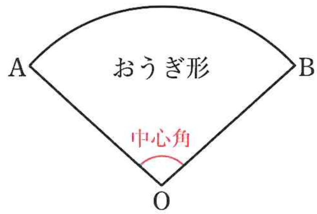


□円と直線
▶円と直線が1点だけを共有するとき，直線は円に**接する**といいます。また，右の図のように，直線ℓが円Oに接しているとき，直線ℓを円Oの**接線**，点Aを**接点**といいます。



□円の接線の性質
▶円の接線は，その接点を通る半径に垂直です。

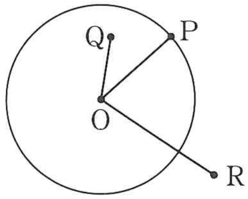
□おうぎ形
▶円Oの2つの半径OA，OBと$\overset{\frown}{AB}$で囲まれた図形を，**おうぎ形**OABといいます。
また，おうぎ形の2つの半径がつくる角を，そのおうぎ形の**中心角**といいます。



円の弧と弦について学びましょう。

問1　教科書 p.170

右の図の円Oで，点P，Q，Rは，それぞれ，円周上の点，円の内部の点，円の外部の点です。
このとき，線分OPとOQ，OPとORの長さの関係を，それぞれ不等号を使って表しなさい。



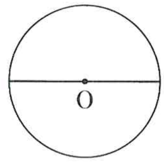
ガイド　大小関係を不等号を使って表します。また，線分OPは円Oの半径であることに着目します。

解答　直観的にもわかるが，直線上にOQ，OP，ORをとって，くらべてもよい。

OP＞OQ，OP＜OR

問2 円の中心を通る弦のことを何といいますか。　教科書 p.170

ガイド 弦は円周上の2点を結んだ線分のことです。
実際に図をかいてみて考えます。

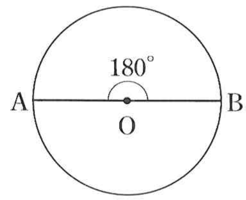


解答 直径

参考 直径は，もっとも長い弦であるといえます。

問3 弦ABが直径のとき，$\overset{\frown}{AB}$ に対する中心角は何度ですか。　教科書 p.170

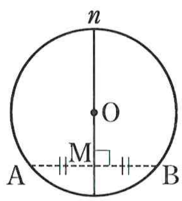
ガイド ∠AOBは半回転の角とみることができます。



解答 180°

問4 右の図で，直径 n は弦ABと点Mで垂直に交わっています。
このとき，直径 n と弦ABの間には，どんな関係がありますか。(図は省略)　教科書 p.171

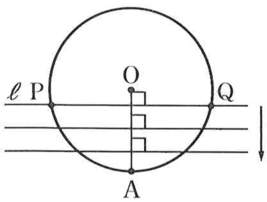
ガイド 円は線対称な図形だから，直径 n と弦ABが点Mで垂直に交わっていると，AM=BM になります。
また，直径 n が対称の軸になっています。



解答 直径 n は弦ABの垂直二等分線になっている。

円の接線について学びましょう。

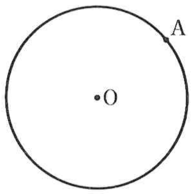
円Oで，半径OAに垂直な直線 ℓ と円周の交点をP，Qとします。直線 ℓ を矢印の方向に平行移動していくと，点P，Qはどうなるでしょうか。　教科書 p.171



ガイド 弦の長さは，円の中心Oを通るとき(直径のとき)，もっとも長いので，直線 ℓ を矢印の方向に平行移動していくと，弦PQは短くなっていきます。

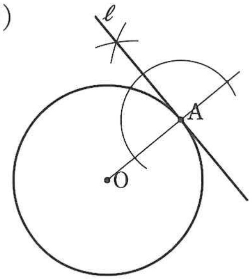
解答例 直線 ℓ を平行移動していくと，点PとQはしだいに近づいていき，点Aに重なる。

問5 右の図の円Oで，円周上の点Aを接点とする接線 ℓ を作図しなさい。　教科書 p.171



ガイド 円の接線は，その接点を通る半径に垂直になっています。

解答 （作図）



直線 OA をひく。
点Aを通る，OA の垂線 ℓ をひく。
この直線 ℓ が，点Aを接点とする円Oの接線である。

おうぎ形について学びましょう。

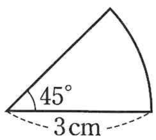
問6 半径 3 cm で，中心角が次の大きさのおうぎ形を，それぞれかきなさい。 **教科書 p.172**

(1)　45°　　(2)　180°　　(3)　240°

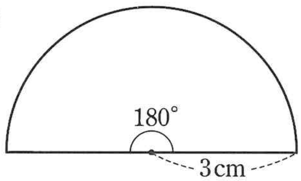
ガイド まず，3 cm の線分をひき，一方の端から，分度器を使ってそれぞれの角度を測ります。次に，この端を中心として，コンパスで半径 3 cm の弧をかけばよいです。

解答

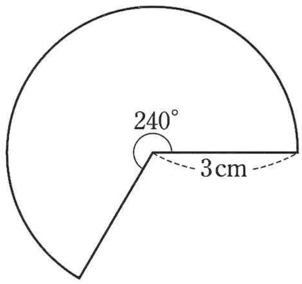
(1)



(2)



(3)



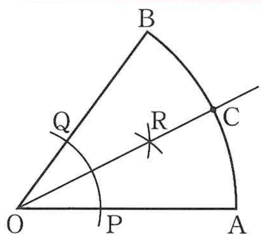
説明しよう

教科書 p.172

右の図は，おうぎ形 OAB の $\overset{\frown}{AB}$ 上に，

$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BC}$

となる点Cを作図したものです。
作図の手順と，この関係が成り立つ理由を説明しましょう。



ガイド 半径と中心角が等しい 2 つのおうぎ形は合同で，その弧の長さは等しくなります。

解答例 〈作図の手順〉

❶ 点Oを中心とする円をかき，半径 OA，OB との交点を，それぞれ P，Q とする。
❷ 2 点 P，Q をそれぞれ中心として等しい半径の円をかき，その交点の 1 つを R とする。
❸ 半直線 OR をひき，$\overset{\frown}{AB}$ との交点を C とする。

〈$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BC}$ が成り立つ理由〉
半直線 OR は ∠AOB の二等分線なので，∠AOC＝∠BOC である。
半径と中心角が等しいおうぎ形 OAC とおうぎ形 OBC は合同で，弧の長さは等しい。
よって，$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BC}$ となる。

2 円とおうぎ形の計量

学習のねらい

円の周の長さと面積の求め方を学習し，おうぎ形を円の一部とみて，おうぎ形の弧の長さと面積の求め方についても調べます。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□円周率

▶円周率は，円周の直径に対する割合であり，ギリシャ文字 π（パイ）で表します。
└→ 3.14159…

□円の周の長さと面積

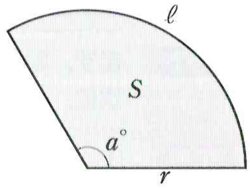
▶半径 r の円の周の長さを ℓ，面積を S とすると，

周の長さ　$\ell=2\pi r$

面積　$S=\pi r^2$

□おうぎ形の弧の長さと面積

▶半径 r，中心角 a° のおうぎ形の弧の長さを ℓ，面積を S とすると，



弧の長さ　$\ell=2\pi r\times\dfrac{a}{360}$

面積　$S=\pi r^2\times\dfrac{a}{360}$

▶半径の等しい円とおうぎ形では，次の比例式が成り立ちます。

(おうぎ形の弧の長さ)：(円の周の長さ)＝(中心角の大きさ)：360

(おうぎ形の面積)：(円の面積)＝(中心角の大きさ)：360

円の周の長さと面積の求め方について学びましょう。

教科書 p.173

金沢（かなざわ）21 世紀美術館は，上空から見ると，直径が 113 m の円の形をしています。この円の周の長さと面積を求める式を書きましょう。

ガイド 円の周の長さ＝直径×円周率，円の面積＝半径×半径×円周率

解答 **周の長さは 113×3.14 (m)，**

円の半径は 113÷2＝56.5 (m) だから，**面積は 56.5×56.5×3.14 (m^2)**

参考 計算すると，周の長さは 354.82 m，面積は 10023.665 m^2 となります。

問1 直径 20 cm の円の周の長さと面積を求めなさい。

教科書 p.173

ガイド 半径 r の円の周の長さを ℓ，面積を S とすると，$\ell=2\pi r$，$S=\pi r^2$
円周率は π を用いて表します。

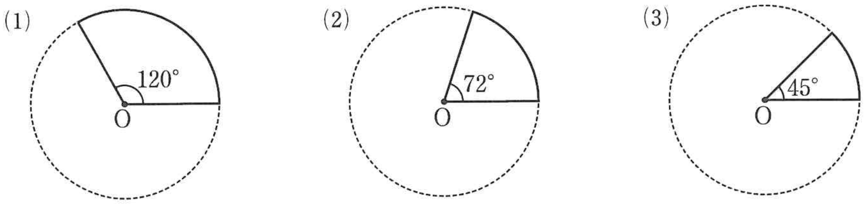
解答 円の半径は 20÷2＝10 (cm) だから，周の長さは $2\pi r=2\pi\times10=20\pi$ (cm)　**20π cm**

面積は $\pi r^2=\pi\times10^2=100\pi$ (cm^2)　**100π cm^2**

おうぎ形の弧の長さと面積の求め方について学びましょう。

問2 下の図のおうぎ形の弧の長さは，同じ半径の円の周の長さの何倍ですか。
また，おうぎ形の面積は，同じ半径の円の面積の何倍ですか。

教科書 p.174



ガイド (1) おうぎ形の弧の長さも面積も，同じ半径の円の周の長さや面積の $\dfrac{120}{360}=\dfrac{1}{3}$ (倍) です。
中心角が 120°

(2) $\dfrac{72}{360}=\dfrac{1}{5}$ (倍)　(3) $\dfrac{45}{360}=\dfrac{1}{8}$ (倍)

解答 弧の長さも面積も，(1) $\dfrac{1}{3}$ 倍　(2) $\dfrac{1}{5}$ 倍　(3) $\dfrac{1}{8}$ 倍

問3 次のようなおうぎ形の弧の長さと面積を求めなさい。

教科書 p.175

(1) 半径 6 cm，中心角 60°
(2) 半径 4 cm，中心角 225°

ガイド 半径 r，中心角 a° のおうぎ形の弧の長さを ℓ，面積を S とすると，

$\ell=2\pi r\times\dfrac{a}{360}$,　$S=\pi r^2\times\dfrac{a}{360}$

解答 (1) 弧の長さ…$2\pi\times6\times\dfrac{60}{360}=2\pi$ (cm)　　**2π cm**

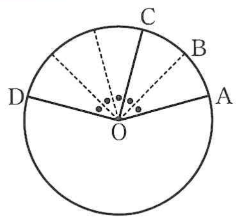
面　　積…$\pi\times6^2\times\dfrac{60}{360}=6\pi$ (cm^2)　　**6π cm^2**

(2) 弧の長さ…$2\pi\times4\times\dfrac{225}{360}=5\pi$ (cm)　　**5π cm**

面　　積…$\pi\times4^2\times\dfrac{225}{360}=10\pi$ (cm^2)　　**10π cm^2**

教科書 p.175

右の図で，印をつけた角は，すべて同じ大きさになっています。このとき，おうぎ形 OAC とおうぎ形 OAD で，次の比を求めましょう。



(1) 中心角 ∠AOC と ∠AOD の大きさの比
(2) $\overset{\frown}{AC}$ と $\overset{\frown}{AD}$ の長さの比
(3) おうぎ形 OAC とおうぎ形 OAD の面積の比

(1)〜(3)から，2 つのおうぎ形の中心角の大きさの比と弧の長さや面積の比について，どんなことがわかるでしょうか。

ガイド　半径と中心角が等しい２つのおうぎ形は合同です。
おうぎ形 OAC とおうぎ形OAD が，おうぎ形 OAB の何個分になるかで考えます。

解答例　(1)　**2：5**　　(2)　**2：5**　　(3)　**2：5**

参考　１つの円では，おうぎ形の弧の長さや面積の比は，中心角の大きさの比と等しくなる。
また，１つの円では，おうぎ形の弧の長さや面積は，中心角の大きさに比例することもわかります。

問4　上の **例題１** のおうぎ形の面積を求めなさい。(図は省略)　教科書 p.176

ガイド　半径 r，中心角 $a°$ のおうぎ形の面積を S とすると，$S=\pi r^2\times\dfrac{a}{360}$

解答　**例題１** より，半径 6 cm，中心角 240° だから，面積…$\pi\times6^2\times\dfrac{240}{360}=\mathbf{24\pi}\ (\mathbf{cm^2})$

(別解)　おうぎ形の面積を S cm² とすると，

$S:(\pi\times6^2)=240:360$　　これを解くと，$S=24\pi\ (\text{cm}^2)$

問5　半径 9 cm，弧の長さ 5π cm のおうぎ形の中心角の大きさと面積を求めなさい。　教科書 p.176

ガイド　半径 9 cm の円の周の長さを求め，中心角を $x°$ として比例式をつくります。

解答　半径 9 cm の円の周の長さは 18π cm だから，このおうぎ形の中心角を $x°$ とすると，

$5\pi:18\pi=x:360$

これを解くと，　$18\pi\times x=5\pi\times360$　　$x=100$　　　　中心角　**100°**

π でわって，$18\times x=5\times360$

面積…$\pi\times9^2\times\dfrac{100}{360}=\dfrac{45}{2}\pi\ (\text{cm}^2)$　　　　面積　$\mathbf{\dfrac{45}{2}\pi\ cm^2}$

参考
- 中心角の大きさを求めるのに，おうぎ形の弧の長さの公式 $\ell=2\pi r\times\dfrac{a}{360}$ を使って，次のように求めることができます。
  中心角を $x°$ とすると，
  $$5\pi=2\pi\times9\times\frac{x}{360}\longrightarrow2\times9\times\frac{x}{360}=5\longrightarrow\frac{x}{20}=5\longrightarrow x=100$$
  π でわって，両辺を入れかえる。
- 教科書「数学広場」p.283 のおうぎ形の面積の公式 $S=\dfrac{1}{2}\ell r$ を使うと，中心角の大きさを求めなくてもおうぎ形の面積を求めることができます。
  $$S=\frac{1}{2}\times5\pi\times9=\frac{45}{2}\pi\ (\text{cm}^2)$$

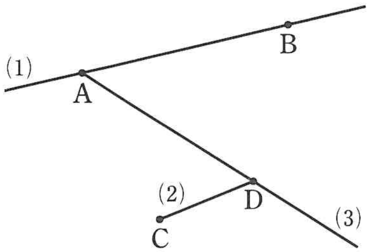
5章 章末問題 学びをたしかめよう

教科書 p.178〜179

1 下の図のように，4点A，B，C，Dがあります。
このとき，次の直線や線分，半直線を図にかき入れなさい。(図は省略)
(1) 直線AB　(2) 線分CD　(3) 半直線AD

ガイド (2) 両端をC，Dとする線をひきます。
(3) 点Aを端として，点Dの方に線をのばします。

解答



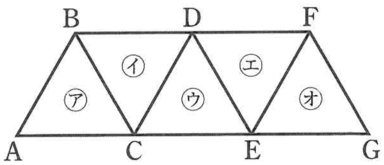
p.150 問1

2 次の□にあてはまることばや記号をいいなさい。
(1) 2直線AB，CDが交わってできる角が直角であるとき，ABとCDは□であるといい，AB□CDと表す。
(2) 2直線AB，CDが交わらないとき，ABとCDは□であるといい，AB□CDと表す。

ガイド 2つの直線が交わってできる角が直角のときは垂直，交わらないときは平行です。

解答 (1) (順に) 垂直，⊥ p.152 問3 (2) (順に) 平行，// p.153 問4

3 下の図の㋐〜㋔の三角形は，すべて合同な正三角形です。
次の(1)〜(3)のそれぞれについて，あてはまる三角形をすべて選びなさい。



(1) ㋐を，平行移動した三角形
(2) ㋐を，点Cを回転の中心として回転移動した三角形
(3) ㋐を，線分BCを対称の軸として対称移動した三角形

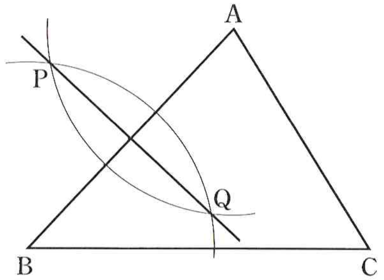
ガイド 移動には，平行移動，回転移動，対称移動があります。
平行移動…平面上で，図形を，一定の方向に，一定の長さだけずらす移動。
回転移動…平面上で，図形を，1つの点Oを中心として，一定の角度だけまわす移動。
対称移動…平面上で，図形を，1つの直線ℓを折り目として，折り返す移動。

解答　(1)　㋒，㋔　　(2)　㋑，㋒　　(3)　㋑　p.161 1

参考　(1)　㋒は，㋐を AC の方向に，AC の長さだけ平行移動したもの
㋔は，㋐を AC の方向に，AC の2倍の長さだけ平行移動したもの
(2)　㋑は，㋐を点Cを回転の中心として，時計まわりに 60° だけ回転移動したもの
㋒は，㋐を点Cを回転の中心として，時計まわりに 120° だけ回転移動したもの
㋓は，㋐を(3)で㋑に対称移動し，さらに BD の方向に BD の長さだけ平行移動したもの，などといえます。

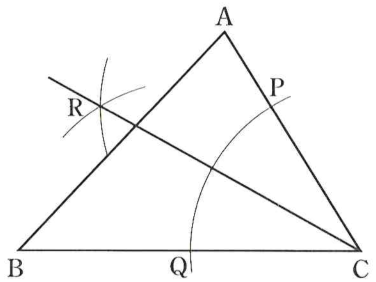
4　右の図の △ABC で，次の作図をしなさい。(図は省略)
(1)　辺 AB の垂直二等分線
(2)　∠ACB の二等分線
(3)　頂点Aを通る辺 BC の垂線

解答　(作図)

(1)


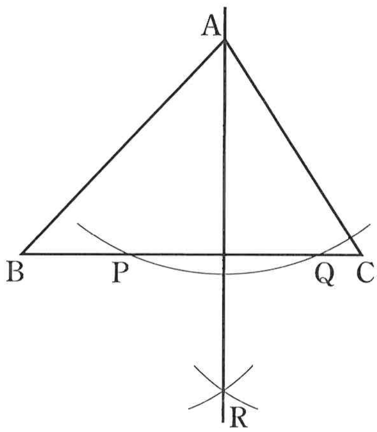
辺 AB の両端 A，B をそれぞれ中心として，等しい半径の円をかく。
この2つの円の交点を P，Q とすると，直線 PQ が，辺 AB の垂直二等分線である。

p.163 問1

(2)


点Cを中心とする円をかき，辺 AC，BC との交点を，それぞれ P，Q とする。
次に，2点 P，Q をそれぞれ中心として，半径 CP の円をかき，その交点の1つをRとする。半直線 CR が，∠ACB の二等分線である。

p.163 問2

(3)


頂点Aを中心とする円をかき，辺 BC との交点を，それぞれ P，Q とする。
次に，2点 P，Q をそれぞれ中心として，等しい半径の円をかき，その交点の1つをRとする。直線 AR が，頂点Aを通る辺 BC の垂線である。

p.165 問4

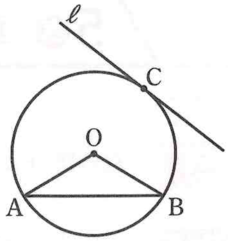
5

右の図について，次の$\boxed{}$にあてはまることばをいいなさい。

(1) 円周のAからBまでの部分を，$\boxed{}$ABといい，$\overset{\frown}{AB}$と表す。
また，$\overset{\frown}{AB}$の両端の点を結んだ線分を，$\boxed{}$ABという。

(2) ∠AOBを，$\overset{\frown}{AB}$に対する$\boxed{}$という。

(3) 直線ℓが円Oに接しているとき，直線ℓを円Oの$\boxed{}$，点Cを$\boxed{}$という。



解答

(1) (順に) **弧，弦**

(2) **中心角**

(3) (順に) **接線，接点**

(1)，(2) p.170

p.171

6

円とおうぎ形について，次の長さや面積を求めなさい。

(1) 半径 8 cm の円の周の長さと面積

(2) 半径 6 cm，中心角 150° のおうぎ形の弧の長さと面積

ガイド

(1) **半径rの円の周の長さℓと面積Sを求める公式は，**

$\ell=2\pi r$，$S=\pi r^2$

(2) **半径r，中心角a°のおうぎ形の弧の長さℓと面積Sを求める公式は，**

$\ell=2\pi r\times\dfrac{a}{360}$，$S=\pi r^2\times\dfrac{a}{360}$

解答

(1) 周の長さ…$2\pi\times8=16\pi$ (cm)　　**16π cm**

面　　積…$\pi\times8^2=64\pi$ (cm^2)　　**64π cm^2**

p.173 問1

(2) 弧の長さ…$2\pi\times6\times\dfrac{150}{360}=5\pi$ (cm)　　**5π cm**

面　　積…$\pi\times6^2\times\dfrac{150}{360}=15\pi$ (cm^2)　　**15π cm^2**

p.175 問3

5章 章末問題 学びを身につけよう

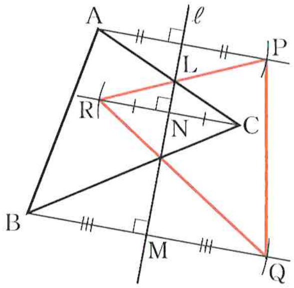
教科書 p.180〜181

テストによく出る

1 左の図の△ABC を，直線 ℓ を対称の軸として対称移動した図をかきなさい。(図は省略)

ガイド 対応する点を結んだ線分は，対称の軸と垂直に交わり，その交点で 2 等分されます。

解答



(かき方)

1 組の三角定規を使って，点 A，B，C から ℓ に垂線をひき，ℓ との交点をそれぞれ，L，M，N とする。

AL＝PL，BM＝QM，CN＝RN

となる点 P，Q，R をコンパスを使って求める。

(定規で測ってもよい。)

△PQR が対称移動した図である。

参考 点 A を通る ℓ の垂線をひくとき，教科書 165 ページで学習した，「直線上にない 1 点を通る垂線の作図」の方法で作図してもよいでしょう。

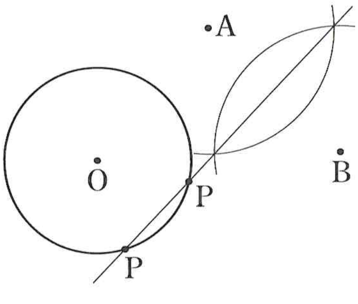
テストによく出る

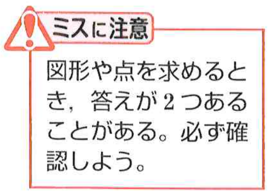
2 左の図のように，2 点 A，B と円 O があります。

円 O の周上にあって，AP＝BP となる点 P を作図しなさい。(図は省略)

ガイド AP＝BP となる点 P は，線分 AB の垂直二等分線上にあります。したがって，その垂直二等分線と円 O の周との交点が P です。交点 P は 2 つあります。

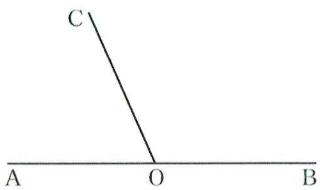
解答 (作図)





テストによく出る

3



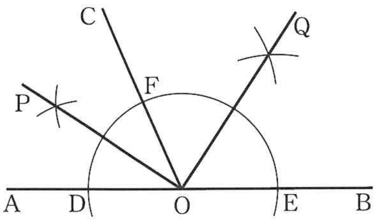
左の図は，直線 AB 上の点 O から，半直線 OC をひいたものです。

∠AOC，∠BOC のそれぞれの二等分線 OP，OQ を作図しなさい。

このとき，∠POQ の大きさは何度になりますか。

ガイド 一直線によってできる角は 180° です。よって，∠AOC＋∠BOC＝180° です。

解答 （作図）



点Oを中心とする円をかき，OA，OB，OC との交点を，それぞれ，D，E，F とする。
2点 D，F をそれぞれ中心とする同じ半径の円をかき，その交点の1つとOを通る半直線 OP が $\angle$AOC の二等分線である。同じようにして，$\angle$BOC の二等分線 OQ をひく。

$$\angle POQ=\frac{1}{2}\angle AOC+\frac{1}{2}\angle BOC=\frac{1}{2}(\angle AOC+\angle BOC)=\frac{1}{2}\times 180^\circ=90^\circ$$

<u>**$\angle$POQ＝90°**</u>

テストによく出る

4 おうぎ形について，次の問いに答えなさい。

(1) 半径 6 cm，面積 30π cm^2 のおうぎ形の中心角の大きさを求めなさい。

(2) 中心角 240°，弧の長さ 12π cm のおうぎ形の半径を求めなさい。

ガイド (1) **半径の等しい円とおうぎ形では，(おうぎ形の面積)：(円の面積)＝(中心角の大きさ)：360**

(2) **弧の長さと中心角の関係から比例式をつくります。**

解答 (1) 半径 6 cm の円の面積は 36π cm^2 だから，中心角を x° とすると，

$$30\pi : 36\pi = x : 360$$
$$36\pi\times x=30\pi\times 360$$
πでわって，36でわる。
$$x=30\times 10$$
$$x=300$$

<u>**300°**</u>

（別解） $\pi\times 6^2\times\dfrac{x}{360}=30\pi$

$$x=300$$

(2) おうぎ形の半径を x cm とすると，

$$12\pi : 2\pi x = 240 : 360$$
$$2\pi x\times 240=12\pi\times 360$$
2πでわって，120でわる。
$$2x=18$$
$$x=9$$

<u>**9 cm**</u>

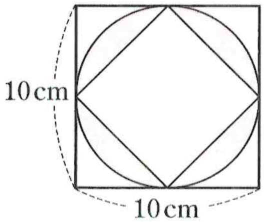
（別解） $2\pi\times x\times\dfrac{240}{360}=12\pi$

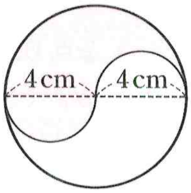
$$x=9$$

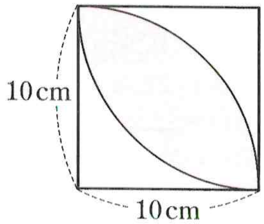
テストによく出る

5 下の図の色のついた部分の面積を求めなさい。

(1) (2) (3)





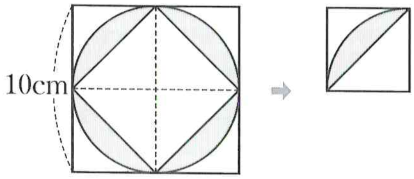


ガイド 色のついた部分を分けたり，移動したりして，くふうをして求めます。

(2) 小さい方の半円部分を移動すると，大きい方の半円になります。

(3) 半径 **10 cm** の円の $\frac{1}{4}$ の面積から直角二等辺三角形の面積をひいて考えます。

解答 (1) 右のように，4つに分けた1つ分で考えると，色のついた部分の面積は，おうぎ形の面積から直角二等辺三角形の面積をひけばよいので，



$$\pi\times5^2\times\frac{90}{360}-\frac{1}{2}\times5\times5$$

$$=\pi\times25\times\frac{1}{4}-\frac{25}{2}$$

$$=\frac{25}{4}\pi-\frac{25}{2}$$

求める面積は，これの4つ分だから，

$$\left(\frac{25}{4}\pi-\frac{25}{2}\right)\times4=25\pi-50\ (\text{cm}^2)$$

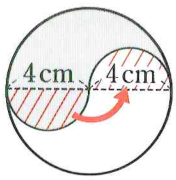
$25\pi-50\ (\text{cm}^2)$

(別解) 色のついた部分の面積は，円の面積から内側の正方形の面積をひけば求められる。

内側の正方形の面積は，外側の正方形の面積の半分だから，

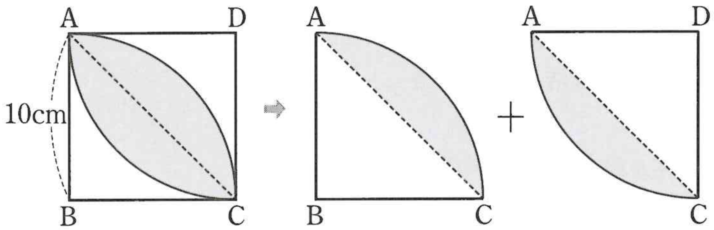
$$\pi\times5^2-10\times10\div2=25\pi-50\ (\text{cm}^2)$$

(2) 小さい方の半円部分を，右のように移動すると，半径 4 cm の円の半分の面積になるから，



$$\pi\times4^2\times\frac{1}{2}=8\pi\ (\text{cm}^2)$$

$8\pi\ \text{cm}^2$

(3) 

上のように，色のついた部分を正方形の対角線で2つに分けると，その1つ分の面積は，おうぎ形の面積から直角二等辺三角形の面積をひけばよい。

求める面積は，その2つ分なので，

{(おうぎ形BACの面積)−(△ABCの面積)}×2

$=\left(\pi\times10^2\times\frac{90}{360}-\frac{1}{2}\times10\times10\right)\times2$

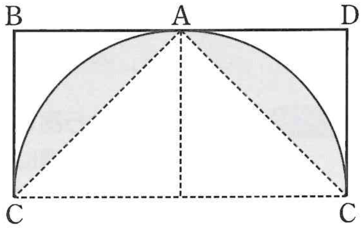
$=(25\pi-50)\times2$

$=50\pi-100$ (cm²) **$50\pi-100$ (cm²)**

(別解) 右のように，正方形を対角線で2つに分け，その片方を回転移動すると，色のついた部分の面積は，半径10 cmの半円の面積から，もとの正方形1つ分の面積をひいて求められる。

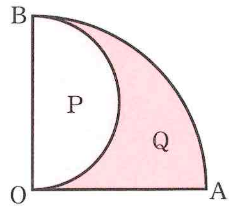
だから，求める面積は，

$\pi\times10^2\div2-10\times10=50\pi-100$ (cm²)



6

右の図のように，半径8 cm，中心角90°のおうぎ形OABを，OBを直径とする半円によって2つに分けます。
このとき，2つの図形P，Qの周の長さと面積を，それぞれ求めなさい。



ガイド 半径 r の円の周の長さを ℓ，面積を S とすると，$\ell=2\pi r$，$S=\pi r^2$

解答 Pの周の長さ…$8\pi\times\frac{180}{360}+8=4\pi+8$ (cm) **$4\pi+8$ (cm)**

Pの面積…$\pi\times4^2\times\frac{180}{360}=16\pi\times\frac{1}{2}=8\pi$ (cm²) **8π cm²**

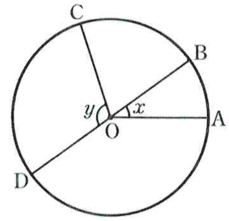
Qの周の長さ…$\overset{\frown}{AB}+\overset{\frown}{BO}+OA=16\pi\times\frac{90}{360}+8\pi\times\frac{180}{360}+8$

$=4\pi+4\pi+8=8\pi+8$ (cm) **$8\pi+8$ (cm)**

Qの面積…おうぎ形OAB−P$=\pi\times8^2\times\frac{90}{360}-8\pi=64\pi\times\frac{1}{4}-8\pi=8\pi$ (cm²) **8π cm²**

参考 PとQは形は違(ちが)っていても，面積は同じになります。

7 右の図で，$\overset{\frown}{BC}$，$\overset{\frown}{CD}$，$\overset{\frown}{DA}$ の長さは，それぞれ，$\overset{\frown}{AB}$ の長さの 2 倍，3 倍，4 倍になっています。
このとき，$\angle x$，$\angle y$ の大きさを求めなさい。



ガイド 1つの円では，おうぎ形の弧の長さや面積は，中心角の大きさに比例します。

解答 円Oで，弧の長さが 2 倍，3 倍，4 倍になると，中心角の大きさも 2 倍，3 倍，4 倍になる。よって，$\angle BOC=2\angle x$，$\angle COD=\angle y=3\angle x$，$\angle DOA=4\angle x$ であるから，

$\angle x+2\angle x+3\angle x+4\angle x=360^\circ$　　$10\angle x=360^\circ$　　$\angle x=36^\circ$

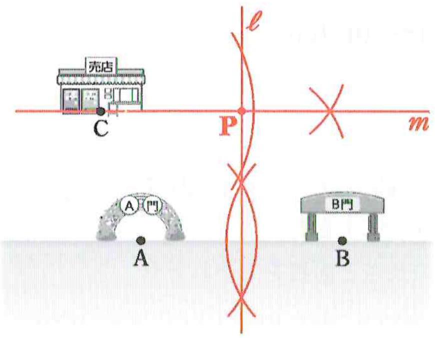
$\angle y=3\times36^\circ=108^\circ$

$\angle x=36^\circ$，$\angle y=108^\circ$

8 右の図で，A 門と B 門から同じ距離にあり，売店Cからの距離がもっとも短くなるところに，ベンチを置こうと思います。
このとき，ベンチを置く位置Pを，右の図に作図して求めなさい。(図は省略)

ガイド 点Aと点Bから同じ距離にある点は，2 点を結ぶ線分の垂直二等分線上にあります。
その垂直二等分線に点Cから垂線をひいて，距離がもっとも短くなる点を求めます。

解答 (作図)

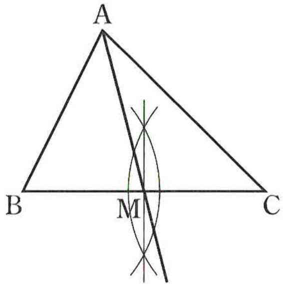


線分 AB の垂直二等分線 ℓ をひく。
点Cを通り，直線 ℓ に垂直な直線 m をひく。
直線 ℓ と m の交点をPとする。

9 右の図で，頂点Aを通り，△ABC の面積を 2 等分する直線を作図しなさい。(図は省略)

ガイド 頂点Aと辺 BC の中点を通る直線をひくと，△ABC は底辺の長さと高さが等しい 2 つの三角形に分けられます。

解答 (作図)



辺 BC の垂直二等分線をひき，辺 BC との交点をMとする。
頂点Aと点Mを通る直線をひく。