

6章 空間図形

1. 立体と空間図形

立体をなかま分けしよう

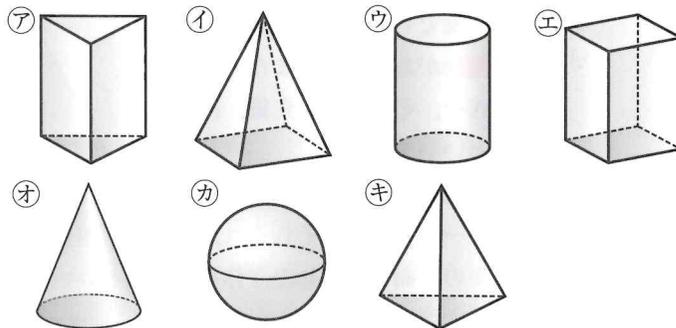
下の写真の建物は、次のページ(教科書 p.183)の㉗~㉕のどの立体とみることができるでしょうか。(写真は省略)

解答

千代田区立日比谷図書文化館…㉗ 愛媛県総合科学博物館…㉔ 名古屋市科学館…㉕
 岡山シンフォニーホール…㉘ 仁摩サンドミュージアム…㉙
 大阪中之島美術館…㉚

教科書
p.183

話しあおう



㉗~㉙の立体を、いろいろな見方でなかま分けしましょう。
 また、どのようになかま分けしたのかを説明しましょう。

解答例

次のような観点でなかま分けする。

- 面がすべて平面か、曲面もあるか
 すべて平面…㉗, ㉙, ㉚, ㉜ 曲面もある…㉘, ㉔, ㉕
- 上の面が平面か、とがっているか
 平面…㉗, ㉘, ㉚ とがっている…㉙, ㉔, ㉜ どちらでもない…㉕
- 底面の形で分ける
 三角形…㉗, ㉜ 四角形…㉙, ㉚ 円…㉘, ㉔
- 側面の形で分ける
 三角形…㉙, ㉜ 長方形…㉗, ㉚
- 横から水平に切ったときの切り口の形で分ける
 三角形…㉗, ㉜ 四角形…㉙, ㉚ 円…㉘, ㉔, ㉕

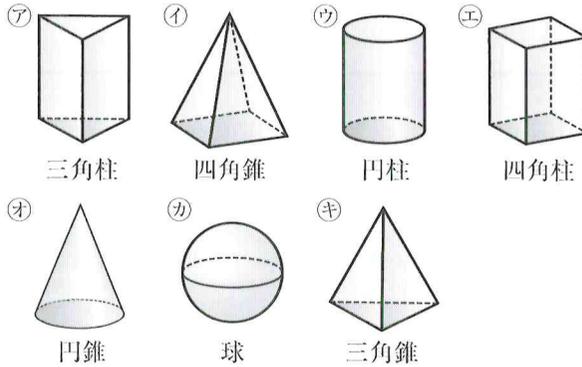
1 いろいろな立体

学習のねらい

基本的な立体として、**角柱**と**角錐**、**円柱**と**円錐**があります。ここでは、見取図や展開図に加えて**投影図**を考えて、立体の性質についてくわしく調べます。

教科書のまとめ テスト前にチェック

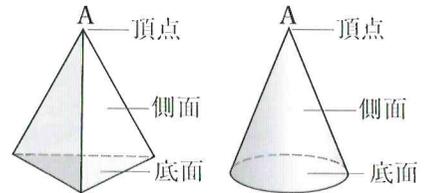
□角錐と円錐



▶(イ), (キ)のような立体を**角錐**, (オ)のような立体を**円錐**といいます。

□角錐と円錐の
底面, 側面,
頂点

▶角錐や円錐でも、右の図のように、**底面**と**側面**があります。また、右の図の点Aを、それぞれ、角錐、円錐の**頂点**といいます。



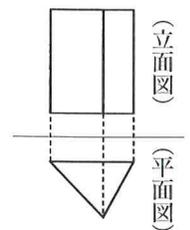
▶角錐で、底面が三角形, 四角形, 五角形, ……のものを、それぞれ、三角錐, 四角錐, 五角錐, ……とといいます。

□多面体

▶いくつかの平面で囲まれた立体を**多面体**といい、その面の数によって、四面体, 五面体, 六面体, ……とといいます。

□投影図

▶立体を、真正面から見た図を**立面図**といい、真上から見た図を**平面図**とといいます。
また、立面図と平面図をあわせて、**投影図**とといいます。



□底面が正多角
形である角柱

▶角柱のうち、底面が、正三角形, 正方形, 正五角形, ……であるものを、それぞれ、正三角柱, 正四角柱, 正五角柱, ……とといいます。

□底面が正多角
形である角錐

▶角錐のうち、底面が、正三角形, 正方形, 正五角形, ……で、側面がすべて合同な二等辺三角形であるものを、それぞれ、正三角錐, 正四角錐, 正五角錐, ……とといいます。

立体の特徴について考えましょう。



上の①, ②, ③の立体に共通する特徴は何でしょうか。(図は192ページ)

教科書
p.184

解答例

さきのとがった立体である。

参考

①, ③のような立体を角錐, ②のような立体を円錐といいます。
また, 底面の形から, ①は四角錐, ③は三角錐といいます。

いくつかの平面で囲まれた立体について学びましょう。



前ページ(教科書 p.184)の⑦~⑩の立体で, 平面だけで囲まれているものはどれでしょうか。

教科書
p.185

また, それらの立体は, それぞれ, いくつの平面で囲まれているでしょうか。
(図は192ページ)

ガイド

平らな面を平面といい, 曲がった面を曲面といいます。
底面と側面をあわせて, すべての面の数を考えます。

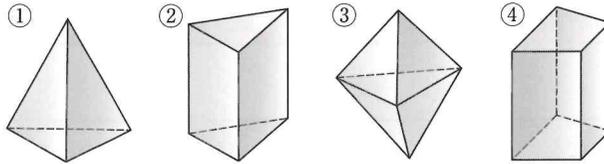
解答

平面だけで囲まれているもの…⑦, ⑧, ⑨, ⑩
⑦…5つの平面, ⑧…5つの平面, ⑨…6つの平面, ⑩…4つの平面

参考

平面と曲面で囲まれているもの…⑪, ⑫
曲面だけで囲まれているもの…⑬

問1



教科書
p.185

上の①~④の多面体は, それぞれ何面体ですか。

ガイド

いくつかの平面で囲まれた立体を多面体といい, その面の数によって, 四面体, 五面体, 六面体, ……といいます。

解答

① 四面体 ② 五面体 ③ 六面体 ④ 六面体

問2

面の数をもっとも少ない多面体は, 何面体ですか。

教科書
p.185

ガイド

立体をつくるのに, 最少でいくつの面が必要かを考えます。

解答

四面体

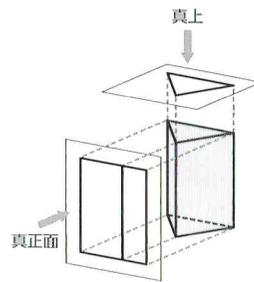
参考

四面体とは三角錐のことで, すべての面が三角形でできています。

見取図、展開図のほかに、立体を平面に表す方法を学びましょう。



右の三角柱を真正面から見ると、どんな形に見えるでしょうか。
また、真上から見ると、どんな形に見えるでしょうか。



教科書 p.186

ガイド

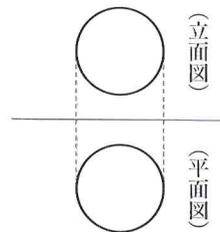
真正面からは、2つの側面、真上からは、底面が見えます。

解答

真正面…長方形，真上…三角形

問3

(教科書) 183 ページの㉗~㉙のうち、右の投影図で表される立体を選びなさい。(図は 192 ページ)



教科書 p.186

ガイド

真上から見ても、真正面から見ても、円に見える立体です。

解答

㉘(球)

いろいろな立体の特徴を、見取図や展開図、投影図を使って調べましょう。

▶ 角柱と角錐

問4

上の展開図をもとにして三角柱をつくる時、点Aと重なる点に○の印をつけなさい。
また、辺 AB と重なる辺に~~~~の印をつけなさい。(図は省略)

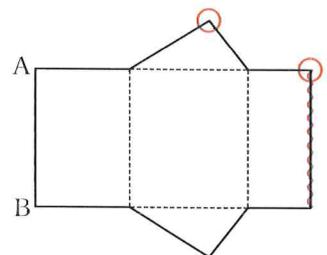
教科書 p.187

ガイド

頭の中で立体を組み立てて考えてみるか、方眼紙に展開図をかき、切り取って組み立ててみましょう。

解答

右の図



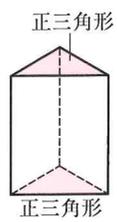
教科書 p.187

問5 正三角柱の側面の3つの長方形について、どんなことがいえますか。

ガイド 底面は正三角形だから、3つの辺の長さはすべて等しくなっています。

解答 3つの長方形は、すべて横の長さ(正三角形の1辺の長さ)が等しく、縦の長さ(高さは共通)が等しいから、3つとも合同な長方形になっている。

参考 側面の特徴は、展開図で表すとよくわかります。



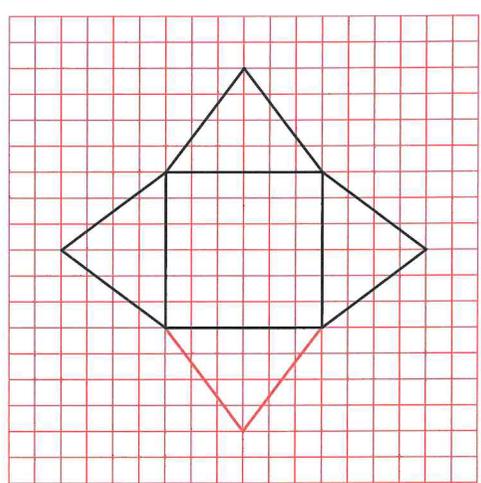
教科書 p.188

問6 右の図のような、底面が正方形で、4つの側面のすべてが二等辺三角形である四角錐があります。下の図で、この四角錐の展開図を完成させなさい。(図は省略)

ガイド 底面の正方形の1辺を底辺とする、他の側面と合同な二等辺三角形をかきます。

解答 正方形の下の辺の中点から4マス分の高さをとって、側面の二等辺三角形をかく。

展開図は右の図

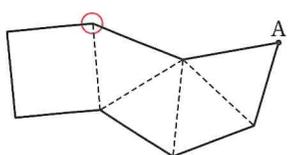


教科書 p.188

問7 右の展開図をもとにして四角錐をつくる時、点Aと重なる点に○の印をつけなさい。(図は省略)

ガイド わかりやすいところから、重ならない頂点を消していきましょう。

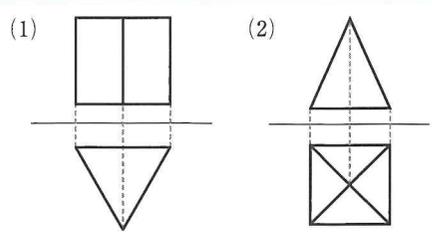
解答



教科書 p.189

問8 右の(1)、(2)の投影図で表される立体を、下の(ア)~(エ)から選びなさい。

- (ア) 直方体 (イ) 三角柱
- (ウ) 三角錐 (エ) 四角錐



ガイド 直線の上の部分は真正面から見た図(立面図), 下の部分は真上から見た図(平面図)です。

- 解答**
- (1) 立面図が長方形で, 平面図が三角形になっているから, (イ)
 - (2) 立面図が三角形で, 平面図が四角形になっているから, (エ)

▶円柱と円錐



下の写真のような, ごみ取り用ローラーのシートを1周分はがすと, どんな図形になるでしょうか。(写真は省略)

教科書 p.189

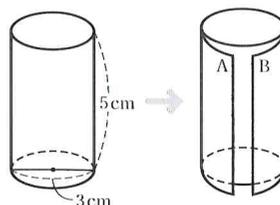
ガイド 写真のようすから考えます。円柱の側面を切りひらいた形になります。

解答 長方形(1辺の長さがローラーの幅^{はば}, 他の辺の長さが(外側の)円の1周分の長方形)

問9

右のような, 底面の直径が3cmで, 高さが5cmの円柱があります。下の図で, この円柱の展開図を完成させなさい。(図は省略)

また, 完成させた展開図を組み立てて円柱をつくるとき, 線分ABと重なるところに~~~~の印をつけなさい。



教科書 p.190

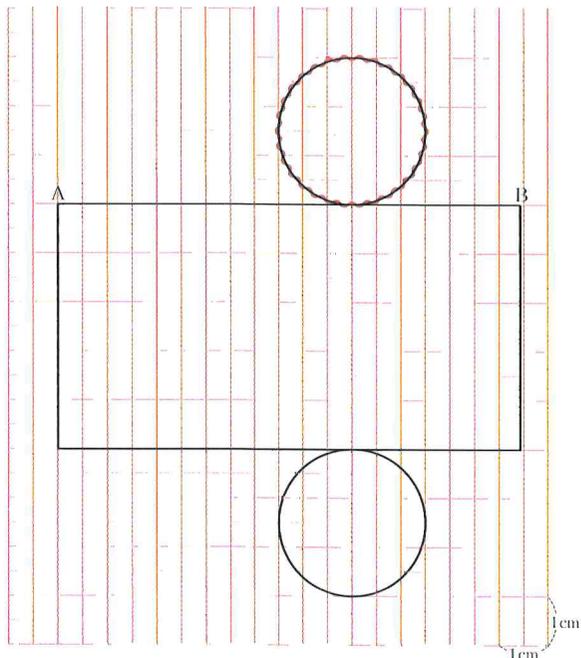
ガイド 円柱では, 2つの底面は合同な円で, 側面の展開図は長方形になります。展開図の長方形の横の長さABは, 底面の円周の長さと等しく, 縦の長さは円柱の高さと等しくなります。

解答 側面の展開図の長方形の縦の長さは5cm, 横の長さABは底面の円周の長さと等しく,

$$3\pi = 3 \times 3.14 = 9.42 \text{ (cm)}$$

となる。

展開図は右の図





右の写真のような、アイスクリームの包み紙をひらくと、どんな図形になるでしょうか。(写真は省略)

教科書
p.191

ガイド

写真のようすから考えます。円錐の側面を切りひらいた形になります。

解答

おうぎ形



問10

上の展開図をもとにして円錐をつくるとき、 \widehat{AB} と重なるところに~~~~の印をつけなさい。(図は省略)

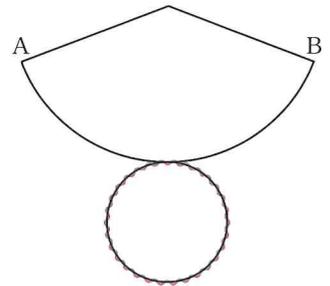
教科書
p.191

ガイド

円錐の底面は1つの円で、側面は曲面です。また、側面の展開図はおうぎ形になります。おうぎ形の弧の長さは、底面の円周の長さと等しくなります。

解答

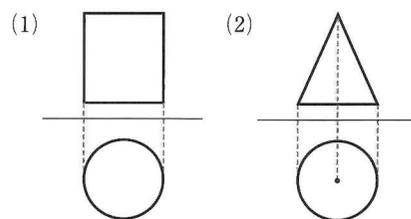
右の図



問11

右の(1)、(2)の投影図で表される立体を、
下の(ア)~(エ)から選びなさい。

- (ア) 円柱 (イ) 円錐
(ウ) 球 (エ) 角錐



教科書
p.191

ガイド

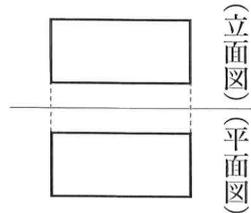
どちらも平面図が円で、立面図が円ではないから、底面が円である立体を考えます。立面図から、円柱か円錐かを判断します。

解答

- (1) 立面図が長方形で、平面図が円になっているから、(ア)
(2) 立面図が三角形で、平面図が円になっているから、(イ)

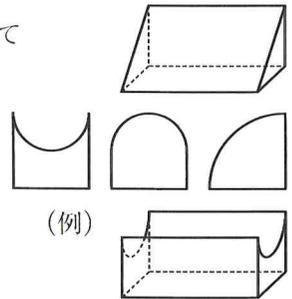
話しあおう

ある立体の投影図をかいたところ、右の図のように、立面図と平面図が合同な長方形になりました。どのような立体と考えられるでしょうか。



解答例

- 立面図と平面図が合同な長方形になっているから、底面が正方形である正四角柱を横にして置いた立体。
- 前ページの「問11」のように、円柱も、立面図が長方形になり、円柱を横にして置くと平面図も立面図と合同な長方形になる。よって、円柱
- 右のように、底面が直角二等辺三角形である三角柱を横にして置いても、立面図と平面図が合同な長方形になる。
- ほかに、底面が右の図のような立体などが考えられる。



まとめよう

これまでに、平面上に表現をして立体を調べる方法として、見取図、展開図、投影図を学んできました。それらの図の特徴を、下の見取図の例(省略)を参考にしてまとめましょう。

解答例

	特徴
展開図	<p>こんなときに便利</p> <ul style="list-style-type: none"> • 立体を構成している面の形や辺の長さを正確に確認したいとき <p>こんなところに注意</p> <ul style="list-style-type: none"> • 組み立てられる展開図にするため、面のつなげ方に注意が必要。 • 面や辺の位置関係がわかりにくい。
投影図	<p>こんなときに便利</p> <ul style="list-style-type: none"> • 立体をいろいろな方向から見た形をもとに、立体の特徴をとらえたいとき <p>こんなところに注意</p> <ul style="list-style-type: none"> • 異なる立体でも投影図が同じになる場合があるから、投影図だけで必ず立体を特定できるわけではない。

2

空間内の平面と直線

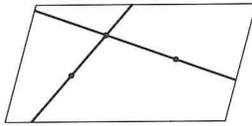
学習のねらい

空間図形を考えると、基礎もとになるのは平面と直線です。ここでは、平面と直線についての基本を学習し、さらに、平面と直線の位置関係について考えます。

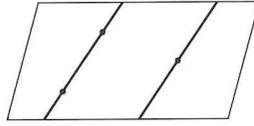
教科書のまとめ テスト前にチェック

- 平面
- 平面の決定

- ▶平面とは、平らに限りなくひろがっている面をいいます。
- ▶同じ直線上にない3点を通る平面は1つしかありません。また、交わる2直線をふくむ平面、平行な2直線をふくむ平面も1つしかありません。



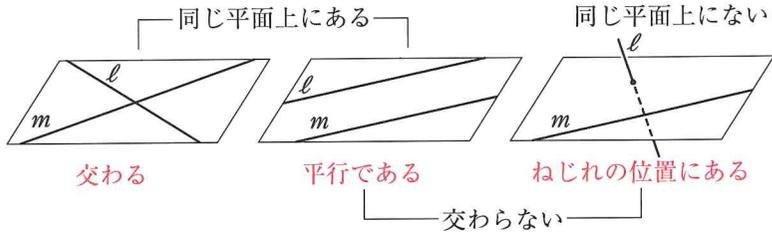
交わる2直線



平行な2直線

- ねじれの位置
- 2直線の位置関係

- ▶空間内の2直線が、平行でなく、交わらないとき、その2直線は、**ねじれの位置**にあるとといいます。
- ▶空間内の2直線 l, m の位置関係には、次の3つの場合があります。



交わる

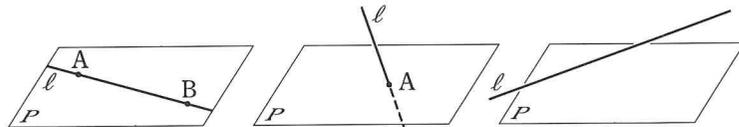
平行である

ねじれの位置にある

交わらない

- 直線と平面の位置関係

- ▶直線 l と平面 P の位置関係には、次の3つの場合があります。



直線は平面上にある

交わる

平行である

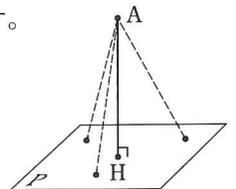
- 直線と平面の垂直

- ▶直線 l が平面 P と点 A で交わっていて、点 A を通る平面 P 上のすべての直線と垂直であるとき、直線 l と平面 P は**垂直**であるといいます。

- ▶このとき、直線 l を平面 P の**垂線**といいます。

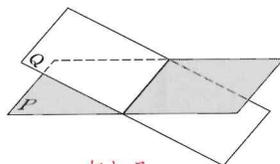
- 点と平面との距離

- ▶点 A から平面 P に垂線 AH をひいたとき、線分 AH の長さを、**点 A と平面 P との距離** きょり といいます。

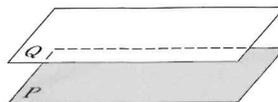


- 2平面の位置関係

- ▶2つの平面 P, Q の位置関係には、次の2つの場合があります。



交わる



平行である

平面が1つに決まる場合について考えましょう。

教科書 p.193



右の写真の中から、平面や直線とみることができるものを見つけましょう。
(写真は省略)

解答例

〈平面とみることができるもの〉 床、壁、たたみ、引き戸、座卓(テーブル)、欄間など
 〈直線とみることができるもの〉 たたみや引き戸のふち、柱、鴨居など

説明しよう

教科書 p.194

三脚を使ってカメラを支えると安定しますが、机のように脚が4本だとぐらつくことがあります。その理由を説明しましょう。

ガイド

平面が1つに決まる条件から考えてみましょう。

解答例

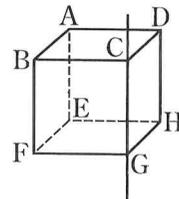
脚が3本ならば、先端の3つの点によって平面が1つに決まるから、三脚は安定する。
 脚が4本では、先端の4つの点によって平面が1つに決まるとは限らず、ぐらつくことがあるため。

2直線の位置関係について考えましょう。

教科書 p.194



右の図の立方体で、辺を直線とみたとき、直線CGと交わる直線はどれでしょうか。
 また、直線CGと交わらない直線はどれでしょうか。



ガイド

辺を延長して考えてみましょう。

解答

交わる直線…直線BC, 直線CD, 直線FG, 直線GH
 交わらない直線…直線BF, 直線AE, 直線DH, 直線AB,
 直線EF, 直線AD, 直線EH

問1

2本の鉛筆を2つの直線とみて、2直線のいろいろな位置関係を示しなさい。

教科書 p.195

ガイド

空間内の2直線が、平行でなく、交わらないとき、その2直線は、**ねじれの位置**にあります。

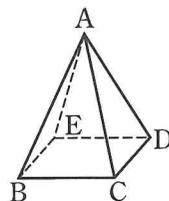
解答例



問2

右の図の正四角錐で、次の関係にある直線をすべていいなさい。

- (1) 直線 BC と交わる直線
- (2) 直線 BC と平行な直線
- (3) 直線 BC とねじれの位置にある直線



ガイド

空間内の2直線が、同じ平面上にない場合、その2直線は、**ねじれの位置**にあるといいます。

解答

- (1) 直線 AB, 直線 BE, 直線 AC, 直線 CD
- (2) 直線 ED
- (3) 直線 AE, 直線 AD

話しあおう

身のまわりから、平行やねじれの位置にある2直線とみることができるものを見つけましょう。

ガイド

空間内の2直線のうち、次のものを見つけます。

平行…同じ平面上にあって交わらない ねじれの位置…同じ平面上にない

解答例

〈平行とみることができるもの〉

窓ガラスの上下・左右のわく、橋の欄干^{らんかん} など

〈ねじれの位置とみることができるもの〉

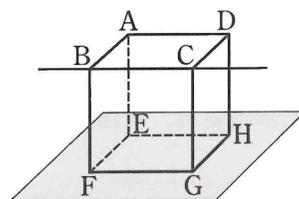
立体交差する道路や線路、教室の柱と蛍光灯^{けいこうとう}、車道と歩道橋 など

直線と平面の位置関係について考えましょう。



右の図の立方体で、辺を直線、面を平面とみたとき、直線 BC と平面 EFGH は、どんな位置関係にあるでしょうか。

また、直線 BC とほかの5つの平面は、どんな位置関係にあるでしょうか。



ガイド

辺も面も限りなく続いていると考えて、直線 BC と平面の位置関係を、**交わる**、**平行である** (**交わらない**)、**直線は平面上にある**、の3つの場合に分けてみましょう。

解答

直線 BC と平面 EFGH…平行である

直線 BC と平面 ABCD…直線は平面上にある

直線 BC と平面 ABFE…交わる (垂直である)

直線 BC と平面 DCGH…交わる (垂直である)

直線 BC と平面 BFGC…直線は平面上にある

直線 BC と平面 AEHD…平行である

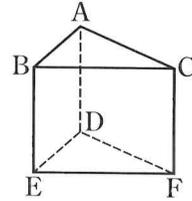
直線と平面の位置関係には、3つの場合があるね。



問3

右の図の三角柱で、次の関係にある直線をすべていいなさい。

- (1) 平面 ABC 上にある直線
- (2) 平面 ABC と垂直な直線
- (3) 平面 ABC と平行な直線



教科書
p.196

ガイド

9つある辺すべてについて、1つ1つ考えていきます。平面 ABC と平行な平面 DEF 上にある辺は、すべて平面 ABC と平行です。

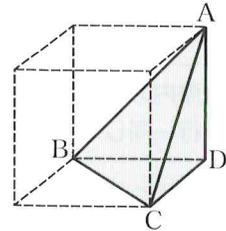
解答

- (1) 直線 AB, 直線 BC, 直線 CA
- (2) 直線 AD, 直線 BE, 直線 CF
- (3) 直線 DE, 直線 EF, 直線 FD

問4

右の図のように、立方体の一部を切り取ってできた三角錐があります。次の面を底面としたときの高さは、どこの長さになりますか。

- (1) 面 BCD を底面としたとき
- (2) 面 ACD を底面としたとき



教科書
p.197

ガイド

角錐や円錐では、頂点と底面との距離を、角錐や円錐の高さといいます。

解答

- (1) 線分 AD の長さ (三角錐の頂点は A で、辺 AD は底面 BCD に垂直になっている。)
- (2) 線分 BD の長さ (三角錐の頂点は B で、辺 BD は底面 ACD に垂直になっている。)

話しあおう

身のまわりから、平面とその垂線とみることができるものを見つけましょう。

教科書
p.197

解答例

地面と電柱、地面と鉄棒の支柱 など

2 平面の位置関係について考えましょう。



右の図の立方体で、面を平面とみたとき、平面 ABCD と平面 EFGH は、どんな位置関係にあるでしょうか。

また、平面 ABCD と、平面 EFGH 以外の4つの平面は、どんな位置関係にあるでしょうか。(図は省略)

教科書
p.198

ガイド

面は限りなく続いていると考えます。2つの平面の位置関係は2つの場合に分けられます。

解答

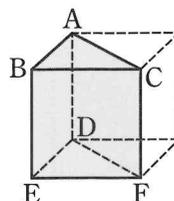
平面 ABCD と平面 EFGH…交わらない (平行である)

平面 ABCD と平面 BFGC, 平面 CGHD, 平面 AEHD, 平面 BFCA…交わる

問5

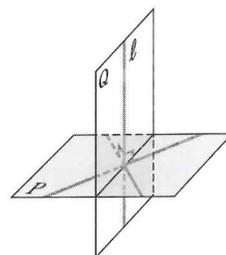
右の図のように、立方体を2つに切って三角柱をつくりました。
この三角柱で、次の関係にある平面をすべていいなさい。

- (1) 平面 ABC と平行な平面
- (2) 平面 ABED と垂直な平面



ガイド

右の図のように、平面Pと平面Qが交わっていて、平面Qが、平面Pに垂直な直線ℓをふくんでいるとき、2つの平面P, Qは垂直であるといいます。



解答

- (1) 平面 DEF
- (2) 平面 ABC, 平面 DEF, 平面 BEFC

話しあおう

身のまわりから、垂直に交わる2平面とみることができるものを見つけましょう。

解答例

天井と壁、壁と床、タンスの横の板と背の板 など

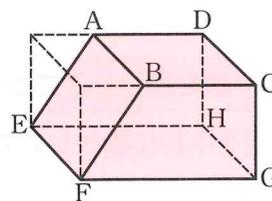
練習問題

2 空間内の平面と直線

1

右のような、直方体から三角柱を切り取った立体について、次の関係にある直線や平面をすべていいなさい。

- (1) 直線 AE と平行な直線
- (2) 直線 AE とねじれの位置にある直線
- (3) 直線 AE がふくまれる平面
- (4) 平面 AEFB と垂直な平面



ガイド

- (1) 辺や面は、限りなく続いていると考えます。
- (2) 直線 AE と平行でなく、交わらない直線です。
- (3) 直線 AE をふくむ平面は2つあります。
- (4) 平面 AEFB に垂直な直線をふくんでいる平面を考えます。

解答

- (1) 直線 BF
- (2) 直線 BC, 直線 FG, 直線 CD, 直線 GH, 直線 CG
- (3) 平面 AEFB, 平面 AEHD
- (4) 平面 AEHD, 平面 BFGC

3 立体の構成

学習のねらい

面や線をある条件によって動かすとき、どんな形ができるかを考え、そのことから基本的な立体について学習します。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□面を平行に動かしてできる立体

▶角柱や円柱は、1つの多角形や円を、その面に垂直な方向に、一定の距離だけ平行に動かしてできる立体とみることができます。

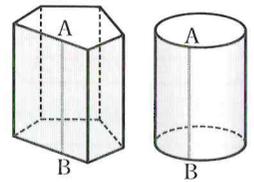
□面を回転させてできる立体

▶円柱、円錐、球などは、1つの平面図形を、その平面上の直線 l のまわりに1回転させてできる立体とみることができます。このような立体をかいてんたい回転体といい、直線 l をかいてんじく回転の軸といいます。



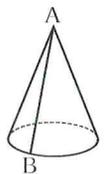
□線を動かしてできる立体

▶角柱や円柱の側面は、多角形や円に垂直に立てた線分 AB を、その周にそって1まわりさせたものとみることができます。



このとき、1まわりさせた線分 AB を、その角柱や円柱のぼせん母線といいます。

▶円錐の側面は、底面の円周上の点 B を、その周にそって1まわりさせると、頂点 A と点 B を結ぶ線分 AB が動いてできたものとみることができます。



この場合も、線分 AB を、円錐の母線といいます。

面や線を動かしてできる立体について考えましょう。

▶面を平行に動かしてできる立体



百人一首の札や10円硬貨こうかを、右の写真のようにたくさん積み重ねると、どんな立体ができるでしょうか。(写真は省略)

教科書 p.200

ガイド

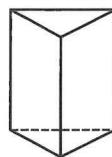
写真をよく見て考えてみましょう。枚数が多いほど、高さがより高い角柱や円柱ができます。正方形のものを積み重ねると、高さが正方形の1辺の長さと等しいとき、立方体になります。

解答

百人一首の札…四角柱(直方体)、10円硬貨…円柱

問1

三角柱は、どんな図形を、どのように動かしてできる立体とみることができますか。



解答

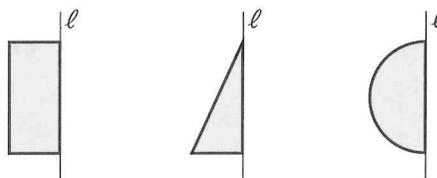
三角形を、その面に垂直な方向に、一定の距離だけ平行に動かしてできる立体とみることができる。

面を回転させてできる立体



下(右)の(1)~(3)の図形を、それぞれ直線 l のまわりに1回転させると、どんな立体ができるでしょうか。

(1) 長方形 (2) 直角三角形 (3) 半円



ガイド

実際に工作用紙などを、長方形、直角三角形、半円に切り抜いて、竹ひごなどのまわりに1回転させてみましょう。

解答

(1) 円柱 (2) 円錐 (3) 球

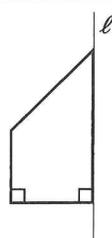
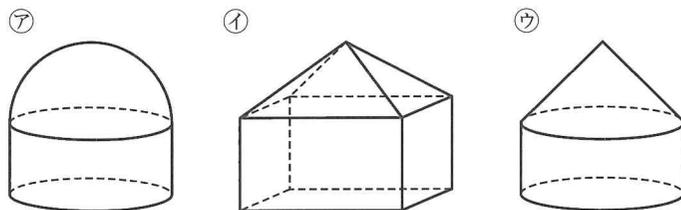
参考

できる円柱や円錐の高さは、長方形の縦の長さや直角三角形の高さと同じに、できる球の半径は、半円の半径と同じになります。



問2

右の図形を、直線 l を回転の軸として1回転させてできる立体は、㉗~㉙のどれですか。



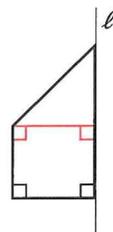
ガイド

右のように図形を上部の三角形と下の長方形に分けて考えます。

解答

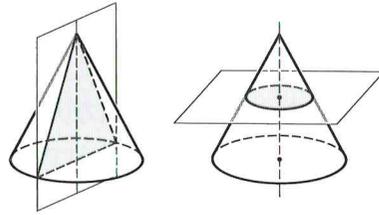
円柱の上に円錐がのっているような形になる。

㉙



教科書
p.201

問3 円錐を、回転の軸をふくむ平面で切ると、その切り口はどんな図形になりますか。また、回転の軸に垂直な平面で切ると、切り口はどんな図形になりますか。



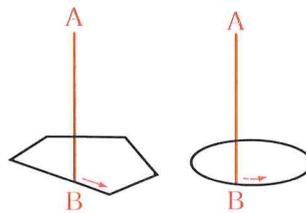
ガイド 直角三角形を1回転させたことをもとにして、切り口の三角形の辺の長さなどについて考えます。

解答 回転の軸をふくむ平面で切る…二等辺三角形
回転の軸に垂直な平面で切る…円

▶線を動かしてできる立体

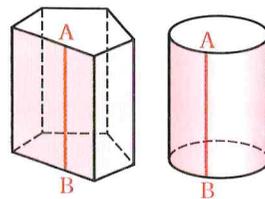
教科書
p.201

CC 右の図のように、線分 AB を、多角形や円に垂直に立てたまま、その周にそって1まわりさせます。このとき、線分 AB が動いたあとは、それぞれどんな図形になるでしょうか。



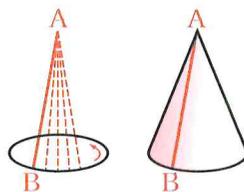
ガイド 実際に竹ひごなどを多角形や円に垂直に立てたまま、その周にそって1まわりさせてみましょう。

解答 線分 AB が高さである、右の図のような立体の側面になる。



五角柱 円柱

参考 上のように、1まわりさせた線分を、その角柱や円柱の**母線**といいます。円錐の場合も、線分 AB を、円錐の母線といいます。



円錐でも同じように考えられるよ。

