2節 データにもとづく確率

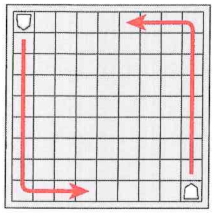
どんな出かたが起こりやすいかな？

将棋の駒を使った，「まわり将棋」というすごろくに似た遊びがあります。
まわり将棋にはさまざまなルールがありますが，けいたさんとかりんさんは，次のようなルールで，この遊びをすることにしました。

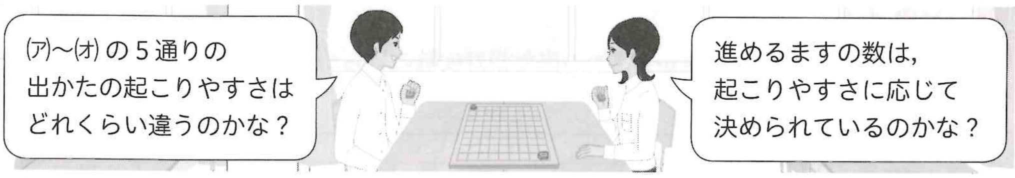
ルール

❶ 将棋盤のかどのますに，それぞれ，自分の駒を置く。
❷ 別の駒を1枚投げ，その出かたによって，次の(ア)〜(オ)のますの数だけ，自分の駒を外周にそって進める。

(ア) 表向き	(イ) 裏向き	(ウ) 横向き	(エ) 上向き	(オ) 下向き
1ます	0ます	5ます	10ます	20ます



❸ 2人が交互に❷をくり返し，さきに外周を1周進んだ方を勝ちとする。



話しあおう

教科書 p.239

(ア)〜(オ)を起こりやすい順に並べると，どのような順になると予想されますか。
また，そのことを確かめるにはどうすればよいでしょうか。

解答例

〈起こりやすい順〉
(ア)と(イ)の起こりやすさはほぼ同じで，この2つは，(ウ)，(エ)，(オ)よりも起こりやすいと思う。表だけに文字があり，表の方が裏より軽いので，(ア)の方が(イ)より少し起こりやすいと思う。
(ウ)，(エ)，(オ)は，起こりやすい方の進めるますの数を小さくしていると思う。
したがって，起こりやすい順に，(ア)→(イ)→(ウ)→(エ)→(オ)
になると予想される。
〈確かめ方〉
- 何度もくり返し投げて，出かたを記録して確かめる。
- 何人かでくり返し実験して，結果を合計して確かめる。
- 100回，200回よりも，もっと多くの回数の実験が必要だと思う。

1 相対度数と確率

学習のねらい

いくつかの具体例を通して，あることがらの起こりやすさの程度を表す数（確率（かくりつ））について学習します。

教科書のまとめ　**テスト前にチェック**

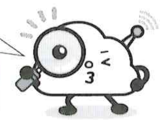
□確率の意味

▶あることがらの起こりやすさの程度を表す数を，そのことがらの起こる**確率**といいます。

あることがらの起こる確率は，多数回の実験の結果や多くのデータをもとにして，そのことがらの起こった相対度数で表すことができます。

$$\text{相対度数}=\frac{\text{あることがらの起こった回数}}{\text{全体の回数}}$$

多数回の実験では，相対度数を確率と考えよう。



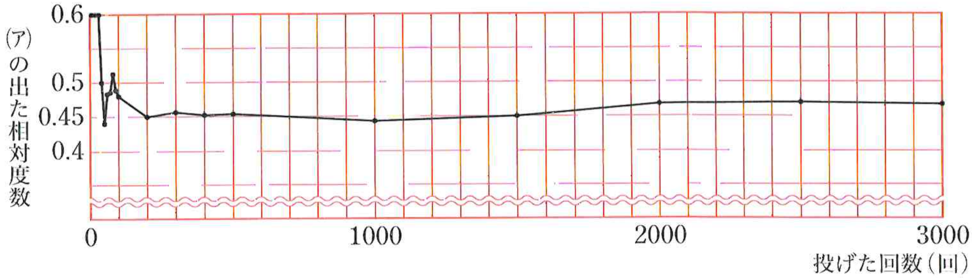
起こりやすさを調べましょう。

説明しよう

教科書 p.240

上（下のガイド）のグラフから，(ア)の出た相対度数のばらつきや変化について，どんなことがいえるでしょうか。

ガイド



グラフは，投げた回数を横軸に，(ア)の出た相対度数を縦軸に示しています。

$$\text{(ア)の出た相対度数}=\frac{\text{(ア)の出た回数}}{\text{投げた回数}}$$

はじめのころと，200 回以上投げたときのグラフの変化のようすを，ことばで表現します。

解答例

- 投げた回数が少ないうちは，(ア)の出た相対度数のばらつきは大きいが，回数が多くなると，そのばらつきは小さくなっている。
- 2000 回以降は，(ア)の出た相対度数は，およそ 0.47 に近い値になっている。

参考　将棋の駒を 1 枚投げて駒の出かたを調べる実験をしてみると，n 回の実験をして駒が表向きになることが r 回起こったとき，$\frac{r}{n}$ がいつも 0.47 になるわけではありません。しかし，n を限りなく大きくすると，$\frac{r}{n}$ が 0.47 に近い値になることがほぼ確実です。このようなことがらを，「大数（たいすう）の法則」といいます。

問1 前ページ（教科書 p. 240）の実験の結果で，(イ)，(ウ)，(エ)の出る確率を，小数第 2 位まで，それぞれ求めなさい。

教科書 p. 241

ガイド

回数	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	200	300	400	500	1000	1500	2000	2500	3000
(ア)	6	12	18	20	22	29	34	41	44	48	90	137	181	227	443	676	936	1177	1402
(イ)	4	7	11	16	23	26	31	33	40	46	94	141	187	229	457	692	905	1121	1342
(ウ)	0	1	1	3	3	3	3	3	3	3	8	10	18	25	60	80	98	128	155
(エ)	0	0	0	1	2	2	2	3	3	3	8	12	14	19	39	51	60	73	99
(オ)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	2

(イ)の出る確率は，(イ)の出た相対度数，つまり，$\dfrac{\text{(イ)の出た回数}}{\text{投げた回数}}$ で表します。

表では，はじめから 100 回までは 10 回ごとに記録し，100 回から 500 回までは 100 回ごと，500 回から 3000 回までは 500 回ごとに記録したものを示していますが，確率を求める場合は，もっとも多い実験の結果から求めます。

解答 3000 回投げたとき，(イ)は 1342 回出ているので，

$$\frac{1342}{3000}=0.4\overset{5}{\cancel{4}}\cancel{7}\cdots\cdots$$ **0.45**

(ウ)は 155 回出ているので，

$$\frac{155}{3000}=0.05\cancel{1}\cdots\cdots$$ **0.05**

(エ)は 99 回出ているので，

$$\frac{99}{3000}=0.03\cancel{3}$$ **0.03**

説明しよう

教科書 p. 241

（教科書）239 ページのルールについて，前ページ（教科書 p. 240）の実験結果にもとづいて，(ア)～(オ)の駒を進めるますの数の見なおしをします。

あなたなら，どのように決めますか。確率ということばを使って説明しましょう。

解答例 (ア)と(イ)はそのままとして，(ウ)の出る確率は(ア)のおよそ $\dfrac{1}{9}$ だから，進むますの数は(ア)の 9 倍にして 9 ます，(エ)の出る確率は(ア)のおよそ $\dfrac{1}{15}$ だから，15 倍にして 15 ます進めるとする。

(オ)は，ほぼ出ることはないので，出たら勝ちとする。

問2

教科書 p.241

2枚の硬貨(こうか)を投げるとき，表と裏の出かたは，

(ア)　2枚とも表

(イ)　1枚は表で1枚は裏

(ウ)　2枚とも裏


表　　裏

の3通りあります。下の表は，2枚の硬貨を何回も投げて，(ア)～(ウ)の出た回数をまとめたものです。

(ア)，(イ)，(ウ)の出る確率を，それぞれ求めなさい。(表はガイド)

ガイド

回数	200	400	600	800	1000	1500	2000	2500	3000
(ア)	47	99	152	206	254	373	500	619	747
(イ)	103	207	306	403	502	746	995	1249	1509
(ウ)	50	94	142	191	244	381	505	632	744

表から，相対度数を求めるとわかりますが，3000回投げたとき，いちばん多く出た出かたが，もっとも出やすいと考えられます。

解答

(ア)　$\dfrac{747}{3000}=0.249$　　**0.249**

(イ)　$\dfrac{1509}{3000}=0.503$　　**0.503**

(ウ)　$\dfrac{744}{3000}=0.248$　　**0.248**

参考　(イ)の出る確率は，(ア)や(ウ)の約2倍になっています。このことから，(イ)は，表－裏，裏－表の2通りの出かたをふくんでいることがわかります。このような確率については，2年生でくわしく学習します。

実験をおこなうことができないことがらの確率について考えましょう。

教科書 p.242

下の表は，日本の年次ごとの出生児数を示したものです。
それぞれの年の出生女児数の出生児総数に対する割合を計算し，
小数第2位まで求めましょう。

年次	出生女児数(人)	出生児総数(人)	女児の割合
2011年	512,536	1,050,807	0.49
2012年	505,451	1,037,232	
2013年	502,160	1,029,817	
2014年	488,037	1,003,609	
2015年	490,253	1,005,721	
2016年	475,230	977,242	
2017年	461,668	946,146	
2018年	447,549	918,400	
2019年	421,809	865,239	
2020年	410,122	840,835	

(国立社会保障・人口問題研究所)

ガイド　女児の割合$=\dfrac{\text{出生女児数}}{\text{出生児総数}}$ で求めます。計算は，電卓(でんたく)で小数第 3 位まで求め，第 3 位を四捨五入して，小数第 2 位までの数にします。

解答　(　) 内は小数第 3 位まで求めた値を示している。
2011 年 0.49 (0.487)，2012 年 **0.49** (0.487)，2013 年 **0.49** (0.487)，2014 年 **0.49** (0.486)，2015 年 **0.49** (0.487)，2016 年 **0.49** (0.486)，2017 年 **0.49** (0.487)，2018 年 **0.49** (0.487)，2019 年 **0.49** (0.487)，2020 年 **0.49** (0.487)

問3　ある旅行会社がおこなっているイルカウォッチングツアーでは，これまで 160 回ツアーを実施(じっし)したうち，イルカに遭遇(そうぐう)できたのは 120 回でした。このことから，このツアーに参加したときにイルカに遭遇できる確率は，どのくらいだと考えられますか。

教科書 p.242

ガイド　イルカに遭遇できる確率$=\dfrac{\text{イルカに遭遇できた回数}}{\text{ツアーの回数}}$ で求めます。

解答　$\dfrac{120}{160}=0.75$　　**0.75**

データをもとに予想してみましょう。

説明しよう

教科書 p.243

今年の参加者が 50 人の場合，2 等賞の景品は何個くらい用意すればよいでしょうか。
また，参加者が 80 人の場合，1 等賞の景品は何個くらい用意すればよいでしょうか。

解答例　〈参加者が 50人の場合〉
昨年度と同じ人数なので，2 等賞にあたる 25 点から 34 点の人数は，昨年度のデータから，25 点以上 30 点未満の 8 人と，30 点以上 35 点未満の 3 人の和で 11 人いると考えて，**11 個**くらい用意すればよい。
〈参加者が 80 人の場合〉
昨年度のデータから，1 等賞にあたる 35 点以上の相対度数は，35 点以上 40 点未満の 0.04 と，40 点以上 45 点未満の 0.02 の和で 0.06 と考えられ，80 人の 0.06 は，
$80\times0.06=4.8$ (人)
なので，**5 個**くらい用意すればよい。

参考　参加者が 50 人の場合も，80 人の場合と同様に考えて，$50\times(0.16+0.06)=50\times0.22=11$ としても求めることができます。また，80 人の場合の 1 等賞にあたる相対度数は，35 点未満までの累積相対度数 0.94 を 1.00 からひいて 0.06 と求めることもできます。

7章 章末問題　学びをたしかめよう

教科書 p.244

1 あるクラスの 10 人について，先月読んだ本の冊数を調べたところ，下のような結果になりました。
この結果について，最小値，最大値，範囲を求めなさい。

14，5，7，2，18，5，9，13，11，8

ガイド データの値の中で，もっとも小さい値が最小値，もっとも大きい値が最大値です。また，範囲＝最大値－最小値　です。

解答 最小値… **2 冊**，最大値… **18 冊**，範囲…18－2＝16　**16 冊**

p.223 問1

2 下の表は，R 中学校と S 中学校の 1 年生について，握力(あくりょく)を調べ，その結果をまとめたものです。(表は省略)

(1) 上の表の空欄をうめなさい。

(2) S 中学校で，握力が 35 kg 未満の生徒は何人ですか。

(3) 握力が 40 kg 未満の生徒の割合が大きいのは，どちらの中学校ですか。

ガイド (1) 相対度数＝$\dfrac{\text{階級の度数}}{\text{度数の合計}}$

(2) S 中学校の 35 kg 未満の累積度数を調べます。

(3) R 中学校と S 中学校の生徒の人数が違うので，累積相対度数でくらべます。

解答 (1)

1 年生　握力

握力 (kg)	R 中学校 度数 (人)	R 中学校 相対度数	R 中学校 累積相対度数	S 中学校 度数 (人)	S 中学校 相対度数	S 中学校 累積相対度数
15 以上〜 20 未満	1	0.03	0.03	8	0.04	0.04
20 〜 25	3	**0.08**	**0.11**	27	0.13	**0.17**
25 〜 30	6	0.16	**0.27**	48	0.23	**0.40**
30 〜 35	10	**0.26**	**0.53**	59	0.28	**0.68**
35 〜 40	8	0.21	**0.74**	45	0.21	**0.89**
40 〜 45	7	**0.18**	**0.92**	14	0.07	**0.96**
45 〜 50	2	0.05	**0.97**	7	0.03	**0.99**
50 〜 55	1	0.03	**1.00**	2	0.01	**1.00**
計	38	1.00		210	1.00	

p.232 問7

(2) 8＋27＋48＋59＝142　**142 人**

p.224 問3

(3) 40 kg 未満の累積相対度数は，R 中学校が 0.74，S 中学校が 0.89 だから，**S 中学校**

p.232 問8

3 下の表は，ボタンAとBを何回も投げて，表と裏の出た回数をまとめたものです。
AとBでは，どちらの方が，表が出やすいといえますか。

ボタン＼出た面	表	裏	合計
A	1220	1580	2800
B	1403	2097	3500

ガイド 表の結果から，表が出た相対度数を，それぞれ求めてくらべます。

解答 表の出た相対度数は，Aは，$\frac{1220}{2800}=0.4357\cdots$，Bは，$\frac{1403}{3500}=0.4008\cdots$

で，投げた回数もかなり多い。

よって，**Aの方**が表が出やすいといえる。

p.241 問2

7章 章末問題 学びを身につけよう

教科書 p.246

テストによく出る

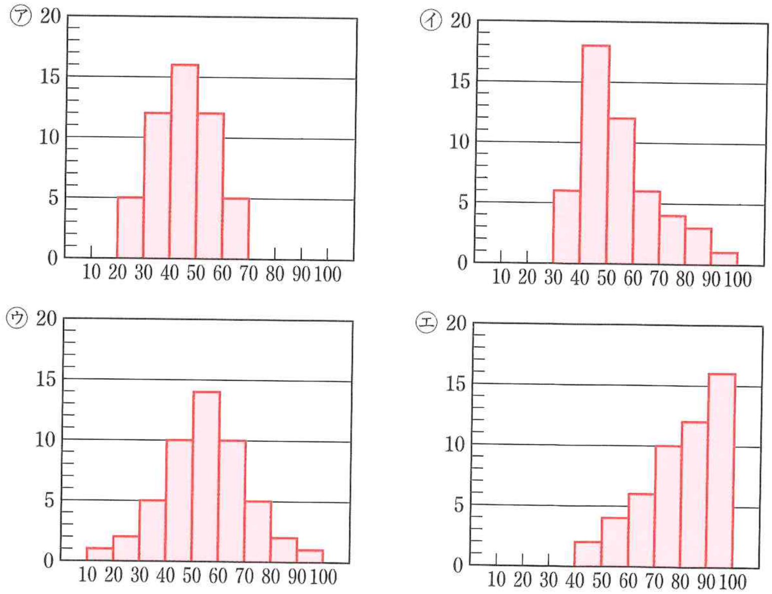
1 次の(1)〜(4)にあてはまるものを，㋐〜㋓のヒストグラムからすべて選びなさい。

(1) 範囲がもっとも大きいものはどれですか。

(2) 平均値がもっとも大きいものはどれですか。

(3) 平均値と中央値と最頻値がほとんど同じになるものはどれですか。

(4) 中央値が，40以上50未満の階級にふくまれているものはどれですか。



ガイド ヒストグラムの形から代表値，範囲を考えます。

解答　(1)　いちばん小さな階級といちばん大きな階級がもっともはなれているものが，範囲がもっとも大きくなるから，㋒

(2)　大きな階級にたくさんのデータが集まっていると，平均値がもっとも大きくなるから，㋓

(3)　平均値と中央値と最頻値がほとんど同じになるとき，ヒストグラムは，ほぼ左右対称な形になるから，㋐，㋒

(4)　データの度数の合計が 50 であることから，中央値は，小さい方から 25 番目と 26 番目の値の平均値である。25 番目と 26 番目の値が，40 以上 50 未満の階級にふくまれているものは，㋐

参考　(2)と(3)は，具体的に考えて判断することもできます。

(2)　それぞれのデータの値を，そのデータがはいっている階級の階級値と考えて平均値を求めると，

㋐　$(25\times5+35\times12+45\times16+55\times12+65\times5)\div50=45$

㋑　$(35\times6+45\times18+55\times12+65\times6+75\times4+85\times3+95\times1)\div50=54.4$

㋒　$(15\times1+25\times2+35\times5+45\times10+55\times14+65\times10+75\times5+85\times2+95\times1)\div50$
$=55$

㋓　$(45\times2+55\times4+65\times6+75\times10+85\times12+95\times16)\div50=79.8$

よって，平均値がもっとも大きいものは㋓と判断できる。

(3)　中央値がふくまれている階級は，

㋐　40 以上 50 未満　　㋑　50 以上 60 未満　　㋒　50 以上 60 未満

㋓　80 以上 90 未満

最頻値は，度数のもっとも多い階級の階級値と考えて，

㋐　45　　㋑　45　　㋒　55　　㋓　95

よって，平均値と中央値と最頻値がほとんど同じになるものは，㋐と㋒と判断できる。

2 ある水泳チームでは，大会の 100 m 自由形に出場する選手を 1 人決めることになりました。
右の表は，候補の 2 人の選手が，100 m を泳いだ記録を度数分布表にまとめたものです。
あなたなら，A 選手と B 選手のどちらを出場選手にしますか。
その理由もあわせて説明しなさい。

100 m 自由形の記録

階級（秒）	A 選手	B 選手
	度数（回）	度数（回）
53.00 以上～ 53.50 未満	0	4
53.50 ～ 54.00	2	1
54.00 ～ 54.50	2	4
54.50 ～ 55.00	4	6
55.00 ～ 55.50	6	5
55.50 ～ 56.00	14	8
56.00 ～ 56.50	8	13
56.50 ～ 57.00	4	9
計	40	50

ガイド　各選手の記録の代表値などを判断材料とします。

解答例
- 記録の平均値は，
  A 選手…(53.25×0＋53.75×2＋54.25×2＋54.75×4＋55.25×6＋55.75×14＋56.25×8＋56.75×4)÷40＝55.6（秒）
  B 選手…(53.25×4＋53.75×1＋54.25×4＋54.75×6＋55.25×5＋55.75×8＋56.25×13＋56.75×9)÷50＝55.53（秒）
  B 選手の方が記録の平均値が小さいので，B 選手を出場選手にする。
- 56.00 秒以上の記録の相対度数は，
  A 選手…(8＋4)÷40＝0.30
  B 選手…(13＋9)÷50＝0.44
  56.00 秒以上かかる確率は B 選手の方が高いと考えて，A 選手を出場選手にする。
- 度数分布表から，B 選手だけが，53.00 秒以上 53.50 秒未満の記録を出しているので，B 選手を出場選手にする。
- 最頻値をくらべると，A 選手は 55.75 秒，B 選手は 56.25 秒となっている。A 選手の方が最頻値が小さいので，A 選手を出場選手にする。
- 54.00 秒未満のよい記録について，累積相対度数でくらべると，A 選手は 0.05，B 選手は 0.10 となっている。B 選手の方が，よい記録を出す確率が高いので，B 選手を出場選手にする。

数学広場

「数学広場」は，「学びをふりかえろう」，「力をつけよう」，「学びをいかそう」のコーナーで構成されています。（全員が一律に学習する必要はありません。）

学びをふりかえろう

力をつけよう

学びをいかそう