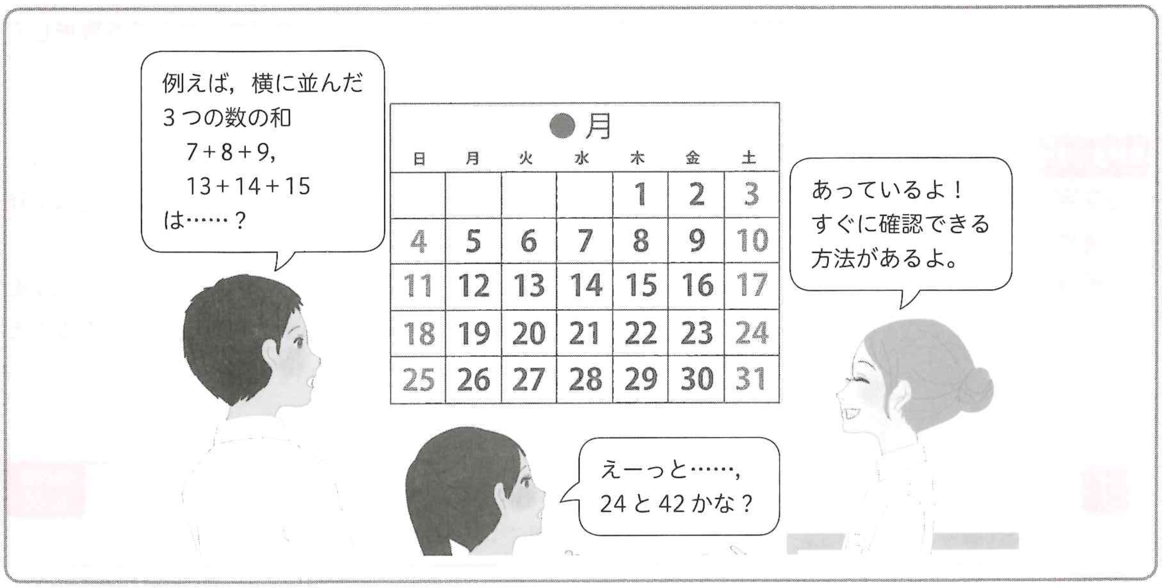
2節 文字式の利用

どんな数になるかな？



話しあおう

教科書 p.24

連続する3つの整数の和には，どんな性質があるでしょうか。

ガイド いろいろな連続する3つの整数の和で調べてみましょう。

㋐ $7+8+9=24$　㋑ $13+14+15=42$　㋒ $234+235+236=705$

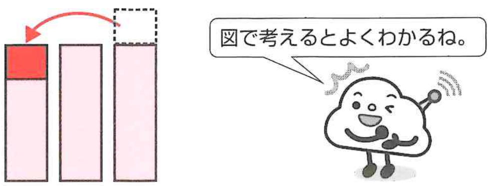
解答例 上の㋐～㋒より，きまりを見つけると，

1. すべて，和は3の倍数になっている。
2. 連続する3つの整数の和を3でわると，3つの整数の中央の数になる。

1，2のことがいえる理由を，□を使って説明すると，

1. 3つの整数のいちばん小さい数を□とすると，3つの整数の和は，
   □+(□+1)+(□+2)=3×□+3=3(□+1)
   だから，3の倍数になる。
2. 3つの整数の中央の数を□とすると，3つの整数の和は，
   (□−1)+□+(□+1)=3×□
   だから，3つの整数の和を3でわると，3つの整数の中央の数になる。

参考 連続する3つの整数の和については，右のように，平均の考え方を使って考えることもできます。



1 文字式の利用

学習のねらい

いろいろな数量を文字で表し，その式の計算を利用して，数量の関係を明らかにしたり，整数の性質を調べたりします。また，数量の関係を表す等式を変形して，文字式を利用することのよさを学習します。

教科書のまとめ　テスト前にチェック

□文字を使って表す
▶m，n を整数とすると，偶数(ぐうすう)は $2m$，奇数(きすう)は $2n+1$ と表せたり，ある円の半径を r m とすると，円周は $2\pi r$ (m) と表せたりします。

□等式の変形
▶等式の性質を使って，等式を変形します。例えば，$x+2y=3$ の両辺から $2y$ をひくと，$x=3-2y$ と変形できます。このように，x を求める式をつくることを **x について解(と)く** といいます。

1　前ページ(教科書 p.25)の 説明 (省略)で，$3(n+1)$ という式から，連続する3つの整数の和について，3の倍数であることのほかに，どんなことがいえますか。

教科書 p.26

ガイド　$n+1$ は何を表しているのかを考えましょう。

解答　**$n+1$ は中央の数を表しているから，連続する3つの整数の和は，中央の数の3倍である。**

説明しよう

教科書 p.26

連続する5つの整数の和について，どんなことが予想できるでしょうか。
また，その予想が正しいかどうかを，文字式を使って説明しましょう。

解答例　(予想)　連続する3つの整数の和が3の倍数なので，連続する5つの整数の和は5の倍数であると予想できる。

(説明)　連続する5つの整数のうち，いちばん小さい数を n と表すと，
連続する5つの整数は，

$$n,\ n+1,\ n+2,\ n+3,\ n+4$$

と表される。

これらの和は，
$$\begin{aligned} n+(n+1)+(n+2)+(n+3)+(n+4) &= 5n+10 \\ &= 5(n+2) \end{aligned}$$

$n+2$ は整数だから，$5(n+2)$ は5の倍数である。

したがって，連続する5つの整数の和は，5の倍数である。

偶数と奇数の和

2つの整数について，その和が偶数になるか，奇数になるか，いろいろな場合を調べましょう。

教科書 p.26

ガイド　**2つの整数が，それぞれ偶数，奇数の場合に，和がどのようになるか考えます。**

解答　**偶数と偶数のとき…和は偶数になる。　偶数と奇数のとき…和は奇数になる。**
奇数と偶数のとき…和は奇数になる。　奇数と奇数のとき…和は偶数になる。

問1　奇数と奇数の和は偶数になります。その理由を，文字式を使って説明しなさい。

教科書 p.27

ガイド　**2つの奇数を，2つの文字 m，n を使って表して説明します。**

解答　2つの整数が，ともに奇数のとき，m，n を整数とすると，これらは，$2m+1$，$2n+1$ と表される。
このとき，2数の和は，

$$\begin{aligned}(2m+1)+(2n+1)&=2m+1+2n+1\\&=2m+2n+2\\&=2(m+n+1)\end{aligned}$$

$m+n+1$ は整数だから，$2(m+n+1)$ は偶数である。
したがって，奇数と奇数の和は偶数である。

話しあおう

教科書 p.27

問1 で，奇数と奇数の和が偶数になることを，下のように説明(省略)しましたが，この説明では不十分です。なぜでしょうか。

解答例
- 2つの奇数を区別して表すためには，違う文字を使う必要があるから。
- 異なる2つの奇数の和については考えていないから。

2けたの整数の問題

2けたの正の整数と，その数の十の位の数と一の位の数を入れかえてできる数との和をいろいろ計算して，どんな数になるか予想してみましょう。

教科書 p.28

ガイド　いろいろな2けたの数で調べてみましょう。

㋐　12のとき，12+21=33　　㋑　15のとき，15+51=66
㋒　26のとき，26+62=88　　㋓　29のとき，29+92=121

解答例　㋐～㋓より，2数の和は11の倍数になることが予想される。

説明しよう

教科書 p.29

例題2 で，和を差にかえると，どんなことがいえるでしょうか。
また，その理由も説明しましょう。

解答 (予想) 2けたの正の整数と，その数の十の位の数と一の位の数を入れかえてできる数との差は，いつも $\boxed{9}$ の倍数になる。

(理由) 2けたの正の整数の十の位の数を a，一の位の数を b とすると，この数は，$10a+b$ と表される。また，十の位の数と一の位の数を入れかえてできる数は，$10b+a$ となる。このとき，この2数の差は，

$$(10a+b)-(10b+a)=9a-9b=9(a-b)$$

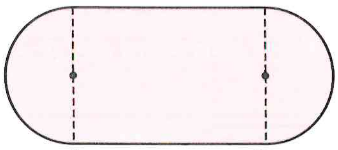
$a-b$ は整数だから，$9(a-b)$ は9の倍数である。
したがって，2けたの正の整数と，その数の十の位の数と一の位の数を入れかえてできる数との差は，9の倍数である。

参考 求めた差は，十の位の数と一の位の数の差の9倍になります。

等式の変形について学びましょう。

教科書 p.29

右の図のような，2つの半円と長方形を組み合わせた形のトラックで，その周の長さが 200 m のものをつくります。$\pi=3.14$ として，半円の半径を 10 m にしたときの直線部分 AB の長さは何 m になるでしょうか。



ガイド 半円の半径を r m，直線部分 AB の長さを x m として，トラックの周の長さの等式を x について解き，r に 10 を代入します。

解答 半円の半径を r m，直線部分 AB の長さを x m とすると，$2x+2\pi r=200$
この式を x について解くと，$2x=200-2\pi r$

$$x=100-\pi r$$

半円の半径 r に 10 を代入すると，$x=100-10\pi$

$$=68.6$$

68.6 m

問2 前ページ(教科書 p.29)の ひろげよう で，半円の半径を 15 m，20 m にすると，直線部分 AB の長さは，それぞれ何 m になりますか。

教科書 p.30

ガイド $x=100-\pi r$ から，$r=15$，$r=20$ のときをそれぞれ求めます。

解答 $x=100-\pi r$ に $r=15$ を代入すると，
$x=100-15\pi=52.9$ **52.9 m**

$x=100-\pi r$ に $r=20$ を代入すると，
$x=100-20\pi=37.2$ **37.2 m**

問3　次の等式を，〔　〕内の文字について解きなさい。　教科書 p.30

(1)　$y=ax$　〔a〕　(2)　$\ell=2\pi r$　〔r〕

(3)　$x+y=6$〔x〕　(4)　$2x-y=3$〔y〕

ガイド　等式の性質を使って，まず左辺が〔　〕内の文字をふくむ項だけになるように変形します。

解答

(1)
$$y=ax$$
$$ax=y$$
左辺と右辺を入れかえる。
$$\boldsymbol{a=\frac{y}{x}}$$

(2)
$$\ell=2\pi r$$
$$2\pi r=\ell$$
左辺と右辺を入れかえる。
$$\boldsymbol{r=\frac{\ell}{2\pi}}$$

(3)
$$x+y=6$$
$$\boldsymbol{x=6-y}$$

(4)
$$2x-y=3$$
$$-y=3-2x$$
$$\boldsymbol{y=2x-3}$$

練習問題　❶ 文字式の利用　教科書 p.30

1　次の等式を，〔　〕内の文字について解きなさい。

(1)　$\ell=2(a+b)$〔a〕　(2)　$4x+2y=1$〔y〕

ガイド　まず左辺が〔　〕内の文字をふくむ項だけになるように変形します。

解答

(1)
$$\ell=2(a+b)$$
$$2(a+b)=\ell$$
左辺と右辺を入れかえる。
$$a+b=\frac{\ell}{2}$$
$$\boldsymbol{a=\frac{\ell}{2}-b}\quad\left(\boldsymbol{a=\frac{\ell-2b}{2}}\right)$$

(2)
$$4x+2y=1$$
$$2y=1-4x$$
$$\boldsymbol{y=\frac{1}{2}-2x}\quad\left(\boldsymbol{y=\frac{1-4x}{2}}\right)$$

2　右の図の △ABC で，

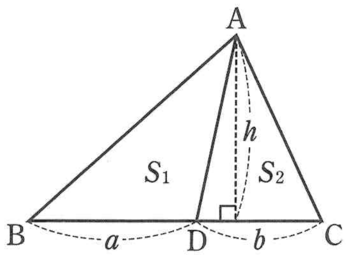
△ABD の面積を S_1，△ADC の面積を S_2

とするとき，

$S_1:S_2=a:b$　……①

となることを説明しなさい。

また，①の比例式を，S_1 について解きなさい。



ガイド　面積 S_1，S_2 を，a，b を使って表して考えます。

解答　S_1 は $\frac{1}{2}ah$，S_2 は $\frac{1}{2}bh$ と表せるので，$S_1:S_2=\frac{1}{2}ah:\frac{1}{2}bh=a:b$

また，$S_1:S_2=a:b$ より，$bS_1=aS_2$

$$\boldsymbol{S_1=\frac{a}{b}S_2}$$

1章　式の計算

1章 章末問題　学びをたしかめよう

教科書 p.32〜33

1 次の多項式は何次式ですか。

(1)　$ab+c-d$　　(2)　$x^2y-xy+1$

ガイド　各項のかけあわされている文字の個数のもっとも多いものが，その多項式の次数です。

解答　(1)　二次式　　(2)　三次式

p.15 問2

2 次の式の同類項をまとめなさい。

(1)　$3x-7y+4x$　　(2)　$8a-b-7a+2b$

(3)　$-5x+9y+3x-8y$　　(4)　$3x^2-5x-2x^2+x$

(5)　$8a^2-5a-2+7a$　　(6)　$4x-2y-7+2x$

ガイド　同類項は，1つの項にまとめます。同類項の係数どうしを計算します。

解答

(1)　$3x-7y+4x$

$=3x+4x-7y$

$=\boldsymbol{7x-7y}$

(2)　$8a-b-7a+2b$

$=8a-7a-b+2b$

$=\boldsymbol{a+b}$

p.16 問4

(3)　$-5x+9y+3x-8y$

$=-5x+3x+9y-8y$

$=\boldsymbol{-2x+y}$

(4)　$3x^2-5x-2x^2+x$

$=3x^2-2x^2-5x+x$

$=\boldsymbol{x^2-4x}$

(5)　$8a^2-5a-2+7a$

$=8a^2-5a+7a-2$

$=\boldsymbol{8a^2+2a-2}$

(6)　$4x-2y-7+2x$

$=4x+2x-2y-7$

$=\boldsymbol{6x-2y-7}$

3 次の2つの多項式をたしなさい。また，左の式から右の式をひきなさい。

(1)　$3a+2b$，$a-4b$　　(2)　$x-4y$，$-2x+3y$

ガイド　それぞれの式にかっこをつけて加法，減法の式に表し，**2** と同様に計算します。
かっこをはずすときは，符号に注意しましょう。

解答

(1)　$(3a+2b)+(a-4b)$

$=3a+2b+a-4b$

$=\boldsymbol{4a-2b}$

$(3a+2b)-(a-4b)$

$=3a+2b-a+4b$

$=\boldsymbol{2a+6b}$

(2)　$(x-4y)+(-2x+3y)$

$=x-4y-2x+3y$

$=\boldsymbol{-x-y}$

p.16 問5

$(x-4y)-(-2x+3y)$

$=x-4y+2x-3y$

$=\boldsymbol{3x-7y}$

p.17 問6

4 次の計算をしなさい。

(1)
$$\begin{array}{r} 3x+4y \\ +)\ \ 2x-2y \\ \hline \end{array}$$

(2)
$$\begin{array}{r} a-2b \\ -)\ \ -a-3b \\ \hline \end{array}$$

(3)
$$\begin{array}{r} 7x \\ +)\ \ 3x-6y \\ \hline \end{array}$$

(4)
$$\begin{array}{r} 4a+6b \\ -)\ \ a+6b-5 \\ \hline \end{array}$$

ガイド 上下の同類項を計算し，答えが 0 になるところがあれば，あけておきます。

解答

(1)
$$\begin{array}{r} 3x+4y \\ +)\ \ 2x-2y \\ \hline \mathbf{5x+2y} \end{array}$$

(2)
$$\begin{array}{r} a-2b \\ -)\ \ -a-3b \\ \hline \mathbf{2a+\ \ b} \end{array}$$

p.17 問7

(3)
$$\begin{array}{r} 7x \\ +)\ \ 3x-6y \\ \hline \mathbf{10x-6y} \end{array}$$

(4)
$$\begin{array}{r} 4a+6b \\ -)\ \ a+6b-5 \\ \hline \mathbf{3a\qquad +5} \end{array}$$

5 次の計算をしなさい。

(1) $5(4a-5b)$　　(2) $-3(4x-9y)$

(3) $(-28x+21y)\div 7$　　(4) $(36a-24b)\div(-4)$

(5) $5x+2(x-2y)$　　(6) $2(2x-y)+(5x-y)$

(7) $3(x+y)-3(x-y)$　　(8) $5(4a+b)-6(5a-b+3)$

(9) $\dfrac{1}{2}(4x-y)+\dfrac{1}{3}(x+2y)$　　(10) $\dfrac{3a-4b}{4}-\dfrac{a-b}{2}$

ガイド 数×多項式 の計算をしてから，同類項をまとめて計算します。

解答

(1) $5(4a-5b)=\mathbf{20a-25b}$

(2) $-3(4x-9y)=\mathbf{-12x+27y}$

(3) $(-28x+21y)\div 7=\mathbf{-4x+3y}$

(4) $(36a-24b)\div(-4)=\mathbf{-9a+6b}$

(1)〜(4) p.18 問1

(5) $5x+2(x-2y)$
$=5x+2x-4y$
$=\mathbf{7x-4y}$

(6) $2(2x-y)+(5x-y)$
$=4x-2y+5x-y$
$=\mathbf{9x-3y}$

(7) $3(x+y)-3(x-y)$
$=3x+3y-3x+3y$
$=\mathbf{6y}$

(8) $5(4a+b)-6(5a-b+3)$
$=20a+5b-30a+6b-18$
$=\mathbf{-10a+11b-18}$

(5)〜(8) p.19 問2

(9) $\dfrac{1}{2}(4x-y)+\dfrac{1}{3}(x+2y)$
$=2x-\dfrac{1}{2}y+\dfrac{1}{3}x+\dfrac{2}{3}y$
$=\mathbf{\dfrac{7}{3}x+\dfrac{1}{6}y}$　$\left(\mathbf{\dfrac{14x+y}{6}}\right)$

p.19 問3

(10) $\dfrac{3a-4b}{4}-\dfrac{a-b}{2}$
$=\dfrac{3a-4b-2(a-b)}{4}$
$=\mathbf{\dfrac{a-2b}{4}}$　$\left(\mathbf{\dfrac{1}{4}a-\dfrac{1}{2}b}\right)$

p.19 問4

6 $a=3$, $b=-\dfrac{1}{2}$ のとき，次の式の値を求めなさい。

(1) $2a-7b-a+3b$

(2) $3(a-2b)-(5a+2b)$

ガイド 同類項をまとめ，式を計算してから，a と b の値を代入して求めます。

解答 (1) $2a-7b-a+3b$

$=a-4b$

$=3-4\times\left(-\dfrac{1}{2}\right)$

$=3+2$

$=\mathbf{5}$

(2) $3(a-2b)-(5a+2b)$

p.20 問5

$=3a-6b-5a-2b$

$=-2a-8b$

$=-2\times3-8\times\left(-\dfrac{1}{2}\right)$

$=-6+4$

$=\mathbf{-2}$

7 次の計算をしなさい。

(1) $2a\times(-9b)$

(2) $(-6x)\times(-3y)$

(3) $(-2a)^2$

(4) $(-4x)^2\times y$

(5) $12ab\div3b$

(6) $3x^2\div x$

(7) $-\dfrac{2}{5}x^2\div\dfrac{3}{2}x$

(8) $8x^3\div\dfrac{2}{7}x$

(9) $5a\times2ab\times3b$

(10) $14x^2\div(-7x)\times(-2x)$

(11) $7a^2\times6b\div3a$

(12) $18x^2y\div3xy\div(-2x)$

ガイド 除法がふくまれているときは，分数の形にしてから約分します。
符号は，最初に決めておくと，間違いが少なくなります。

解答 (1) $2a\times(-9b)$

$=2\times(-9)\times a\times b$

$=\mathbf{-18ab}$

(2) $(-6x)\times(-3y)$

$=(-6)\times(-3)\times x\times y$

$=\mathbf{18xy}$

(1)，(2) p.21 問1

(3) $(-2a)^2$

$=(-2a)\times(-2a)$

$=(-2)\times(-2)\times a\times a$

$=\mathbf{4a^2}$

(4) $(-4x)^2\times y$

$=(-4x)\times(-4x)\times y$

$=(-4)\times(-4)\times x\times x\times y$

$=\mathbf{16x^2y}$

(3)，(4) p.22 問2

(5) $12ab\div3b$

$=\dfrac{\overset{4}{\cancel{12}}a\overset{1}{\cancel{b}}}{\underset{1}{\cancel{3}}\underset{1}{\cancel{b}}}$

$=\mathbf{4a}$

(6) $3x^2\div x$

$=\dfrac{3\cancel{x^2}^{\,x}}{\underset{1}{\cancel{x}}}$

$=\mathbf{3x}$

(5)，(6) p.22 問3

(7) $-\frac{2}{5}x^2 \div \frac{3}{2}x$

$=-\frac{2x^2}{5}\div\frac{3x}{2}$

$=-\left(\frac{2x^2}{5}\times\frac{2}{3x}\right)$

$=-\frac{2\cancel{x^2}^{x}\times 2}{5\times 3\cancel{x}_1}$

$=-\frac{4}{15}x$

(8) $8x^3\div\frac{2}{7}x$

$=8x^3\div\frac{2x}{7}$

$=8x^3\times\frac{7}{2x}$

$=\frac{\cancel{8}^4\cancel{x^3}^{x^2}\times 7}{\cancel{2}_1\cancel{x}_1}$

$=28x^2$

(7), (8) p.22 問4

(9) $5a\times 2ab\times 3b$

$=5\times 2\times 3\times a\times ab\times b$

$=30a^2b^2$

(10) $14x^2\div(-7x)\times(-2x)$

$=\frac{\cancel{14}^2x^2\times 2\cancel{x}^1}{\cancel{7}_1\cancel{x}_1}$

$=4x^2$

(11) $7a^2\times 6b\div 3a$

$=\frac{7\cancel{a^2}^{a}\times\cancel{6}^2b}{\cancel{3}_1\cancel{a}_1}$

$=14ab$

(12) $18x^2y\div 3xy\div(-2x)$

$=-\frac{\cancel{18}^{\cancel{6}\,3}\cancel{x^2}^1\cancel{y}^1}{\cancel{3}_1\cancel{x}_1\cancel{y}_1\times\cancel{2}_1\cancel{x}_1}$

$=-3$

(9)〜(12) p.23 問5

8

偶数と偶数の和は偶数になります。
その理由を，文字式を使って説明しなさい。

ガイド 2つの偶数を，2つの文字 m，n を使って表して説明します。

解答 2つの整数がともに偶数のとき，m，n を整数とすると，これらは，$2m$，$2n$ と表される。
このとき，2数の和は，

$2m+2n=2(m+n)$

$m+n$ は整数だから，$2(m+n)$ は偶数である。
したがって，偶数と偶数の和は偶数である。

p.27 問1

9

等式 $7x+y=4$ を，y について解きなさい。
また，等式 $7x+y=4$ を，x について解きなさい。

ガイド 等式の性質を使って，左辺に y や x だけが残るように変形します。

解答

$7x+y=4$

$7x$ を移項して，$y=4-7x$

$7x+y=4$

p.30 問3

y を移項して，$7x=4-y$

両辺を 7 でわって，$x=\frac{4-y}{7}$ $\left(x=\frac{4}{7}-\frac{1}{7}y\right)$

1章 章末問題 学びを身につけよう

教科書 p.34～35

テストによく出る

1 次の計算をしなさい。

(1) $0.7x+y-(-1.4x+y)$

(2) $-x^2y\div 2x\div(-3y)$

(3) $m-10n-6(2m-n)$

(4) $(-a)^2\times 2a$

(5) $\dfrac{5x-3y}{2}-\dfrac{8x-4y}{3}+x$

(6) $\dfrac{2}{5}a^2\div\dfrac{3}{10}b\times(-6ab)$

(7) $(-xy)\times(-10xy^2)\div 5x^2$

(8) $3x^2+3x+1-(4x+2x^2)$

(9)
$$\begin{array}{rr} & 25x-\ \ 3y+6 \\ -) & 5x-10y+6 \\ \hline \end{array}$$

(10)
$$\begin{array}{rr} & 0.8x-0.5y-0.3 \\ +) & 0.2x+0.5y+2 \\ \hline \end{array}$$

ガイド 加法や減法では，符号に注意してかっこをはずし，同類項をまとめます。
除法がふくまれているときは，分数の形にしてから約分します。

解答

(1) $0.7x+y-(-1.4x+y)$
$=0.7x+y+1.4x-y$
$=\boldsymbol{2.1x}$

(2) $-x^2y\div 2x\div(-3y)$
$=\dfrac{\overset{x}{\cancel{x^2}}\overset{1}{\cancel{y}}}{2\underset{1}{\cancel{x}}\times 3\underset{1}{\cancel{y}}}$
$=\boldsymbol{\dfrac{x}{6}}$

(3) $m-10n-6(2m-n)$
$=m-10n-12m+6n$
$=\boldsymbol{-11m-4n}$

(4) $(-a)^2\times 2a$
$=a^2\times 2a$
$=\boldsymbol{2a^3}$

(5) $\dfrac{5x-3y}{2}-\dfrac{8x-4y}{3}+x$
$=\dfrac{3(5x-3y)-2(8x-4y)+6x}{6}$
$=\dfrac{15x-9y-16x+8y+6x}{6}$
$=\boldsymbol{\dfrac{5x-y}{6}}\quad\left(\dfrac{5}{6}x-\dfrac{1}{6}y\right)$

(6) $\dfrac{2}{5}a^2\div\dfrac{3}{10}b\times(-6ab)$
$=\dfrac{2a^2}{5}\times\dfrac{10}{3b}\times(-6ab)$
$=-\dfrac{2a^2\times\overset{2}{\cancel{10}}\times\overset{2}{\cancel{6}}a\overset{1}{\cancel{b}}}{\underset{1}{\cancel{5}}\times\underset{1}{\cancel{3}}\underset{1}{\cancel{b}}}$
$=\boldsymbol{-8a^3}$

(7) $(-xy)\times(-10xy^2)\div 5x^2$
$=\dfrac{\overset{1}{\cancel{x}}y\times\overset{2}{\cancel{10}}\overset{1}{\cancel{x}}y^2}{\underset{1}{\cancel{5}}\underset{1}{\cancel{x^2}}}$
$=\boldsymbol{2y^3}$

(8) $3x^2+3x+1-(4x+2x^2)$
$=3x^2+3x+1-4x-2x^2$
$=\boldsymbol{x^2-x+1}$

(9)
$$\begin{array}{rr} & 25x-\ 3y+6 \\ -) & 5x-10y+6 \\ \hline & \mathbf{20x+\ 7y} \end{array}$$

(10)
$$\begin{array}{rr} & 0.8x-0.5y-0.3 \\ +) & 0.2x+0.5y+2 \\ \hline & \mathbf{x\qquad +1.7} \end{array}$$

参考　(9)の減法は右のように，下の式の符号をすべて反対にして，加法で計算してもかまいません。

$$\begin{array}{rr} & 25x-\ 3y+6 \\ +) & -\ 5x+10y-6 \\ \hline & 20x+\ 7y \end{array}$$

2

$x=0.8$，$y=2.5$ のとき，次の式の値を求めなさい。

(1)　$-2(6x-2y)+2(x+3y)$　　(2)　$-14xy^2\div 2xy\times(-5x)$

ガイド　式を計算してから，x と y の値をそれぞれの文字に代入して求めます。

解答

(1)　$-2(6x-2y)+2(x+3y)$

$=-12x+4y+2x+6y$

$=-10x+10y$

$=-10\times0.8+10\times2.5$

$=-8+25$

$\mathbf{=17}$

(2)　$-14xy^2\div 2xy\times(-5x)$

$=\dfrac{14xy^2\times5x}{2xy}$

$=35xy$

$=35\times0.8\times2.5$

$\mathbf{=70}$

テストによく出る

3

次の等式を，〔　〕内の文字について解きなさい。

(1)　$-a+2b=5$　〔a〕　　(2)　$12x+3y=11$　〔y〕

(3)　$S=\dfrac{1}{2}ah$　〔h〕　　(4)　$m=\dfrac{a+b}{2}$　〔b〕

ガイド　等式の性質を使って，左辺が〔　〕内に示された文字だけになるように変形します。
(3)，(4)のように，左辺に〔　〕内の文字がない場合は，左辺と右辺を入れかえて考えます。

解答

(1)　$-a+2b=5$

$-a=5-2b$

$\boldsymbol{a=2b-5}$

(2)　$12x+3y=11$

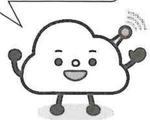
$3y=11-12x$

$\boldsymbol{y=\dfrac{11-12x}{3}}$

$y=\dfrac{11-12x}{3}$ は

$y=\dfrac{11}{3}-4x$

でもいいよ。



(3)　$S=\dfrac{1}{2}ah$

$\dfrac{1}{2}ah=S$

$ah=2S$

$\boldsymbol{h=\dfrac{2S}{a}}$

(4)　$m=\dfrac{a+b}{2}$

$\dfrac{a+b}{2}=m$

$a+b=2m$

$\boldsymbol{b=2m-a}$

4 12，14，16 のような連続する 3 つの偶数の和が，中央の偶数の 3 倍になることを，文字式を使って説明するために，次のように考えます。

> ① 連続する 3 つの偶数のうち，いちばん小さい偶数を $2n$ として，連続する 3 つの偶数を $2n$，$2n+2$，$2n+4$ と表す。
> ② それらの和が中央の偶数の 3 倍になることを示すために，それらの和を $3\times(\boxed{})$ の形の式に変形する。

(1) 上の $\boxed{}$ にあてはまる式を，n を使って表しなさい。

(2) 上の方法で，連続する 3 つの偶数の和は，中央の偶数の 3 倍になることを説明しなさい。

ガイド 連続する 3 つの偶数の和や，中央の偶数の 3 倍は，文字式でどのように表されるかを考えます。

解答 (1) $\mathbf{2n+2}$

(2) (説明) n を整数とすると，連続する 3 つの偶数は，$2n$，$2n+2$，$2n+4$ と表される。

このとき，これらの和は，

$$\begin{aligned} 2n+(2n+2)+(2n+4) &= 2n+2n+2+2n+4 \\ &= 6n+6 \\ &= 3(2n+2) \end{aligned}$$

$2n+2$ は，中央の偶数だから，$3(2n+2)$ は中央の偶数の 3 倍である。

したがって，連続する 3 つの偶数の和は，中央の偶数の 3 倍になる。

5 カレンダーで，右の図のように四角形で囲んだ 4 つの数の和を計算すると，答えはいつも 4 の倍数になっています。

このことを，文字式を使って説明しなさい。

日	月	火	水	木	金	土
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30			

ガイド 四角形で囲んだ 4 つの数のうちでいちばん小さい数を n とすると，4 つの数の和は文字式でどのように表されるかを考えます。

解答 (説明) n を整数とすると，四角形で囲んだ 4 つの数は，

n，$n+1$，$n+7$，$n+8$ と表される。このとき，これらの和は，

$$\begin{aligned} n+(n+1)+(n+7)+(n+8) &= n+n+1+n+7+n+8 \\ &= 4n+16 \\ &= 4(n+4) \end{aligned}$$

$n+4$ は整数だから，$4(n+4)$ は 4 の倍数である。

したがって，四角形で囲んだ 4 つの数の和は，4 の倍数になる。

6 3けたの正の整数で，374 や 561 のように，百の位の数と一の位の数の和が十の位の数になっている数は，11 の倍数であることを，文字式を使って説明しなさい。

ガイド 百の位の数と一の位の数の和が十の位の数になっている数は，文字式でどのように表されるかを考えます。

解答 (説明) 百の位の数を a，一の位の数を b とすると，十の位の数は $a+b$ となるので，この数は，$100a+10(a+b)+b$ と表される。

$$\begin{aligned}100a+10(a+b)+b&=100a+10a+10b+b\\&=110a+11b\\&=11(10a+b)\end{aligned}$$

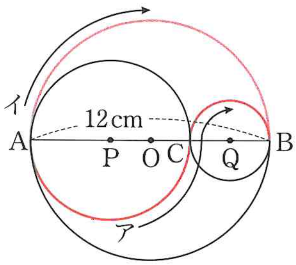
$10a+b$ は整数だから，$11(10a+b)$ は 11 の倍数である。

したがって，3 けたの正の整数で，百の位の数と一の位の数の和が十の位の数になっている数は，11 の倍数である。

7 直径 AB の長さが 12 cm の円 O があります。

AB を 2 つの線分 AC と CB に分け，それぞれを直径とする円 P，Q を，円 O の中にかきます。A から B まで行くのに，アのように行くのと，イのように行くのとでは，どちらが近いですか。

円 P の直径を $2r$ cm として考えなさい。



ガイド アの行き方とイの行き方を，それぞれ r を使って式に表します。アは，円 P の円周の $\frac{1}{2}$ と円 Q の円周の $\frac{1}{2}$ の合計の長さ，イは，円 O の円周の $\frac{1}{2}$ の長さになっています。

解答 円 P の直径を $2r$ cm としたとき，円 P の半径は，$2r\times\frac{1}{2}=r$ (cm)，

円 Q の半径は，$(12-2r)\times\frac{1}{2}=6-r$ (cm) と表される。

アの行き方は，$2\pi r\times\frac{1}{2}+2\pi(6-r)\times\frac{1}{2}=\pi r+6\pi-\pi r$

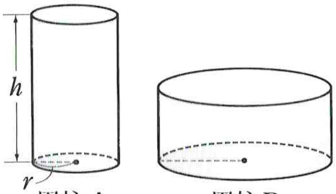
$$=6\pi\ (\text{cm})$$

イの行き方は，$12\pi\times\frac{1}{2}=6\pi$ (cm)

したがって，**どちらも同じ**である。

8 底面の半径が r，高さが h の円柱Aがあります。
円柱Aの底面の半径を2倍にし，
高さを半分にした円柱Bをつくります。
円柱A，Bについて，次の(ア)〜(オ)のうち，正しいものをすべて選びなさい。

(ア) どちらの体積も同じである。
(イ) 円柱Bの体積は，円柱Aの体積の2倍である。
(ウ) 円柱Aの体積は，円柱Bの体積の3倍である。
(エ) 円柱Bの底面積は，円柱Aの底面積の4倍である。
(オ) 円柱Aと円柱Bで，どちらの側面積が大きいかは，r と h の値によって変わる。



ガイド 円柱AとBの体積，底面積，側面積を，半径 r と高さ h の文字を使って表してみましょう。

解答

Aの体積……$\pi \times r^2 \times h = \pi r^2 h$
Aの底面積…$\pi \times r^2 = \pi r^2$
Aの側面積…$2\pi \times r \times h = 2\pi rh$

Bの体積……$\pi \times (2r)^2 \times \dfrac{1}{2}h = 2\pi r^2 h$
Bの底面積…$\pi \times (2r)^2 = 4\pi r^2$
Bの側面積…$2\pi \times 2r \times \dfrac{1}{2}h = 2\pi rh$

$$\frac{\text{Bの体積}}{\text{Aの体積}} = \frac{2\pi r^2 h}{\pi r^2 h} = 2\ (\text{倍})$$

$$\frac{\text{Bの底面積}}{\text{Aの底面積}} = \frac{4\pi r^2}{\pi r^2} = 4\ (\text{倍})$$

$$\frac{\text{Bの側面積}}{\text{Aの側面積}} = \frac{2\pi rh}{2\pi rh} = 1\ (\text{倍})$$

(イ)，(エ)

文字式の文字には何を使う？

数学の学習では，式の計算のためのいろいろな文字が出てきます。そのほとんどは英語のアルファベットですが，これは明治以降，数学を西洋から学んできたので，その影響（えいきょう）によると思われます。

同じアジアの国の中国や韓国（かんこく）でも事情は同じで，数式で使われる文字はおもにアルファベットで，しかも同じような式に日本と同じ文字を使っています。

例えば，交換法則を表す式 $a+b=b+a$ や分配法則を表す式 $a(b+c)=ab+ac$ などは，日本と同じように，a，b，c を使って，このように表しています。

数学における文字は，基本的には，使う人が好きな文字を，好きなように使えばよいのですが，それでもいつのまにか習慣化し，規則のようになっている文字もあります。例えば，英語のアルファベットではありませんが，円周率を表す文字 π は世界共通で，これ以外の文字で円周率を表した例は見あたりません。π はギリシア語のアルファベットの16番目の文字で，英語のアルファベット p にあたります。これは，円周率を表すギリシア語の頭（かしら）文字だといわれています。

π は特別ですが，もっと軽い意味で，次のような役割分担があることがうかがえます。

- a，b，c などアルファベットの前の方の文字は定数を表すのに使われ，x，y，z など後ろの方の文字は変数，または，未知数に使われます。
- 自然数 (natural number) を表す文字 n や，半径 (radius) を表す r，時間または時刻 (time) を表す t，周 (lap) を表す ℓ などは，いずれも英語の頭文字からきています。ほかにも，この種の文字として，面積の S，体積の V などがあります。