

2章 連立方程式

1 前 連立方程式

班の数はいくつ？

けいたさんとかりんさんのクラスは、社会福祉体験として、点字体験と車いす体験をすることになりました。

点字体験は4人班、車いす体験は3人班でおこないます。

クラスの36人全員がどちらかの班にはいるように分けます。

話しあおう

教科書
p.36

36人を、3人班と4人班に分けるには、どのような分け方があるでしょうか。

解答例

- 3人班を1班つくると、残りの人数は $36-3=33$ (人)
33人全員を4人班に分けられない。
 - 3人班を2班つくると、残りの人数は $36-3\times 2=30$ (人)
30人全員を4人班に分けられない。
 - 3人班を3班つくると、残りの人数は $36-3\times 3=27$ (人)
27人全員を4人班に分けられない。
 - 3人班を4班つくると、残りの人数は $36-3\times 4=24$ (人)
24人を4人班に分けると $24\div 4=6$ (班)
 - 3人班を5班つくると、残りの人数は $36-3\times 5=21$ (人)
21人全員を4人班に分けられない。
 - 3人班を6班つくると、残りの人数は $36-3\times 6=18$ (人)
18人全員を4人班に分けられない。
 - 3人班を7班つくると、残りの人数は $36-3\times 7=15$ (人)
15人全員を4人班に分けられない。
 - 3人班を8班つくると、残りの人数は $36-3\times 8=12$ (人)
12人を4人班に分けると $12\div 4=3$ (班)
 - 3人班を9班つくると、残りの人数は $36-3\times 9=9$ (人)
9人全員を4人班に分けられない。
 - 3人班を10班つくると、残りの人数は $36-3\times 10=6$ (人)
6人全員を4人班に分けられない。
 - 3人班を11班つくると、残りの人数は $36-3\times 11=3$ (人)
3人全員を4人班に分けられない。
- (したがって、) 3人班を4班と4人班を6班、3人班を8班と4人班を3班

1 連立方程式とその解

学習のねらい

2つの文字をふくむ方程式のつくり方や、1つのことがらについて、2つの文字をふくむ2つの方程式をつくり、それを解いて2つの文字の値を求める方法を学習します。

教科書のまとめ テスト前にチェック

- 二元一次方程式 ▶ 2つの文字をふくむ一次方程式を、**二元一次方程式**といいます。
- 二元一次方程式の解 ▶ 二元一次方程式があるとき、これを成り立たせる文字の値の組を、その方程式の**解**といいます。二元一次方程式の解はたくさんあります。
- 連立方程式 ▶ 2つの方程式を組にしたものを、**連立方程式**といいます。
- 連立方程式の解 ▶ 2つの方程式のどちらも成り立たせる文字の値の組を、**連立方程式の解**といい、その解を求めることを、**連立方程式を解く**といいます。

2つの文字をふくむ方程式とその解について学びましょう。

CC (教科書) 36 ページの場面で、点字体験をする4人班の数を x 班、車いす体験をする3人班の数を y 班とすると、クラス的人数が36人であることから、 x と y の関係は、どんな等式で表すことができるでしょうか。

教科書 p.38

ガイド 4人班の人数は $4x$ (人)、3人班の人数は $3y$ (人)、クラス的人数は全部で36人であることから、等式をつくります。

解答 $4x + 3y = 36$

問1 x の値が0, 1, 2, ……のとき、二元一次方程式① ($4x + 3y = 36$) を成り立たせる y の値を求め、下の表に書き入れなさい。

教科書 p.38

| | | | | | | | | | |
|-----|----|----------------|---|---|---|---|---|---|---|
| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| y | 12 | $\frac{32}{3}$ | | | | | | | |

ガイド $4x + 3y = 36$ で、 $x = 2, 3, 4, \dots, 8$ のときの y の値を求めます。

解答 $x = 2$ のとき、 $4 \times 2 + 3y = 36$ $y = \frac{28}{3}$
 $x = 3$ のとき、 $4 \times 3 + 3y = 36$ $y = 8$
 ……
 $x = 8$ のとき、 $4 \times 8 + 3y = 36$ $y = \frac{4}{3}$

| | | | | | | | | | |
|-----|----|----------------|----------------|---|----------------|----------------|---|---------------|---------------|
| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| y | 12 | $\frac{32}{3}$ | $\frac{28}{3}$ | 8 | $\frac{20}{3}$ | $\frac{16}{3}$ | 4 | $\frac{8}{3}$ | $\frac{4}{3}$ |

教科書 p.39

問2

x の値が0, 1, 2, ……のとき, 二元一次方程式② ($x+y=10$) を成り立たせる y の値を求め, 下の表に書き入れなさい。

| | | | | | | | | | |
|-----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| y | | | | | | | | | |

ガイド

$x+y=10$ で, $x=0, 1, 2, 3, \dots, 8$ のときの y の値を求めます。

解答

| | | | | | | | | | |
|-----|----|---|---|---|---|---|---|---|---|
| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| y | 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 |

教科書 p.39

問3

前ページ(教科書 p.38)の表と上の表から, 二元一次方程式①と②の両方を成り立たせる x, y の値の組を見つけなさい。(表は省略)

ガイド

問1の解と **問2**の解に共通する x, y の値の組を見つけます。

解答

(6, 4)

教科書 p.40

問4

次の(ア)~(ウ)のうち, x, y の値の組(3, 4)が解である連立方程式を選びなさい。

(ア) $\begin{cases} x+y=7 \\ x+2y=8 \end{cases}$ (イ) $\begin{cases} 3x-y=4 \\ 2x-5y=7 \end{cases}$ (ウ) $\begin{cases} 4x-y=8 \\ -x+3y=9 \end{cases}$

ガイド

連立方程式の解は, 2つの方程式のどちらも成り立たせる文字の値の組だから, 両方の方程式に x, y の値を代入して, 左辺と右辺が等しくなるかどうかを調べます。

解答

それぞれの連立方程式の上の式を①, 下の式を②とする。

- (ア) ①に, $x=3, y=4$ を代入すると, 左辺 $=3+4=7$, 右辺 $=7$
 左辺=右辺 となるから, (3, 4)は①の解である。
 ②に, $x=3, y=4$ を代入すると, 左辺 $=3+2 \times 4=11$, 右辺 $=8$
 左辺と右辺が等しくならないから, (3, 4)は②の解ではない。
 よって, (3, 4)は連立方程式(ア)の解ではない。
- (イ) ①に, $x=3, y=4$ を代入すると, 左辺 $=3 \times 3-4=5$, 右辺 $=4$
 よって, (3, 4)は連立方程式(イ)の解ではない。
- (ウ) ①に, $x=3, y=4$ を代入すると, 左辺 $=4 \times 3-4=8$, 右辺 $=8$
 ②に, $x=3, y=4$ を代入すると, 左辺 $=-3+3 \times 4=9$, 右辺 $=9$
 どちらも 左辺=右辺 となるから, (3, 4)は①の解でも②の解でもある。
 よって, (3, 4)は連立方程式(ウ)の解である。

(ウ)



練習問題

① 連立方程式とその解

教科書
p.40

① 二元一次方程式 $x+y=3$ の解について、次の(ア)~(エ)のうち、正しいものを選びなさい。

- (ア) x, y の値の組 $(1, 2)$ の1組だけが、 $x+y=3$ の解である。
 (イ) $x+y=3$ を成り立たせる整数 x, y の値の組だけが、 $x+y=3$ の解である。
 (ウ) $x+y=3$ を成り立たせる x, y の値の組のすべてが、 $x+y=3$ の解である。
 (エ) $x+y=3$ の解はない。

ガイド x の値が $0, 1, 2, \dots$ のとき、二元一次方程式 $x+y=3$ を成り立たせる y の値を考えます。また、 x の値が小数や分数のときの y の値を考えます。

解答 x の値が $0, 1, 2, \dots$ のとき、二元一次方程式 $x+y=3$ を成り立たせる y の値は $3, 2, 1, \dots$ とたくさんある。また、 x の値が小数や分数のときの y の値を考えると、 $x=0.5$ のとき $y=2.5$ 、 $x=\frac{1}{3}$ のとき $y=\frac{8}{3}$ のように、たくさんある。

(ウ)

連立方程式を活用しよう。

連立方程式を使うと、ふだんの身のまわりの問題を解決することもできます。

身のまわりのことがらや実際の問題を数学を用いて解決するには、ふだんから数学的な意識をもって生活することが大切です。例えば、自宅から学校まで何 km あるのかや、自分の歩く速さはどれくらいかなどに興味をもって生活することです。

自宅から 10 km 離れたある町まで、はじめ 15 分歩き、途中から自転車で 45 分走って着いたとします。何 km の地点で自転車に乗ったのでしょうか。

こんなことを考えることもあります。この問題が、数学の問題ならば、歩く速さや自転車で走る速さがわからないので解決できませんが、日常の生活の中では、ふだんの歩く速さや自転車で走る速さを知っていると、適当にそれらの速さを決めて、解決することも可能です。

2 連立方程式の解き方

学習のねらい

連立方程式を解くためには、文字を1つ消して、1つの文字をふくむ一次方程式にすればよいことを学習します。文字の消し方には、加減法と代入法などがあり、それらを利用して、いろいろな連立方程式を解けるようにします。

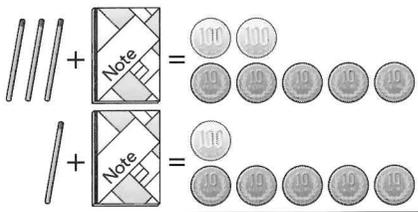
教科書のまとめ テスト前にチェック

- 消去する ▶ 連立方程式から、1つの文字をふくまない方程式を導くことを、その文字を消去しょうきょするといいます。
- 加減法 ▶ 左辺どうし、右辺どうしを、それぞれ、たすかひくかして、1つの文字を消去する方法を加減法かげんぽうといいます。
- 代入法 ▶ 一方の式を他方の式に代入することによって、1つの文字を消去する方法を代入法だいにゅうぽうといいます。

連立方程式の解き方について学びましょう。

➤ 加減法

GO えんぴつ
鉛筆3本とノート1冊の代金は250円、
鉛筆1本とノート1冊の代金は150円です。
このとき、鉛筆1本、ノート1冊の値段は、
それぞれいくらでしょうか。



教科書 p.41

ガイド 共通のものを差しひいて、鉛筆だけの代金になるように考えます。

解答 (鉛筆3本の代金)+(ノート1冊の代金)=250(円) ……①
 (鉛筆1本の代金)+(ノート1冊の代金)=150(円) ……②
 だから、問題の図の上から下をひくと、(鉛筆2本の代金)=100(円)になる。
 したがって、鉛筆1本の値段は、 $100 \div 2 = 50$ (円)、
 ノート1冊の値段は、 $150 - 50 = 100$ (円)

鉛筆1本 50円、ノート1冊 100円

参考 鉛筆1本の値段を x 円、ノート1冊の値段を y 円として、上の①、②を方程式にすると、次の連立方程式が得られます。

$$\begin{cases} 3x + y = 250 \\ x + y = 150 \end{cases}$$

上の式から下の式をひくと、 $2x = 100$ これを解くと、 $x = 50$
 この値を、下の式の x に代入すると、 $y = 100$
 これから、このような連立方程式の解き方を学習します。

問1

次の連立方程式を、左辺どうし、右辺どうしを、それぞれひいて解きなさい。

$$(1) \begin{cases} x+y=5 \\ x-3y=-3 \end{cases} \qquad (2) \begin{cases} 2x-y=-1 \\ 4x-y=-3 \end{cases}$$

ガイド

左辺どうし、右辺どうしをひいて、**文字を1つにして考えます。**

解答

それぞれの連立方程式の上の式を①、下の式を②とする。

(1) ①の左辺から②の左辺をひくと、 $(x+y)-(x-3y)=4y$

$$\begin{array}{r} x+y & 5 \\ -) x-3y & -3 \\ \hline 4y & 8 \end{array}$$

①の右辺から②の右辺をひくと、 $5-(-3)=8$

したがって、 $4y=8$ これを解くと、 $y=2$

この値を、①の y に代入すると、 $x+2=5$ 、 $x=3$

$(x, y)=(3, 2)$

(2) ①の左辺から②の左辺をひくと、 $(2x-y)-(4x-y)=-2x$

$$\begin{array}{r} 2x-y & -1 \\ -) 4x-y & -3 \\ \hline -2x & 2 \end{array}$$

①の右辺から②の右辺をひくと、 $-1-(-3)=2$

したがって、 $-2x=2$ 、 $x=-1$

この値を、①の x に代入すると、 $2 \times (-1) - y = -1$ 、 $y = -1$

$(x, y)=(-1, -1)$

問2

次の連立方程式を、左辺どうし、右辺どうしを、それぞれたして解きなさい。

$$(1) \begin{cases} x-y=8 \\ 3x+y=4 \end{cases} \qquad (2) \begin{cases} 3x+2y=5 \\ -3x+5y=2 \end{cases}$$

ガイド

上下の同類項をたして、 x か y の文字を消去します。

解答

それぞれの連立方程式の上の式を①、下の式を②とする。

(1) ①と②の両辺をたすと、

$$\begin{array}{r} x-y=8 \\ +) 3x+y=4 \\ \hline 4x & =12 \\ x & =3 \end{array}$$

この値を、①の x に代入すると、

$3-y=8$

$y=-5$

$(x, y)=(3, -5)$

(2) ①と②の両辺をたすと、

$$\begin{array}{r} 3x+2y=5 \\ +) -3x+5y=2 \\ \hline 7y & =7 \\ y & =1 \end{array}$$

この値を、①の y に代入すると、

$3x+2=5$

$x=1$

$(x, y)=(1, 1)$

問3

次の連立方程式を、加減法で解きなさい。

$$(1) \begin{cases} 6x-y=22 \\ 6x+5y=-2 \end{cases} \qquad (2) \begin{cases} 3x-2y=19 \\ 5x+2y=21 \end{cases} \qquad (3) \begin{cases} x+y=2 \\ -x+y=-1 \end{cases}$$

ガイド

上の式から下の式をひいたり、たしたりして、 x か y の文字を消去します。

解答

それぞれの連立方程式の上の式を①、下の式を②とする。

(1) ①-②より, $-6y=24$, $y=-4$

この値を, ①の y に代入すると,

$$6x+4=22, 6x=18, x=3$$

$$(x, y)=(3, -4)$$

(2) ①+②より, $8x=40$, $x=5$

この値を, ①の x に代入すると,

$$15-2y=19, -2y=4, y=-2$$

$$(x, y)=(5, -2)$$

(3) ①+②より, $2y=1$, $y=\frac{1}{2}$

この値を, ①の y に代入すると,

$$x+\frac{1}{2}=2, x=\frac{3}{2}$$

$$(x, y)=\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$$



次の連立方程式は, どのような方法で解くことができるでしょうか。

教科書
p.43

$$\begin{cases} x+2y=4 & \cdots\cdots\text{①} \\ 2x+3y=5 & \cdots\cdots\text{②} \end{cases}$$

ガイド

①と②をそのまま, たしたり, ひいたりしても, 1つの文字を消去することはできないので, ①の両辺を2倍して, x の係数を②の x の係数とそろえます。

解答例

①の両辺を2倍して, x の係数を②の x の係数とそろえて, 上の式から下の式をひくと, 加減法で解くことができる。

問4

次の連立方程式を解きなさい。

教科書
p.43

(1)
$$\begin{cases} x+4y=7 \\ 7x+15y=36 \end{cases}$$

(2)
$$\begin{cases} 5x+3y=-1 \\ 2x-y=4 \end{cases}$$

ガイド

一方の式の両辺を何倍かして2つの式の x または y の係数の絶対値をそろえ, 1つの文字を消去します。

解答

それぞれの連立方程式の上の式を①, 下の式を②とする。

(1) ① \times 7 $7x+28y=49$ $\cdots\cdots\text{①}'$

$$\begin{array}{r} \text{①}'-\text{②} \quad 7x+28y=49 \\ -) 7x+15y=36 \\ \hline 13y=13 \\ y=1 \end{array}$$

この値を, ①の y に代入すると,

$$x+4=7, x=3$$

$$(x, y)=(3, 1)$$

(2) ② \times 3 $6x-3y=12$ $\cdots\cdots\text{②}'$

$$\begin{array}{r} \text{①}+\text{②}' \quad 5x+3y=-1 \\ +) 6x-3y=12 \\ \hline 11x \quad =11 \\ x=1 \end{array}$$

この値を, ①の x に代入すると,

$$5+3y=-1, 3y=-6, y=-2$$

$$(x, y)=(1, -2)$$

問5

次の連立方程式を解きなさい。

$$(1) \begin{cases} 3x+2y=8 \\ 5x-3y=7 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} 6x+4y=2 \\ 7x-3y=-13 \end{cases} \quad (3) \begin{cases} 9x-2y=11 \\ 4x-5y=9 \end{cases}$$

ガイド

一方の式を整数倍して、たしたりひいたりしても、1つの文字を消去することができないので、 x か y のどちらかの文字の係数の絶対値をそろえるために、両方の式の両辺を何倍かします。

解答

それぞれの連立方程式の上の式を①、下の式を②とする。

$$(1) \begin{array}{ll} \textcircled{1} \times 3 & 9x+6y=24 \quad \cdots\cdots\textcircled{1}' \\ \textcircled{2} \times 2 & 10x-6y=14 \quad \cdots\cdots\textcircled{2}' \\ \textcircled{1}' + \textcircled{2}' & 19x=38, \quad x=2 \\ x=2 \text{ を}\textcircled{1} \text{ に代入すると,} & \\ 6+2y=8, \quad 2y=2, \quad y=1 & \\ (x, y)=(2, 1) & \end{array}$$

$$(2) \begin{array}{ll} \textcircled{1} \times 3 & 18x+12y=6 \quad \cdots\cdots\textcircled{1}' \\ \textcircled{2} \times 4 & 28x-12y=-52 \quad \cdots\cdots\textcircled{2}' \\ \textcircled{1}' + \textcircled{2}' & 46x=-46, \quad x=-1 \\ x=-1 \text{ を}\textcircled{1} \text{ に代入すると,} & \\ -6+4y=2, \quad 4y=8, \quad y=2 & \\ (x, y)=(-1, 2) & \end{array}$$

$$(3) \begin{array}{ll} \textcircled{1} \times 5 & 45x-10y=55 \quad \cdots\cdots\textcircled{1}' \\ \textcircled{2} \times 2 & 8x-10y=18 \quad \cdots\cdots\textcircled{2}' \\ \textcircled{1}' - \textcircled{2}' & 37x=37, \quad x=1 \\ x=1 \text{ を}\textcircled{1} \text{ に代入すると,} & \\ 9-2y=11, \quad -2y=2, \quad y=-1 & \\ (x, y)=(1, -1) & \end{array}$$

➤ **代入法**

問6

次の連立方程式を、代入法で解きなさい。

$$(1) \begin{cases} 9x-2y=12 \\ y=3x \end{cases} \quad (2) \begin{cases} x=-5y+4 \\ 2x+y=-1 \end{cases}$$

ガイド

(1)では、下の式は $y=3x$ だから、上の式の y に $3x$ を代入して、文字 y を消去します。
(2)では、上の式は $x=-5y+4$ だから、下の式の x に $-5y+4$ を代入して、文字 x を消去します。

解答

それぞれの連立方程式の上の式を①、下の式を②とする。

$$(1) \begin{array}{ll} \textcircled{1} \text{ の } y \text{ に}\textcircled{2} \text{ の } 3x \text{ を代入すると,} & \\ 9x-6x=12 & \\ 3x=12 & \\ x=4 & \\ \text{この値を, } \textcircled{2} \text{ の } x \text{ に代入すると, } y=12 & \\ (x, y)=(4, 12) & \end{array}$$

$$(2) \begin{array}{ll} \textcircled{2} \text{ の } x \text{ に}\textcircled{1} \text{ の } -5y+4 \text{ を代入すると,} & \\ 2(-5y+4)+y=-1 & \\ -10y+8+y=-1 & \\ -9y=-9 & \\ y=1 & \\ \text{この値を, } \textcircled{1} \text{ の } y \text{ に代入すると, } x=-1 & \\ (x, y)=(-1, 1) & \end{array}$$

問7

次の連立方程式を解きなさい。

教科書
p.45

(1)
$$\begin{cases} y-x=4 \\ 5x-3y=2 \end{cases}$$

(2)
$$\begin{cases} 3x+2y=-11 \\ 3y-x=0 \end{cases}$$

ガイド

一方の式を、消去したい文字について解き、もう一方の式に代入して、1つの文字を消去します。

解答

それぞれの連立方程式の上の式を①、下の式を②とする。

(1) ①を y について解くと、

$$y=4+x \quad \cdots\cdots\text{①}'$$

①'を②に代入すると、

$$5x-3(4+x)=2$$

$$2x=14$$

$$x=7$$

 $x=7$ を①'に代入すると、 $y=11$

$$(x, y)=(7, 11)$$

(2) ②を x について解くと、

$$x=3y \quad \cdots\cdots\text{②}'$$

②'を①に代入すると、

$$9y+2y=-11$$

$$11y=-11$$

$$y=-1$$

 $y=-1$ を②'に代入すると、 $x=-3$

$$(x, y)=(-3, -1)$$

話しあおう

教科書
p.45次(右)のような連立方程式があります。
どんな解き方があるでしょうか。

$$\begin{cases} y=4x-11 \quad \cdots\cdots\text{①} \\ 8x-3y=25 \quad \cdots\cdots\text{②} \end{cases}$$

ガイド

教科書の解き方をもとにして、 y を消去することを考えてみましょう。

解答例

• ① $\times 3$ $3y=12x-33 \quad \cdots\cdots\text{①}'$

①'の $12x$ を移項すると、

$$-12x+3y=-33 \quad \cdots\cdots\text{①}''$$

①''+② $-4x=-8, x=2$

 $x=2$ を①に代入すると、 $y=-3$

$$(x, y)=(2, -3)$$

• ① $\times 3$ $3y=12x-33 \quad \cdots\cdots\text{①}'$

②の $3y$ に①'の $12x-33$ を代入すると、

$$8x-(12x-33)=25, -4x=-8,$$

$$x=2$$

 $x=2$ を①に代入すると、 $y=-3$

$$(x, y)=(2, -3)$$

いろいろな連立方程式の解き方を学びましょう。

問8

次の連立方程式を解きなさい。

教科書
p.46

(1)
$$\begin{cases} 4x+7y=39 \\ 2(x-y)=3x+3y \end{cases}$$

(2)
$$\begin{cases} 3(x+y)=2x-1 \\ x+y=-5 \end{cases}$$

(3)
$$\begin{cases} 3(x+2y)=5(x-4) \\ x+3y=-2 \end{cases}$$

(4)
$$\begin{cases} 2x-(x+7y)=13 \\ 2(x+3y)-5y=-4 \end{cases}$$

ガイド

式のかっこをはずして、整理してから解きます。

解答

それぞれの連立方程式の上の式を①, 下の式を②とする。

$$(1) \quad \begin{aligned} \textcircled{2} \text{から, } 2x - 2y &= 3x + 3y \\ -x - 5y &= 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}' \end{aligned}$$

$$\textcircled{2}' \times 4 \quad -4x - 20y = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}''$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2}'' \quad y = -3$$

$y = -3$ を①に代入すると,

$$4x - 21 = 39, \quad x = 15$$

$$(x, y) = (15, -3)$$

$$(3) \quad \begin{aligned} \textcircled{1} \text{から, } 3x + 6y &= 5x - 20 \\ -2x + 6y &= -20 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}' \end{aligned}$$

$$\textcircled{2} \times 2 \quad 2x + 6y = -4 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}'$$

$$\textcircled{1}' + \textcircled{2}' \quad 12y = -24, \quad y = -2$$

$y = -2$ を②に代入すると,

$$x - 6 = -2, \quad x = 4$$

$$(x, y) = (4, -2)$$

$$(2) \quad \begin{aligned} \textcircled{1} \text{から, } 3x + 3y &= 2x - 1 \\ x + 3y &= -1 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}' \end{aligned}$$

$$\textcircled{1}' - \textcircled{2} \quad 2y = 4, \quad y = 2$$

$y = 2$ を②に代入すると,

$$x + 2 = -5, \quad x = -7$$

$$(x, y) = (-7, 2)$$

$$(4) \quad \begin{aligned} \textcircled{1} \text{から, } 2x - x - 7y &= 13 \\ x - 7y &= 13 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}' \end{aligned}$$

$$\textcircled{1}' \times 2 \quad 2x - 14y = 26 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}''$$

$$\textcircled{2} \text{から, } 2x + 6y - 5y = -4$$

$$2x + y = -4 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}'$$

$$\textcircled{2}' - \textcircled{1}'' \quad 15y = -30, \quad y = -2$$

$y = -2$ を②'に代入すると,

$$2x - 2 = -4, \quad x = -1$$

$$(x, y) = (-1, -2)$$

問9

次の連立方程式を解きなさい。

教科書
p.47

$$(1) \quad \begin{cases} \frac{x}{4} - \frac{y}{5} = 1 \\ 3x + 4y = -52 \end{cases}$$

$$(2) \quad \begin{cases} 4x + y = 10 \\ \frac{2}{3}x + \frac{y}{7} = 2 \end{cases}$$

$$(3) \quad \begin{cases} x + y = 11 \\ \frac{8}{100}x + \frac{9}{100}y = 1 \end{cases}$$

$$(4) \quad \begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{4} = 1 \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 2 \end{cases}$$

ガイド

係数が分数のときは、両辺に同じ数をかけて、分母をはらってから解きます。

解答

それぞれの連立方程式の上の式を①, 下の式を②とする。

$$(1) \quad \textcircled{1} \times 20 \quad 5x - 4y = 20 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}'$$

$$\textcircled{1}' + \textcircled{2} \quad 8x = -32$$

$$x = -4$$

$x = -4$ を②に代入すると,

$$-12 + 4y = -52$$

$$4y = -40, \quad y = -10$$

$$(x, y) = (-4, -10)$$

$$(2) \quad \textcircled{2} \times 21 \quad 14x + 3y = 42 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}'$$

$$\textcircled{1} \times 3 \quad 12x + 3y = 30 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}'$$

$$\textcircled{2}' - \textcircled{1}' \quad 2x = 12$$

$$x = 6$$

$x = 6$ を①に代入すると,

$$24 + y = 10$$

$$y = -14$$

$$(x, y) = (6, -14)$$

$$(3) \quad \textcircled{2} \times 100 \quad 8x + 9y = 100 \quad \dots\dots\textcircled{2}'$$

$$\textcircled{1} \times 8 \quad 8x + 8y = 88 \quad \dots\dots\textcircled{1}'$$

$$\textcircled{2}' - \textcircled{1}' \quad y = 12$$

$y = 12$ を $\textcircled{1}$ に代入すると、

$$x + 12 = 11$$

$$x = -1$$

$$(x, y) = (-1, 12)$$

$$(4) \quad \textcircled{1} \times 4 \quad 2x - y = 4 \quad \dots\dots\textcircled{1}'$$

$$\textcircled{2} \times 6 \quad 2x + 3y = 12 \quad \dots\dots\textcircled{2}'$$

$$\textcircled{2}' - \textcircled{1}' \quad 4y = 8$$

$$y = 2$$

$y = 2$ を $\textcircled{1}'$ に代入すると、

$$2x - 2 = 4$$

$$x = 3$$

$$(x, y) = (3, 2)$$

話しあおう

教科書
p.47

次の連立方程式を解きましょう。

どことなくふうが考えられるでしょうか。

$$(1) \quad \begin{cases} 0.3x + 0.4y = 0.5 \\ x - 2y = -5 \end{cases}$$

$$(2) \quad \begin{cases} 0.1x + 0.04y = 15 \\ 3x - 2y = 50 \end{cases}$$

$$(3) \quad \begin{cases} y = -x + 2 \\ 0.5x + y = 2.5 \end{cases}$$

$$(4) \quad \begin{cases} -20x + 10y = 10 \\ 500x = 200(y - 3) \end{cases}$$

ガイド

(1)の上の式は両辺を $\times 10$ 、(2)の上の式は両辺を $\times 100$ 、(3)の下式の両辺を $\times 2$ にして、係数を整数にします。(4)の下式の両辺を $\div 100$ にして、係数を簡単な整数にします。

解答

それぞれの連立方程式の上の式を $\textcircled{1}$ 、下の式を $\textcircled{2}$ とする。

$$(1) \quad \textcircled{1} \times 10 \quad 3x + 4y = 5 \quad \dots\dots\textcircled{1}'$$

$$(2) \quad \textcircled{1} \times 100 \quad 10x + 4y = 1500 \quad \dots\dots\textcircled{1}'$$

$$\textcircled{2} \times 3 \quad 3x - 6y = -15 \quad \dots\dots\textcircled{2}'$$

$$\textcircled{2} \times 2 \quad 6x - 4y = 100 \quad \dots\dots\textcircled{2}'$$

$$\textcircled{1}' - \textcircled{2}' \quad 10y = 20$$

$$\textcircled{1}' + \textcircled{2}' \quad 16x = 1600$$

$$y = 2$$

$$x = 100$$

$y = 2$ を $\textcircled{2}$ に代入すると、

$x = 100$ を $\textcircled{2}$ に代入すると、

$$x - 4 = -5$$

$$300 - 2y = 50$$

$$x = -1$$

$$-2y = -250$$

$$(x, y) = (-1, 2)$$

$$y = 125$$

$$(x, y) = (100, 125)$$

$$(3) \quad \textcircled{2} \times 2 \quad x + 2y = 5 \quad \dots\dots\textcircled{2}'$$

$$(4) \quad \textcircled{2} \div 100 \quad 5x = 2(y - 3)$$

$\textcircled{1}$ の x を移項すると、

$$5x - 2y = -6 \quad \dots\dots\textcircled{2}'$$

$$x + y = 2 \quad \dots\dots\textcircled{1}'$$

$$\textcircled{1} \div 5 \quad -4x + 2y = 2 \quad \dots\dots\textcircled{1}'$$

$$\textcircled{2}' - \textcircled{1}' \quad y = 3$$

$$\textcircled{1}' + \textcircled{2}' \quad x = -4$$

$y = 3$ を $\textcircled{1}'$ に代入すると、

$x = -4$ を $\textcircled{1}'$ に代入すると、

$$x + 3 = 2$$

$$16 + 2y = 2$$

$$x = -1$$

$$y = -7$$

$$(x, y) = (-1, 3)$$

$$(x, y) = (-4, -7)$$

問10

次の方程式を解きなさい。

(1) $5x+2y=4=-x-y+3$

(2) $2x+y=x-5y+8=3x-y$

ガイド

$A=B=C$ の形の方程式では、次の3つの連立方程式が考えられます。

(ア) $\begin{cases} A=C \\ B=C \end{cases}$ (イ) $\begin{cases} A=B \\ A=C \end{cases}$ (ウ) $\begin{cases} A=B \\ B=C \end{cases}$

(2)は、(イ)を考えると、加減法で解くときに計算が簡単になりそうなのがわかります。

解答

(1) もとの方程式より、

$$\begin{cases} 5x+2y=4 & \cdots\cdots\text{①} \\ -x-y+3=4 & \cdots\cdots\text{②} \end{cases}$$

②から、 $-x-y=1 \cdots\cdots\text{②}'$
 ②'×2 $-2x-2y=2 \cdots\cdots\text{②}''$
 ①+②'' $3x=6$
 $x=2$

$x=2$ を②'に代入すると、 $y=-3$
 $(x, y)=(2, -3)$

(2) もとの方程式より、

$$\begin{cases} 2x+y=x-5y+8 & \cdots\cdots\text{①} \\ 2x+y=3x-y & \cdots\cdots\text{②} \end{cases}$$

①から、 $x+6y=8 \cdots\cdots\text{①}'$
 ②から、 $-x+2y=0 \cdots\cdots\text{②}'$
 ①'+②' $8y=8$
 $y=1$

$y=1$ を②'に代入すると、 $x=2$
 $(x, y)=(2, 1)$



練習問題

2 連立方程式の解き方

1

次の連立方程式を解きなさい。

(1) $\begin{cases} 4x+y=4 \\ x+y=-5 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 2x+5y=18 \\ x=2y \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 4x-5y=3 \\ 5y=8x-11 \end{cases}$

(4) $\begin{cases} y=3x-2 \\ y=2x+3 \end{cases}$

(5) $\begin{cases} 3x+2y=2 \\ \frac{5}{4}x-\frac{y}{5}=6 \end{cases}$

(6) $\begin{cases} x-3y=19 \\ 0.2x-0.5y=3 \end{cases}$

ガイド

(1)は加減法で、(2)、(3)、(4)は代入法で解きます。

(5)、(6)は両辺に適当な数をかけて、係数を整数にして解きます。

解答

(1) $\begin{cases} 4x+y=4 & \cdots\cdots\text{①} \\ x+y=-5 & \cdots\cdots\text{②} \end{cases}$

①-② $3x=9, x=3$
 $x=3$ を②に代入すると、
 $y=-8$
 $(x, y)=(3, -8)$

(2) $\begin{cases} 2x+5y=18 & \cdots\cdots\text{①} \\ x=2y & \cdots\cdots\text{②} \end{cases}$

②を①に代入すると、
 $4y+5y=18, 9y=18, y=2$
 $y=2$ を②に代入すると、
 $x=4$
 $(x, y)=(4, 2)$

$$(3) \begin{cases} 4x-5y=3 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ 5y=8x-11 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

②を①に代入すると、

$$4x-(8x-11)=3 \\ -4x=-8, x=2$$

$x=2$ を②に代入すると、

$$5y=16-11, 5y=5, y=1$$

$$(x, y)=(2, 1)$$

$$(5) \begin{cases} 3x+2y=2 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ \frac{5}{4}x-\frac{y}{5}=6 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \times 20 \quad 25x-4y=120 \quad \cdots\cdots\textcircled{2}'$$

$$\textcircled{1} \times 2 \quad 6x+4y=4 \quad \cdots\cdots\textcircled{1}'$$

$$\textcircled{1}' + \textcircled{2}' \quad 31x=124$$

$$x=4$$

$x=4$ を①に代入すると、

$$12+2y=2, y=-5$$

$$(x, y)=(4, -5)$$

$$(4) \begin{cases} y=3x-2 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ y=2x+3 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

①を②に代入すると、

$$3x-2=2x+3, x=5$$

$x=5$ を②に代入すると、

$$y=13$$

$$(x, y)=(5, 13)$$

$$(6) \begin{cases} x-3y=19 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ 0.2x-0.5y=3 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \times 10 \quad 2x-5y=30 \quad \cdots\cdots\textcircled{2}'$$

$$\textcircled{1} \times 2 \quad 2x-6y=38 \quad \cdots\cdots\textcircled{1}'$$

$$\textcircled{2}' - \textcircled{1}' \quad y=-8$$

$y=-8$ を①に代入すると、

$$x+24=19, x=-5$$

$$(x, y)=(-5, -8)$$

2 方程式 $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = x + y = 2$ を解きなさい。

ガイド $A=B=C$ の形の方程式です。 $\begin{cases} A=C \\ B=C \end{cases}$ の形の連立方程式になおしてから解きます。

解答 もとの方程式より、

$$\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 2 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ x + y = 2 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 2 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \times 6 \quad 2x+3y=12 \quad \cdots\cdots\textcircled{1}'$$

$$\textcircled{2} \times 2 \quad 2x+2y=4 \quad \cdots\cdots\textcircled{2}'$$

$$\textcircled{1}' - \textcircled{2}' \quad y=8$$

$y=8$ を②に代入すると、

$$x+8=2, x=-6$$

$$(x, y)=(-6, 8)$$