

## 2 一次関数と方程式

点はどのように並んでいるかな？

二元一次方程式

$$2x + y = 5 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

の解について考えましょう。

(1) 次の  $x$  と  $y$  の値の組が、方程式①の解となるように、 に値を書き入れましょう。

$(-1, \text{  })$ ,  $(\text{  }, 5)$ ,  $(0.5, \text{  })$

$(\text{  }, 3)$ ,  $(2.5, \text{  })$ ,  $(\text{  }, -1)$

(2) (1)の  $x$  と  $y$  の値の組を座標とする点を、下(解答欄)の図にかき入れましょう。

ガイド

(1)  $(-1, \text{  })$ ,  $(0.5, \text{  })$ ,  $(2.5, \text{  })$  は、それぞれ  $x = -1$ ,  $x = 0.5$ ,  $x = 2.5$  を  $2x + y = 5$  に代入して、 $y$  の値を求めます。

$(\text{  }, 5)$ ,  $(\text{  }, 3)$ ,  $(\text{  }, -1)$  は、それぞれ  $y = 5$ ,  $y = 3$ ,  $y = -1$  を  $2x + y = 5$  に代入して、 $x$  の値を求めます。

(2) (1)で求めた  $x$ ,  $y$  の値の組を、点として表します。

解答

(1)  $x$  と  $y$  の値の組は、 $(-1, \text{  7 })$ ,  $(\text{  0 }, 5)$ ,

$(0.5, \text{  4 })$ ,  $(\text{  1 }, 3)$ ,  $(2.5, \text{  0 })$ ,

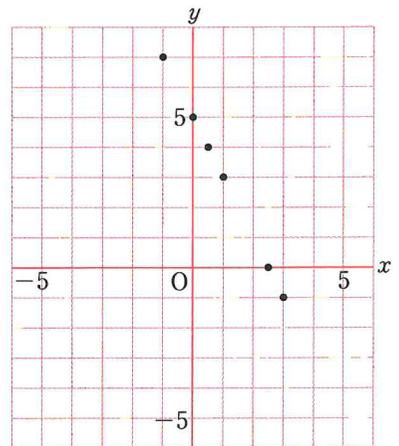
$(\text{  3 }, -1)$

(2) 右の図

参考

$x = 1.5$  のとき  $y = 2$  だから、 $(1.5, 2)$  も二元一次方程式  $2x + y = 5$  の解になります。他の解も調べると、次のようになります。

$x$	-0.5	1.5	2	3.5
$y$	6	2	1	-2



### 話しあおう

教科書  
p. 79

上でかいた図から、どんなことがわかるでしょうか。

解答例

- 二元一次方程式のグラフをかくと直線になりそう。
- 二元一次方程式  $2x + y = 5$  のグラフは、切片が5で、傾きが  $-2$  の直線になりそう。
- 二元一次方程式  $2x + y = 5$  を、一次関数のように変形すると、 $y = -2x + 5$  になるから、一次関数のグラフになりそう。

# 1 方程式とグラフ

**学習のねらい**

$ax+by=c$ ,  $y=k$ ,  $x=h$  のグラフはどのようなになるかを学習し、方程式のグラフと一次関数のグラフとの関係を明らかにします。

**教科書のまとめ テスト前にチェック**

□方程式

$ax+by=c$   
のグラフ

▶二元一次方程式  $ax+by=c$  の解を座標とする点の全体は、この式を  $y$  について解いた一次関数  $(y=-\frac{a}{b}x+\frac{c}{b})$  のグラフと一致し、直線になります。この直線が、**方程式  $ax+by=c$  のグラフ**で、 $ax+by=c$  を、この直線の式といえます。

□ $y=k$  のグラフ

▶ $y=k$  のグラフは、点  $(0, k)$  を通り、 $x$  軸に平行な直線になります。

□ $x=h$  のグラフ

▶ $x=h$  のグラフは、点  $(h, 0)$  を通り、 $y$  軸に平行な直線になります。

**方程式  $ax+by=c$  のグラフについて考えましょう。**

**問1**

次の方程式を、 $y$  について解き、そのグラフを右上(解答欄)の図にかき入れなさい。

教科書 p.80

(1)  $x-2y=6$

(2)  $4x+3y=0$

**ガイド**

等式の性質を利用して、 $y$  について解き、傾きと切片からグラフをかきます。

**解答**

(1)  $x-2y=6$

$-2y=-x+6$

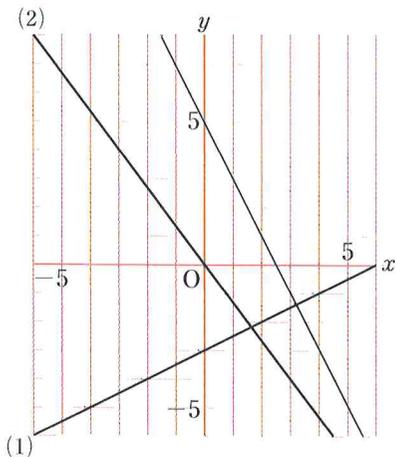
$y=\frac{1}{2}x-3$

(2)  $4x+3y=0$

$3y=-4x$

$y=-\frac{4}{3}x$

グラフは右の図



**問2**

次の方程式のグラフをかきなさい。

教科書 p.81

(1)  $x-y=5$

(2)  $x+2y=-2$

**ガイド**

方程式  $ax+by=c$  のグラフは直線になります。直線上の2点を求めてグラフをかきますが、直線の式の  $x$  に適当な値を代入して  $y$  を求め、2点を決めます。もっとも簡単な2点は、 $y$  軸と交わる点 ( $x=0$  を代入して  $y$  の値を求める) と  $x$  軸と交わる点 ( $y=0$  を代入して  $x$  の値を求める) です。または、 $y=ax+b$  の形に変形して、グラフをかいてもよいです。

## 解答

(1)  $x - y = 5$  ( $y = x - 5$ )

$x = 0$  のとき,  $y = -5$

$y = 0$  のとき,  $x = 5$

2点  $(0, -5)$ ,  $(5, 0)$  を通る直線になる。

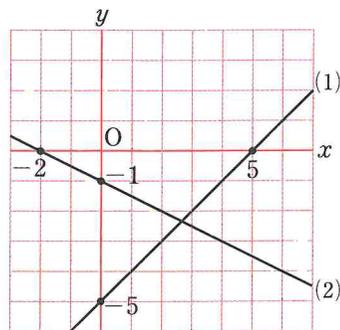
(2)  $x + 2y = -2$  ( $y = -\frac{1}{2}x - 1$ )

$x = 0$  のとき,  $y = -1$

$y = 0$  のとき,  $x = -2$

2点  $(0, -1)$ ,  $(-2, 0)$  を通る直線になる。

グラフは右の図



## 3 説明しよう

教科書  
p.81方程式  $x - 3y = 7$  のグラフを, 座標が整数の組になる2点を求めてかこうと思います。

この直線上で, 座標が整数の組になる点は, どうすれば見つけれられるでしょうか。

下のリンファさん, オリバーさんの考え(省略)も参考にして, 説明しましょう。

## ガイド

方程式  $x - 3y = 7$  を  $x$  について解いて,  $y$  に適当な値を代入してみます。

## 解答例

(説明) 方程式  $x - 3y = 7$  を  $x$  について解くと,

$$x = 3y + 7 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

①の  $y$  に整数を代入したとき,  $x$  の値も整数になる。例えば,

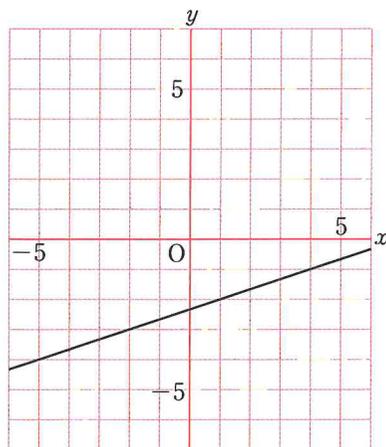
$$y = -1 \text{ のとき, } x = 3 \times (-1) + 7 = 4$$

$$y = -2 \text{ のとき, } x = 3 \times (-2) + 7 = 1$$

だから, 2点  $(4, -1)$ ,  $(1, -2)$  を通る直線をかけばよい。

## 参考

グラフは右の図のようになります。

➤  $y = k$  のグラフ

## 問3

次の方程式のグラフをかきなさい。

教科書  
p.82

(1)  $y = 2$

(2)  $2y = -6$

## ガイド

(1)  $y = k$  は,  $x$  がどんな値をとっても  $y$  の値は  $k$  であることを意味しています。だから, 点  $(0, k)$  を通り,  $x$  軸に平行な直線になります。(2)  $y = \sim$  の形にします。

**解答** (1) 点(0, 2)を通り,  $x$ 軸に平行な直線になる。

グラフは右の図の(1)

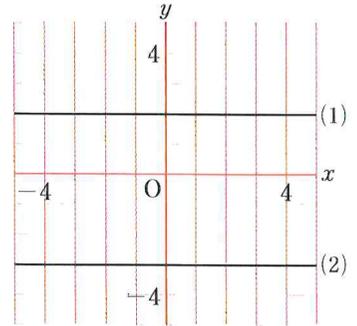
(2)  $2y = -6$

両辺を2でわると,  $y = -3$

よって, グラフは, 点(0, -3)を通り,

$x$ 軸に平行な直線になる。

グラフは右の図の(2)



▶  $x = h$  のグラフ



方程式  $ax + by = c$  で,  $a = 1, b = 0, c = 2$  とすると, 方程式は,  $x = 2$  となります。このグラフは, どんなグラフになるでしょうか。

教科書 p.82

**ガイド**

方程式  $ax + by = c$  で,  $a = 0, b = 1, c = k$  のとき, 方程式は  $y = k$ , グラフは点(0,  $k$ )を通り,  $x$ 軸に平行な直線になりました。

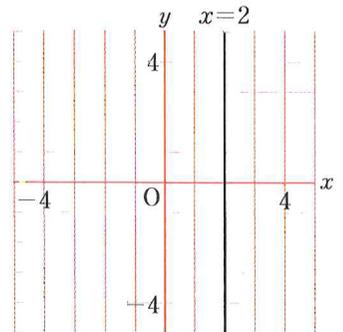
ここでは, 方程式  $ax + by = c$  で,  $a = 1, b = 0, c = h$  の場合を考えます。

このとき, 方程式は  $x = h$  となって, これは,  $y$ がどんな値をとっても $x$ の値は $h$ であることを意味しています。だから, グラフは, 点( $h, 0$ )を通り,  $y$ 軸に平行な直線になります。

**解答**

点(2, 0)を通り,  $y$ 軸に平行な直線になる。

グラフは右の図



**問4**

次の方程式のグラフをかきなさい。

教科書 p.83

(1)  $x = -2$

(2)  $3x = 12$

**ガイド**

$x = h$  のグラフは, 点( $h, 0$ )を通り,  $y$ 軸に平行な直線になります。

(2)  $x = \sim$  の形にします。

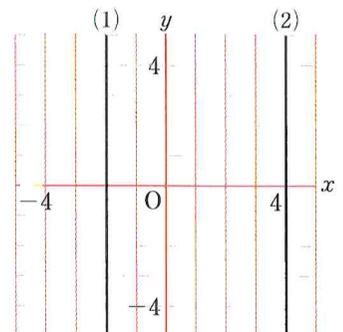
**解答**

(1) グラフは右の図の(1)

(2)  $3x = 12$

$x = 4$

グラフは右の図の(2)



**問5**

$x=0$  は、どんな直線を表していますか。

また、 $y=0$  は、どんな直線を表していますか。

教科書  
p.83

**ガイド**

$x=h$  のグラフは、点  $(h, 0)$  を通り、 $y$  軸に平行な直線を表すから、 $h=0$  として、点  $(0, 0)$  を通り  $y$  軸に平行な直線は何を意味するか考えます。

同じように、 $y=k$  のグラフは、点  $(0, k)$  を通り、 $x$  軸に平行な直線を表すから、 $k=0$  として、点  $(0, 0)$  を通り  $x$  軸に平行な直線を考えます。

**解答**

$x=0$  は  $y$  軸を、 $y=0$  は  $x$  軸を表している。

**練習問題****1** 方程式とグラフ

教科書  
p.83

**1**

次の方程式のグラフをかきなさい。

(1)  $3x-4y=12$

(2)  $4x+y-2=0$

(3)  $3x=2y$

(4)  $4y-16=0$

(5)  $6+2x=0$

**ガイド**

(1)  $x=0$  のとき  $y=-3$ ,  $y=0$  のとき  $x=4$  になります。

(2) 一次関数の式にします。

(3)  $y=\sim$  の形にします。

(4)  $y=k$  のグラフになります。

(5)  $x=h$  のグラフになります。

**解答**

(1) 2点  $(0, -3)$ ,  $(4, 0)$  を通る直線になる。

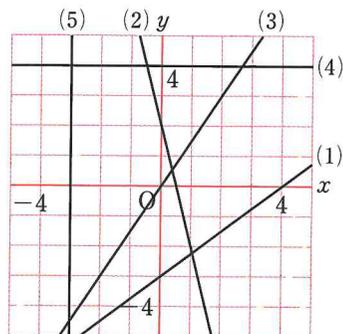
(2)  $y=-4x+2$  となるから、傾き  $-4$ , 切片  $2$  の直線である。

(3)  $y=\frac{3}{2}x$  となるから、原点を通る直線である。

(4)  $y=4$  となるから、点  $(0, 4)$  を通り、 $x$  軸に平行な直線である。

(5)  $x=-3$  となるから、点  $(-3, 0)$  を通り、 $y$  軸に平行な直線である。

グラフは右の図



## 2 連立方程式とグラフ

学習のねらい

二元一次方程式  $ax+by=c$  のグラフが直線であることをもとにして、2直線の交点と連立方程式の解との関係を理解します。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□連立方程式の解とグラフ

▶連立方程式 
$$\begin{cases} ax+by=c & \cdots\cdots\text{①} \\ a'x+b'y=c' & \cdots\cdots\text{②} \end{cases}$$

の解は、直線①、②の交点の座標と一致します。

### 連立方程式とグラフの関係について調べましょう。

教科書 p.84



2つの方程式

$$x+y=7, \quad 2x+y=10$$

のグラフをかき、2直線の交点の座標を読みとりましょう。

また、2つの方程式を連立方程式とみて解きましょう。

どんなことがわかるでしょうか。

ガイド

それぞれの方程式を  $y$  について解いて、切片と傾きを使ってグラフをかきます。

2つの直線の交点の  $x$  座標と  $y$  座標を読みとるのだから、ていねいにかく必要があります。

2つの方程式を連立方程式で解くには、加減法を使うと簡単です。

解答

$x+y=7$  のグラフは、 $y=-x+7$  と変形できるので、

切片7、傾き  $-1$  のグラフ(右の図の直線  $l$ )

$2x+y=10$  のグラフは、 $y=-2x+10$  と変形できるので、

切片10、傾き  $-2$  のグラフ(右の図の直線  $m$ )

グラフから、交点Pの座標は、

$$(3, 4)$$

次に、2つの式を連立方程式とみて解く。

$$\begin{cases} x+y=7 & \cdots\cdots\text{①} \\ 2x+y=10 & \cdots\cdots\text{②} \end{cases}$$

$$\text{②}-\text{①} \quad x=3$$

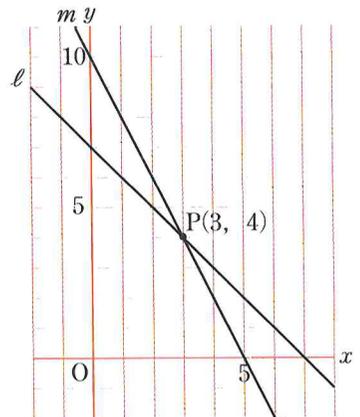
$x=3$  を①に代入すると、 $y=4$

よって、連立方程式の解は、

$$(x, y)=(3, 4)$$

したがって、2直線の交点Pの座標は、その2直線を表す

2つの式を連立方程式とみたときの解と一致している。



## 問1

次の連立方程式を、グラフを使って解きなさい。

$$\begin{cases} x+2y=2 \\ 2x+y=-2 \end{cases}$$

また、計算で求めた解と一致することを確認なさい。

## ガイド

グラフは、それぞれの方程式を  $y$  について解き、傾きと切片からかきます。

## 解答

$$x+2y=2 \quad \cdots\cdots\textcircled{1}$$

$y$  について解くと、 $y=-\frac{1}{2}x+1$  グラフは右の図①

$$2x+y=-2 \quad \cdots\cdots\textcircled{2}$$

$y$  について解くと、 $y=-2x-2$  グラフは右の図②

①、②の交点の座標は  $(-2, 2)$  だから、

連立方程式の解は、 $(x, y)=(-2, 2)$

また、①、②を連立方程式とみて、計算で解を求めると、次のようになる。

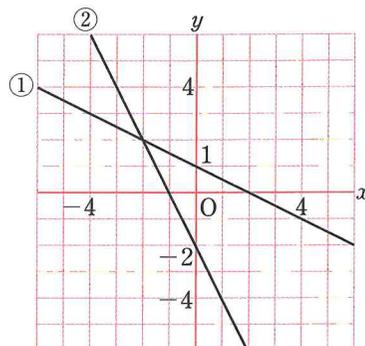
$$\textcircled{1} \times 2 \quad 2x+4y=4 \quad \cdots\cdots\textcircled{1}'$$

$$\textcircled{1}' - \textcircled{2} \quad 3y=6, \quad y=2$$

$y=2$  を①に代入すると、 $x+4=2$ ,  $x=-2$

$$(x, y)=(-2, 2)$$

よって、グラフを使って解いた解は、計算で求めた解と一致する。



## 問2

右の図で、2直線  $l$ ,  $m$  の交点  $P$  の座標を求めなさい。

## ガイド

交点  $P$  の座標は、グラフから読みとれないので、2つの直線の式を求め、それらを連立方程式とみて解きます。直線  $l$  は、切片 2、傾き  $-3$ 、

直線  $m$  は、切片  $-2$ 、傾き  $-\frac{1}{3}$  です。

## 解答

直線  $l$ ,  $m$  の式は、それぞれ、

$$y=-3x+2 \quad \cdots\cdots\textcircled{1}$$

$$y=-\frac{1}{3}x-2 \quad \cdots\cdots\textcircled{2}$$

①を②に代入すると、 $-3x+2=-\frac{1}{3}x-2$ ,  $x=\frac{3}{2}$

$x=\frac{3}{2}$  を①に代入すると、 $y=-\frac{5}{2}$

よって、 $(x, y)=\left(\frac{3}{2}, -\frac{5}{2}\right)$  したがって、交点  $P$  の座標は、 $\left(\frac{3}{2}, -\frac{5}{2}\right)$

