

3章 一次関数

1. 一次関数とグラフ

水面の高さはどう変わるかな？

1日目は、からの水そうに水を入れます。

からの水そうに、1分間に2cmの割合で水面が高くなるように水を入れるとき、底から水面までの高さは時間にもなって変わります。

水を入れはじめてからの時間を x 分、底から水面までの高さを y cmとして、変化のようすを調べましょう。

- (1) x の値が1増えると、 y の値はどうなるでしょうか。
- (2) x の値が2倍、3倍、4倍になると、 y の値はどうなるでしょうか。
- (3) x と y の関係を式に表しましょう。



解答

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y	0	2	4	6	8	10	12	14	16

- (1) x の値が1増えると、 y の値は2増える。
- (2) x の値が2倍、3倍、4倍になると、 y の値も2倍、3倍、4倍になる。
- (3) $y=2x$

2日目の朝、水そうに水を入れようとしたら、1日目に入れた水が残っていました。2日目は、すでに底から8cmの高さまで水がはいった水そうに水を入れます。

話しあおう

底から8cmの高さまで水がはいった水そうに、1分間に2cmの割合で水面が高くなるように水を入れます。水を入れはじめてからの時間を x 分、底から水面までの高さを y cmとすると、この x と y の関係について、どんなことがいえるでしょうか。

1日目の関係と何が違うかな？



教科書 p.61

解答例

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y	8	10	12	14	16	18	20	22	24

- 水面の高さは、はじめは8cmで、毎分2cmの割合で増えていく。
- x の値が2倍、3倍、4倍になっても、 y の値は2倍、3倍、4倍にはならない。
- y の値が、1日目の表の値より、いつも8だけ大きくなっている。
- x と y の関係を式に表すと、 $y=2x+8$ になる。

1

一次関数

学習のねらい

一次関数の性質や式の形を知り、比例との違いや比例との関係を理解し、身のまわりの一次関数で表されるものについて考えます。

教科書のまとめ テスト前にチェック

- 一次関数 ▶ y が x の関数で、 $y=2x+8$ 、 $y=2x$ のように、 y が x の一次式で表されるとき、 y は x の^{いちじかんすう}一次関数であるといいます。
- 一次関数の式 ▶ 一次関数は、次の式で表すことができます。
 $y=ax+b$ a, b は定数
- 一次関数の式の特徴 ▶ 一次関数 $y=ax+b$ は、 x に比例する部分 ax と定数の部分 b の和になっています。
- 一次関数と比例との関係 ▶ 一次関数 $y=ax+b$ で、 $b=0$ の場合、 $y=ax$ となり、比例の関係になります。つまり、比例は一次関数の特別な場合です。

ともなって変わる2つの数量の間関係について調べましょう。

問1

y が x の関数で、次の(ア)~(エ)の式で表されるとき、一次関数であるものをすべて選びなさい。また、一次関数については、 x に比例する部分をいいなさい。

教科書 p.63

$$(ア) y=8x-1 \quad (イ) y=\frac{4}{x} \quad (ウ) y=\frac{1}{3}x \quad (エ) y=5-7x$$

ガイド

一次関数の式は、 $y=ax+b$ で、 a, b は定数です。
 x に比例する部分は ax 、定数の部分は b です。(イ)は反比例の関係です。

解答

一次関数であるもの…(ア)、(ウ)、(エ)

(ア)について、 x に比例する部分は $8x$

(ウ)について、 x に比例する部分は $\frac{1}{3}x$

(エ)について、 x に比例する部分は $-7x$

問2

例1 で、地上からの高度が次のときの気温を、それぞれ求めなさい。

教科書 p.63

$$(1) 1 \text{ km} \quad (2) 4 \text{ km} \quad (3) 8.8 \text{ km}$$

ガイド

地上からの高度 x km と、そのときの気温 $y^\circ\text{C}$ は、 $y=20-6x$ という関係で表されることから考えます。 x の変域は $0 \leq x \leq 10$ です。

解答

$$(1) x=1 \text{ のとき, } y=20-6 \times 1=14 \quad \underline{14^\circ\text{C}}$$

$$(2) x=4 \text{ のとき, } y=20-6 \times 4=-4 \quad \underline{-4^\circ\text{C}}$$

$$(3) x=8.8 \text{ のとき, } y=20-6 \times 8.8=20-52.8=-32.8 \quad \underline{-32.8^\circ\text{C}}$$



練習問題

1 一次関数

教科書 p.64

1 y が x の関数で、次の(ア)~(ウ)の式で表されるとき、一次関数であるものをすべて選びなさい。

(ア) $y = -8x + 3$

(イ) $y = -\frac{12}{x}$

(ウ) $y = \frac{3}{2}(x-2)$

ガイド 一次関数の式は、 $y = ax + b$ と表され、 a, b は定数です。

(ウ)は、かっこをはずして、式を $y = ax + b$ の形になおして考えます。

解答 (ア)は、一次関数である。

(イ)は、反比例の関係になっているので、一次関数ではない。

(ウ)は、 $y = \frac{3}{2}(x-2) = \frac{3}{2}x - 3$ だから、一次関数である。 (ア), (ウ)

2 次の(ア)~(オ)のうち、 y が x の一次関数であるものをすべて選びなさい。

(ア) 300 g ある小麦粉から、 x g 使ったときの残り y g

(イ) 10 km の道のりを、時速 x km で歩いたときにかかる時間 y 時間

(ウ) 時速 4 km で x 時間歩いたときの道のり y km

(エ) 縦の長さ x cm、横の長さ 4 cm の長方形の周りの長さ y cm

(オ) 半径 x cm の球の表面積 y cm²

ガイド 数量の関係を x, y の文字を使って表し、 y について解いた形にして、一次関数かどうか判断します。一次関数の場合は、 $y = ax + b$ (a, b は定数) の形になっています。

(ア) (小麦粉の残りの重さ) = $300 - (\text{使った小麦粉の重さ})$

(イ) (かかる時間) = $\frac{(\text{道のり})}{(\text{時速})}$

(ウ) (道のり) = (時速) × (歩いた時間)

(エ) (長方形の周りの長さ) = (縦の長さ) × 2 + (横の長さ) × 2

または、(長方形の周りの長さ) = {(縦の長さ) + (横の長さ)} × 2

(オ) (球の表面積) = $4\pi \times (\text{半径})^2$

解答 (ア) $y = 300 - x$ と表されるから、一次関数である。

(イ) $y = \frac{10}{x}$ と表されるから、反比例の関係である。

(ウ) $y = 4x$ と表されるから、一次関数である。

(エ) $y = x \times 2 + 4 \times 2$, $y = 2x + 8$ と表されるから、一次関数である。

(オ) $y = 4\pi x^2$ と表されるから、一次関数ではない。

したがって、 y が x の一次関数であるものは、(ア), (ウ), (エ)

参考 (ア)は、 $y = -x + 300$ と変形するとわかりやすくなります。

(ウ)は、比例の式ですが、一次関数の $b = 0$ の場合にあたるから一次関数です。

(オ)は、 $y = 4\pi \times x \times x$ だから、 y が x の一次式で表されていません。

2

一次関数の値の変化

学習のねらい

一次関数で、 x の値の変化にともなって、 y の値がどのように変化するかを調べ、変化の割合が一定であることを確かめます。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□変化の割合

▶ x の増加量に対する y の増加量の割合を、**変化の割合**とといいます。

$$\text{変化の割合} = \frac{y \text{の増加量}}{x \text{の増加量}}$$

□一次関数の変化の割合

▶ 一次関数 $y = ax + b$ では、変化の割合は一定で、 a に等しくなります。

$$\text{変化の割合} = \frac{y \text{の増加量}}{x \text{の増加量}} = a, \quad a \text{は一定}$$

このことは、 x の増加量が1のときの y の増加量が a であることを表しています。したがって、一次関数 $y = ax + b$ では、次のことがいえます。

- ・ $a > 0$ のとき、 x の値が増加すると、 y の値は増加する。
- ・ $a < 0$ のとき、 x の値が増加すると、 y の値は減少する。

一次関数の x の値に対応する y の値の変化のようすを調べましょう。

一次関数 $y = 2x + 1$ で、対応する x 、 y の値を求めると、下の表(解答欄)のようになります。

教科書 p. 65

□にあてはまる数を書き入れ、 x の増加量と y の増加量をくらべましょう。

ガイド

表を見て、 y の増加量を調べます。

解答

		2		1		3				
x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
y	...	-5	-3	-1	1	3	5	7	9	...
		4		2		6				

一次関数 $y = 2x + 1$ で、 x の値が1から4まで変わるとき、

x の増加量は、 $4 - 1 = 3$

y の増加量は、 $9 - 3 = 6$

となり、 y の増加量は、 x の増加量の2倍になっている。

x	1	4	$\frac{6}{3} = 2$
y	3	9	

問1

一次関数 $y = 2x + 1$ で、 x の値が5から9まで変わるとき、 y の増加量は、 x の増加量の何倍になりますか。

教科書 p. 65

ガイド

$y = 2x + 1$ に、 $x = 5$ 、 $x = 9$ をそれぞれ代入して、 y の値を調べます。

解答

$y=2x+1$ で、

$x=5$ のとき、 $y=2 \times 5 + 1 = 11$

$x=9$ のとき、 $y=2 \times 9 + 1 = 19$

よって、右の表のようになる。これより、

x の増加量は 4、 y の増加量は 8

だから、 y の増加量は、 x の増加量の 2 倍になる。

		4	
x	5	9	
y	11	19	$\frac{8}{4}=2$
		8	



一次関数 $y=-2x+7$ について、下の表(解答欄)を完成させて、変化の割合を調べましょう。

教科書 p.66

(1) x の値が 1 から 4 まで変わるとき、 y の増加量を調べ、変化の割合を求めましょう。

(2) x の値が□から○まで変わるとき、□や○の数を自分で決めて、 y の増加量を調べ、変化の割合を求めましょう。

(3) x の増加量が 1 のときの y の増加量を調べましょう。

ガイド

$y=-2x+7$ に、 $x=-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$ を代入して y の値を調べ、表を完成させます。その表を見て、(1)、(2)、(3)の問題に答えます。

解答

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
y	...	13	11	9	7	5	3	1	-1	...

(1) x の増加量は、 $4-1=3$ 、 y の増加量は、 $-1-5=-6$

$$\text{変化の割合} = \frac{-6}{3} = -2$$

(2) x の値が□から○まで変わるとき、例えば、□を -3 、○を 2 とすると、 x の増加量は、 $2-(-3)=5$ 、 y の増加量は、 $3-13=-10$

$$\text{変化の割合} = \frac{-10}{5} = -2$$

(3) x の値が□から 1 増えると、 y の増加量はつねに -2 となる。

問2

一次関数 $y=\frac{2}{3}x+5$ で、次の場合の y の増加量を求めなさい。

教科書 p.66

(1) x の増加量が 1 のとき

(2) x の増加量が 3 のとき

ガイド

変化の割合と x の増加量から、 y の増加量を求めます。

$\frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} = a$ から、 $(y \text{ の増加量}) = a \times (x \text{ の増加量})$ です。

解答

(1) x の増加量が 1 だから、

y の増加量は、

$$\frac{2}{3} \times 1 = \frac{2}{3}$$

(2) x の増加量が 3 だから、

y の増加量は、

$$\frac{2}{3} \times 3 = 2$$

2



- 1 y が x の一次関数で、 x の値が 2 から 6 まで変わるとき、 y の値は -5 から 3 まで変わります。このとき、この一次関数の変化の割合を求めなさい。

ガイド 変化の割合 = $\frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}}$ です。

解答 x の増加量は、 $6 - 2 = 4$
 y の増加量は、 $3 - (-5) = 8$

$$\text{変化の割合} = \frac{8}{4} = 2$$

2

- 2 次の一次関数の変化の割合をいいなさい。また、 x の値が増加するとき、 y の値は増加しますか、減少しますか。

(1) $y = 7x + 2$

(2) $y = -3x + 4$

(3) $y = \frac{1}{5}x - 6$

ガイド 一次関数 $y = ax + b$ の変化の割合は a で、 $a > 0$ の場合は、 x の値が増加するとき y の値は増加し、 $a < 0$ の場合は、 x の値が増加するとき y の値は減少します。

解答 (1) 変化の割合は 7、 x の値が増加するとき、 y の値は増加する。
 (2) 変化の割合は -3 、 x の値が増加するとき、 y の値は減少する。
 (3) 変化の割合は $\frac{1}{5}$ 、 x の値が増加するとき、 y の値は増加する。

- 3 一次関数 $y = -\frac{3}{4}x + 1$ で、 x の増加量が 8 のとき、 y の増加量を求めなさい。

ガイド (y の増加量) = $a \times (x$ の増加量) です。
 変化の割合が分数でも、整数の場合と同じようにして求められます。

解答 x の増加量が 8 だから、 y の増加量は、 $-\frac{3}{4} \times 8 = -6$

-6

3 一次関数のグラフ

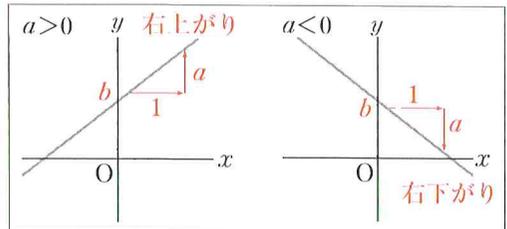
学習のねらい

一次関数のグラフが直線になることを理解し、いろいろな一次関数のグラフがかけられるようにします。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□一次関数の
グラフ

▶一次関数 $y=ax+b$ のグラフは、傾き a 、切片 b の直線で、 a の値によって右のようになります。



注 一次関数 $y=ax+b$ のグラフは、直線 $y=ax$ に平行で、 y 軸上の点 $(0, b)$ を通る直線です。

□一次関数の
グラフのかき方

▶一次関数 $y=ax+b$ のグラフは、切片 b で y 軸との交点を決め、その点を通る傾き a の直線をひいてかくことができます。

一次関数のグラフについて考えましょう。

教科書
p.68



- 一次関数 $y=2x+3$ について、下(解答欄)の表を完成させましょう。
- 上(解答欄)の表で、対応する x と y の値の組を座標とする点を左(解答欄)の図にかき入れましょう。
- 比例の関係 $y=2x$ のグラフを左(解答欄)の図にかき入れましょう。
- 一次関数 $y=2x+3$ のグラフはどんなグラフになるか予想しましょう。

ガイド

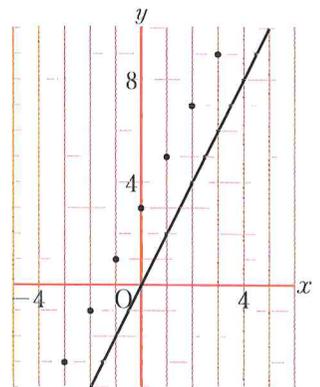
- x の値を $y=2x+3$ の式に代入して、対応する y の値を求めます。

解答

(1)

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	-3	-1	1	3	5	7	9	...

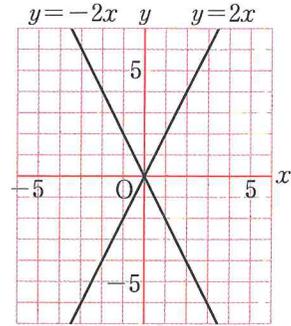
- (1)の表より、次の座標をかき入れる。
 $(-3, -3)$, $(-2, -1)$, $(-1, 1)$, $(0, 3)$,
 $(1, 5)$, $(2, 7)$, $(3, 9)$ (右の図の点)
- グラフは右の図 (原点を通る直線)
- ・グラフは、直線になりそうである。
 ・グラフは、 $y=2x$ のグラフに平行になりそうである。



問1

右の図は、 $y=2x$ と $y=-2x$ のグラフです。これをもとにして、次の一次関数のグラフを右の図にかき入れなさい。

- (1) $y=2x-2$
- (2) $y=-2x+4$
- (3) $y=-2x-3$

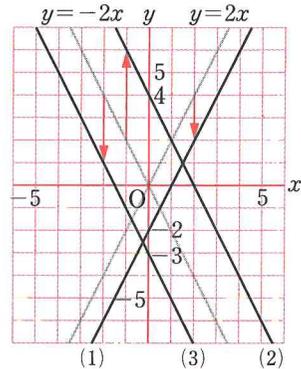


ガイド

(1)は $y=2x$ のグラフを、(2)、(3)は $y=-2x$ のグラフを、それぞれ、上方、または下方にどれだけ平行移動するか、定数の項から判断します。

解答

- (1) $y=2x-2$ のグラフは、 $y=2x$ のグラフを2だけ下方に平行移動した直線である。
- (2) $y=-2x+4$ のグラフは、 $y=-2x$ のグラフを4だけ上方に平行移動した直線である。
- (3) $y=-2x-3$ のグラフは、 $y=-2x$ のグラフを3だけ下方に平行移動した直線である。



よって、グラフは右の図

参考

- (1)のグラフは、直線 $y=2x$ に平行で、点 $(0, -2)$ を通る直線になります。
- (2)、(3)のグラフは、直線 $y=-2x$ に平行で、それぞれ点 $(0, 4)$ 、点 $(0, -3)$ を通る直線になります。

問2

次の直線の切片をいいなさい。

- (1) $y=-3x+5$
- (2) $y=2x-4$
- (3) $y=-5x$

ガイド

直線 $y=ax+b$ では、 b を切片といいます。

解答

- (1) 5
- (2) -4
- (3) 0

一次関数 $y=ax+b$ で、 a の値とグラフの関係を調べましょう。

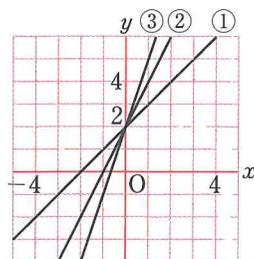


右の図で、①～③は、それぞれ、

- ① $y=x+2$
- ② $y=2x+2$
- ③ $y=3x+2$

のグラフです。

x の係数の違いは、①～③のグラフにどのように現れているでしょうか。



ガイド ①, ②, ③は, $y=ax+2$ の a の値を 1, 2, 3 と 1 ずつ大きくしたものになっています。このときのグラフのようすの違いを答えます。

解答例 $y=ax+2$ の a の値が 1, 2, 3 と大きくなるほど, より起き上がったグラフになっている。

問3 次の直線の傾きと切片をいいなさい。 教科書 p.71

また, それぞれの直線は, 右上がり, 右下がりのどちらになりますか。

- | | |
|------------------------|-------------------------|
| (1) $y=3x-4$ | (2) $y=-x+6$ |
| (3) $y=\frac{4}{5}x-1$ | (4) $y=-\frac{3}{2}x+1$ |

ガイド 直線 $y=ax+b$ で, a は傾き, b は切片です。
 $a>0$ のとき, 右上がりの直線, $a<0$ のとき, 右下がりの直線になります。

- 解答**
- | | |
|------------------------------------|------------------------------------|
| (1) 傾き 3, 切片 -4, 右上がり | (2) 傾き -1, 切片 6, 右下がり |
| (3) 傾き $\frac{4}{5}$, 切片 -1, 右上がり | (4) 傾き $-\frac{3}{2}$, 切片 1, 右下がり |

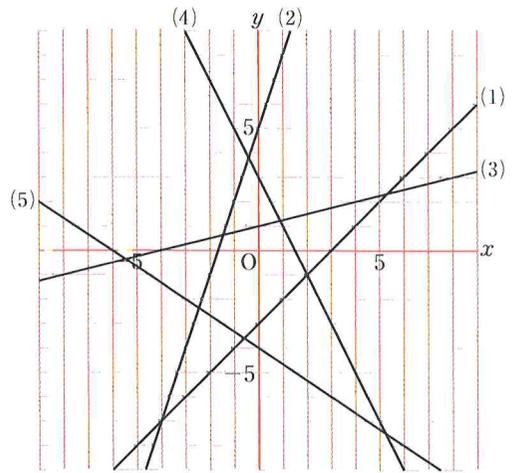
一次関数のグラフをかきましょう。

問4 次の一次関数のグラフをかきなさい。 教科書 p.72

- | | | |
|---------------|-------------------------|------------------------|
| (1) $y=x-3$ | (2) $y=3x+5$ | (3) $y=\frac{1}{4}x+1$ |
| (4) $y=-2x+3$ | (5) $y=-\frac{2}{3}x-4$ | |

ガイド 一次関数 $y=ax+b$ のグラフをかくには, まず, 切片 b で y 軸との交点を決め, その点を通る傾き a の直線をひきます。

解答 グラフは, 右の図



x の変域に制限があるときの y の変域について考えましょう。

教科書
p.73

問5

一次関数 $y=x-1$ について、 x の変域が次のときの y の変域を求めなさい。

(1) $3 \leq x \leq 5$

(2) $-4 \leq x \leq 2$

ガイド

x の変域に制限があるときは、 x の値に対応する y の値を調べます。

解答

(1) $x=3$ のとき $y=2$,

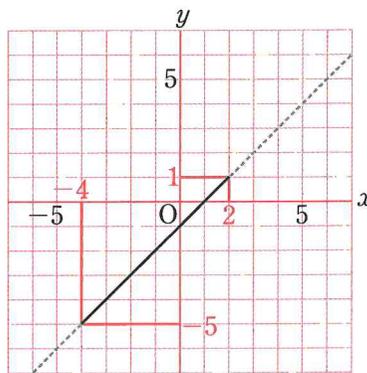
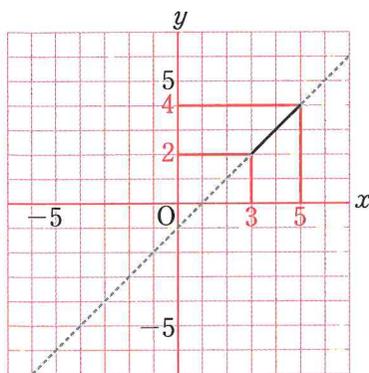
(2) $x=-4$ のとき $y=-5$,

$x=5$ のとき $y=4$

$x=2$ のとき $y=1$

だから、 y の変域は、 $2 \leq y \leq 4$

だから、 y の変域は、 $-5 \leq y \leq 1$



問6

一次関数 $y = -\frac{3}{2}x + 4$ について、 x の変域が次のときの y の変域を求めなさい。

(1) $4 \leq x \leq 6$

(2) $-2 \leq x \leq 2$

教科書
p.73

ガイド

一次関数のグラフをかいて、 x の変域に制限があるときの y の変域を調べます。

解答

(1) $x=4$ のとき $y=-2$,

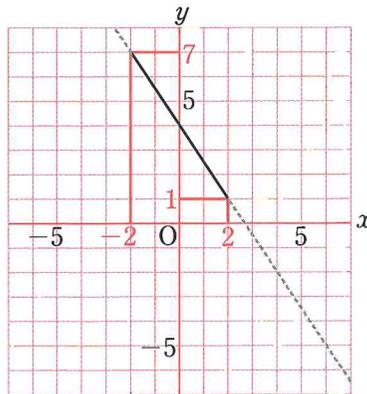
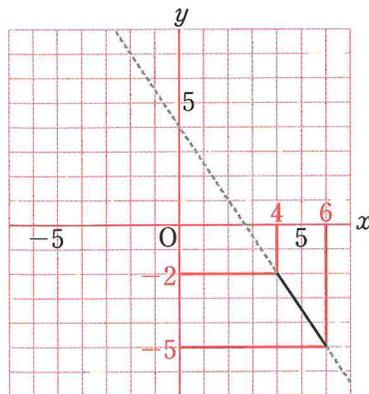
(2) $x=-2$ のとき $y=7$,

$x=6$ のとき $y=-5$

$x=2$ のとき $y=1$

だから、 y の変域は、 $-5 \leq y \leq -2$

だから、 y の変域は、 $1 \leq y \leq 7$



4 一次関数の式を求めること

学習のねらい

与えられたグラフや条件から、一次関数の式を求めます。傾きと切片、傾きとグラフが通る1点の座標、グラフが通る2点の座標などからの求め方を学習します。

教科書のまとめ テスト前にチェック

- 傾きと切片から式を求める ▶グラフから傾き a と切片 b を読みとり、一次関数の式 $y=ax+b$ を求めます。
- 傾きと1点の座標から式を求める ▶傾きがわかっているから、 $y=ax+b$ の a の値は決まります。グラフが通る1点の座標の x, y の値を $y=ax+b$ に代入して、 b の値を求めます。
- 2点の座標から式を求める ▶2点の座標から傾きを求め、2点のうちの1点の座標から式を求めます。
▶ $y=ax+b$ に、2点の座標の x, y の値をそれぞれ代入して、 a, b についての連立方程式とみて解き、 a, b の値を求めます。

一次関数のグラフから、その関数の式を求めましょう。

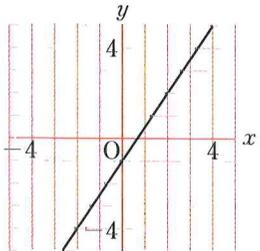
▶傾きと切片がわかるとき

GO 右の図は、ある一次関数のグラフです。このグラフから一次関数の式を求めるには、どうすればよいでしょうか。

ガイド グラフと y 軸との交点の y 座標を調べ、次に、傾きを調べます。この直線は、2点 $(0, -1), (2, 2)$ を通っていることから、傾きを求めることができます。

解答例 グラフの直線の傾きと切片を読みとればよい。

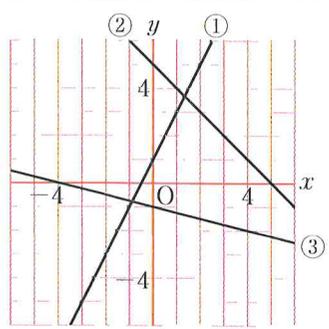
参考 この直線は、点 $(0, -1)$ を通るから、切片は -1
2点 $(0, -1), (2, 2)$ を通っているの、右へ2進むと上へ3進むから、傾きは $\frac{3}{2}$
よって、求める式は、 $y=\frac{3}{2}x-1$ です。



教科書 p.75

問1 右の直線①~③は、一次関数のグラフです。これらの一次関数の式を、それぞれ求めなさい。

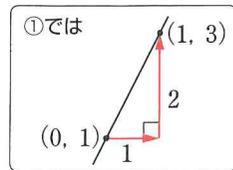
ガイド グラフから、 $y=ax+b$ の a, b の値を求めます。



教科書 p.75

解答

- ① 切片は1，右へ1進むと上へ2進むから，傾きは2
よって， $y=2x+1$
- ② 切片は5，右へ1進むと下へ1進む（上へ-1進む）から，
傾きは-1 よって， $y=-x+5$
- ③ 切片は-1，右へ4進むと下へ1進む（上へ-1進む）
から，傾きは $-\frac{1}{4}$ よって， $y=-\frac{1}{4}x-1$



傾きと1点の座標がわかるとき

問2

y は x の一次関数で，そのグラフが点(1, 2)を通り，傾き-3の直線であるとき，この一次関数の式を求めなさい。

教科書
p.76

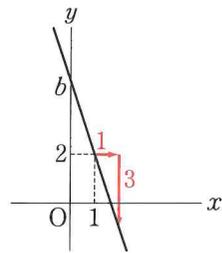
ガイド

傾きが-3だから， $y=-3x+b$ と表して， b の値を求めます。

解答

傾きは-3だから，求める一次関数の式を， $y=-3x+b$ …①とする。
この直線は，点(1, 2)を通るから， $x=1, y=2$ を①に代入すると，
 $2=-3 \times 1 + b, b=5$

傾き-3の直線では，
右へ1進むと下へ3進むんだね。



よって，求める式は， $y=-3x+5$

説明しよう

教科書
p.76

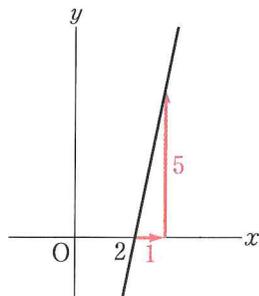
右の図の直線は，ある一次関数のグラフです。この一次関数の式の求め方を説明しましょう。

グラフから切片が読みとれない…



ガイド

与えられたグラフには，直線と y 軸の交点が示されていないから，切片が読みとれません。しかし，傾きは，右に1進むと上へ5進むことが示されているので，5とわかります。そして，直線と x 軸の交点から点(2, 0)を通っていることがわかります。これで，傾きと1点の座標がわかったことになります。



解答例

グラフから，傾きは5だから，求める一次関数の式を，
 $y=5x+b$ …①とする。この直線は，点(2, 0)を通るから，
 $x=2, y=0$ を①に代入すると，
 $0=5 \times 2 + b, b=-10$
よって，求める式は， $y=5x-10$ となる。



グラフをよく見て，傾きと通る点の座標を読みとるのが，ポイントだね！

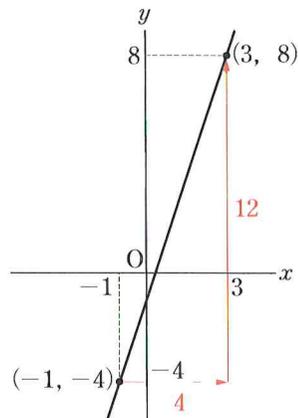
▶ 2点の座標がわかるとき

教科書
p.77

問3 y は x の一次関数で、そのグラフが2点 $(-1, -4)$ 、 $(3, 8)$ を通る直線であるとき、この一次関数の式を求めなさい。

ガイド まず、右のようなだいたいの図をかいてみます。
この直線を通る2点の座標から、傾き a を求めて、求める一次関数の式を、 $y = ax + b$ とします。

2点のうちどちらかを選んで、座標の x 、 y の値をこの式に代入して、切片 b を求めます。
また、求める一次関数の式を、 $y = ax + b$ として、2点の座標の x 、 y の値をそれぞれ代入し、連立方程式をつくらせて解く方法でも、求めることができます。



解答 ・〈傾きと1点の座標で解く〉

2点 $(-1, -4)$ 、 $(3, 8)$ を通る直線の傾きは、

$$\frac{8 - (-4)}{3 - (-1)} = \frac{12}{4} = 3$$

だから、求める一次関数の式を、 $y = 3x + b$ とする。

この直線は、点 $(3, 8)$ を通るから、 $x = 3$ 、 $y = 8$ を代入すると、

$$8 = 3 \times 3 + b$$

$$b = -1$$

よって、求める式は、 $y = 3x - 1$

・〈連立方程式とみて解く〉

求める一次関数の式を、 $y = ax + b$ とする。

$$x = -1 \text{ のとき } y = -4 \text{ だから、} -4 = -a + b \quad \cdots \text{①}$$

$$x = 3 \text{ のとき } y = 8 \text{ だから、} \quad 8 = 3a + b \quad \cdots \text{②}$$

この①と②を、 a 、 b についての連立方程式とみて解くと、

$$\text{②} - \text{①} \quad 12 = 4a, \quad a = 3$$

$$a = 3 \text{ を①に代入すると、} -4 = -3 + b, \quad b = -1$$

$$(a, b) = (3, -1)$$

よって、求める式は、 $y = 3x - 1$

連立方程式の解き方は、2章で学習したね。



参考 2点の座標がわかっているとき、一次関数 $y = ax + b$ の x 、 y に、2点の座標の値を代入して、 a 、 b についての連立方程式とみて解く方法はよく使われます。計算だけで求められるので、連立方程式の解き方に習熟してさえいれば確実に便利です。

一方、だいたいのグラフをかいて、傾きと1点の座標で解く方法は、式がグラフで確認できるので、誤りが少なくなります。

どちらの方法でも解けるようにしておきましょう。

教科書 p.77

問4

y は x の一次関数で、 $x=-2$ のとき $y=-1$ 、 $x=4$ のとき $y=8$ となります。
この一次関数の式を求めなさい。

ガイド

一次関数を $y=ax+b$ として、 $x=-2, y=-1$ を代入した式と、 $x=4, y=8$ を代入した式を、 a, b についての連立方程式とみて解きます。

解答

求める一次関数の式を、 $y=ax+b$ とする。

$x=-2$ のとき $y=-1$ だから、 $-1=-2a+b$ ……①

$x=4$ のとき $y=8$ だから、 $8=4a+b$ ……②

この①と②を、 a, b についての連立方程式とみて解くと、

②-① $9=6a, a=\frac{3}{2}$

$a=\frac{3}{2}$ を①に代入すると、 $b=2$

$(a, b)=\left(\frac{3}{2}, 2\right)$

よって、求める式は、 $y=\frac{3}{2}x+2$

教科書 p.78

まとめよう

これまでに、表、式、グラフを使って、一次関数を調べてきました。ここで、一次関数を1つ決めて、その表、式、グラフをかき、それらの関係についてまとめましょう。

解答例

$y=-\frac{1}{2}x+1$ について考える。

〈一次関数 $y=-\frac{1}{2}x+1$ の表、式、グラフの関係について〉

表	式	グラフ																						
<p>$x=0$ のときの y の値</p> <table border="1" style="margin: auto;"> <tr> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none; text-align: center;">1</td> <td style="border: none;"></td> </tr> <tr> <td style="border: none; text-align: center;">x</td> <td style="border: none; text-align: center;">...</td> <td style="border: none; text-align: center;">-2</td> <td style="border: none; text-align: center;">-1</td> <td style="border: none; text-align: center;">0</td> <td style="border: none; text-align: center;">1</td> <td style="border: none; text-align: center;">2</td> <td style="border: none; text-align: center;">...</td> </tr> <tr> <td style="border: none; text-align: center;">y</td> <td style="border: none; text-align: center;">...</td> <td style="border: none; text-align: center;">2</td> <td style="border: none; text-align: center;">$\frac{3}{2}$</td> <td style="border: none; text-align: center;">1</td> <td style="border: none; text-align: center;">$\frac{1}{2}$</td> <td style="border: none; text-align: center;">0</td> <td style="border: none; text-align: center;">...</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;"> $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ </p> <p>x の増加量が1のときの y の増加量</p>		1	1	1	1		x	...	-2	-1	0	1	2	...	y	...	2	$\frac{3}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0	...	<p>定数の部分</p> <p>x に比例する部分</p> $y = -\frac{1}{2}x + 1$ <p>変化の割合</p>	<p>切片</p> <p>傾き</p>
	1	1	1	1																				
x	...	-2	-1	0	1	2	...																	
y	...	2	$\frac{3}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0	...																	

表で、 $x=0$ のときの y の値1が、式では定数の部分の1になり、グラフでは切片の1になる。表で、 x の増加量が1のときの y の増加量 $-\frac{1}{2}$ が、式では変化の割合になり、グラフでは傾きになり、このグラフの直線は、右へ1進むと上へ $-\frac{1}{2}$ 進むことになる。

練習問題

4 一次関数の式を求めること

教科書
p.78

1

次の一次関数の式を求めなさい。

- (1) グラフが、点(2, -1)を通り、傾き3の直線である。
- (2) 変化の割合が-5で、 $x=2$ のとき $y=3$ である。
- (3) $x=-3$ のとき $y=2$ で、 x の増加量が3のときの y の増加量が5である。
- (4) グラフが、点(0, 5)を通り、 $y=\frac{2}{3}x$ のグラフに平行な直線である。
- (5) グラフが、2点(0, -2), (4, 1)を通る直線である。
- (6) $x=-2$ のとき $y=2$, $x=2$ のとき $y=8$ である。

ガイド

- (1) 求める式を $y=3x+b$ として、 $x=2$, $y=-1$ を代入して b の値を求めます。
- (5) 2点の座標から傾きを求めます。
- (6) $y=ax+b$ において、 x, y の値を代入し、 a, b についての連立方程式を解きます。

解答

- (1) 傾きは3だから、求める一次関数の式を、 $y=3x+b$ とする。
点(2, -1)を通るから、 $-1=3 \times 2 + b$, $b=-7$
よって、求める式は、 $y=3x-7$
- (2) 変化の割合が-5だから、求める一次関数の式を、 $y=-5x+b$ とする。
 $x=2$, $y=3$ を代入すると、 $3=-5 \times 2 + b$, $b=13$
よって、求める式は、 $y=-5x+13$
- (3) x の増加量が3のときの y の増加量が5だから、変化の割合は、 $\frac{5}{3}$
求める一次関数の式を $y=\frac{5}{3}x+b$ として、 $x=-3$, $y=2$ を代入すると、
 $2=\frac{5}{3} \times (-3) + b$, $b=7$ よって、求める式は、 $y=\frac{5}{3}x+7$
- (4) $y=\frac{2}{3}x$ のグラフに平行な直線だから、傾きは $\frac{2}{3}$
グラフが点(0, 5)を通るから、切片は5
よって、求める式は、 $y=\frac{2}{3}x+5$
- (5) 2点(0, -2), (4, 1)を通るから、切片は-2, 傾きは、 $\frac{1-(-2)}{4-0}=\frac{3}{4}$
よって、求める式は、 $y=\frac{3}{4}x-2$
- (6) 求める一次関数の式を、 $y=ax+b$ とする。
 $x=-2$ のとき $y=2$ だから、 $2=-2a+b$ ……①
 $x=2$ のとき $y=8$ だから、 $8=2a+b$ ……②
①と②を、 a, b についての連立方程式とみて解くと、 $(a, b)=\left(\frac{3}{2}, 5\right)$
よって、求める式は、 $y=\frac{3}{2}x+5$