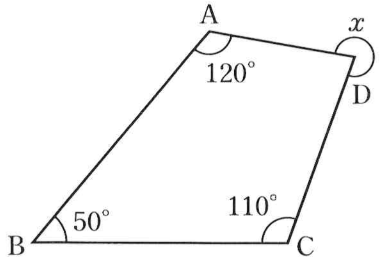
2節 図形の性質の利用

角の大きさを求めることができるかな？

これまでに，角と平行線の性質や多角形の角の性質などを学んできました。

学んだことを使うと，例えば，(教科書) 109 ページの 1 (4)のような四角形については，∠A，∠B，∠C の大きさがわかっていれば，∠x の大きさを求めることができました。

上 (右) の四角形の点 D を動かして図形の形を変えても，∠x の大きさを求めることはできるでしょうか。



話しあおう

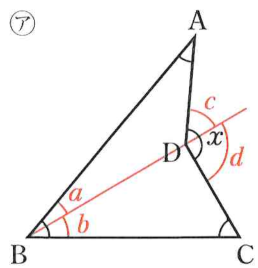
教科書 p.114

右の図で，∠A，∠B，∠C の大きさがわかっているとき，∠x の大きさを求めるにはどうすればよいでしょうか。(図は省略)

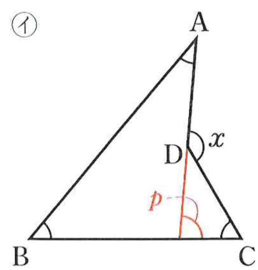
ガイド 適当な補助線をひいて，三角形の内角・外角の性質を使って求めます。

解答例

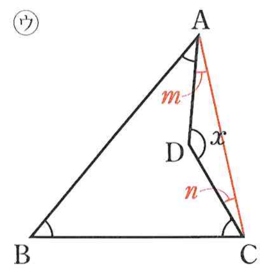
- ㋐のように補助線をひくと，
  三角形の内角・外角の性質から，
  $\angle a+\angle \mathrm{A}=\angle c$，$\angle b+\angle \mathrm{C}=\angle d$
  また，$\angle a+\angle b=\angle \mathrm{B}$，$\angle x=\angle c+\angle d$
  よって，$\angle x=\angle a+\angle \mathrm{A}+\angle b+\angle \mathrm{C}$
  $=\angle \mathrm{A}+(\angle a+\angle b)+\angle \mathrm{C}$
  $=\angle \mathrm{A}+\angle \mathrm{B}+\angle \mathrm{C}$



- ㋑のように補助線をひくと，
  三角形の内角・外角の性質から，
  $\angle x=\angle p+\angle \mathrm{C}$
  また，$\angle p=\angle \mathrm{A}+\angle \mathrm{B}$
  よって，$\angle x=\angle \mathrm{A}+\angle \mathrm{B}+\angle \mathrm{C}$



- ㋒のように補助線をひくと，
  三角形の内角の和は 180° だから，
  $\angle \mathrm{A}+\angle \mathrm{B}+\angle \mathrm{C}+\angle m+\angle n=180^\circ$ より，
  $\angle m+\angle n=180^\circ-(\angle \mathrm{A}+\angle \mathrm{B}+\angle \mathrm{C})$
  また，$\angle x+\angle m+\angle n=180^\circ$
  よって，$\angle x=180^\circ-(\angle m+\angle n)$
  $=180^\circ-\{180^\circ-(\angle \mathrm{A}+\angle \mathrm{B}+\angle \mathrm{C})\}$
  $=\angle \mathrm{A}+\angle \mathrm{B}+\angle \mathrm{C}$



1 図形の性質の利用

学習のねらい

角の大きさを求めたり，距離(きょり)を求めることができる理由を説明したりして，いろいろな問題を解決することにより，図形の性質についての理解を深めます。

教科書のまとめ **テスト前にチェック**

□図形の性質の利用

▶角の大きさや線分の長さなど，いろいろな図形の問題を解決するために，これまでに学んだ図形の性質を使うことを考えます。

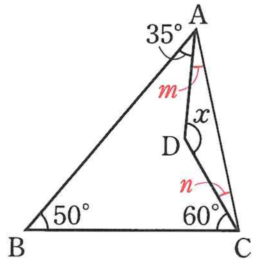
説明しよう

教科書 p.115

かりんさんとけいたさんは，次のように考えて $\angle x$ の大きさを求めました。
それぞれどのように考えたのか，説明しましょう。(図は省略)
〈かりん〉 線分 AC をひいて，2 つの三角形をつくったよ。
〈けいた〉 線分 BD をひいて，2 つの三角形をつくったよ。

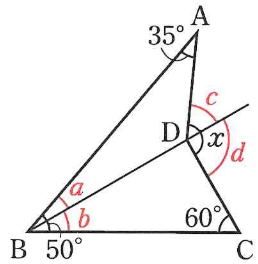
ガイド 三角形の内角・外角の性質を使って求めます。

解答例 (説明) 〈かりん〉



線分 AC をひくと，三角形の内角の和は 180° だから，
$35°+50°+60°+\angle m+\angle n=180°$ より，
$\angle m+\angle n=35°$
また，$\angle m+\angle n+\angle x=180°$
よって，$\angle x=180°-35°=\mathbf{145°}$

〈けいた〉



線分 BD をひいて右の図のようにのばすと，三角形の内角・外角の性質から，
$\angle a+35°=\angle c$，$\angle b+60°=\angle d$
また，$\angle a+\angle b=50°$，$\angle x=\angle c+\angle d$
よって，$\angle x=\angle a+35°+\angle b+60°$
$=(\angle a+\angle b)+95°$
$=50°+95°=\mathbf{145°}$

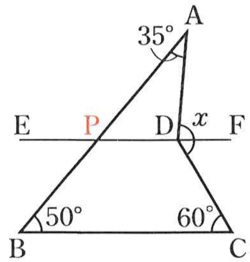
説明しよう

教科書 p.116

右の図 (省略) のように，点Dを通り，辺 BC に平行な直線 EF をひいて $\angle x$ の大きさを求めるには，どのように考えればよいでしょうか。

ガイド 平行線の同位角，錯角は等しいことを使って考えます。

解答例　右の図で，平行線の同位角，錯角は等しいので，
$\angle APD=50°$，$\angle CDF=60°$
三角形の内角・外角の性質から，△APD で，
$\angle ADF=\angle A+\angle APD=35°+50°=85°$
よって，$\angle x=\angle ADF+\angle CDF=85°+60°=\mathbf{145°}$



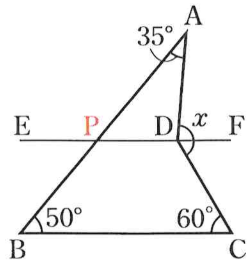
1　$\angle A$，$\angle B$，$\angle C$，$\angle x$ の大きさの関係について考えます。

教科書 p.116

(1)　4つの角の大きさの間には，どのような関係が成り立つと予想できますか。
(2)　(1)の予想が正しいことを，図形の性質を使って確かめなさい。

ガイド　上の 説明しよう の考え方を使って考えます。

解答例　(1)　$\boldsymbol{\angle x=\angle A+\angle B+\angle C}$
(2)　右の図で，平行線の同位角，錯角は等しいので，
$\angle APD=\angle B$，$\angle CDF=\angle C$
三角形の内角・外角の性質から，△APD で，
$\angle ADF=\angle A+\angle APD$
よって，$\angle x=\angle ADF+\angle CDF=\angle A+\angle APD+\angle C=\angle A+\angle B+\angle C$



参考　この本の 110 ページの 話しあおう のように考えても説明できます。

三角形の合同の利用

説明しよう

教科書 p.117

上の①～③の方法（省略）で，陸上の地点Aから船Bまでの距離を求めることができる理由を説明しましょう。

ガイド　2つの三角形が合同になることを使って考えます。

解答例　（説明）①の方法から，$\angle A=90°$，AC＝DC
②の方法から，$\angle D=90°$，また，対頂角は等しいから，
$\angle ACB=\angle DCE$
よって，△ABC と △DEC で，
1組の辺とその両端の角が，それぞれ等しいので，
△ABC≡△DEC
合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので，AB＝DE
したがって，①～③の方法で，陸上の地点Aから船Bまでの距離を求めることができる。