

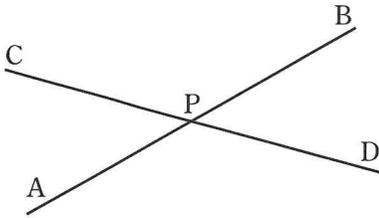
4章 図形の調べ方

1. 平行と合同

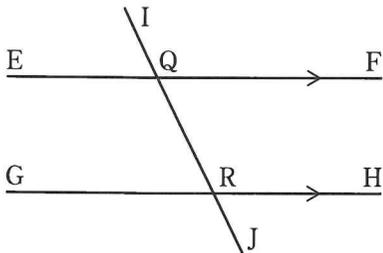
平行な直線の性質を調べよう

けいたさんは、直線が交わってできる角の大きさについて考えることにしました。

(ア) 2つの直線 AB, CD が交わってできる角



(イ) 平行な2直線 EF, GH と、それらに交わる直線 IJ によってできる角



話しあおう

教科書
p.97

上の(ア)の図で、2つの直線が交わってできる角には、どんな関係があるでしょうか。

また、上の(イ)の図で、平行な2直線と、それらに交わる直線によってできる角には、どんな関係があるでしょうか。

ガイド 分度器を使って、角の間の関係を調べます。

解答例 <(ア)の図>

$$\angle CPA = \angle BPD (=45^\circ)$$

$$\angle CPB = \angle APD (=135^\circ)$$

向かいあっている角の大きさは等しい。

このことは、直線 AB, CD が交わる角度を変えても、いつでもいえそうである。

<(イ)の図>

$$\angle IQE = \angle FQR = \angle QRG = \angle HRJ (=64^\circ)$$

$$\angle IQF = \angle EQR = \angle QRH = \angle GRJ (=116^\circ)$$

このことは、直線 IJ のひき方を変えても、いつでもいえそうである。

1 角と平行線

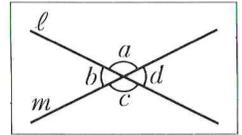
学習のねらい

2つの直線が交わってできる角の性質、2つの直線にもう1本の直線が交わってできる角の位置関係と性質、平行線の性質と平行線になる条件を学習します。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□対頂角

▶右の図で、 $\angle a$ と $\angle c$ のように向かいあっている2つの角を、**対頂角**といいます。

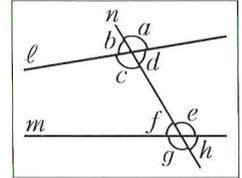


□対頂角の性質

▶対頂角は等しいです。

□同位角・錯角

▶右の図で、 $\angle a$ と $\angle e$ のような位置にある2つの角を、**同位角**といいます。
また、 $\angle c$ と $\angle e$ のような位置にある2つの角を、**錯角**といいます。



□平行線の性質

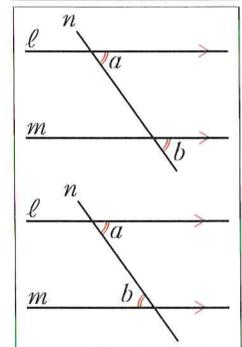
▶2つの直線に1つの直線が交わる時、次のことが成り立ちます。

- ① 2つの直線が平行ならば、同位角は等しい。
- ② 2つの直線が平行ならば、錯角は等しい。

□平行線になるための条件

▶2つの直線に1つの直線が交わる時、次のことが成り立ちます。

- ① 同位角が等しいならば、この2つの直線は平行である。
- ② 錯角が等しいならば、この2つの直線は平行である。



直線が交わってできる角の性質について調べましょう。

▶対頂角



左の直線に交わる直線をひき、交点のまわりにできる角の大きさを測ってみましょう。(図は省略)

教科書 p.98

ガイド

向かいあっている角の大きさを測ってみましょう。

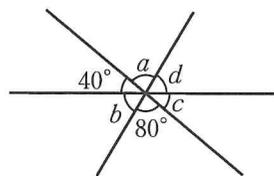
解答例

- 向かいあっている角の大きさは等しい。
- となりあう2つの角の和は 180°

問1

右の図のように、3直線が1点で交わっています。
このとき、 $\angle a$ 、 $\angle b$ 、 $\angle c$ 、 $\angle d$ の大きさを求めなさい。

教科書 p.98

**ガイド**

対頂角は等しいです。一直線のつくる角は 180° です。
これらのことを利用して、求められる角から順に求めていきます。

解答

40° の角の対頂角は $\angle c$ だから、 $\angle c = 40^\circ$

80° の角の対頂角は $\angle a$ だから、 $\angle a = 80^\circ$

また、 $40^\circ + \angle b + 80^\circ$ は一直線になるから、 $\angle b = 180^\circ - (40^\circ + 80^\circ) = 60^\circ$

$\angle b$ と $\angle d$ は対頂角だから、 $\angle d = \angle b = 60^\circ$

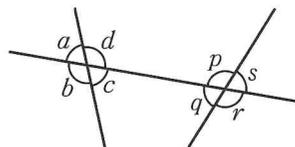
$$\underline{\underline{\angle a = 80^\circ, \angle b = 60^\circ, \angle c = 40^\circ, \angle d = 60^\circ}}$$

▶ 同位角・錯角と平行線**問2**

右の図で、 $\angle a$ の同位角をいいなさい。

また、 $\angle p$ の錯角をいいなさい。

教科書 p.99

**ガイド**

同じ向きの角と反対向きの角をさがしてみましょう。

解答

$\angle a$ の同位角は $\angle p$ 、 $\angle p$ の錯角は $\angle c$

参考

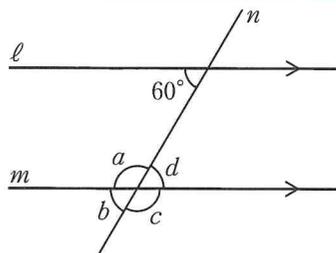
同位角や錯角という用語は、ふつう平行線に1本の直線が交わっている図の中で出てきます。そのために、**問2**のような図では同位角や錯角がわからなくなることがあります。同位角や錯角は、2つの直線に1つの直線が交わってできる角の位置関係で、2直線が平行であるかどうかは関係ないことを確認しておきましょう。



2つの平行な直線 l 、 m に、右の図のように直線 n をひきました。

このとき、 $\angle a$ 、 $\angle b$ 、 $\angle c$ 、 $\angle d$ の大きさはどうなるでしょうか。

教科書 p.100

**ガイド**

平行線と同位角の関係から考えます。

また、対頂角は等しいです。

解答

$l \parallel m$ より、同位角は等しいので、 $\angle b = 60^\circ$

$\angle b$ と $\angle d$ は対頂角だから、 $\angle d = \angle b = 60^\circ$

$\angle a + \angle d = 180^\circ$ で $\angle d = 60^\circ$ より、 $\angle a = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

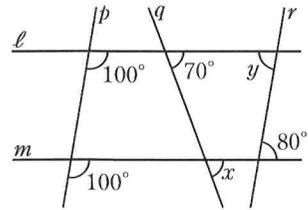
$\angle a$ と $\angle c$ は対頂角だから、 $\angle c = \angle a = 120^\circ$

$$\underline{\underline{\angle a = 120^\circ, \angle b = 60^\circ, \angle c = 120^\circ, \angle d = 60^\circ}}$$

教科書
p.101

問3 右の図について、次の問いに答えなさい。

- (1) $l \parallel m$ である理由をいいなさい。
- (2) $\angle x$, $\angle y$ の大きさを求めなさい。
- (3) l と m のほかに、平行な直線の組を見つけ、記号 \parallel を使って表しなさい。



解答 (1) (理由) 同位角である2つの角の大きさが、それぞれ 100° で等しいので、 $l \parallel m$ である。

(2) $l \parallel m$ ならば、同位角は等しいので、

$$\angle x = 70^\circ$$

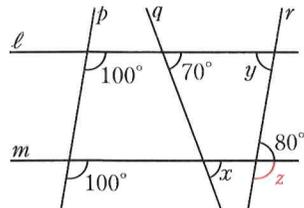
$l \parallel m$ ならば、錯角は等しいので、

$$\angle y = 80^\circ$$

$$\underline{\angle x = 70^\circ, \angle y = 80^\circ}$$

(3) 右の図で、 $\angle z = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$

同位角が 100° で等しいから、 $p \parallel r$ である。



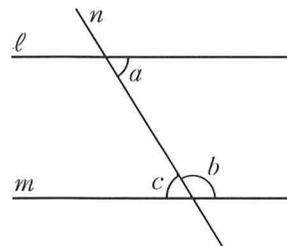
教科書
p.102

説明しよう

右の図で、

$$\angle a + \angle b = 180^\circ \text{ ならば、} l \parallel m$$

であることを説明しましょう。



ガイド 一直線のつくる角は 180° であることと、平行線と錯角の関係を利用します。

解答例 (説明) $\angle a + \angle b = 180^\circ$ より、 $\angle a = 180^\circ - \angle b$ ……①

また、 $\angle c + \angle b = 180^\circ$ より、 $\angle c = 180^\circ - \angle b$ ……②

①、②から、 $\angle a = \angle c$ これらは錯角で、錯角が等しいならば、2つの直線は平行であるから、 $l \parallel m$

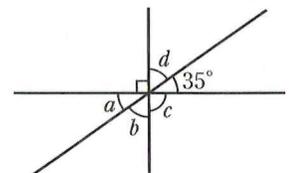
よって、 $\angle a + \angle b = 180^\circ$ ならば、 $l \parallel m$ である。

練習問題

① 角と平行線

教科書
p.102

- 1 右の図のように、3直線が1点で交わっています。このとき、 $\angle a$, $\angle b$, $\angle c$, $\angle d$ の大きさを求めなさい。

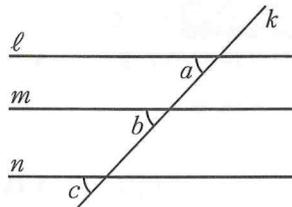


ガイド 一直線のつくる角は 180° であることと、対頂角は等しいことを利用します。

解答 一直線のつくる角は 180° なので、 $\angle d = 180^\circ - (90^\circ + 35^\circ) = 55^\circ$
 対頂角は等しいので、 $\angle a = 35^\circ$ 、 $\angle b = \angle d = 55^\circ$ 、 $\angle c = 90^\circ$

$$\underline{\angle a = 35^\circ, \angle b = 55^\circ, \angle c = 90^\circ, \angle d = 55^\circ}$$

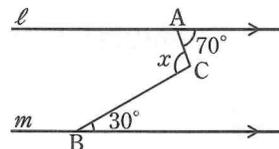
2 右の図で、角の関係を使って、
 $l \parallel m$ 、 $m \parallel n$ ならば、 $l \parallel n$
 であることを説明しなさい。



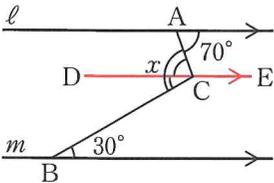
ガイド 平行線と同位角の関係から考えます。

解答例 (説明) 平行線の同位角は等しいので、
 $l \parallel m$ だから、 $\angle a = \angle b$ ……①
 $m \parallel n$ だから、 $\angle b = \angle c$ ……②
 ①、②から、 $\angle a = \angle c$
 同位角が等しいので、 $l \parallel n$ である。

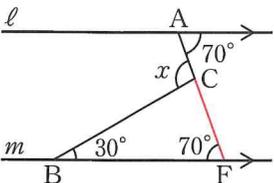
3 右の図で、 $l \parallel m$ のとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。



ガイド 点Cを通り、 l に平行な直線をひいて、平行線の性質を使って求めます。

解答  点Cを通り、 l に平行な直線DEをひくと、錯角は等しいので、
 $\angle x = \angle ACD + \angle BCD$
 $= 70^\circ + 30^\circ$
錯角 錯角
 $= 100^\circ$ $\underline{\angle x = 100^\circ}$

参考 次のような方法でも求められます。この方法は、教科書104ページで学習します。

 ACを延長して、直線 m との交点をFとすると、
 $\angle CFB = 70^\circ$ (錯角)
 よって、 $\angle x = \angle CBF + \angle CFB$
 $= 30^\circ + 70^\circ$
 $= 100^\circ$

2 多角形の角

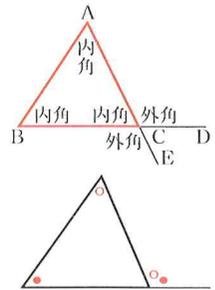
学習のねらい

三角形の3つの内角の和が 180° であることをもとに、三角形の内角と外角の関係や、多角形（へこみのあるものは考えない）の内角や外角の和を考えます。また、内角の大きさによって三角形を分類します。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□三角形の内角と外角

▶右の図で、 $\triangle ABC$ の3つの角 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ を、**内角**といいます。また、 $\angle ACD$ 、 $\angle BCE$ を、 $\triangle ABC$ の頂点Cにおける**外角**といいます。



□三角形の内角・外角の性質

▶① 三角形の3つの内角の和は 180° である。
 ② 三角形の1つの外角は、そのとなりにない2つの内角の和に等しい。

□鋭角・鈍角

▶ 0° より大きく 90° より小さい角を**鋭角**、 90° より大きく 180° より小さい角を**鈍角**といいます。

□三角形の分類

▶**鋭角三角形**……3つの内角がすべて鋭角である三角形
直角三角形……1つの内角が直角である三角形
鈍角三角形……1つの内角が鈍角である三角形

□多角形の内角の和

▶ n 角形の内角の和は、 $180^\circ \times (n-2)$ である。

□多角形の外角の和

▶多角形の外角の和は、 360° である。

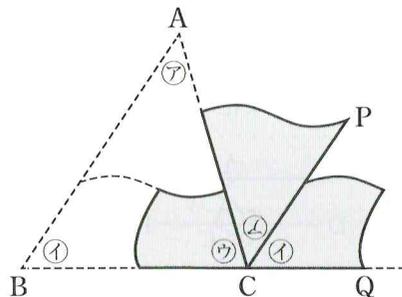
三角形の角の性質について調べましょう。

右の図で、直線BAとCPはどんな位置関係にあるでしょうか。

ガイド 錯角または同位角を見つけて平行線の性質を使います。

解答 切り取って移動した角⑦は、 $\angle A$ に等しいから、 $\angle A = \angle ACP$
 錯角が等しいので、 $BA \parallel CP$

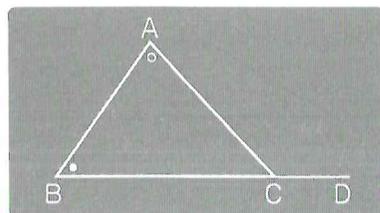
参考 角①に着目して、 $\angle B = \angle PCQ$ (同位角が等しい) からも、 $BA \parallel CP$ がいえます。



教科書 p.103

説明しよう

$\triangle ABC$ で、辺BCを延長した直線上の点をDとします。このとき、 $\angle A + \angle B$ と等しい角はどれですか。
 また、その理由を説明しましょう。



教科書 p.104

ガイド

補助線をひいて、平行線の性質を使って説明します。

解答例

$\angle A + \angle B$ と等しい角は、 $\angle ACD$

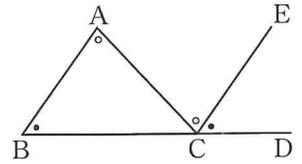
(説明) 点Cを通り、辺BAに平行な直線CEをひくと、

$BA \parallel CE$ より、 $\angle A = \angle ACE$ (錯角)

$\angle B = \angle ECD$ (同位角)

よって、 $\angle A + \angle B = \angle ACE + \angle ECD$

$= \angle ACD$



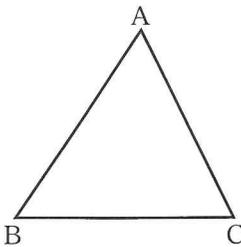
参考

三角形の3つの内角の和が 180° になることから、 $\angle A + \angle B + \angle ACB = 180^\circ$ ……①

また、 $\angle BCD = 180^\circ$ ……② ①, ②から、 $\angle A + \angle B + \angle ACB = \angle BCD$ ……③

③の両辺から $\angle ACB$ をひいて、 $\angle A + \angle B = \angle ACD$ と説明してもかまいません。

問1



$\triangle ABC$ で、頂点Aにおける外角を、左の図に示しなさい。

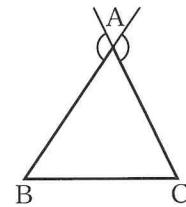
教科書 p.104

ガイド

1つの頂点における外角は、2通り考えられます。

解答

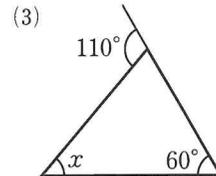
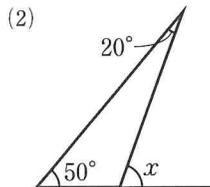
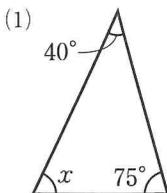
右の図



問2

下の図で、 $\angle x$ の大きさを、それぞれ求めなさい。

教科書 p.105



ガイド

(1) 三角形の3つの内角の和は 180° であることを使います。

(2), (3) 三角形の1つの外角は、そのとなりにない2つの内角の和に等しいことを使います。

解答

(1) $\angle x = 180^\circ - (40^\circ + 75^\circ) = 65^\circ$

(2) $\angle x = 20^\circ + 50^\circ = 70^\circ$

(3) $\angle x + 60^\circ = 110^\circ$ だから、 $\angle x = 110^\circ - 60^\circ = 50^\circ$

内角の大きさによって、三角形を分類しましょう。

教科書 p.105

問3 三角形で、2つの内角が次のような大きさのとき、その三角形は、鋭角三角形、直角三角形、鈍角三角形のどれになりますか。

- (1) $20^\circ, 60^\circ$ (2) $50^\circ, 80^\circ$ (3) $25^\circ, 65^\circ$

ガイド 2つの内角から残りの内角を求めて考えます。

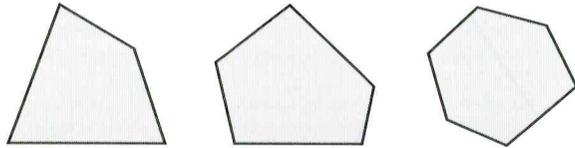
解答 (1) 残りの内角は、 $180^\circ - (20^\circ + 60^\circ) = 100^\circ$ 鈍角三角形
 (2) 残りの内角は、 $180^\circ - (50^\circ + 80^\circ) = 50^\circ$ 鋭角三角形
 (3) 残りの内角は、 $180^\circ - (25^\circ + 65^\circ) = 90^\circ$ 直角三角形

多角形の内角の和や外角の和について調べましょう。

▶多角形の内角の和

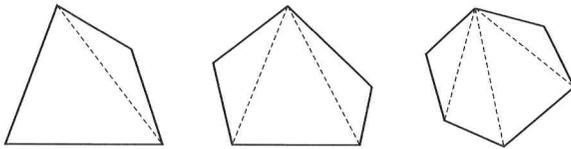
教科書 p.105

CC 四角形、五角形、六角形の内角の和は、それぞれ何度になるでしょうか。



ガイド 1つの頂点からひいた対角線で、いくつの三角形に分けられるかを考えます。

解答 四角形... $180^\circ \times 2 = 360^\circ$
 五角形... $180^\circ \times 3 = 540^\circ$
 六角形... $180^\circ \times 4 = 720^\circ$

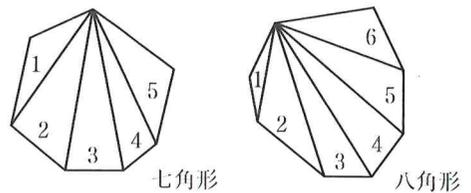


教科書 p.106

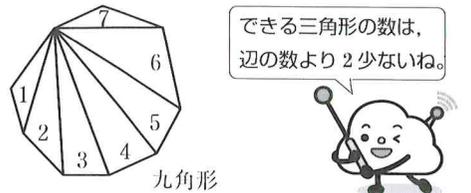
問4 多角形の1つの頂点から対角線をひき、右(解答欄、一部省略)の表の□にあてはまる数を調べて書き入れなさい。

⑦ 辺の数が1増えると、内角の和は何度増えるかな。

ガイド 七、八、九角形について、それぞれ1つの頂点からひいた対角線で、いくつの三角形ができるかを考えます。



多角形	辺の数	三角形の数	内角の和
⋮	⋮	⋮	⋮
七角形	7	□5	$180^\circ \times \square 5$
八角形	8	□6	$180^\circ \times \square 6$
九角形	9	□7	$180^\circ \times \square 7$
⋮	⋮	⋮	⋮



⑦ 辺の数が1増えると、できる三角形の数も1増えるので、内角の和は 180° 増えます。

教科書 p.106

問5 十角形の内角の和は何度ですか。また、正十角形の1つの内角の大きさは何度ですか。

ガイド n 角形の内角の和は、 $180^\circ \times (n-2)$ です。正多角形の内角の大きさは、すべて等しいです。

解答 〈十角形の内角の和〉 $n=10$ のとき、 $180^\circ \times (10-2) = 180^\circ \times 8 = 1440^\circ$
 〈正十角形の1つの内角〉 $1440^\circ \div 10 = 144^\circ$

参考 正 n 角形の1つの内角の大きさは、 $\frac{180^\circ \times (n-2)}{n}$ で求められます。

教科書 p.106

問6 内角の和が次のようになる多角形は何角形ですか。

- (1) 900° (2) 1800°

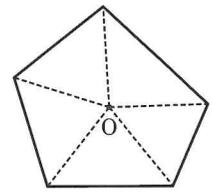
ガイド n 角形の内角の和を求める式 $180^\circ \times (n-2)$ を利用して、 n についての方程式をつくり、それを解いて n の値を求めます。

解答 (1) $180^\circ \times (n-2) = 900^\circ$ (2) $180^\circ \times (n-2) = 1800^\circ$
 $n-2=5$ $n-2=10$
 $n=7$ **七角形** $n=12$ **十二角形**

教科書 p.107

説明しよう

かりんさんは、 n 角形の内角の和を、右の図のように考えて、
 $180^\circ \times n - 360^\circ$
 という式で表しました。
 かりんさんの考え方を説明しましょう。



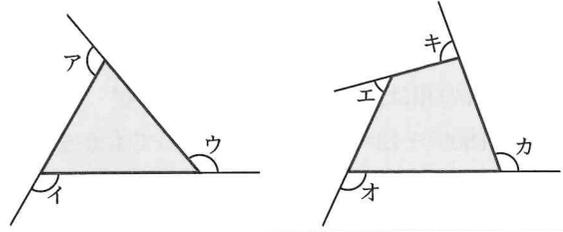
ガイド 式の中の $180^\circ \times n$ と 360° が何を表しているか、考えましょう。

解答例 (説明) n 角形の中に点 O をとり、それぞれの頂点に線をひくと n 個の三角形ができる。
 n 個の三角形の内角の和の合計は、 $180^\circ \times n$
 これから点 O のまわりの角 360° をひくと、 n 角形の内角の和が求められる。
 よって、 $180^\circ \times n - 360^\circ$ は n 角形の内角の和になる。

多角形の外角の和

教科書 p.107

下の図の三角形、四角形の外角の和は何度でしょうか。
 また、ノートにいろいろな多角形をかいて、外角の和がどうなるかを調べましょう。



ガイド

調べ方として、
 ・いろいろな図をかいて、外角を分度器で測って和を求める。
 ・角を移動させて考える。
 ・すでに知っている内角の和の公式を使う。
 などが考えられます。

解答例

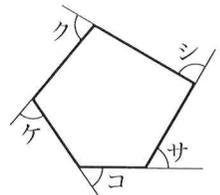
図の三角形，四角形の外角の大きさを測って，それぞれ和を求めると，

$$\angleア + \angleイ + \angleウ = 110^\circ + 120^\circ + 130^\circ = 360^\circ$$

$$\angleエ + \angleオ + \angleカ + \angleキ = 50^\circ + 115^\circ + 110^\circ + 85^\circ = 360^\circ$$

また，右の図の五角形で外角の和を求めると，

$$\begin{aligned} &\angleク + \angleケ + \angleコ + \angleサ + \angleシ \\ &= 80^\circ + 75^\circ + 55^\circ + 60^\circ + 90^\circ = 360^\circ \end{aligned}$$

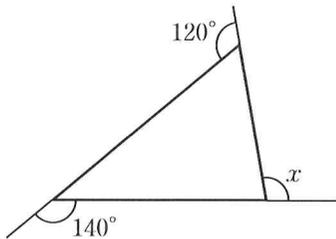


問7

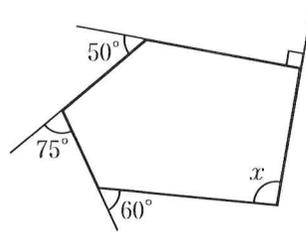
下の図で， $\angle x$ の大きさを，それぞれ求めなさい。

教科書 p.108

(1)



(2)



ガイド

- (1) 多角形の外角の和は 360° であることを利用します。
 (2) $\angle x + (\angle x \text{の外角}) = 180^\circ$ を利用します。

解答

- (1) $\angle x = 360^\circ - (120^\circ + 140^\circ) = 100^\circ$
 (2) $\angle x$ の外角は， $360^\circ - (90^\circ + 50^\circ + 75^\circ + 60^\circ) = 85^\circ$
 $\angle x = 180^\circ - 85^\circ = 95^\circ$

問8

正十二角形の1つの外角の大きさは何度ですか。
 また，1つの内角の大きさは何度ですか。

教科書 p.108

ガイド

多角形の外角の和は，辺の数に関係なく 360° です。
 1つの内角の大きさは，どの頂点でも，内角と外角の和が 180° であることから考えます。

解答

外角の和は 360° だから，正十二角形の1つの外角は， $360^\circ \div 12 = 30^\circ$
 1つの頂点で，内角と外角の和は 180° で，外角が 30° だから，
 1つの内角は， $180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$

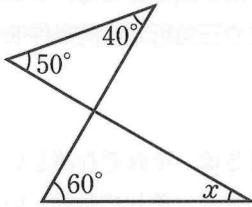
参考

正十二角形の内角の和は， $180^\circ \times (12 - 2) = 1800^\circ$
 1つの内角は， $1800^\circ \div 12 = 150^\circ$ として求めてもかまいません。

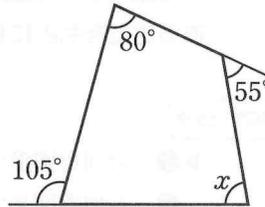


1 下の図で、 $\angle x$ の大きさを、それぞれ求めなさい。

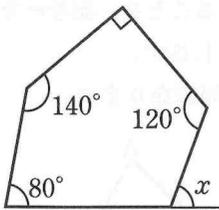
(1)



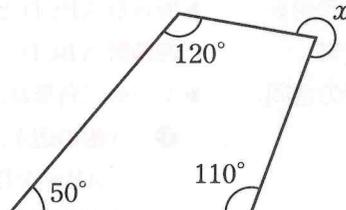
(2)



(3)



(4)

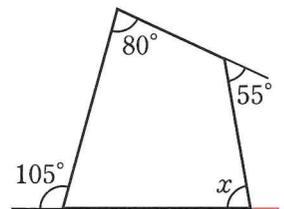
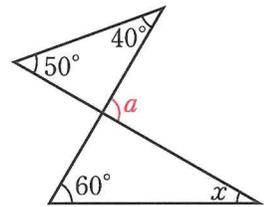


ガイド

- (1)は、三角形の内角・外角の性質から考えます。
 (2)は、多角形の外角の和が 360° であることを利用します。
 (3)は、まず五角形の内角の和を求めてから、残りの1つの内角を求めます。
 (4)は、まず四角形の内角の和を求めてから、残りの1つの内角を求めます。

解答

- (1) 右の図で、三角形の内角・外角の性質から、
 $\angle a = 40^\circ + 50^\circ = 90^\circ$
 また、 $\angle x + 60^\circ = \angle a$ だから、
 $\angle x = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$
- (2) 80° のところの外角は、 $180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$ だから、
 $\angle x$ のところの外角は、
 $360^\circ - (55^\circ + 100^\circ + 105^\circ) = 360^\circ - 260^\circ = 100^\circ$
 よって、 $\angle x = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$
- (3) 五角形の内角の和は、 $180^\circ \times (5-2) = 540^\circ$ だから、
 $\angle x$ のところの内角の大きさは、
 $540^\circ - (120^\circ + 90^\circ + 140^\circ + 80^\circ) = 540^\circ - 430^\circ = 110^\circ$
 よって、 $\angle x = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$
- (4) 四角形の内角の和は、 $180^\circ \times (4-2) = 360^\circ$ だから、
 $\angle x$ のところの内角は、
 $360^\circ - (120^\circ + 50^\circ + 110^\circ) = 360^\circ - 280^\circ = 80^\circ$
 よって、 $\angle x = 360^\circ - 80^\circ = 280^\circ$



参考

- (1) $180^\circ - (50^\circ + 40^\circ) = 90^\circ$
 $\angle x = 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ) = 30^\circ$

3 三角形の合同

学習のねらい

平面上の2つの図形で、一方が他方にぴったり重なるとき、2つの図形は合同であることをもとにして、合同な図形の性質や三角形の合同条件を考えます。

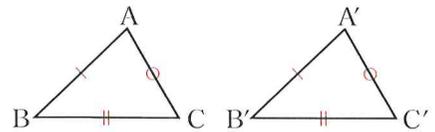
教科書のまとめ テスト前にチェック

- 合同な図形の性質
- 合同な図形を表す記号
- 三角形の合同条件

- ▶① 合同な図形では、対応する線分の長さは、それぞれ等しい。
- ▶② 合同な図形では、対応する角の大きさは、それぞれ等しい。
- ▶四角形 ABCD と四角形 EFGH が合同であることを、記号 \cong を使って、**四角形 ABCD \cong 四角形 EFGH** のように表します。
- ▶2つの三角形は、次のそれぞれの場合に合同になります。

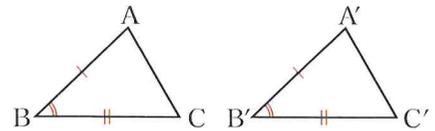
① **3組の辺**が、それぞれ等しいとき

$$\begin{aligned} AB &= A'B' \\ BC &= B'C' \\ CA &= C'A' \end{aligned}$$



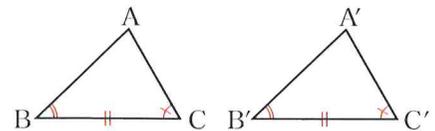
② **2組の辺とその間の角**が、それぞれ等しいとき

$$\begin{aligned} AB &= A'B', \quad BC = B'C' \\ \angle B &= \angle B' \end{aligned}$$



③ **1組の辺とその両端の角**が、それぞれ等しいとき

$$\begin{aligned} BC &= B'C' \\ \angle B &= \angle B', \quad \angle C = \angle C' \end{aligned}$$

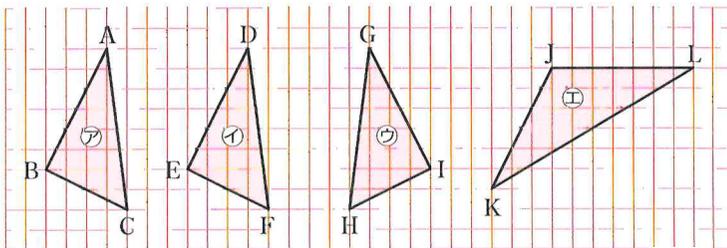


合同な三角形の性質について調べましょう。



下の図で、①~⑤のうち、㊦とぴったり重なる三角形はどれでしょうか。また、そのとき重なり合う辺をいみましょう。

教科書 p.110



裏返すと重なるものもあるよ。



ガイド

図形を移動してぴったり重ねるには、ずらしたり、回したり、裏返したりする方法があります。

解答

- ・㊦とぴったり重なる三角形は、①と㊵
- ・重なり合う辺は、①…辺 AB と辺 DE, 辺 BC と辺 EF, 辺 CA と辺 FD
- ㊵…辺 AB と辺 GI, 辺 BC と辺 IH, 辺 CA と辺 HG

問1

前ページの **◎ ひろげよう** の合同な三角形⑦と⑧について、対応する辺と角を、それぞれいいなさい。また、この2つの三角形が合同であることを、記号 \equiv を使って表しなさい。

教科書 p.111

ガイド

記号 \equiv を使って2つの図形が合同であることを表すとき、**対応する頂点を順に並べます**。

解答

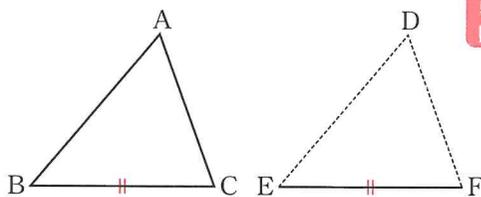
- ・対応する辺…辺 AB と辺 GI, 辺 BC と辺 IH, 辺 CA と辺 HG
- ・対応する角… $\angle A$ と $\angle G$, $\angle B$ と $\angle I$, $\angle C$ と $\angle H$
- ・ $\triangle ABC \equiv \triangle GIH$

2つの三角形が合同になるための条件について学びましょう。

◎◎

$\triangle ABC$ と合同な $\triangle DEF$ をかく方法を考えます。

はじめに、辺 BC と等しい長さの辺 EF をかきました。頂点 D は、どのようにして決めればよいでしょうか。



教科書 p.111

ガイド

頂点 D の決め方は、1通りではありません。

解答例

次の3通りの決め方が考えられる。

- (1) 点 E を中心とする半径 AB の円と、点 F を中心とする半径 AC の円をそれぞれかき、その交点を D とする。
- (2) $\angle E = \angle B$ となるように直線をかき、点 E を中心とする半径 AB の円をかいて、その交点を D とする。または、 $\angle F = \angle C$ となるように直線をかき、点 F を中心とする半径 AC の円をかいて、その交点を D とする。
- (3) $\angle E = \angle B$, $\angle F = \angle C$ となるように2本の直線をかき、その交点を D とする。

問2

上の **◎◎ ひろげよう** で、 $EF = BC$ のほかに、 $\angle E = \angle B$, $DE = AB$ となるように点 D を決めて、 $\triangle DEF$ をかきなさい。

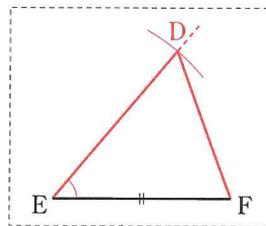
教科書 p.111

ガイド

◎◎ ひろげよう の **解答例** の(2)のかき方です。

解答

右の図



問3

上の **◎◎ ひろげよう** で、 $EF = BC$ のほかに、 $DE = AB$, $DF = AC$ となるように点 D を決めて、 $\triangle DEF$ をかきなさい。

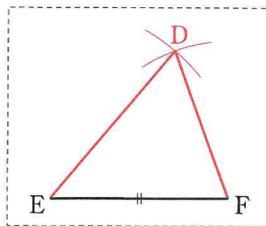
教科書 p.111

ガイド

◎◎ ひろげよう の **解答例** の(1)のかき方です。

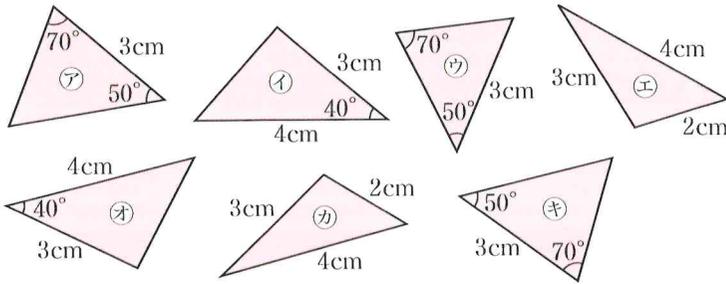
解答

右の図



教科書
p.112

問4 下の㊦~㊫の三角形を、合同な三角形の組に分けなさい。
また、そのとき使った合同条件をいいなさい。



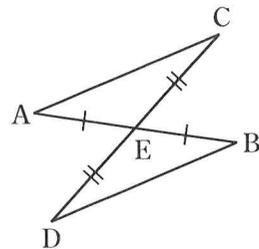
ガイド 辺の長さや角の大きさに着目し、三角形の合同条件のどれにあてはまるかを調べます。

解答 ㊦と㊫…1組の辺とその両端の角が、それぞれ等しい。
 ㊧と㊪…2組の辺とその間の角が、それぞれ等しい。
 ㊩と㊬…3組の辺が、それぞれ等しい。

教科書
p.112

問5 右の図で、線分 AB と CD が、
 $AE=BE, CE=DE$

となるように、点 E で交わっています。
 この図で、合同な三角形の組を、記号 \equiv を使って
 表しなさい。
 また、そのとき使った合同条件をいいなさい。



ガイド $\triangle ACE$ と $\triangle BDE$ の辺の長さや角の大きさに着目し、三角形の合同条件のどれにあてはまるかを調べます。

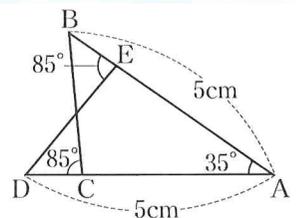
解答 上の図で、 $AE=BE, CE=DE$
 また、対頂角は等しいので、 $\angle AEC = \angle BED$
 よって、 $\triangle ACE \equiv \triangle BDE$
 合同条件…2組の辺とその間の角が、それぞれ等しい。

練習問題

3 三角形の合同 教科書 p.113

1 右の図で、 $\triangle ABC$ と $\triangle ADE$ は合同になります。
 このことをいうには、三角形の合同条件のどれを使えばよいで
 するか。

ガイド $\triangle ABC$ と $\triangle ADE$ の内角について、求められる角を計算で
 求めて考えます。



解答

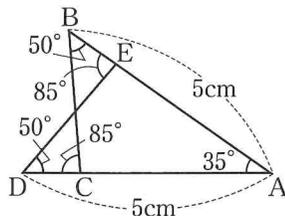
$\triangle ABC$ で、 $AB=5\text{ cm}$ 、 $\angle A=35^\circ$ 、 $\angle B=85^\circ-35^\circ=50^\circ$

$\triangle ADE$ で、 $AD=5\text{ cm}$ 、 $\angle A=35^\circ$ 、 $\angle D=85^\circ-35^\circ=50^\circ$

であるから、「1組の辺とその両端の角が、それぞれ等しい」三角形は合同であることを使って、

$\triangle ABC \equiv \triangle ADE$ がいえる。

合同条件… 1組の辺とその両端の角が、それぞれ等しい。



2

けいたさんとかりんさんが、次の(1)~(3)の三角形をかきます。2人がかく三角形は、かならず合同になるといえますか。(1)~(3)のそれぞれについて答えなさい。

(1) 1辺の長さが5 cmの正三角形 (2) 等しい辺の長さが7 cmの二等辺三角形

(3) 2つの内角が 60° と 80° の三角形

ガイド

合同になる場合は、三角形の3つの合同条件のうちどれかにあてはまります。

合同になるとはいえない場合は、合同にならない理由を示しましょう。

解答

(1) 3組の辺が、それぞれ等しいので、合同になるといえる。

(2) 2組の辺は、それぞれ等しいが、その間の角や残りの1組の辺については等しいとは限らないので、合同になるとはいえない。

(3) 3つの角は、それぞれ等しくなるが、辺の長さが等しいとは限らないので、合同になるとはいえない。



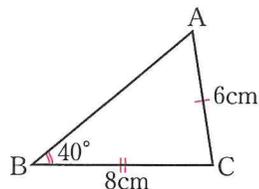
数学 ライブラリー



2組の辺とその間にある角の場合には？

教科書 p. 113

2つの三角形は、2組の辺とその間の角が、それぞれ等しいとき、合同になります。では、2組の辺とその間にある角が、それぞれ等しいときにはどうでしょうか。右の図のような $\triangle ABC$ と、 $EF=8\text{ cm}$ 、 $FD=6\text{ cm}$ 、 $\angle E=40^\circ$ の $\triangle DEF$ で考えてみましょう。



解答

① $EF=8\text{ cm}$ の線分をかく。

② $\angle E=40^\circ$ となる直線 ED' をひく。

③ Fを中心として半径6 cmの円をかき、直線 ED' との2つの交点を D_1 、 D_2 とする。

このとき、 $\triangle D_1EF$ 、 $\triangle D_2EF$ は、どちらも $EF=8\text{ cm}$ 、 $FD_1=FD_2=6\text{ cm}$ 、 $\angle E=40^\circ$ の三角形になっている。

$D=D_1$ のときは、 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ であるが、 $D=D_2$ のときは、 $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ は合同ではない。つまり、2組の辺とその間にある角が、それぞれ等しくても、合同であるとはいえない。

