2節 四角形

どんな四角形かな？

下の写真（省略）の中から，いろいろな四角形を見つけてみましょう。

解答例 窓やドア，壁などの形が，ひし形，平行四辺形，正方形，長方形，台形になっている。

話しあおう

教科書 p.144

それぞれの四角形には，どんな特徴（とくちょう）があるでしょうか。

ガイド いろいろな四角形の定義と，辺の長さや角の大きさ，対角線の交わり方の特徴を思い出しましょう。

解答例

ひし形
- 向かいあう２組の辺はどちらも平行。
- 辺の長さはすべて等しい。
- ２組の向かいあう角の大きさは等しい。
- ２本の対角線は，それぞれのまん中の点で垂直に交わる。
- 線対称な形でもあり，点対称な形でもある。

平行四辺形
- 向かいあう２組の辺はどちらも平行。
- ２組の向かいあう辺の長さは等しい。
- ２組の向かいあう角の大きさは等しい。
- ２本の対角線は，それぞれのまん中の点で交わる。
- 線対称な形ではないが，点対称な形ではある。

正方形
- 向かいあう２組の辺はどちらも平行。
- 辺の長さはすべて等しい。
- 角の大きさはすべて等しい。
- ２本の対角線の長さが等しく，それぞれのまん中の点で垂直に交わる。
- 線対称な形でもあり，点対称な形でもある。

長方形
- 向かいあう２組の辺はどちらも平行。
- ２組の向かいあう辺の長さは等しい。
- 角の大きさはすべて等しい。
- ２本の対角線の長さが等しく，それぞれのまん中の点で交わる。
- 線対称な形でもあり，点対称な形でもある。

台形
- 向かいあう１組の辺が平行。
- 点対称な形ではない。

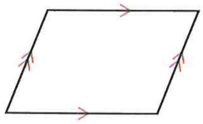
1 平行四辺形の性質

学習のねらい

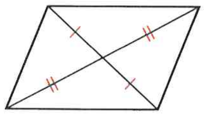
平行四辺形を定義し，平行四辺形の性質を見つけ，三角形の合同条件を使って，平行四辺形の性質を証明します。そして，証明も，自分の力でできるようになりましょう。

教科書のまとめ **テスト前にチェック**

□平行四辺形の定義
▶ 2組の向かいあう辺が，それぞれ平行な四角形を平行四辺形といいます。



□平行四辺形の性質
▶❶ 平行四辺形の2組の向かいあう辺は，それぞれ等しい。
❷ 平行四辺形の2組の向かいあう角は，それぞれ等しい。
❸ 平行四辺形の対角線は，それぞれの中点で交わる。



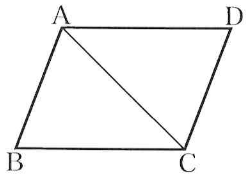
平行四辺形の性質を証明しましょう。

問1 ▱ABCD について，次の問いに答えなさい。 教科書 p.146

(1) 前ページ(教科書 p.145)の平行四辺形の性質❷「平行四辺形の2組の向かいあう角は，それぞれ等しい」の仮定と結論を書き入れなさい。

四角形 ABCD で，
仮定 ［　　　　］　**結論** ［　　　　］

(2) 上の平行四辺形の性質❶の証明(省略)で，△ABC≡△CDA を示しました。
このことを使って，平行四辺形の性質❷を証明しなさい。



ガイド (1) 平行四辺形の性質❷を，「平行四辺形ならば，2組の向かいあう角は，それぞれ等しい」といいかえますが，仮定を「平行四辺形」とする答えでは不十分です。「四角形 ABCD で」とあるので，記号を使って表します。
(2) △ABC≡△CDA からいえる，等しい角を使って証明します。

解答 (1) 仮定　AB∥DC，AD∥BC
結論　∠A＝∠C，∠B＝∠D

(2) (証明) $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$ から,

合同な図形では，対応する角は等しいので,

$$\angle B = \angle D$$

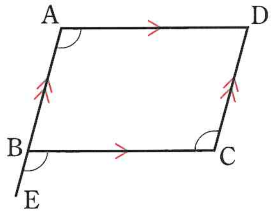
また，$\angle BAC = \angle DCA$，$\angle BCA = \angle DAC$ から,

$$\angle BAC + \angle DAC = \angle DCA + \angle BCA$$

よって，　$\angle A = \angle C$

したがって，平行四辺形の 2 組の向かいあう角は，それぞれ等しい。

参考 直接，証明するには，次の方法もあります。



(証明) 右の図のように，辺 AB の延長上に点 E をとると,

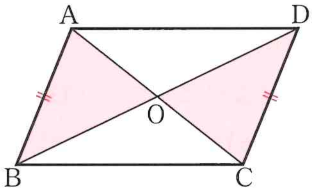
AD∥BC から，$\angle A = \angle EBC$ ……①
同位角

AB∥DC から，$\angle EBC = \angle C$ ……②
錯角(さっかく)

①，②から，$\angle A = \angle C$　　同様にして，$\angle B = \angle D$

問2 右の図の ▱ABCD で，平行四辺形の性質❸を証明しなさい。

教科書 p.147



ガイド **(仮定) AB∥DC，AB＝DC から，(結論) AO＝CO，BO＝DO を導きます。**
平行線と錯角の関係と，平行四辺形の性質❶を利用して証明します。

解答 (証明) $\triangle ABO$ と $\triangle CDO$ で,

平行線の錯角は等しいので，AB∥DC から,

$$\angle BAO = \angle DCO \quad \cdots\cdots ①$$

$$\angle ABO = \angle CDO \quad \cdots\cdots ②$$

また，平行四辺形の向かいあう辺は等しいので,

$$AB = CD \quad \cdots\cdots ③$$

①，②，③から，1 組の辺とその両端の角が，それぞれ等しいので,

$$\triangle ABO \equiv \triangle CDO$$

合同な図形では，対応する辺は，それぞれ等しいので,

$$AO = CO,\ BO = DO$$

したがって，平行四辺形の対角線は，それぞれの中点で交わる。

練習問題

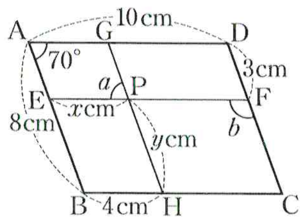
❶ 平行四辺形の性質　教科書 p.147

1 右の図の ▱ABCD で，

AB // GH，AD // EF

とします。

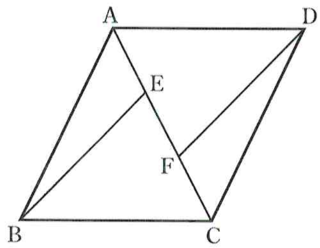
このとき，図の x，y の値，$\angle a$，$\angle b$ の大きさを，それぞれ求めなさい。



ガイド 図の中にあるすべての四角形は，平行四辺形です。
平行四辺形の性質から，等しい辺や角を見つけて考えます。

解答 四角形EBHP，AEFD，AEPGは平行四辺形で，
平行四辺形の向かいあう辺は等しいので，
EP＝BH から，$\boldsymbol{x=4}$
同じようにして，PH＝EB，AE＝DF から，$y=8-3=5$
よって，$\boldsymbol{y=5}$
平行四辺形の向かいあう角は等しいので，
$\angle$EPG＝$\angle$Aから，$\angle \boldsymbol{a=70°}$
同じようにして，$\angle$DFE＝$\angle$A＝70° から，
$\angle \boldsymbol{b}=180°-\angle \mathrm{DFE}=180°-70°=\boldsymbol{110°}$

2 ▱ABCD で，対角線 AC 上に AE＝CF となるように点 E，F をとるとき，BE＝DF であることを証明しなさい。



ガイド △ABE≡△CDF からいえる，等しい辺を使って証明します。

解答 （証明）△ABE と △CDF で，
仮定より，AE＝CF　……①
平行四辺形の向かいあう辺は等しいので，
AB＝CD　……②
平行線の錯角は等しいので，AB // CD から，
$\angle$BAE＝$\angle$DCF　……③
①，②，③から，2組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので，
△ABE≡△CDF
合同な図形では，対応する辺は等しいので，
BE＝DF

2 平行四辺形になるための条件

学習のねらい

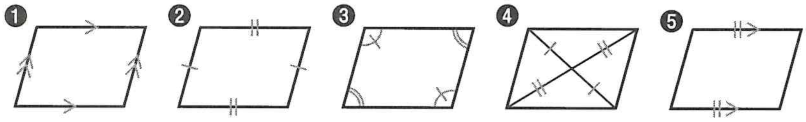
平行四辺形の性質の逆を考え，四角形が平行四辺形になるための条件を考えます。また，それを利用して，図形が平行四辺形かどうかを調べます。

教科書のまとめ **テスト前にチェック**

□平行四辺形になるための条件

▶四角形は，次のそれぞれの場合に，平行四辺形になります。

❶ 2組の向かいあう辺が，それぞれ平行であるとき（定義）
❷ 2組の向かいあう辺が，それぞれ等しいとき
❸ 2組の向かいあう角が，それぞれ等しいとき
❹ 対角線が，それぞれの中点で交わるとき
❺ 1組の向かいあう辺が，等しくて平行であるとき



平行四辺形になるための条件について考えましょう。

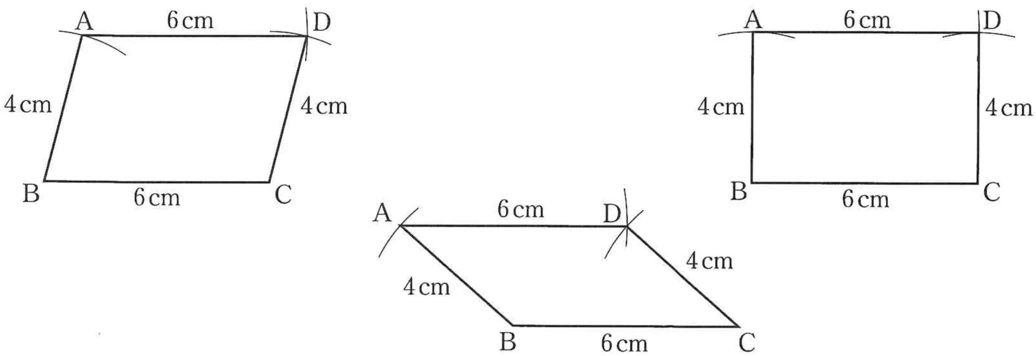
次のような四角形 ABCD を，いろいろかいてみましょう。
どんな四角形になるでしょうか。

AB＝DC＝4 cm，AD＝BC＝6 cm

教科書 p.148

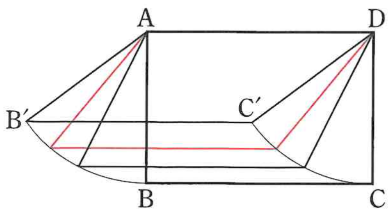
ガイド 角の大きさは決まっていないので，いろいろな四角形をかくことができます。
底辺（BC）を決めて，点Bを中心に半径 4 cm の円をかき，その上に点Aを適当にとります。
点Dもコンパスを使って決めましょう。

解答例



四角形 ABCD は**平行四辺形**になる。

参考 線分 AD を 6 cm とし，点 A，D を中心に，それぞれ半径 4 cm の円をかきます。そして，AD に平行な線をひき，2 つの交点を B，C（B′，C′）としても，右の図のように平行四辺形がかけます。



問1 四角形 ABCD で，

教科書 p.149

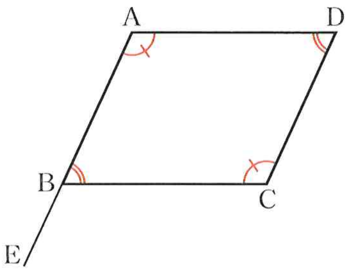
> $\angle A = \angle C$，$\angle B = \angle D$ ならば，
> 四角形 ABCD は平行四辺形である。

このことを，次の①〜③の手順で証明しなさい。

① $\angle A + \angle B$ の大きさを求める。

② ①のことを使って，AD∥BC が成り立つことを示す。

③ AB∥DC が成り立つことを示す。



ガイド 四角形の内角の和が 360° であることと，平行線と同位角，平行線と錯角の関係を使って，証明します。

解答 (証明) 辺 AB を B の方に延長した直線上に点 E をとる。

① 仮定より，$\angle A = \angle C$，$\angle B = \angle D$ だから，$\angle A + \angle B = \angle C + \angle D$ ……①

四角形の内角の和は 360° だから，$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360°$ ……②

①，②から，$2(\angle A + \angle B) = 360°$ $\angle A + \angle B = 180°$ ……③

② 点 A，B，E は一直線上にあるから，$\angle B + \angle CBE = 180°$ ……④

③，④から，$\angle A = \angle CBE$ ……⑤ 同位角が等しいので，AD∥BC ……⑥

③ $\angle A = \angle C$ と⑤から，$\angle C = \angle CBE$ 錯角が等しいので，AB∥DC ……⑦

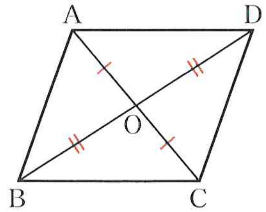
⑥，⑦から，2組の向かいあう辺が，それぞれ平行であるので，四角形 ABCD は平行四辺形である。

問2 四角形 ABCD で，対角線の交点を O とするとき，

教科書 p.149

> AO＝CO，BO＝DO ならば，
> 四角形 ABCD は平行四辺形である。

このことを証明しなさい。



ガイド △ABO と △CDO，△ADO と △CBO がそれぞれ合同であることから，向かいあう辺がそれぞれ等しいことをいいます。

解答 (証明) △ABO と △CDO で，仮定より，AO＝CO ……① BO＝DO ……②

対頂角は等しいから，$\angle AOB = \angle COD$ ……③

①，②，③から，2組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので，

△ABO≡△CDO

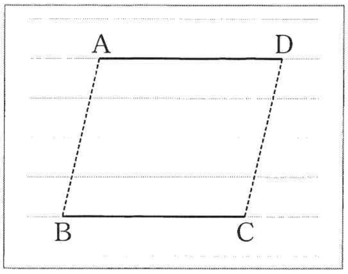
合同な図形では，対応する辺は等しいので，AB＝CD ……④

同じようにして，△ADO≡△CBO から，AD＝CB ……⑤

④，⑤から，2組の向かいあう辺が，それぞれ等しいので，四角形 ABCD は平行四辺形である。

罫線(けいせん)のはいったノートを使って，下のような手順でかいた四角形 ABCD は，平行四辺形になるでしょうか。

① ノートの罫線上に，適当な長さで線分 AD をひく。
② 別の罫線上に，AD と長さが等しい線分 BC をひく。
③ A と B，C と D を結ぶ線分をひく。



教科書 p.149

ガイド 実際にいろいろかいて，見当をつけます。

解答 **平行四辺形になる。**

問3 四角形 ABCD で，

教科書 p.150

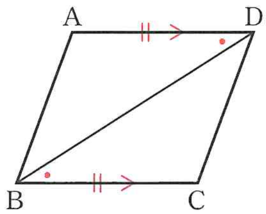
> AD＝BC，AD∥BC ならば，
> 四角形 ABCD は平行四辺形である。

このことを証明しなさい。

ガイド 仮定より **AD＝BC** だから，あとは **AB＝DC** を証明します。

解答例 (証明) 対角線 BD をひく。

△ABD と △CDB で，仮定より，AD＝CB ……①
BD は共通だから，BD＝DB ……②
平行線の錯角は等しいので，
AD∥BC から，∠ADB＝∠CBD ……③
①，②，③から，2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので，△ABD≡△CDB
合同な図形では，対応する辺は等しいので，AB＝CD ……④
①，④から，2 組の向かいあう辺が，それぞれ等しいので，四角形 ABCD は平行四辺形である。



参考 2 組の向かいあう辺が，それぞれ平行であることを示しても，証明することができます。

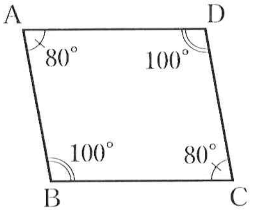
問4 次のような四角形 ABCD は，平行四辺形であるといえますか。

教科書 p.150

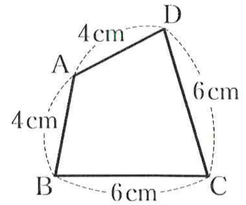
(1) ∠A＝80°，∠B＝100°，∠C＝80°，∠D＝100°
(2) AB＝4 cm，BC＝6 cm，CD＝6 cm，DA＝4 cm
(3) ∠A＝70°，∠B＝110°，AD＝3 cm，BC＝3 cm

ガイド　簡単な図をかいてみて，平行四辺形になるための条件❶〜❺のどれにあてはまるかを考えます。いえない場合は，具体例を 1 つ示します。

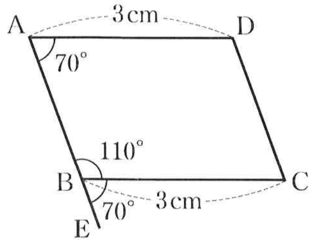
解答　(1)　2 組の向かいあう角が，それぞれ等しいので，**平行四辺形である。**



(2)　AB と CD が等しくないので，**平行四辺形ではない。**



(3)　∠EBC＝180°−110°＝70°
∠EBC＝∠A　となり，
同位角が等しいので，　AD∥BC　……①
仮定より，AD＝BC　……②
①，②から，1 組の向かいあう辺が，等しくて平行であるので，四角形 ABCD は**平行四辺形である。**



説明しよう

教科書 p.150

四角形 ABCD で，
∠A＝65°，∠B＝115°，∠C＝65°，AB＝5 cm
のとき，CD の長さは何 cm になるでしょうか。
また，その長さになる理由を説明しましょう。

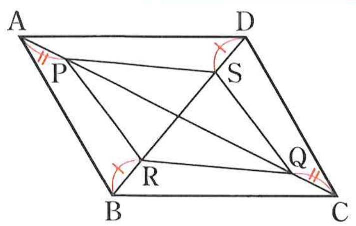
ガイド　与(あた)えられた条件から，平行四辺形になるための条件にあてはまるかどうかを考えます。

解答　**CD＝5 cm**

(説明)　四角形の内角の和は 360° だから，∠D＝360°−65°−115°−65°＝115°
∠A＝∠C，∠B＝∠D から，2 組の向かいあう角が，それぞれ等しいので，四角形 ABCD は平行四辺形である。
平行四辺形の向かいあう辺は等しいので，CD＝AB＝5 cm

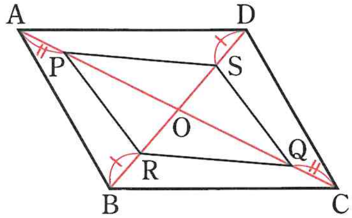
教科書 p.151

▱ABCD の対角線 AC 上に，AP＝CQ となる点 P と Q をとります。
また，対角線 BD 上にも，BR＝DS となる点 R と S をとります。
このとき，四角形 PRQS は，どんな四角形になるでしょうか。



ガイド 図を見て，平行四辺形になることが予想できます。
その上で，平行四辺形になるための条件のどれが使えるか考えます。

解答 ▱ABCD の対角線の交点を O とする。



平行四辺形の性質から，

OA＝OC，OB＝OD ……①

仮定より，AP＝CQ，BR＝DS ……②

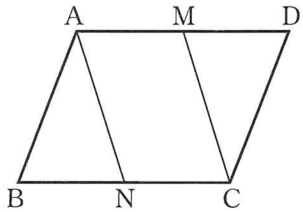
①，②から，OP＝OQ，OR＝OS

対角線が，それぞれの中点で交わるので，四角形 PRQS は**平行四辺形**になる。

参考 この問題では，平行四辺形になることが答えられ，およその証明のすじ道が示せればよいです。教科書 p.151 には，証明をかくときのモデルとなる模範(もはん)解答があります。
上の解答では，少し省略して示しているので，模範解答との違(ちが)いを調べてみましょう。

問5 ▱ABCD の辺 AD，BC の中点を，それぞれ，M，N とします。
このとき，四角形 ANCM は平行四辺形であることを証明しなさい。

教科書 p.151



ガイド 平行四辺形の性質から，**AD＝BC**，**AD∥BC** に着目し，四角形 **ANCM** が平行四辺形であることを示すには，平行四辺形になるための条件のどれが使えるか検討します。

解答例 (証明) 平行四辺形の向かいあう辺は平行だから，

AD∥BC

よって，AM∥NC ……①

また，平行四辺形の向かいあう辺は等しいので，AD＝BC

M，N は，それぞれ，辺 AD，BC の中点だから，

AM＝NC ……②

①，②から，1 組の向かいあう辺が，等しくて平行であるので，

四角形 ANCM は，平行四辺形である。

参考 △ABN と △CDM で，2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しいことから，
△ABN≡△CDM を示し，AN＝CM であることと，AM＝NC から，
2 組の向かいあう辺が，それぞれ等しい，として証明することもできます。

3 いろいろな四角形

学習のねらい

平行四辺形の特別なものとして，長方形，ひし形，正方形を定義し，平行四辺形との関係，それらの間の関係を調べます。

教科書のまとめ　テスト前にチェック

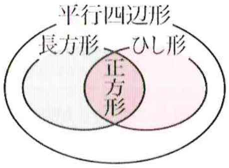
□長方形の定義　▶4つの角がすべて等しい四角形を，長方形という。

□ひし形の定義　▶4つの辺がすべて等しい四角形を，ひし形という。

□正方形の定義　▶4つの辺がすべて等しく，4つの角がすべて等しい四角形を，正方形という。

□四角形の対角線の性質　▶❶　長方形の対角線は，長さが等しい。
❷　ひし形の対角線は，垂直に交わる。
❸　正方形の対角線は，長さが等しく，垂直に交わる。

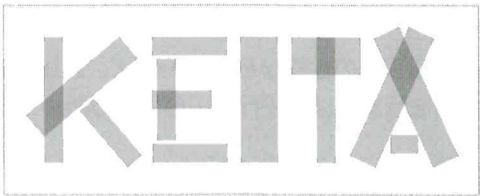
□四角形の関係　▶長方形，ひし形，正方形は，それぞれ平行四辺形の特別なものです。

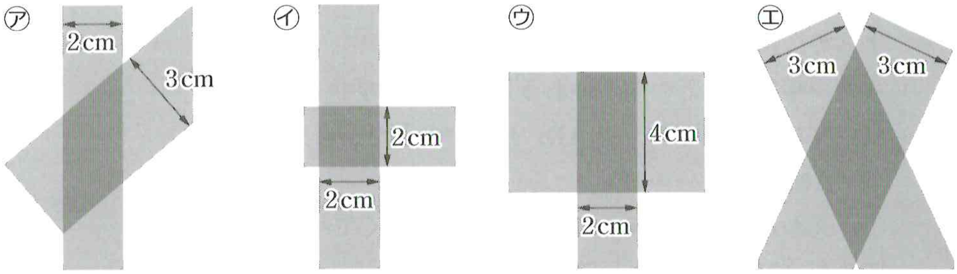


いろいろな四角形の性質について学びましょう。

教科書 p.152

けいたさんは，いろいろな幅のリボンを使って，右のようなネームプレートをつくりました。
下の㋐〜㋓は，リボンの重なった部分に着目した図です。





リボンの重なった部分は，それぞれどんな四角形でしょうか。

ガイド　いろいろな幅のリボンを重ねていて，重ね方も，斜めに重ねたり，垂直に重ねたりしています。リボンはどれも，両端の線が平行になっているので，すべての四角形にいえることは，向かいあう辺が2組とも平行になっている，ということです。

解答　㋐　2組の向かいあう辺がどちらも平行だから，**平行四辺形**である。

㋑　角がすべて直角で，辺の長さもすべて等しいから，**正方形**である。

㋒　角がすべて直角だから，**長方形**である。

㋓　辺の長さがすべて等しいから，**ひし形**である。

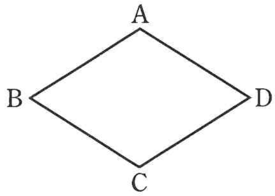
説明しよう

教科書 p.152

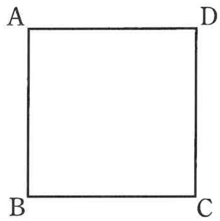
ひし形は平行四辺形であるといえますか。
また，正方形は平行四辺形であるといえますか。

ガイド **ひし形，正方形の定義から，平行四辺形になるための条件のどれにあてはまるか考えます。**

解答例
- ひし形は，４つの辺がすべて等しい四角形である。
右の図で，AB＝BC＝CD＝DA
これから，AB＝CD，BC＝DA がいえて，
２組の向かいあう辺が，それぞれ等しいので，
平行四辺形になるための条件❷にあてはまる。
よって，**ひし形は平行四辺形である。**



- 正方形は，４つの辺がすべて等しく，４つの角がすべて等しい四角形である。
右の図で，AB＝BC＝CD＝DA
これから，AB＝CD，BC＝DA がいえて，
２組の向かいあう辺が，それぞれ等しいので，
平行四辺形になるための条件❷にあてはまる。
よって，**正方形は平行四辺形である。**



参考 正方形では，∠A＝∠C，∠B＝∠D がいえて，２組の向かいあう角が，それぞれ等しいので，平行四辺形になるための条件❸にあてはまることからもいえます。

問1

上の（下の **ガイド** の）(ア)，(イ)を，それぞれ証明しなさい。

教科書 p.153

ガイド **(ア)，(イ)は，次のことがらをさしています。**
(ア)　長方形の対角線の長さは等しい。
(イ)　ひし形の対角線は垂直に交わる。

解答例 （証明）

(ア)　右の図の，△ABC と △DCB で，長方形は平行四辺形だから，向かいあう辺は等しいので，

AB＝DC　　　……①

BC は共通だから，

BC＝CB　　　……②

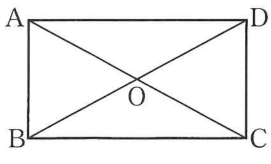
長方形の４つの角はすべて 90° だから，

∠ABC＝∠DCB＝90°　……③

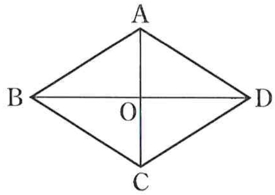
①，②，③から，２組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので，

△ABC≡△DCB

合同な図形では，対応する辺は等しいので，AC＝DB



(イ) 右の図の，△ABO と △ADO で，
ひし形の 4 つの辺は等しいので，AB＝AD　……①
AO は共通だから，　AO＝AO　……②
ひし形は平行四辺形だから，対角線は，それぞれの中点で交わるので，　BO＝DO　……③
①，②，③から，3 組の辺が，それぞれ等しいので，
△ABO≡△ADO
合同な図形では，対応する角は等しいので，∠AOB＝∠AOD
点 B，O，D は一直線上にあるから，
∠AOB＝∠AOD＝90°
したがって，AO⊥BD



参考　教科書 p. 135 の 問4 を利用して証明することもできます。

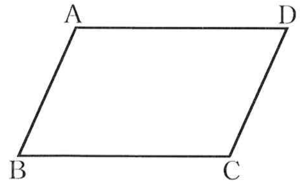
問2　正方形の対角線については，どんなことがいえますか。　教科書 p. 153

ガイド　正方形は，長方形の特別なものでもあり，ひし形の特別なものでもあるので，長方形の性質とひし形の性質の両方をもっています。よって，対角線についても，長さが等しいことと，垂直に交わることがいえます。

解答　正方形は長方形でもあり，ひし形でもあるから，
正方形の対角線は，長さが等しく，垂直に交わる。

教科書 p. 153

次の(1)〜(3)のような ▱ABCD は，それぞれ，どんな四角形でしょうか。
(1) ∠A＝∠B である ▱ABCD
(2) AB＝BC である ▱ABCD
(3) ∠A＝∠B，AB＝BC である ▱ABCD



ガイド　四角形 ABCD が平行四辺形であることから，平行四辺形の性質に，(1)，(2)，(3)の条件を加えると，長方形やひし形，正方形の定義にあてはまるかどうか検討します。

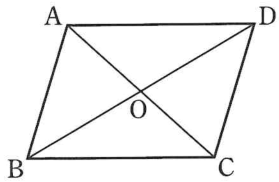
解答
(1) 四角形 ABCD は平行四辺形だから，∠A＝∠C，∠B＝∠D
仮定より，∠A＝∠B　よって，∠A＝∠B＝∠C＝∠D
したがって，四角形 ABCD は**長方形**である。
(2) 四角形 ABCD は平行四辺形だから，AB＝DC，AD＝BC
仮定より，AB＝BC　よって，AB＝BC＝CD＝DA
したがって，四角形 ABCD は**ひし形**である。
(3) (1)から，∠A＝∠B＝∠C＝∠D，(2)から，AB＝BC＝CD＝DA
よって，四角形 ABCD は**正方形**である。

問3 ▱ABCD は，2つの対角線 AC，BD にどのような条件を加えると，長方形やひし形，正方形になりますか。

教科書 p.154

ガイド 前ページの ひろげよう で調べたことを使って考えます。

解答 (長方形)



△ABC と △DCB で，四角形 ABCD は平行四辺形だから，

AB＝DC

BC は共通だから，BC＝CB

これに，AC＝BD が加わると，3組の辺が，それぞれ等しいので，

△ABC≡△DCB

合同な図形では，対応する角は等しいので，

∠ABC＝∠DCB

これを満たす平行四辺形は，長方形である。

だから，**AC＝BD のとき，▱ABCD は長方形になる。**

(ひし形)

▱ABCD で，対角線の交点をOとすると，AO＝CO，BO＝DO

これに AC⊥BD が加わると，2組の辺とその間の角が，

それぞれ等しいので，△OAB，△OCB，△OCD，△OAD はすべて合同である。

合同な図形では，対応する辺は等しいので，AB＝CB＝CD＝AD

これを満たす平行四辺形は，ひし形である。

だから，**AC⊥BD のとき，▱ABCD はひし形になる。**

(正方形)

▱ABCD に，AC＝BD が加わると，長方形になるから，

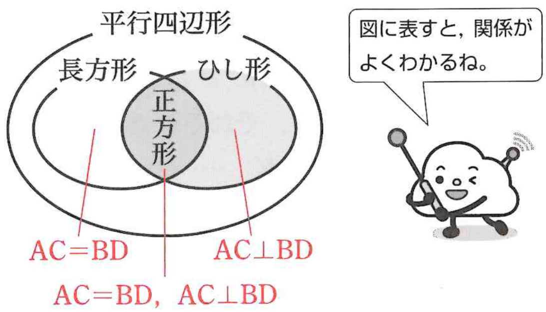
∠A＝∠B＝∠C＝∠D

さらに，AC⊥BD が加わると，ひし形になるから，

AB＝CB＝CD＝AD

4つの辺がすべて等しく，4つの角がすべて等しいから，正方形になる。

だから，**AC＝BD，AC⊥BD のとき，▱ABCD は正方形になる。**



5章 図形の性質と証明

4 平行線と面積

学習のねらい

平行線による三角形の等積変形（ある図形の面積を変えずに，形を変えること）について調べます。また，平行線による等積変形の方法を，四角形などに利用します。

教科書のまとめ テスト前にチェック

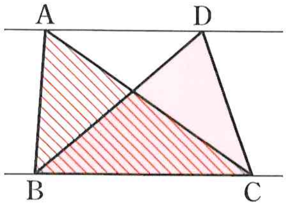
□底辺が共通な三角形

▶ 1つの直線上の2点 B，C と，その直線の同じ側にある2点 A，D について，

❶ AD∥BC ならば，△ABC＝△DBC

❷ △ABC＝△DBC ならば，AD∥BC

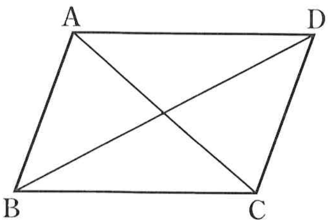
注 △ABC＝△DBC は，2つの三角形の面積が等しいことを示しています。



面積を変えずに，図形の形を変える方法について学びましょう。

教科書 p.155

右の図の ▱ABCD で，△ABC と面積の等しい三角形はどれでしょうか。



ガイド 底辺と高さが等しい三角形に着目します。

解答 右の図で，**△DBC，△BDA，△CDA** は，どれも △ABC と底辺と高さが等しいので，面積は等しい。

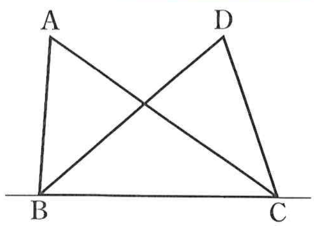
問1

教科書 p.155

右の図で，上の㋐（AD∥BC ならば，△ABC＝△DBC）の逆，

△ABC＝△DBC ならば，AD∥BC

を証明しなさい。



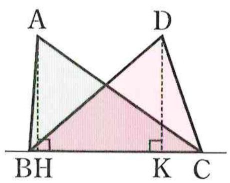
ガイド 面積が等しい三角形で，底辺が等しければ，高さも等しくなります。

解答 （証明） △ABC と △DBC の面積が等しく，底辺 BC は共通だから，△ABC と △DBC の高さを，それぞれ AH，DK とすると，

AH＝DK ……①　　また，AH∥DK ……②

①，②から，1組の向かいあう辺が，等しくて平行であるので，四角形 AHKD は平行四辺形である。

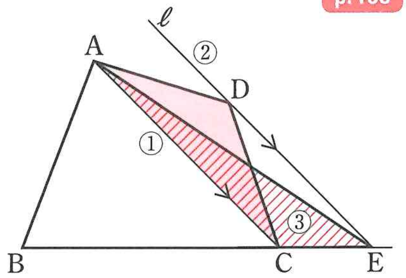
よって，AD∥HK　　したがって，AD∥BC



説明しよう

教科書 p.156

四角形 ABCD と，上 (右) のようにしてつくった △ABE の面積が等しくなる理由を説明しましょう。



ガイド 底辺が共通な三角形を見つけ出して，平行線をもとに，高さが等しいものを考えます。

解答例 (説明)　四角形 ABCD＝△ABC＋△DAC

△ABE＝△ABC＋△EAC

DE∥AC で，AC が共通だから，△DAC＝△EAC

よって，四角形 ABCD＝△ABE

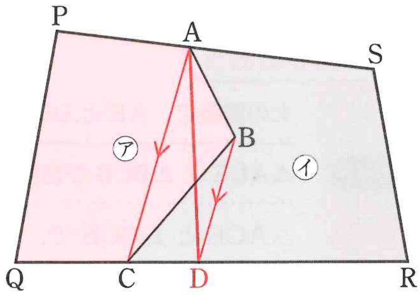
問2

教科書 p.156

右の図 (解答欄) のように，折れ線 ABC を境界とする 2 つの土地㋐，㋑があります。それぞれの土地が，この形では使いにくいため，土地㋐，㋑の面積が変わらないようにして，境界を，A を通る線分 AD にあらためることになりました。点 D の位置は，どのように決めればよいですか。

ガイド **△ACB と底辺 AC が共通で高さが等しい △ACD の頂点 D を，辺 QR 上にとります。**

解答 点 B を通り AC に平行な直線と，QR が交わる点を D とすると，△ACB＝△ACD となるので，AD が新しい境界線である。

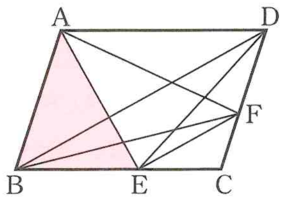


練習問題

④ 平行線と面積

教科書 p.156

1 右の図で，四角形 ABCD は平行四辺形で，EF∥BD とします。このとき，図の中で，△ABE と面積の等しい三角形を，すべて見つけなさい。



ガイド 底辺が共通な三角形を見つけ出して，平行線をもとに，高さが等しいものを考えます。

解答 AD∥BE で，BE が共通だから，△ABE＝△DBE

EF∥BD で，BD が共通だから，△DBE＝△DBF

AB∥DF で，DF が共通だから，△DBF＝△DAF

よって，△ABE と面積の等しい三角形は，**△DBE，△DBF，△DAF**

5 章 図形の性質と証明