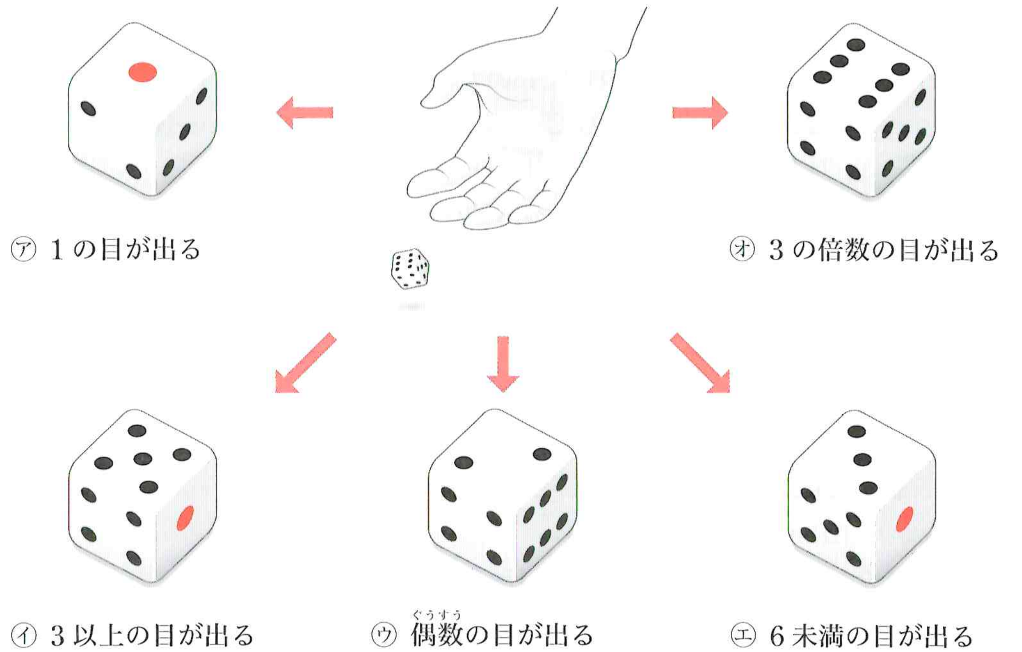
# 6章 場合の数と確率

## 1節 場合の数と確率

### 起こりやすいのはどれ？

1つのさいころを投げるとき，次のようなことがらの起こりやすさを考えましょう。




### 話しあおう

教科書 p.164

㋐から㋔のうち，どれがもっとも起こりやすいでしょうか。
また，そのように考えた理由についても話しあいましょう。

**ガイド**
- さいころは，6つの面があって，1から6までの目がかかれていますが，どの目も同じように出ると考えられます。
- それぞれの場合の数を調べて，多い方が起こりやすいと考えられます。

**解答例**
㋐　1の目だから，目の出かたは1通り。
㋑　3以上の目は，3，4，5，6だから，目の出かたは4通り。
㋒　偶数の目は，2，4，6だから，目の出かたは3通り。
㋓　6未満の目は，1，2，3，4，5だから，目の出かたは5通り。
㋔　3の倍数の目は，3，6だから，目の出かたは2通り。
したがって，㋓の場合の数がもっとも多いから，もっとも起こりやすいのは，㋓

# 1 確率の求め方

**学習のねらい**

同様に確からしいということを理解し，場合の数の割合として確率を求めることができるようにします。また，確率のとる値の範囲や性質を知ります。

**教科書のまとめ　テスト前にチェック**

□同様に確からしい
▶どの場合が起こることも同じ程度であると考えられるとき，**同様に確からしい**といいます。

例　硬貨を1回投げるとき，表が出ることと裏が出ることは同様に確からしい。

□確率の求め方
▶起こる場合が全部で $n$ 通りあり，どの場合が起こることも同様に確からしいとする。そのうち，ことがらAの起こる場合が $a$ 通りであるとき，

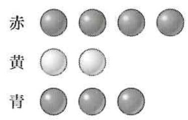
**ことがらAの起こる確率**　$p=\dfrac{a}{n}$

□確率の性質
▶かならず起こることがらの確率は1です。
▶けっして起こらないことがらの確率は0です。
▶あることがらの起こる確率を $p$ とするとき，$p$ の値の範囲は $0 \leqq p \leqq 1$ となります。

## 実験によらない確率の求め方を考えましょう。

**問1**　例1 の箱から玉を1個取り出すとき，次の確率を求めなさい。

教科書 p.167




(1)　青玉が出る確率

(2)　青玉または黄玉が出る確率

**ガイド**　教科書 p.167 の 例1 と同様に，玉の取り出し方は，全部で9通りです。

**解答**　玉の取り出し方は全部で9通りあり，どの玉の取り出し方も，同様に確からしい。

(1)　青玉が出る場合は，3通りである。

だから，青玉が出る確率は，$\dfrac{3}{9}=\dfrac{1}{3}$

(2)　青玉または黄玉が出る場合は，$\underbrace{5}_{3+2}$ 通りである。

だから，青玉または黄玉が出る確率は，$\dfrac{5}{9}$

**問2**　1つのさいころを投げるとき，次の確率を求めなさい。

教科書 p.168

(1)　6以下の目が出る確率

(2)　7以上の目が出る確率

**ガイド**　(1)は，かならず起こることがらの確率です。
(2)は，けっして起こらないことがらの確率です。

**解答** さいころの目の出かたは，1，2，3，4，5，6の6通り。

(1)　6以下の目が出る場合は，6通りである。

だから，6以下の目が出る確率は，$\dfrac{6}{6}=1$

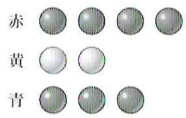
(2)　7以上の目が出る場合は，0通りである。

だから，7以上の目が出る確率は，$\dfrac{0}{6}=0$

## 話しあおう

教科書 p.168

前ページ(教科書 p.167)の 例1 の箱から玉を1個取り出すとき，赤玉が出る確率は $\dfrac{4}{9}$ でした。これについて，かりんさんとけいたさんが，次のような会話をしています。2人の考えは正しいでしょうか。




かりん　「確率が $\dfrac{4}{9}$ だから，この箱から玉を1個取り出してもとにもどす実験を9回おこなえば，赤玉が，かならず4回出るんだね。」

けいた　「回数をもっと増やさなければいけないよ。その実験を900回おこなえば，赤玉が，かならず400回出ると思うよ。」

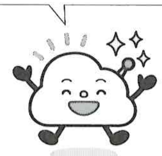
**ガイド** どの場合が起こることも同様に確からしいとき，赤玉が出る確率 $\dfrac{4}{9}$ は，多数の実験をして得られる確率とほぼ一致(いっち)すると考えられますが，かならず一致するとはいえません。

**解答** 正しくない。

「赤玉が出る確率は $\dfrac{4}{9}$」とは，「取り出す回数を多くしていくと，赤玉が出る割合が $\dfrac{4}{9}$ に近い値になっていく」ことを表しているから，9回取り出せばかならず4回赤玉が出るわけではない。

同じように，900回取り出してもかならず400回出るとはいえない。

あることがらの起こる確率は，そのことがらの起こりやすさの程度を表す数のことだよ。



## 練習問題

❶ 確率の求め方　教科書 p.168

**1** (教科書)164ページの㋐～㋔のことがらの起こる確率を，それぞれ求めなさい。
また，㋐～㋔のうち，もっとも起こりやすいことがらはどれですか。

**ガイド** さいころの目の出かたは6通りで，どの目が出ることも同様に確からしいといえます。

**解答** ㋐　1の目が出る場合は，1通りである。

だから，1の目が出る確率は，$\frac{1}{6}$

㋑　3以上の目が出る場合は，4通りである。

だから，3以上の目が出る確率は，$\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

㋒　偶数の目が出る場合は，3通りである。

だから，偶数の目が出る確率は，$\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

㋓　6未満の目が出る場合は，5通りである。

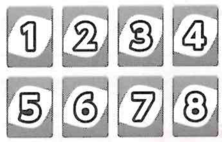
だから，6未満の目が出る確率は，$\frac{5}{6}$

㋔　3の倍数の目は3と6だから，3の倍数の目が出る場合は，2通りである。

だから，3の倍数の目が出る確率は，$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

よって，もっとも起こりやすいのは，㋓

**2** 右のような8枚のカードがあります。この8枚のカードを箱に入れて，そこから1枚のカードを取り出すとき，次の確率を求めなさい。




(1)　カードに書かれた数が8の約数である確率

(2)　カードに書かれた数が9である確率

**ガイド** (1)　8の約数は，1，2，4，8です。

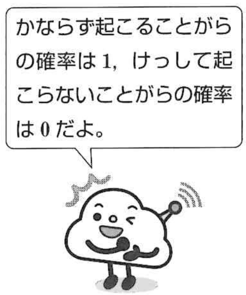
(2)　けっして起こらないことがらの確率は0です。

**解答** (1)　8の約数が書かれたカードは1，2，4，8だから，カードに書かれた数が8の約数である場合は，4通りである。

だから，カードに書かれた数が8の約数である確率は，$\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$

(2)　9が書かれたカードはないので，9のカードが出る場合は，0通りである。

だから，9が書かれたカードが出る確率は，$\frac{0}{8}=0$



# 2 いろいろな確率

**学習のねらい**

樹形図などの図をかいて，いろいろなことがらの場合の数を数え上げます。また，全部の場合の数とあることがらの起こる場合の数から，確率を求めることを学習します。

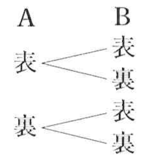
**教科書のまとめ　テスト前にチェック**

□樹形図

▶考えられるすべての場合を順序よく整理して数えるのに，右のような図がよく用いられます。

このような図を**樹形図**（じゅけいず）といいます。

例　2枚の硬貨を投げるとき




□起こらない確率

▶ことがらAの起こる確率を $p$ とすると，

Aの起こらない確率 $=1-p$

**場合の数を，もれや重なりがないように数えましょう。**

昼食時に校内放送でA，B，Cの3曲を流します。
この3曲の曲順には，どんな場合があるでしょうか。

教科書 p.169

**ガイド**　曲順を，図や表を使って，もれや重なりがないように数え上げます。

**解答**　表を使って調べてみると，右のようになり，

(A，B，C)　(A，C，B)　(B，A，C)
(B，C，A)　(C，A，B)　(C，B，A)

の6通りがある。

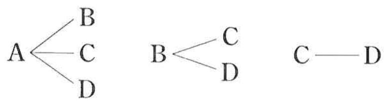
| 1曲目 | 2曲目 | 3曲目 |
|---|---|---|
| A | B | C |
| A | C | B |
| B | A | C |
| B | C | A |
| C | A | B |
| C | B | A |

**問1**　A，B，C，Dの4冊から2冊の本を選ぶとき，その選び方は全部で何通りありますか。

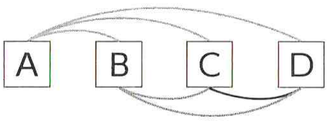
教科書 p.169

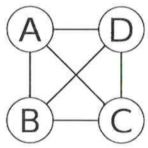
**ガイド**　樹形図をかいて調べます。A—BとB—Aは同じ組み合わせであることに注意しましょう。

**解答**　右の図のように，選び方は全部で**6通り**




**参考**　そのほか，小学校の算数でも学習したように，下のような図や表で求めることもできます。



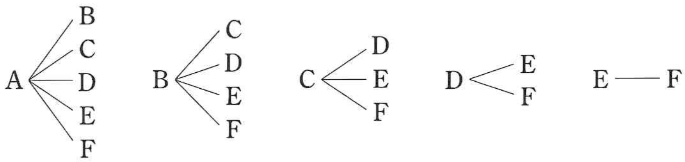




| | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|
| A | | ○ | ○ | ○ |
| B | | | ○ | ○ |
| C | | | | ○ |
| D | | | | |

**問2** サッカーの試合で，A，B，C，D，E，F の 6 チームが，それぞれ 1 回ずつ対戦するとき，全部で何試合になりますか。 教科書 p.169

**ガイド** 樹形図をかいて，すべての組み合わせを，順序よく調べます。

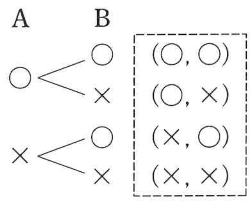
**解 答** 右の図の 15 通りあるから，
試合数は，**15 試合**




## いろいろな確率を求めましょう。

**問3** 2 枚の硬貨を同時に投げるとき，2 枚とも表となる確率を求めなさい。 教科書 p.170

**解 答** 2 枚の硬貨を A，B とし，表を○，裏を×で表して，樹形図をかくと，起こるすべての場合は，右の図のようになる。
起こるすべての場合の数は 4 通りで，どの表裏の出かたも同様に確からしい。2 枚とも表となる出かたは 1 通りだから，その確率は，$\dfrac{1}{4}$




**説明しよう** 教科書 p.170

上の 例題1 で，けいたさんは，右のように考えていました。
この考えのどこが誤っているか説明しましょう。

> × 誤答例
> 表裏の出かたは，
> 　2 枚とも表，1 枚は表で 1 枚は裏，
> 　2 枚とも裏
> の 3 通りだから，
> 1 枚は表で 1 枚は裏となる確率は $\dfrac{1}{3}$

**ガイド** 同様に確からしいのは何か，ということが問題です。

**解答例** 2 枚の硬貨を投げるとき，同様に確からしいのは，1 枚 1 枚の硬貨が表になるか裏になるかである。2 枚の硬貨を A，B と区別し，A が表で B が裏のとき，(○，×) と表すと，表裏の出かたは，次の 4 通りである。

(○，○)　(○，×)　(×，○)　(×，×)

これらの出かたは，同様に確からしい。
1 枚は表で 1 枚は裏となるのは，(○，×) と (×，○) の 2 通りあるから，その確率は，
$\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}$ となる。

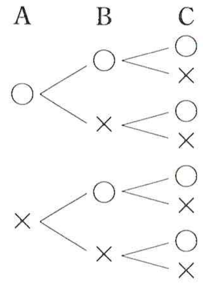
**問4** 3枚の硬貨を同時に投げるとき，次の確率を求めなさい。　教科書 p.171

(1)　3枚とも裏となる確率

(2)　少なくとも1枚は表となる確率

**ガイド** 3枚の硬貨をA，B，Cと区別し，樹形図を使って，表裏の出かたを考えます。
(2)は，「少なくとも1枚」の意味を考えます。

**解答** 3枚の硬貨をA，B，Cと区別し，表を○，裏を×として，樹形図に表すと，右の図のようになる。表裏の出かたは全部で8通りで，どの出かたも同様に確からしい。




(1)　3枚とも裏となる出かたは1通りだから，その確率は，$\dfrac{1}{8}$

(2)　3枚とも表となる出かたは1通り
2枚は表で1枚は裏となる出かたは3通り
1枚は表で2枚は裏となる出かたは3通り
だから，少なくとも1枚は表となる出かたは，全部で7通り。
よって，求める確率は，$\dfrac{7}{8}$

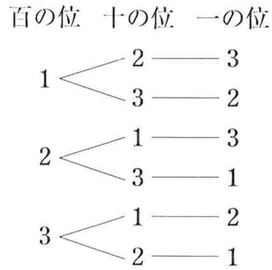
**参考** 樹形図を見ると，「少なくとも1枚は表」とは，「3枚とも裏でない」ことと同じです。

**問5** 右のような3枚のカードがあります。この3枚のカードを箱に入れて，そこから1枚ずつ取り出し，取り出した順に左から右に並べて3けたの整数をつくります。
この整数が偶数となる確率を求めなさい。　教科書 p.171


**ガイド** 樹形図をかいて，一の位の数が2になる場合の数を調べます。

**解答** 樹形図をかくと，右の図のようになり，全部で6通りの整数ができる。
そして，これらの取り出し方は同様に確からしい。
このうち，偶数となるのは，132，312の2通りだから，
偶数になる確率は，

$$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$$




**参考** 偶数か奇数(きすう)かは，一の位の数で決まります。一の位にくる数は，1か2か3かで3通り，そのうち，偶数の場合は2だけだから，偶数となる確率は，$\dfrac{1}{3}$ です。
この解き方の方が簡単ですが，ここでは，学習内容を確認するため，樹形図をかいて調べることがたいせつです。

**問6** 2つのさいころを同時に投げるとき，次の確率を求めなさい。 教科書 p.173

(1) 出る目の数の和が9になる確率

(2) 出る目の数の和が9にならない確率

**ガイド** **2つのさいころを A，B と区別し，出る目の数の和の表をつくって考えます。ことがらAの起こる確率を $p$ とすると，Aの起こらない確率は，$1-p$ で求められます。**

**解答** 2つのさいころを A，B とし，和の表をつくると，次のようになる。

| A＼B | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |

- 目の出かたは，
  $6\times6=36$（通り）
- これらの出かたは，同様に確からしい。
- 出る目の数の和が9になる場合は，◯をつけたところである。

(1) 出る目の数の和が9になる場合は4通りである。求める確率は，

$$\frac{4}{36}=\mathbf{\frac{1}{9}}$$

(2) (1)が起こらない確率だから，出る目の数の和が9にならない確率は，

$$1-\frac{1}{9}=\mathbf{\frac{8}{9}}$$

**問7** 例題4 で，2枚が異なるマークのカードである確率を求めなさい。 教科書 p.173

**ガイド** **例題4 が起こらない確率と考えます。**

**解答** 「2枚が異なるマークのカードである」とは，「2枚が同じマークのカードでない」ということである。

例題4 より，2枚が同じマークのカードである確率は $\frac{2}{5}$ だから，求める確率は，

$$1-\frac{2}{5}=\mathbf{\frac{3}{5}}$$

**参考** 例題4 の表で考えると，右の ⬚ で囲まれた部分が2枚が異なるマークのカードである組で，6通りです。
これから，求める確率は，

$$\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$$

| | ♥2 | ♥3 | ♥4 | ♣5 | ♣6 |
|---|---|---|---|---|---|
| ♥2 | | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ♥3 | | | ○ | ○ | ○ |
| ♥4 | | | | ○ | ○ |
| ♣5 | | | | | ○ |
| ♣6 | | | | | |