

2. 確率の利用

どちらが有利かな？

けいたさんと弟は、商店街でおこなわれているくじ引きについて話しています。

「さきにひいた方があたりが出やすいのかな。」

「はずれがさきにひかれる場合もあるんじゃない？」

話しあおう

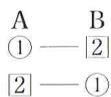
教科書
p.175

くじ引きでは、さきにひくか、あとにひくかによって、あたりやすさに違いがあるでしょうか。

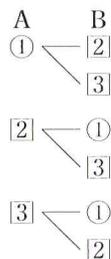
ガイド あたりが1本として、くじがいろいろな本数の場合で考えてみましょう。

解答例 あたりが1本として、くじの本数を増やし、AとBがこの順に1本ずつひくことを考える。あたりを①、はずれを②、③、④とすると、

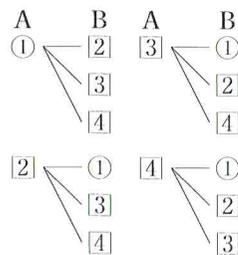
2本のとき



3本のとき



4本のとき



AとBのあたる確率は、どちらも、

2本のときは $\frac{1}{2}$

3本のときは $\frac{2}{6} \left(\frac{1}{3} \right)$

4本のときは $\frac{3}{12} \left(\frac{1}{4} \right)$

さきにひくか、あとにひくかによって、あたりやすさに違いはないと考えられる。

1 確率の利用

学習のねらい

場合の数や確率を求めて、身のまわりにある問題を解決することができることを学び、確率についての理解を深めます。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□場合の数や
確率の利用

▶場面の状況を具体的な数にして、数学の問題としてとらえ、樹形図をもとに場合の数を数えて確率を求め、問題を解決します。

1

樹形図から、AとBがこの順に1本ずつくじをひく場合の数は、何通りになりますか。右の樹形図(省略)の残りの部分をかき、完成させて考えなさい。

教科書
p.176

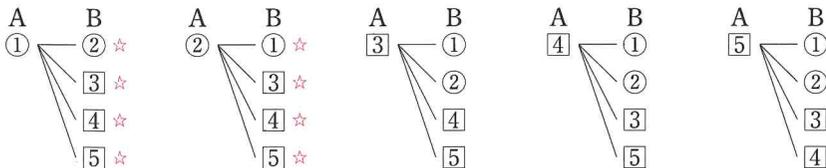
ガイド

Aがひいたくじはもとにもどさないので、Bの方には入れないようにします。

解答

樹形図は、下の図のようになる。

20通り



(図の中の☆の印は、2の内容です。)

2

Aがあたりをひく場合の数を求めなさい。

教科書
p.176

ガイド

上の1でかいた樹形図を使って、Aがあたりをひく場合を数えます。

解答

Aがあたりをひくのは、上の1の図の☆の場合で、8通り。

説明しよう

教科書
p.177

前ページ(教科書p.176)のQで、2人のあたりやすさについて、どんなことがいえるでしょうか。確率を用いて説明しましょう。

ガイド

上の1でかいた樹形図を使って、A、Bがあたりをひく確率をそれぞれ考えます。

解答例

上の1の図で、Aがあたりをひく場合は8通りだから、確率は、 $\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$

Bがあたりをひく場合は8通りだから、確率は、 $\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$

したがって、2人のあたりやすさに違いはない。

教科書
p.177

3 **Q**の問題で、5本のうち、あたりが3本はいつているくじを考えます。
このくじの場合には、2人のあたりやすさに違いがありますか。

ガイド 171ページの**1**でかいた樹形図を、どのように利用したらよいか考えましょう。

解答 171ページの**1**の図で、2本のはずれを①、②、3本のあたりを③、④、⑤と考えると、

Aがあたりをひく場合は12通りだから、確率は、 $\frac{12}{20} = \frac{3}{5}$

Bがあたりをひく場合は12通りだから、確率は、 $\frac{12}{20} = \frac{3}{5}$

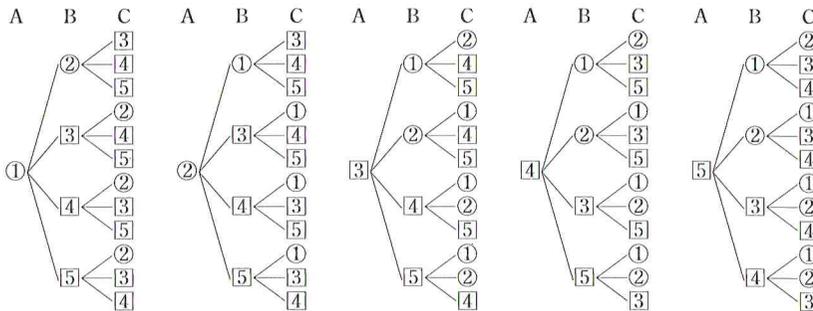
したがって、2人のあたりやすさに違いはない。

教科書
p.177

4 **Q**の問題で、くじをひく人数を、A、B、Cの3人に増やし、3人がこの順に1本ずつひく場合を考えます。3人のあたりやすさに違いがありますか。
ただし、ひいたくじは、もとにもどさないことにします。

ガイド 171ページの**1**でかいた樹形図に、Cがくじをひく場合をかき加えて考えます。

解答 樹形図は、下の図のようになる。



A、B、Cがこの順に1本ずつくじをひく場合の数は、60通り。

Aがあたりをひく場合は24通りだから、確率は、 $\frac{24}{60} = \frac{2}{5}$

Bがあたりをひく場合は24通りだから、確率は、 $\frac{24}{60} = \frac{2}{5}$

Cがあたりをひく場合は24通りだから、確率は、 $\frac{24}{60} = \frac{2}{5}$

したがって、3人のあたりやすさに違いはない。

- 1 次の□にあてはまるものをいいなさい。
- (1) かならず起こることがらの確率は□である。
- (2) けっして起こらないことがらの確率は□である。
- (3) ことがらAの起こる確率を p とすると、Aの起こらない確率は、□である。

ガイド あることがらが起こる確率を p とすると、 p の値の範囲は、 $0 \leq p \leq 1$ で、 $p=1$ は、かならず起こることがらで、 $p=0$ は、けっして起こらないことがらです。だから、あることがらについて、起こる確率と起こらない確率の和は1になります。

解答 (1) 1 (2) 0 (3) $1-p$ (1), (2) p.168 問2

参考 確率が1や0のことがらを考えることは、ほとんど無意味ですが、(3)のときに、この考え方は役立ちます。 (3) p.173 問6

- 2 1つのさいころを投げるとき、1の目が出る確率は $\frac{1}{6}$ です。

この確率の意味を正しく説明しているのは、次の(ア)~(ウ)のうち、どれですか。

- (ア) 6回投げるとき、そのうち1回はかならず1の目が出る。
- (イ) 6回投げるとき、そのうち1回しか1の目は出ない。
- (ウ) 3000回投げるとき、500回ぐらい1の目が出る。

ガイド 確率は、場合の数をもとにして期待できる程度を表す数です。また、「かならず」のように断定的なことは、確率が1か0の場合だけで、他のときはいえません。

解答 (ウ) p.168 話しあおう

- 3 1から20までの数が1つずつ書かれた20枚のカードがあります。このカードを箱に入れて、そこから1枚を取り出すとき、取り出したカードが3の倍数である確率を求めなさい。

ガイド 20枚のカードのうち、どのカードを取り出すことも同様に確からしいといえます。

解答 カードの取り出し方は20通り。 p.167 問1

取り出したカードが3の倍数である場合は、

3, 6, 9, 12, 15, 18

の6通りだから、求める確率は、 $\frac{6}{20} = \frac{3}{10}$

- 4 次の確率を求めなさい。

- (1) 1つのさいころを投げるとき、奇数の目が出る確率
- (2) 3枚の硬貨を同時に投げるとき、3枚とも表となる確率

ガイド ことがらAの起こる確率 = $\frac{\text{ことがらAの起こる場合の数}}{\text{起こるすべての場合の数}}$

解答 (1) 1つのさいころの目の出かたは、1~6で全部で6通りあり、
どれも同様に確からしい。

そのうち、奇数の目は、1, 3, 5の3通りだから、

奇数の目が出る確率は、 $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

p.167 問1

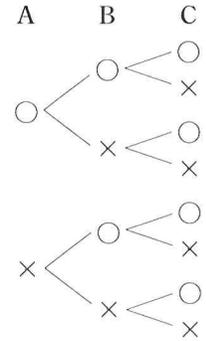
(2) 3枚の硬貨をA, B, Cと区別し、表を○, 裏を×として、
樹形図で表すと、右の図のように、全部で8通り。

どの表裏の出かたも同様に確からしい。

このうち、3枚とも表となる出かたは、1通りだから、

3枚とも表となる確率は、 $\frac{1}{8}$

p.171 問4



6章 章末問題 学びを身につけよう

教科書 p.179

1 5本のうち、あたりが2本はいつているくじがあります。

このくじを、同時に2本ひくとき、少なくとも1本があたりである確率を求めなさい。

ガイド あたりくじを①, ②, はずれくじを③, ④, ⑤として、2本のくじのひき方を表などに表して調べます。「少なくとも1本があたり」ということは、ひいた2本のくじのうち、1本、または、2本があたりくじであるという意味です。

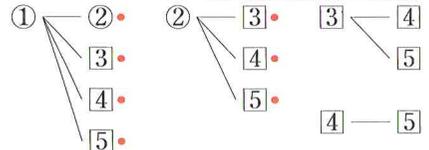
解答 5本のくじのうち、あたりを①, ②, はずれを③, ④, ⑤で表すと、右の表のように、くじのひき方は10通り。
少なくとも1本があたりである場合は表の●の場合で、7通りだから、その確率は、 $\frac{7}{10}$

	①	②	③	④	⑤
①	●	●	●	●	●
②		●	●	●	●
③				○	○
④					○
⑤					

参考 樹形図をかくと、右の図のようになります。

少なくとも1本があたりである場合は、右の図の

●の印をつけた7通りだから、求める確率は、 $\frac{7}{10}$



2 2つのさいころを同時に投げるとき、次の確率を求めなさい。

- (1) 1の目がまったく出ない確率
- (2) 出る目の数の和が13になる確率
- (3) 出る目の数の差が3になる確率
- (4) 少なくとも一方は3以上の目が出る確率

ガイド 2つのさいころを同時に投げるとき、目の出かたは、2つのさいころを A, B で表し、表にすると、わかりやすくなります。

解答 2つのさいころを A, B とすると、目の出かたは右の表のようになり、全部で 36 通り。これらは同様に確からしい。

A \ B	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

(1) 1の目がまったく出ない場合は、右の表の□の部分で、25通りだから、求める確率は、

$$\frac{25}{36}$$

(2) 出る目の数の和がもっとも大きくなる場合は、 $6+6=12$ である。

よって、出る目の数の和が 13 になる場合は 0 通りだから、求める確率は、 $\frac{0}{36}=0$

(3) 出る目の数の差が 3 になる場合は、右上の表の○の 6 通りだから、求める確率は、

$$\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$$

(4) 少なくとも一方は 3 以上の目が出る確率は、 $1-(\text{どちらも 2 以下の目が出る確率})$

どちらも 2 以下の目が出る場合は、右上の表の△の 4 通りで、その確率は、 $\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$

よって、少なくとも一方は 3 以上の目が出る確率は、 $1-\frac{1}{9}=\frac{8}{9}$



3

右のような 4 枚のカードがはいっている箱から、カードを続けて 2 枚取り出します。

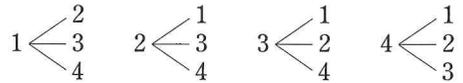
1 枚目を十の位、2 枚目を一の位として、2 けたの整数をつくるとき、この整数が 3 の倍数となる確率を求めなさい。

**ガイド**

カードの並べ方を、樹形図に表して考えます。

解答

樹形図をかくと、右の図のようになり、全部で 12 個の 2 けたの整数ができる。



このうち、3 の倍数は、12, 21, 24, 42 の 4 個。

したがって、3 の倍数となる確率は、 $\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$

4

500 円、100 円、50 円、10 円の硬貨が 1 枚ずつあります。この 4 枚を同時に投げるとき、次の問いに答えなさい。

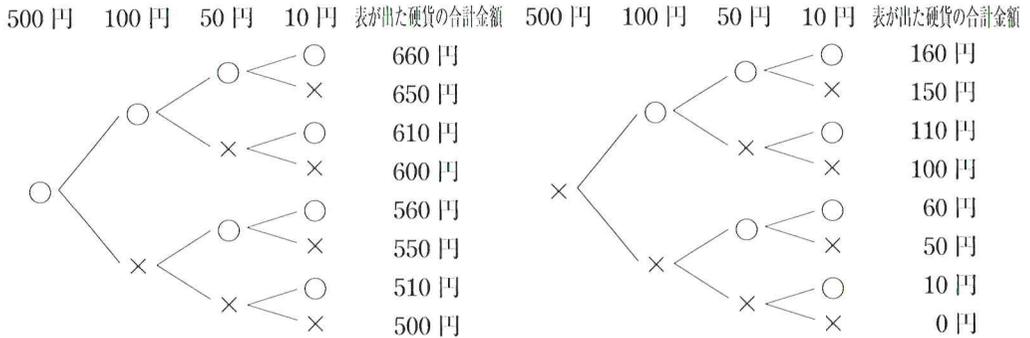
(1) 表裏の出かたは、全部で何通りありますか。

(2) 4 枚のうち、少なくとも 1 枚は表となる確率を求めなさい。

(3) 表が出た硬貨の合計金額が、550 円以上になる確率を求めなさい。

ガイド 表を○、裏を×として、樹形図に表して考えます。

解答 表を○、裏を×として樹形図に表すと、下の図のようになる。



(1) 表裏の出かたは、全部で16通りあり、どれも同様に確からしい。 **16通り**

(2) 4枚のうち、少なくとも1枚は表となる確率は、 $1 - (4\text{枚とも裏となる確率})$

樹形図から、4枚とも裏になるのは1通りだから、その確率は、 $\frac{1}{16}$

よって、求める確率は、 $1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$

(3) 樹形図の合計金額を見ると、550円以上になる場合は6通りだから、表が出た硬貨

の合計金額が、550円以上になる確率は、 $\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$

5

赤玉2個と白玉3個がはいっている袋があります。この袋から玉を1個取り出して色を調べ、それを袋にもどしてから、また、玉を1個取り出すとき、次の(ア)と(イ)では、どちらの方が起こりやすいといえますか。

(ア) 赤玉と白玉が出る

(イ) 同じ色の玉が出る

ガイド

1回目に取り出した玉を袋にもどすから、2回目に玉を取り出すときも、袋の中の玉は1回目に取り出すときと同じで、赤玉2個と白玉3個です。

解答

赤玉2個を赤₁、赤₂、白玉3個を白₁、白₂、白₃とすると、右のような表にまとめられる。

玉の取り出し方は、全部で $5 \times 5 = 25$ (通り)あり、どれも同様に確からしい。

(ア) 赤玉と白玉が出る場合は、表の●の場合で、12通り

だから、その確率は、 $\frac{12}{25}$

(イ) 同じ色の玉が出る場合は、表の○の場合で、13通りだから、その確率は、 $\frac{13}{25}$

したがって、(イ)の方が起こりやすいといえる。

2回目 1回目	赤 ₁	赤 ₂	白 ₁	白 ₂	白 ₃
赤 ₁	○	○	●	●	●
赤 ₂	○	○	●	●	●
白 ₁	●	●	○	○	○
白 ₂	●	●	○	○	○
白 ₃	●	●	○	○	○