

# 1 章 式の展開と因数分解

## 1 節 式の展開と因数分解

トランプマジックをしてみよう

- 1 トランプを用意して、数が異なるカードを2枚選んでもらい、そのうち、小さい方の数のカードを見せてもらう。
- 2 2枚のカードの数を使って、次の計算をしてもらう。
  - ① (大きい方の数)+(小さい方の数)= $\boxed{A}$
  - ② (大きい方の数)-(小さい方の数)= $\boxed{B}$
  - ③ (小さい方の数) $^2=\boxed{C}$
  - ④  $A \times B + C = \boxed{D}$
- 3 Dの値を聞き、それがどんな数の2乗になっているのかを考える。
- 4 ③で求めた数が、2枚のカードのうち、大きい方の数になる。

この方法で、2枚のカードのうち、大きい方の数がなぜわかるのかが気になったので、まずは、2枚のカードの数が8と3の場合について考えてみようと思い、実際に計算してみることにしました。

この計算について、けいたさんは、右の図(省略)を使って、次のように考えました。

【けいたさんの考え】

$(8+3) \times (8-3) + 3^2$  で表される面積は、1辺が8の正方形の面積と等しい。

$$\begin{aligned} A &= 8 + 3 = 11 \\ B &= 8 - 3 = 5 \\ C &= 3^2 = 9 \\ D &= 11 \times 5 + 9 \\ &= 64 \\ &= 8^2 \end{aligned}$$

### 話しあおう

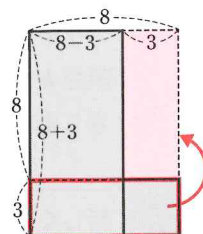
教科書  
p.13

この図(省略)から、2枚のカードのうち、大きい方の数が8であることがわかるのは、なぜでしょうか。また、2枚のカードの数が、8と3ではない場合でも、同じようにマジックができるのでしょうか。

解答例

- 右の図のように、 $3 \times 8$ の長方形を移動させると、1辺が8の正方形になるから、 $(8+3) \times (8-3) + 3^2 = 8^2$  になることがわかる。
- 2つのカードが、10と7の場合を考えてみると、  

$$(10+7) \times (10-7) + 7^2 = 17 \times 3 + 49 = 100 = 10^2$$
 で成り立つので、8と3ではない場合でも、マジックはできると考えられる。



# 1 式の乗法、除法

## 学習のねらい

既習の計算法則や、単項式×単項式、単項式÷単項式の計算をもとに、多項式×単項式、単項式×多項式、多項式÷単項式、多項式×多項式の計算ができるようにします。

## 教科書のまとめ テスト前にチェック

□多項式×単項式

単項式×多項式

□多項式÷単項式

□展 開

□ $(a+b)(c+d)$

の展開

□ $(a+b)(c+d+e)$

の展開

▶分配法則  $(a+b)c=ac+bc$ ,  $c(a+b)=ca+cb$  を用いて、かっこをはずします。

▶多項式÷単項式の計算では、多項式÷数の場合と同じように計算することができます。

▶単項式や多項式の積の形で表された式を計算して、単項式の和の形で表すことを、もとの式を展開するといいます。

$$\begin{array}{c} (a+b)(c+d) \\ \downarrow \text{展開} \\ ac+ad+bc+bd \end{array}$$

▶2通りの計算のしかたがあります。

$$\begin{aligned} (1) \quad (a+b)(c+d) \\ &= a(c+d) + b(c+d) \\ &= ac+ad+bc+bd \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad (a+b)(c+d) \\ &= ac+ad+bc+bd \end{aligned}$$

▶項が増えても、上の計算のしかたと同様に、展開できます。

▶展開した式に同類項があるときは、同類項をまとめて計算します。

$$\begin{aligned} \text{例 (1)} \quad (2a-b)(a+3b-1) &= 2a(a+3b-1) - b(a+3b-1) \\ &= 2a^2+6ab-2a-ab-3b^2+b \\ &= 2a^2+5ab-2a-3b^2+b \end{aligned}$$

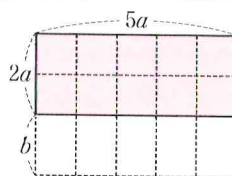
$$\begin{aligned} (2) \quad (2a-b)(a+3b-1) &= 2a^2+6ab-2a-ab-3b^2+b \\ &= 2a^2+5ab-2a-3b^2+b \end{aligned}$$

## 多項式と単項式の乗法について学びましょう。



縦の長さ  $2a$  m, 横の長さ  $5a$  m の長方形の花だんがあります。

縦を  $b$  m だけのばしたときの花だん全体の面積を、式に表しましょう。



教科書  
p.14

## ガイド

新しくできた花だんの面積を、縦の長さ×横の長さで表してみましょう。また、その面積を、もとの花だんの面積と、増えた部分の面積の和の形で表してみましょう。

解答

新しくできた長方形の花だんの縦は  $(2a+b)$  m, 横は  $5a$  m となるから, その面積は,

$$(2a+b) \times 5a \text{ (m}^2\text{)}$$

または,  $5a \times (2a+b) \text{ (m}^2\text{)}$

となる。

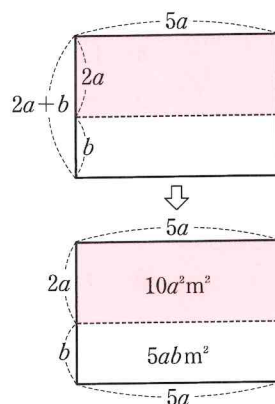
また, 新しい花だんの面積は, もとの花だんの面積,

$2a \times 5a = 10a^2 \text{ (m}^2\text{)}$  と増えた部分の面積,  $b \times 5a = 5ab \text{ (m}^2\text{)}$

の和に等しいから, その面積は,

$$10a^2 + 5ab \text{ (m}^2\text{)}$$

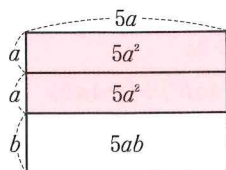
となる。



参考

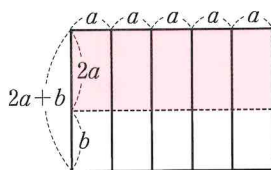
上のほかにも, 分け方をくふうすると, いろいろ考えることができます。

[横に分ける場合]



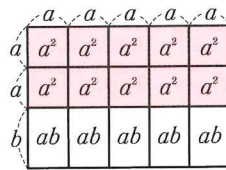
$$5a^2 \times 2 + 5ab \text{ (m}^2\text{)}$$

[縦に分ける場合]



$$(2a+b) \times a \times 5 \text{ (m}^2\text{)}$$

[縦と横に分ける場合]



$$a^2 \times 10 + ab \times 5 \text{ (m}^2\text{)}$$

問1

次の計算をなさい。

(1)  $(2x+y) \times 7x$

(2)  $(3a-b) \times 4a$

(3)  $(5a-6b) \times (-2b)$

(4)  $4x(2x-1)$

(5)  $2x(x+3y)$

(6)  $-3a(8a+7b)$

(7)  $-2x(-3x+2y)$

(8)  $(x-3y-2) \times 4x$

(9)  $-3x(4x-3y+2)$

(10)  $3a(-a+2b-1)$

教科書  
p.15

ガイド

多項式  $\times$  単項式, 単項式  $\times$  多項式の計算では, **分配法則**を使います。

$$(a+b)c = \underline{ac} + \underline{bc} \quad \text{または} \quad c(a+b) = \underline{ca} + \underline{cb}$$

項が増えても同様に計算できます。

$$d(a+b+c) = \underline{da} + \underline{db} + \underline{dc}$$

解答

(1)  $(2x+y) \times 7x = 2x \times 7x + y \times 7x = 14x^2 + 7xy$

(2)  $(3a-b) \times 4a = 3a \times 4a + (-b) \times 4a = 12a^2 - 4ab$

(3)  $(5a-6b) \times (-2b) = 5a \times (-2b) + (-6b) \times (-2b) = -10ab + 12b^2$

(4)  $4x(2x-1) = 4x \times 2x + 4x \times (-1) = 8x^2 - 4x$

(5)  $2x(x+3y) = 2x \times x + 2x \times 3y = 2x^2 + 6xy$

(6)  $-3a(8a+7b) = -3a \times 8a + (-3a) \times 7b = -24a^2 - 21ab$

$$(7) -2x(-3x+2y)=-2x \times (-3x)+(-2x) \times 2y=6x^2-4xy$$

$$(8) (x-3y-2) \times 4x=x \times 4x+(-3y) \times 4x+(-2) \times 4x=4x^2-12xy-8x$$

$$(9) -3x(4x-3y+2)=-3x \times 4x+(-3x) \times (-3y)+(-3x) \times 2 \\ =-12x^2+9xy-6x$$

$$(10) 3a(-a+2b-1)=3a \times (-a)+3a \times 2b+3a \times (-1)=-3a^2+6ab-3a$$

参考

計算になれてきたら、上の解答の途中の式を省いてもかまいません。

$$\text{例 (7)} -2x(-3x+2y)=6x^2-4xy$$

## 多項式と単項式の除法について学びましょう。

問2

次の計算をなさい。

$$(1) (5x^2-10x) \div 5x$$

$$(2) (8a^2-2a) \div 2a$$

$$(3) (6ax+3ay) \div (-3a)$$

$$(4) (-12a^2b+4ab^2) \div (-4ab)$$

$$(5) (6xy-4xy^2) \div \frac{2}{5}y$$

$$(6) (-10x^2+x) \div \frac{x}{2}$$

$$(7) (3x^2+6xy) \div \left(-\frac{3}{4}x\right)$$

$$(8) (15x^2y-10xy^2) \div \frac{5}{2}xy$$

ガイド

多項式÷単項式の計算では、多項式の各項を単項式でわります。

また、わる式が分数の形のときは、その分子と分母を入れかえた式をかけます。

解答

$$(1) (5x^2-10x) \div 5x = \frac{5x^2}{5x} - \frac{10x}{5x} = x-2$$

$$(2) (8a^2-2a) \div 2a = \frac{8a^2}{2a} - \frac{2a}{2a} = 4a-1$$

$$(3) (6ax+3ay) \div (-3a) = \frac{6ax}{-3a} + \frac{3ay}{-3a} = -2x-y$$

$$(4) (-12a^2b+4ab^2) \div (-4ab) = \frac{-12a^2b}{-4ab} + \frac{4ab^2}{-4ab} = 3a-b$$

$$(5) (6xy-4xy^2) \div \frac{2}{5}y = (6xy-4xy^2) \times \frac{5}{2y} = 6xy \times \frac{5}{2y} - 4xy^2 \times \frac{5}{2y} = 15x-10xy$$

$$(6) (-10x^2+x) \div \frac{x}{2} = (-10x^2+x) \times \frac{2}{x} = -10x^2 \times \frac{2}{x} + x \times \frac{2}{x} = -20x+2$$

$$(7) (3x^2+6xy) \div \left(-\frac{3}{4}x\right) = (3x^2+6xy) \times \left(-\frac{4}{3x}\right) = 3x^2 \times \left(-\frac{4}{3x}\right) + 6xy \times \left(-\frac{4}{3x}\right) \\ = -4x-8y$$

$$(8) (15x^2y-10xy^2) \div \frac{5}{2}xy = (15x^2y-10xy^2) \times \frac{2}{5xy} = 15x^2y \times \frac{2}{5xy} - 10xy^2 \times \frac{2}{5xy} \\ = 6x-4y$$

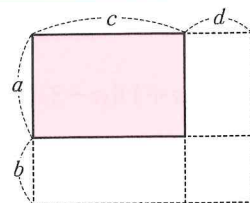
教科書  
p.15

## 多項式どうしの乗法について学びましょう。



縦の長さ  $a$  m, 横の長さ  $c$  m の長方形の花だんがあります。

縦を  $b$  m, 横を  $d$  m だけのばしたときの花だん全体の面積を, 式に表しましょう。



教科書  
p.16

### ガイド

縦と横の長さをのばしたときの花だんの面積を, 縦×横で表してみましょう。また, その面積を, 4つの小さい長方形の面積の和でも表してみましょう。

### 解答

新しくできた花だんを, 下の図のように長方形 ABCD とすると,

$AB = a + b$  (m),  $AD = c + d$  (m) だから, その面積は,

$$(a + b)(c + d) \text{ (m}^2\text{)}$$

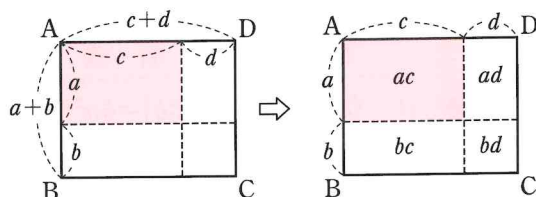
となる。

また, 長方形 ABCD の面積を,

4つの長方形の面積の和として表すと,

$$ac + ad + bc + bd \text{ (m}^2\text{)}$$

となる。



### 問3

次の式を展開しなさい。

(1)  $(a + b)(c - d)$

(2)  $(a - b)(c - d)$

(3)  $(x + 2)(y + 3)$

(4)  $(x - 1)(y + 4)$

教科書  
p.16

### ガイド

単項式や多項式の積の形で表された式を計算して, 単項式の和の形で表すことを, もとの式を**展開する**といいます。

あとの ( ) の中の式を1つのものとみて, **分配法則を複数回**使います。

### 解答

(1)  $(a + b)(c - d)$

$$= a(c - d) + b(c - d)$$

$$= ac - ad + bc - bd$$

(2)  $(a - b)(c - d)$

$$= a(c - d) - b(c - d)$$

$$= ac - ad - bc + bd$$

(3)  $(x + 2)(y + 3)$

$$= x(y + 3) + 2(y + 3)$$

$$= xy + 3x + 2y + 6$$

(4)  $(x - 1)(y + 4)$

$$= x(y + 4) - (y + 4)$$

$$= xy + 4x - y - 4$$

### 問4

次の計算をしなさい。

(1)  $(x - 2)(x - 6)$

(2)  $(x - 4)(x + 5)$

(3)  $(a + 1)(a - 3)$

(4)  $(a + 8)(a + 7)$

教科書  
p.17

### ガイド

展開した式に同類項があるときは, 同類項をまとめて計算します。

解答

$$\begin{aligned}
 (1) \quad (x-2)(x-6) &= x(x-6) - 2(x-6) \\
 &= x^2 - 6x - 2x + 12 \\
 &= x^2 - 8x + 12 \\
 (2) \quad (x-4)(x+5) &= x(x+5) - 4(x+5) \\
 &= x^2 + 5x - 4x - 20 \\
 &= x^2 + x - 20 \\
 (3) \quad (a+1)(a-3) &= a(a-3) + (a-3) \\
 &= a^2 - 3a + a - 3 \\
 &= a^2 - 2a - 3 \\
 (4) \quad (a+8)(a+7) &= a(a+7) + 8(a+7) \\
 &= a^2 + 7a + 8a + 56 \\
 &= a^2 + 15a + 56
 \end{aligned}$$

問5

次の計算をなさい。

教科書  
p.17

$$\begin{aligned}
 (1) \quad (3a+2b)(2a+3b) & \quad (2) \quad (9a-2b)(5a+6b) \\
 (3) \quad (7x+4y)(x-5y) & \quad (4) \quad (2x-3y)(8x-y)
 \end{aligned}$$

ガイド

$$(a+b)(c+d) = \overset{\textcircled{1}}{ac} + \overset{\textcircled{2}}{ad} + \overset{\textcircled{3}}{bc} + \overset{\textcircled{4}}{bd} \text{ を利用すると、直接導けます。}$$

解答

$$\begin{aligned}
 (1) \quad (3a+2b)(2a+3b) &= 6a^2 + 9ab + 4ab + 6b^2 = 6a^2 + 13ab + 6b^2 \\
 (2) \quad (9a-2b)(5a+6b) &= 45a^2 + 54ab - 10ab - 12b^2 = 45a^2 + 44ab - 12b^2 \\
 (3) \quad (7x+4y)(x-5y) &= 7x^2 - 35xy + 4xy - 20y^2 = 7x^2 - 31xy - 20y^2 \\
 (4) \quad (2x-3y)(8x-y) &= 16x^2 - 2xy - 24xy + 3y^2 = 16x^2 - 26xy + 3y^2
 \end{aligned}$$

問6

次の計算をなさい。

教科書  
p.17

$$\begin{aligned}
 (1) \quad (a+1)(a+b-1) & \quad (2) \quad (a+2b)(2a+b+1) \\
 (3) \quad (x+2y-1)(2x-y) & \quad (4) \quad (x-y+3)(3x-2y)
 \end{aligned}$$

ガイド

あとの( )の中の式を1つのものとみて、分配法則を複数回使います。

解答

$$\begin{aligned}
 (1) \quad (a+1)(a+b-1) &= a(a+b-1) + (a+b-1) \\
 &= a^2 + ab - a + a + b - 1 \\
 &= a^2 + ab + b - 1 \\
 (2) \quad (a+2b)(2a+b+1) &= a(2a+b+1) + 2b(2a+b+1) \\
 &= 2a^2 + ab + a + 4ab + 2b^2 + 2b \\
 &= 2a^2 + 5ab + a + 2b^2 + 2b \\
 (3) \quad (x+2y-1)(2x-y) &= x(2x-y) + 2y(2x-y) - (2x-y) \\
 &= 2x^2 - xy + 4xy - 2y^2 - 2x + y \\
 &= 2x^2 + 3xy - 2y^2 - 2x + y \\
 (4) \quad (x-y+3)(3x-2y) &= x(3x-2y) - y(3x-2y) + 3(3x-2y) \\
 &= 3x^2 - 2xy - 3xy + 2y^2 + 9x - 6y \\
 &= 3x^2 - 5xy + 2y^2 + 9x - 6y
 \end{aligned}$$

## 2

## 乗法の公式

## 学習のねらい

多項式×多項式のうち、特別な形をしたものについて、展開のしかたを公式として覚えて、その公式の使い分けや、公式を利用した計算ができるようにします。

## 教科書のまとめ テスト前にチェック

## □乗法の公式

▶①  $(x+a)(x+b)$  の展開  $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

例  $(x+1)(x+2)=x^2+(1+2)x+1\times 2=x^2+3x+2$

▶② 平方の公式  $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$$

例  $(x+3)^2=x^2+2\times x\times 3+3^2=x^2+6x+9$

▶③ 和と差の積  $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

例  $(x+4)(x-4)=x^2-4^2=x^2-16$

## □公式の利用

▶複雑な式の中から、乗法の公式が利用できるものを見つけ、公式を利用して式を展開し、同類項をまとめます。

例  $(a-b)^2-(a+b)(a-b)$   
 $=\cancel{(a^2-2ab+b^2)}-(a^2-b^2)$   
 $=a^2-2ab+b^2-a^2+b^2$   
 $=-2ab+2b^2$

( ) の前に<sup>ふこう</sup>一の符号があるときは、( ) のはずし方に注意しよう。

## □文字におきかえて計算する

▶複雑な式の中から共通な部分を見つけ、1つの文字におきかえて考えます。

例  $(a+b+5)(a+b-5)$   
 $=\cancel{(M+5)}(M-5)$   $\swarrow a+b$ を  $M$  とする  
 $=M^2-25$   
 $=\cancel{(a+b)^2}-25$   $\swarrow M$  をもとにもどす  
 $=a^2+2ab+b^2-25$

いろいろな式の展開についてまとめましょう。

▶  $(x+a)(x+b)$  の展開

次の式の□にあてはまる数を書き入れましょう。  
 これらの式から、どんなことがわかるでしょうか。

(1)  $(x+3)(x+5)=x^2+\square x+\square$

(2)  $(x-3)(x+5)=x^2+\square x+\square$

(3)  $(x+3)(x-5)=x^2+\square x+\square$

(4)  $(x-3)(x-5)=x^2+\square x+\square$

□には負の数があることも  
あるよ。



教科書  
p.18

## ガイド

それぞれの式を展開して、 $x$ の係数がどうなっているか、数の項がどうなっているか調べます。

解答

$$(1) (x+3)(x+5)=x(x+5)+3(x+5)=x^2+5x+3x+3\times 5=x^2+\boxed{8}x+\boxed{15}$$

$$(2) (x-3)(x+5)=x(x+5)-3(x+5)=x^2+5x-3x-3\times 5=x^2+\boxed{2}x+\boxed{-15}$$

$$(3) \text{同様に計算すると, } (x+3)(x-5)=x^2+\boxed{-2}x+\boxed{-15}$$

$$(4) \text{同様に計算すると, } (x-3)(x-5)=x^2+\boxed{-8}x+\boxed{15}$$

したがって、 $(x+\bigcirc)(x+\triangle)$ を展開すると、 $x$ の係数は $\bigcirc$ と $\triangle$ の和、数の項は $\bigcirc$ と $\triangle$ の積になる。

問1

次の計算をなさい。

教科書  
p.18

$$(1) (x+2)(x+3)$$

$$(2) (x-6)(x-4)$$

$$(3) (x+9)(x-5)$$

$$(4) (x+5)(x-8)$$

ガイド

$(x+a)(x+b)=x^2+\underbrace{(a+b)}_{\text{和}}x+\underbrace{ab}_{\text{積}}$ を使います。はじめは、公式にあてはめた式も書いて

正確に計算しますが、慣れてきたら答えを直接導けるようにしましょう。

解答

$$(1) (x+2)(x+3)$$

$$(2) (x-6)(x-4)$$

$$=x^2+(2+3)x+2\times 3$$

$$=x^2+\{(-6)+(-4)\}x+(-6)\times(-4)$$

$$=x^2+5x+6$$

$$=x^2-10x+24$$

$$(3) (x+9)(x-5)$$

$$(4) (x+5)(x-8)$$

$$=x^2+\{9+(-5)\}x+9\times(-5)$$

$$=x^2+\{5+(-8)\}x+5\times(-8)$$

$$=x^2+4x-45$$

$$=x^2-3x-40$$

## ▶ $(a+b)^2$ , $(a-b)^2$ の展開

問2

次の計算をなさい。

教科書  
p.19

$$(1) (a+3)^2$$

$$(2) (x-7)^2$$

$$(3) (y+4)^2$$

ガイド

平方の公式  $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ ,  $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$  を使います。

解答

$$(1) (a+3)^2=a^2+2\times a\times 3+3^2=a^2+6a+9$$

$$(2) (x-7)^2=x^2-2\times x\times 7+7^2=x^2-14x+49$$

$$(3) (y+4)^2=y^2+2\times y\times 4+4^2=y^2+8y+16$$

問3

次の計算をなさい。

教科書  
p.19

$$(1) (x-5y)^2$$

$$(2) (a+4b)^2$$

$$(3) (4x-y)^2$$

$$(4) (2x+3y)^2$$

$$(5) \left(a+\frac{1}{2}b\right)^2$$

$$(6) (-x+2y)^2$$

## ガイド

平方の公式の文字の項に1以外の係数がついているときは、展開したときのまん中の項の係数に注意します。

$$(4) \quad (2x+3y)^2 = (2x)^2 + \underline{2 \times 2x \times 3y} + (3y)^2$$

1以外の係数

## 解答

$$(1) \quad (x-5y)^2 = x^2 - 2 \times x \times 5y + (5y)^2 \\ = x^2 - 10xy + 25y^2$$

$$(2) \quad (a+4b)^2 = a^2 + 2 \times a \times 4b + (4b)^2 \\ = a^2 + 8ab + 16b^2$$

$$(3) \quad (4x-y)^2 = (4x)^2 - 2 \times 4x \times y + y^2 \\ = 16x^2 - 8xy + y^2$$

$$(4) \quad (2x+3y)^2 = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 3y + (3y)^2 \\ = 4x^2 + 12xy + 9y^2$$

$$(5) \quad \left(a + \frac{1}{2}b\right)^2 = a^2 + 2 \times a \times \frac{1}{2}b + \left(\frac{1}{2}b\right)^2 \\ = a^2 + ab + \frac{1}{4}b^2$$

$$(6) \quad (-x+2y)^2 = (-x)^2 + 2 \times (-x) \times 2y + (2y)^2 \\ = x^2 - 4xy + 4y^2$$

## ミスの注意

$-x$  の2乗は、  
 $(-x) \times (-x)$   
のことで、 $-x^2$   
ではない。

➤  $(a+b)(a-b)$  の展開

## 問4

次の計算をなさい。

$$(1) \quad (x+8)(x-8)$$

$$(2) \quad (3-a)(3+a)$$

$$(3) \quad (5x+1)(5x-1)$$

$$(4) \quad (3x+2y)(3x-2y)$$

$$(5) \quad \left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right)$$

$$(6) \quad (a-6b)(a+6b)$$

教科書  
p. 20

## ガイド

和と差の積  $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$  を使います。 $(a-b)(a+b)$  となっていても、使えるようにしましょう。

## 解答

$$(1) \quad (x+8)(x-8) \\ = x^2 - 8^2 \\ = x^2 - 64$$

$$(2) \quad (3-a)(3+a) \\ = 3^2 - a^2 \\ = 9 - a^2$$

$$(3) \quad (5x+1)(5x-1) \\ = (5x)^2 - 1^2 \\ = 25x^2 - 1$$

$$(4) \quad (3x+2y)(3x-2y) \\ = (3x)^2 - (2y)^2 \\ = 9x^2 - 4y^2$$

$$(5) \quad \left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right) \\ = x^2 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = x^2 - \frac{1}{9}$$

$$(6) \quad (a-6b)(a+6b) \\ = a^2 - (6b)^2 \\ = a^2 - 36b^2$$

公式に慣れて、  
途中の式を書か  
ずに答えが導け  
るようにしよう。



## 問5

(教科書) 12 ページのマジックで、大きい方の数を  $x$ 、小さい方の数を 5 として、

①~④の計算を式に表し、マジックの種明かしをしなさい。

教科書  
p.20

## 解答

① (大きい方の数)+(小さい方の数) $=x+5$  … A

② (大きい方の数)-(小さい方の数) $=x-5$  … B

③ (小さい方の数) $^2=5^2=25$  … C

④  $A \times B + C = (x+5)(x-5) + 25$   
 $= x^2 - 5^2 + 25 = x^2$  … D

Dの値は、大きい方の数の2乗になるので、大きい方の数が出る。

これまでに学んだ乗法の公式を使って、式の計算をしましょう。

## 問6

次の計算をなさい。

(1)  $(x-3)^2 + (x-1)(x+7)$

(2)  $(x+2)(x+9) - x(x+10)$

教科書  
p.21

## ガイド

乗法の公式が使えるところを見つけましょう。展開したら、式を簡単にします。

## 解答

(1)  $(x-3)^2 + (x-1)(x+7)$   
 $\quad \uparrow \text{平方の公式} \quad \uparrow (x+a)(x+b) \text{の公式}$   
 $= (x^2 - 6x + 9) + (x^2 + 6x - 7)$   
 $= x^2 - 6x + 9 + x^2 + 6x - 7$   
 $= 2x^2 + 2$

(2)  $(x+2)(x+9) - x(x+10)$   
 $\quad \uparrow (x+a)(x+b) \text{の公式} \quad \uparrow \text{分配法則}$   
 $= (x^2 + 11x + 18) - (x^2 + 10x)$   
 $= x^2 + 11x + 18 - x^2 - 10x$   
 $= x + 18$

## 問7

次の計算をなさい。

(1)  $(a+b-1)(a+b+3)$

(2)  $(x+y-2)^2$

教科書  
p.21

## ガイド

式の中の共通な部分を1つの文字におきかえて計算し、置きかえた文字をもとにもどします。

## 解答

(1)  $a+b$  を  $M$  とすると、  
 $(a+b-1)(a+b+3)$   
 $= (M-1)(M+3)$   
 $= M^2 + 2M - 3$   
 $= (a+b)^2 + 2(a+b) - 3$   
 $= a^2 + 2ab + b^2 + 2a + 2b - 3$

(2)  $x+y$  を  $M$  とすると、  
 $(x+y-2)^2$   
 $= (M-2)^2$   
 $= M^2 - 4M + 4$   
 $= (x+y)^2 - 4(x+y) + 4$   
 $= x^2 + 2xy + y^2 - 4x - 4y + 4$



## 練習問題

## 2 乗法の公式

教科書  
p.22

1

次の計算をなさい。

(1)  $(x+7)(x+4)$

(3)  $(x-4y)(x-9y)$

(5)  $(3x-2)^2$

(7)  $\left(\frac{1}{2}x+2\right)^2$

(9)  $(x-7y)(x+7y)$

(11)  $(-5x+1)(5x-1)$

(2)  $(x-8)(x+1)$

(4)  $(x+4)^2$

(6)  $(4x-3y)^2$

(8)  $(5+a)(5-a)$

(10)  $(1-x)^2$

(12)  $\left(a-\frac{1}{2}\right)\left(a+\frac{1}{4}\right)$

ガイド

 $(x+a)(x+b)$  の展開, 平方の公式, 和と差の積を使います。

解答

(1)  $(x+7)(x+4)$

$$=x^2+(7+4)x+7\times 4$$

$$=x^2+11x+28$$

(3)  $(x-4y)(x-9y)$

$$=x^2+(-4y-9y)x+(-4y)\times(-9y)$$

$$=x^2-13xy+36y^2$$

(5)  $(3x-2)^2$

$$=(3x)^2-2\times 3x\times 2+2^2$$

$$=9x^2-12x+4$$

(7)  $\left(\frac{1}{2}x+2\right)^2$

$$=\left(\frac{1}{2}x\right)^2+2\times \frac{1}{2}x\times 2+2^2$$

$$=\frac{1}{4}x^2+2x+4$$

(9)  $(x-7y)(x+7y)$

$$=x^2-(7y)^2$$

$$=x^2-49y^2$$

(11)  $(-5x+1)(5x-1)$

$$=-(5x-1)(5x-1)$$

$$=-(5x-1)^2$$

$$=-(25x^2-10x+1)$$

$$=-25x^2+10x-1$$

(2)  $(x-8)(x+1)$

$$=x^2+(-8+1)x+(-8\times 1)$$

$$=x^2-7x-8$$

(4)  $(x+4)^2$

$$=x^2+2\times x\times 4+4^2$$

$$=x^2+8x+16$$

(6)  $(4x-3y)^2$

$$=(4x)^2-2\times 4x\times 3y+(3y)^2$$

$$=16x^2-24xy+9y^2$$

(8)  $(5+a)(5-a)$

$$=5^2-a^2$$

$$=25-a^2$$

(10)  $(1-x)^2$

$$=1^2-2\times 1\times x+x^2$$

$$=1-2x+x^2$$

(12)  $\left(a-\frac{1}{2}\right)\left(a+\frac{1}{4}\right)$

$$=a^2+\left(-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)a+\left(-\frac{1}{2}\right)\times \frac{1}{4}$$

$$=a^2-\frac{1}{4}a-\frac{1}{8}$$

テストによく  
出るよ。

2

次の計算をなさい。

(1)  $(x-7)(x+7)-(x-6)^2$

(2)  $(a+b)^2-(a-b)^2$

(3)  $(2x+y)^2-(x-3y)(x+3y)$

(4)  $(x+1)(x+5)+(x-2)(x-4)$

ガイド

まず、乗法の公式を使って展開してから、同類項をまとめます。

解答

(1)  $(x-7)(x+7)-(x-6)^2$

$$=(x^2-49)-(x^2-12x+36)$$

$$=x^2-49-x^2+12x-36$$

$$=12x-85$$

(2)  $(a+b)^2-(a-b)^2$

$$=(a^2+2ab+b^2)-(a^2-2ab+b^2)$$

$$=a^2+2ab+b^2-a^2+2ab-b^2$$

$$=4ab$$

(3)  $(2x+y)^2-(x-3y)(x+3y)$

$$=(4x^2+4xy+y^2)-(x^2-9y^2)$$

$$=4x^2+4xy+y^2-x^2+9y^2$$

$$=3x^2+4xy+10y^2$$

(4)  $(x+1)(x+5)+(x-2)(x-4)$

$$=(x^2+6x+5)+(x^2-6x+8)$$

$$=x^2+6x+5+x^2-6x+8$$

$$=2x^2+13$$



ミスに注意

-( ) の形のときは、  
特に符号に注意しよう。

3

次の計算をなさい。

(1)  $(a-2b+3)(a-2b-3)$

(2)  $(x+y-7)^2$

(3)  $(x+y)(x+y-5)$

(4)  $(x+3y-2)(x+3y-9)$

ガイド

式の中の共通な部分を、1つの文字におきかえて計算します。

解答

(1)  $a-2b$  を  $M$  とすると、

$$(a-2b+3)(a-2b-3)$$

$$=(M+3)(M-3)$$

$$=M^2-9$$

$$=(a-2b)^2-9$$

$$=a^2-4ab+4b^2-9$$

(3)  $x+y$  を  $M$  とすると、

$$(x+y)(x+y-5)$$

$$=M(M-5)$$

$$=M^2-5M$$

$$=(x+y)^2-5(x+y)$$

$$=x^2+2xy+y^2-5x-5y$$

(2)  $x+y$  を  $M$  とすると、

$$(x+y-7)^2$$

$$=(M-7)^2$$

$$=M^2-14M+49$$

$$=(x+y)^2-14(x+y)+49$$

$$=x^2+2xy+y^2-14x-14y+49$$

(4)  $x+3y$  を  $M$  とすると、

$$(x+3y-2)(x+3y-9)$$

$$=(M-2)(M-9)$$

$$=M^2-11M+18$$

$$=(x+3y)^2-11(x+3y)+18$$

$$=x^2+6xy+9y^2-11x-33y+18$$

# 3

## 因数分解

学習のねらい

1つの多項式を、分配法則や乗法の公式を逆向きに使って、単項式や多項式の積の形に表すことができるようにします。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□ 因数分解

▶ 多項式をいくつかの<sup>いんすう</sup>因数の積の形に表すことを、その多項式を<sup>いんすうぶんかい</sup>因数分解するといいます。

□ 因数分解の  
公式

$$\begin{aligned} Ma + Mb &= M(a + b) \\ a^2 - b^2 &= (a + b)(a - b) \\ a^2 + 2ab + b^2 &= (a + b)^2 \\ a^2 - 2ab + b^2 &= (a - b)^2 \\ x^2 + (a + b)x + ab &= (x + a)(x + b) \end{aligned}$$

多項式をいくつかの式の積の形に表すことを学びましょう。



右(解答欄)の(1)~(4)の式は、(ア)~(エ)のどれかと等しくなります。  
等しいものどうしを、線で結びましょう。

教科書  
p. 23

ガイド

(ア)~(エ)を展開して、同じ式になるものを見つけます。

解答

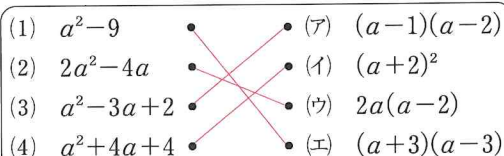
(ア)  $(a - 1)(a - 2) = a^2 - 3a + 2$

(イ)  $(a + 2)^2 = a^2 + 4a + 4$

(ウ)  $2a(a - 2) = 2a^2 - 4a$

(エ)  $(a + 3)(a - 3) = a^2 - 9$

よって、右の図



共通因数をくり出して因数分解しましょう。

問1

次の式を因数分解しなさい。

教科書  
p. 24

(1)  $ab - ac$

(2)  $4ax - 2a$

(3)  $2ax + 3ay$

(4)  $8a^2b - 4b^2$

(5)  $a^2b - ab^2$

(6)  $ax + bx + cx$

ガイド

各項の係数や文字から共通因数をくり出して、残りを( )の中に書きます。

解答

$$(1) \quad ab - ac = a \times b - a \times c \\ = a(b - c)$$

$$(2) \quad 4ax - 2a = 2a \times 2x - 2a \times 1 \\ = 2a(2x - 1)$$

$$(3) \quad 2ax + 3ay = a \times 2x + a \times 3y \\ = a(2x + 3y)$$

$$(4) \quad 8a^2b - 4b^2 = 4b \times 2a^2 - 4b \times b \\ = 4b(2a^2 - b)$$

$$(5) \quad a^2b - ab^2 = ab \times a - ab \times b \\ = ab(a - b)$$

$$(6) \quad ax + bx + cx = x \times a + x \times b + x \times c \\ = x(a + b + c)$$

乗法の公式を利用して因数分解しましょう。

▶  $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$  の利用

問2

次の式を因数分解しなさい。

教科書  
p.24

$$(1) \quad x^2 - y^2$$

$$(2) \quad x^2 - 16$$

$$(3) \quad 9x^2 - 1$$

$$(4) \quad 49x^2 - 36y^2$$

ガイド

$(\quad)^2 - (\quad)^2$  の形をつくり、公式  $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$  を使います。

解答

$$(1) \quad x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$$

$$(2) \quad x^2 - 16 = x^2 - 4^2 = (x + 4)(x - 4)$$

$$(3) \quad 9x^2 - 1 = (3x)^2 - 1^2 = (3x + 1)(3x - 1)$$

$$(4) \quad 49x^2 - 36y^2 = (7x)^2 - (6y)^2 = (7x + 6y)(7x - 6y)$$

▶  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ,  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$  の利用

問3

次の式を因数分解しなさい。

教科書  
p.25

$$(1) \quad x^2 + 2x + 1$$

$$(2) \quad x^2 - 4x + 4$$

$$(3) \quad x^2 + 14x + 49$$

$$(4) \quad x^2 - 12x + 36$$

ガイド

$a^2 + 2 \times a \times b + b^2$  または  $a^2 - 2 \times a \times b + b^2$  の形をつくり、 $(a + b)^2$  または  $(a - b)^2$  にしましょう。

解答

$$(1) \quad x^2 + 2x + 1 = x^2 + 2 \times x \times 1 + 1^2 = (x + 1)^2$$

$$(2) \quad x^2 - 4x + 4 = x^2 - 2 \times x \times 2 + 2^2 = (x - 2)^2$$

$$(3) \quad x^2 + 14x + 49 = x^2 + 2 \times x \times 7 + 7^2 = (x + 7)^2$$

$$(4) \quad x^2 - 12x + 36 = x^2 - 2 \times x \times 6 + 6^2 = (x - 6)^2$$

問4

次の式を因数分解しなさい。

教科書  
p.25

$$(1) \quad 4x^2 - 12x + 9$$

$$(2) \quad 16y^2 + 40y + 25$$

$$(3) \quad 9a^2 - 6ab + b^2$$

$$(4) \quad 4t^2 - 20t + 25$$

ガイド

3つの項のうち、2項が $\bigcirc^2$ と $\square^2$ の形になり、残りの1項が $2 \times \bigcirc \times \square$ になっていれば、平方の公式が利用できます。

解答

- (1)  $4x^2 - 12x + 9 = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 3 + 3^2 = (2x - 3)^2$   
 (2)  $16y^2 + 40y + 25 = (4y)^2 + 2 \times 4y \times 5 + 5^2 = (4y + 5)^2$   
 (3)  $9a^2 - 6ab + b^2 = (3a)^2 - 2 \times 3a \times b + b^2 = (3a - b)^2$   
 (4)  $4t^2 - 20t + 25 = (2t)^2 - 2 \times 2t \times 5 + 5^2 = (2t - 5)^2$

因数分解はテスト  
によく出るよ。



問5

次の□にあてはまる正の数を書き入れなさい。

教科書  
p. 25

- (1)  $x^2 - \square x + 9 = (x - \square)^2$  (2)  $4x^2 + \square x + 1 = (\square x + 1)^2$   
 (3)  $x^2 - 16x + \square = (x - \square)^2$

ガイド

係数に着目し、平方の公式にあてはめて、わかりやすいところから求めます。

- (1) 左辺の第3項の9から、右辺の□は3、ここから左辺の□を求めます。  
 (2) 左辺の第1項の $4x^2$ から、右辺の□は2、ここから左辺の□を求めます。  
 (3) 左辺の第2項が $-16x$ であることから、右辺の□は8、ここから左辺の□を求めます。

解答

- (1)  $x^2 - \boxed{6}x + 9 = (x - \boxed{3})^2$  (2)  $4x^2 + \boxed{4}x + 1 = (\boxed{2}x + 1)^2$   
 (3)  $x^2 - 16x + \boxed{64} = (x - \boxed{8})^2$

## ➤ $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ の利用

問6

次の式を因数分解しなさい。

教科書  
p. 26

- (1)  $x^2 + 3x + 2$  (2)  $x^2 + 7x + 6$  (3)  $x^2 + 8x + 12$  (4)  $x^2 + 11x + 24$

ガイド

$x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$  の公式を使います。そのためには、積  $ab$  から  $a$  と  $b$  の組を考え、和が  $a+b$  になるものを見つけます。

解答

- (1)  $x^2 + 3x + 2$  では、積が  $+2$ 、和が  $+3$  となる2数を見つければよい。

まず、積が  $+2$  であることに着目すると、2数は、右の表のような組にしぼられる。

このうち、和が  $+3$  となる2数は、1と2である。

したがって、 $x^2 + 3x + 2 = (x+1)(x+2)$

$$\begin{array}{l} x^2 + \textcolor{red}{3}x + \textcolor{red}{2} \\ x^2 + \textcolor{red}{(a+b)}x + \textcolor{red}{ab} \end{array}$$

| 積が $+2$ | 和が $+3$ |
|---------|---------|
| 1 と 2   | ○       |
| -1 と -2 |         |

- (2) 積が  $+6$ 、和が  $+7$  の2数は、正の数どうしで、1と6だから、  
 $x^2 + 7x + 6 = (x+1)(x+6)$   
 (3) 積が  $+12$ 、和が  $+8$  の2数は、正の数どうしで、2と6だから、  
 $x^2 + 8x + 12 = (x+2)(x+6)$   
 (4) 積が  $+24$ 、和が  $+11$  の2数は、正の数どうしで、3と8だから、  
 $x^2 + 11x + 24 = (x+3)(x+8)$

## 問7

次の式を因数分解しなさい。

- (1)  $x^2-4x+3$       (2)  $x^2-8x+7$       (3)  $x^2-9x+18$       (4)  $x^2-10x+16$

## ガイド

前のページの「問6」と同様ですが、積が正で和が負ならば、 $a$ 、 $b$ ともに負になることから2数を考えます。

## 解答

(1) 

|         |       |
|---------|-------|
| 積が +3   | 和が -4 |
| 1 と 3   | ○     |
| -1 と -3 |       |

$$x^2-4x+3=(x-1)(x-3)$$

(2) 

|         |       |
|---------|-------|
| 積が +7   | 和が -8 |
| 1 と 7   | ○     |
| -1 と -7 |       |

$$x^2-8x+7=(x-1)(x-7)$$

(3) 積が +18, 和が -9 の2数は,  
負の数どうして, -3 と -6 だから,  
 $x^2-9x+18=(x-3)(x-6)$

(4) 積が +16, 和が -10 の2数は,  
負の数どうして, -2 と -8 だから,  
 $x^2-10x+16=(x-2)(x-8)$

## 問8

次の式を因数分解しなさい。

- (1)  $x^2+7x-8$       (2)  $x^2+x-6$       (3)  $x^2+3x-10$   
(4)  $x^2+2x-35$       (5)  $x^2-8x-9$       (6)  $x^2-9x-10$

## ガイド

$x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$  の因数分解で、積が負の場合です。  
つまり、 $a$ 、 $b$  は異符号で、和は正の場合と負の場合があります。

## 解答

(1) 

|        |       |
|--------|-------|
| 積が -8  | 和が +7 |
| 1 と -8 | ○     |
| -1 と 8 |       |
| 2 と -4 |       |
| -2 と 4 |       |

表から、積が -8, 和が +7  
の2数は, -1 と 8 だから,  
 $x^2+7x-8=(x-1)(x+8)$

(2) 

|        |       |
|--------|-------|
| 積が -6  | 和が +1 |
| 1 と -6 | ○     |
| -1 と 6 |       |
| 2 と -3 |       |
| -2 と 3 |       |

表から、積が -6, 和が +1  
の2数は, -2 と 3 だから,  
 $x^2+x-6=(x-2)(x+3)$

(3) 積が -10, 和が +3 の2数は,  
異符号で, -2 と 5 だから,  
 $x^2+3x-10=(x-2)(x+5)$

(4) 積が -35, 和が +2 の2数は,  
異符号で, -5 と 7 だから,  
 $x^2+2x-35=(x-5)(x+7)$

(5) 積が -9, 和が -8 の2数は,  
異符号で, 1 と -9 だから,  
 $x^2-8x-9=(x+1)(x-9)$

(6) 積が -10, 和が -9 の2数は,  
異符号で, 1 と -10 だから,  
 $x^2-9x-10=(x+1)(x-10)$

教科書  
p. 27

## 問9

次の式を因数分解しなさい。

(1)  $x^2+x-30$

(2)  $x^2+7x+10$

(3)  $a^2-5a+4$

(4)  $a^2+2a-15$

(5)  $y^2-y-2$

(6)  $t^2+10t+21$

## ガイド

2数の積の組み合わせが多いときは、表をつくって調べてもよいでしょう。

## 解答

(1) 積が  $-30$ 、和が  $+1$  の2数は、 $-5$  と  $6$  だから、

$$x^2+x-30=(x-5)(x+6)$$

(2) 積が  $+10$ 、和が  $+7$  の2数は、 $2$  と  $5$  だから、

$$x^2+7x+10=(x+2)(x+5)$$

(3) 積が  $+4$ 、和が  $-5$  の2数は、 $-1$  と  $-4$  だから、

$$a^2-5a+4=(a-1)(a-4)$$

(4) 積が  $-15$ 、和が  $+2$  の2数は、 $-3$  と  $5$  だから、

$$a^2+2a-15=(a-3)(a+5)$$

(5) 積が  $-2$ 、和が  $-1$  の2数は、 $1$  と  $-2$  だから、

$$y^2-y-2=(y+1)(y-2)$$

(6) 積が  $+21$ 、和が  $+10$  の2数は、 $3$  と  $7$  だから、

$$t^2+10t+21=(t+3)(t+7)$$

これまでに学んだことを使って、いろいろな式を因数分解しましょう。

教科書  
p. 28

## 問10

次の式を因数分解しなさい。

(1)  $5x^2-45$

(2)  $3ax^2+12ax+12a$

(3)  $2bx^2-4bx-16b$

(4)  $4a^2b-bx^2$

## ガイド

はじめに共通因数をくくり出します。次に、( )の中の多項式を、公式を使って因数分解します。( )の中の式がさらに因数分解できないか、かならず確認しましょう。

## 解答

(1)  $5x^2-45$

$$=5(x^2-9)$$

$$=5(x+3)(x-3)$$

(3)  $2bx^2-4bx-16b$

$$=2b(x^2-2x-8)$$

$$=2b(x+2)(x-4)$$

(2)  $3ax^2+12ax+12a$

$$=3a(x^2+4x+4)$$

$$=3a(x+2)^2$$

(4)  $4a^2b-bx^2$

$$=b(4a^2-x^2)$$

$$=b(2a+x)(2a-x)$$

**問11**

次の式を因数分解しなさい。

(1)  $(a+b)x+(a+b)y$

(2)  $(x-a)y-b(x-a)$

(3)  $(x+3)^2-7(x+3)+10$

(4)  $(a+b)^2+5(a+b)+6$

**ガイド**

共通な部分を1つの文字におきかえて因数分解し、置きかえた文字をもとにもどします。

(1)と(4)は  $a+b$ , (2)は  $x-a$ , (3)は  $x+3$  を  $M$  におきかえて、因数分解します。

**解答**

(1)  $a+b$  を  $M$  とすると、

$$(a+b)x+(a+b)y$$

$$=Mx+My$$

$$=M(x+y)$$

$$=(a+b)(x+y)$$

(2)  $x-a$  を  $M$  とすると、

$$(x-a)y-b(x-a)$$

$$=My-bM$$

$$=M(y-b)$$

$$=(x-a)(y-b)$$

(3)  $x+3$  を  $M$  とすると、

$$(x+3)^2-7(x+3)+10$$

$$=M^2-7M+10$$

$$=(M-2)(M-5)$$

$$=\{(x+3)-2\}\{(x+3)-5\}$$

$$=(x+1)(x-2)$$

(4)  $a+b$  を  $M$  とすると、

$$(a+b)^2+5(a+b)+6$$

$$=M^2+5M+6$$

$$=(M+2)(M+3)$$

$$=(a+b+2)(a+b+3)$$

**話しあおう**

次の式は、どのようにすれば因数分解できるでしょうか。

(1)  $2a(b-4)-4+b$

(2)  $xy+x+y+1$

**ガイド**

式の中に共通な部分をつくるように考えます。

(1)  $b-4$  を共通な部分にするために、( ) をつけます。

(2)  $y+1$  を共通な部分にするために、 $x$  でくり出します。

**解答**

(1)  $2a(b-4)-4+b$

$$=2a(b-4)+(b-4)$$

$$=(2a+1)(b-4)$$

(2)  $xy+x+y+1$

$$=x(y+1)+(y+1)$$

$$=(x+1)(y+1)$$

**参考**
 $b-4$  や  $y+1$  を  $M$  などにおきかえて因数分解してもよいです。

1

次の式を因数分解しなさい。

(1)  $mx - my$

(2)  $2ab - 4b^2$

(3)  $axy + ay + a$

(4)  $-14a^2 - 21ab + 7a$

(5)  $18a^2b - 12ab$

(6)  $4abc + 16ab - 8bc$

ガイド

共通因数を見つけてくり出し、残りを( )の中に入ります。

解答

(1)  $mx - my = m \times x - m \times y = m(x - y)$

(2)  $2ab - 4b^2 = 2b \times a - 2b \times 2b = 2b(a - 2b)$

(3)  $axy + ay + a = a \times xy + a \times y + a \times 1 = a(xy + y + 1)$

(4)  $-14a^2 - 21ab + 7a = -7a \times 2a + (-7a) \times 3b + (-7a) \times (-1) = -7a(2a + 3b - 1)$

(5)  $18a^2b - 12ab = 6ab \times 3a - 6ab \times 2 = 6ab(3a - 2)$

(6)  $4abc + 16ab - 8bc = 4b \times ac + 4b \times 4a - 4b \times 2c = 4b(ac + 4a - 2c)$

2

次の式を因数分解しなさい。

(1)  $x^2 + 10x + 25$

(2)  $a^2 - 14a + 49$

(3)  $x^2 - 64$

(4)  $25a^2 - 16b^2$

(5)  $4a^2 - 1$

(6)  $y^2 + 12y + 36$

ガイド

平方の公式と、和と差の積を使い分けます。

解答

(1)  $x^2 + 10x + 25 = x^2 + 2 \times x \times 5 + 5^2 = (x + 5)^2$

(2)  $a^2 - 14a + 49 = a^2 - 2 \times a \times 7 + 7^2 = (a - 7)^2$

(3)  $x^2 - 64 = x^2 - 8^2 = (x + 8)(x - 8)$

(4)  $25a^2 - 16b^2 = (5a)^2 - (4b)^2 = (5a + 4b)(5a - 4b)$

(5)  $4a^2 - 1 = (2a)^2 - 1^2 = (2a + 1)(2a - 1)$

(6)  $y^2 + 12y + 36 = y^2 + 2 \times y \times 6 + 6^2 = (y + 6)^2$

3

次の式を因数分解しなさい。

(1)  $x^2 + 4x + 3$

(2)  $x^2 + x - 2$

(3)  $x^2 - x - 6$

(4)  $x^2 - 3x - 18$

(5)  $x^2 + 5x - 14$

(6)  $x^2 - 6x - 16$

ガイド

 $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$  の公式を使います。

解答

(1) 積が3、和が4の2数は、1と3だから、

$$x^2 + 4x + 3 = (x + 1)(x + 3)$$

(2) 積が-2、和が1の2数は、-1と2だから、

$$x^2 + x - 2 = (x - 1)(x + 2)$$

(3) 積が-6、和が-1の2数は、2と-3だから、

$$x^2 - x - 6 = (x + 2)(x - 3)$$

- (4) 積が $-18$ 、和が $-3$ の2数は、 $3$ と $-6$ だから、  

$$x^2-3x-18=(x+3)(x-6)$$
- (5) 積が $-14$ 、和が $+5$ の2数は、 $-2$ と $7$ だから、  

$$x^2+5x-14=(x-2)(x+7)$$
- (6) 積が $-16$ 、和が $-6$ の2数は、 $2$ と $-8$ だから、  

$$x^2-6x-16=(x+2)(x-8)$$

4

次の式を因数分解しなさい。

- (1)  $x^2-8x+12$  (2)  $a^2+2a-3$  (3)  $36y^2+84y+49$   
 (4)  $100-20y+y^2$  (5)  $28-16a+a^2$  (6)  $-2x-3+x^2$

ガイド

(5)、(6)は、項を入れかえて因数分解の公式にあてはめます。

解答

- (1)  $x^2-8x+12=(x-2)(x-6)$   
 (2)  $a^2+2a-3=(a-1)(a+3)$   
 (3)  $36y^2+84y+49=(6y)^2+2\times 6y\times 7+7^2=(6y+7)^2$   
 (4)  $100-20y+y^2=10^2-2\times 10\times y+y^2=(10-y)^2$   
 (5)  $28-16a+a^2=a^2-16a+28=(a-2)(a-14)$   
 (6)  $-2x-3+x^2=x^2-2x-3=(x+1)(x-3)$

5

次の式を因数分解しなさい。

- (1)  $4x^2-12x-40$  (2)  $-3ax^2+6ax-3a$  (3)  $x^2y-y$   
 (4)  $a(x+y)-3(x+y)$  (5)  $(a+b)^2-4(a+b)+4$  (6)  $(a-b)^2-c^2$

ガイド

(1)~(3)は、共通因数をくくり出してから、さらに因数分解します。

(4)~(6)は、それぞれ、 $x+y$ 、 $a+b$ 、 $a-b$ を1つの文字におきかえて因数分解します。

解答

- (1)  $4x^2-12x-40=4(x^2-3x-10)=4(x+2)(x-5)$   
 (2)  $-3ax^2+6ax-3a=-3a(x^2-2x+1)=-3a(x-1)^2$   
 (3)  $x^2y-y=y(x^2-1)=y(x+1)(x-1)$   
 (4)  $x+y$ を $M$ とすると、  

$$a(x+y)-3(x+y)=aM-3M=M(a-3)=(x+y)(a-3)$$
  
 (5)  $a+b$ を $M$ とすると、  

$$(a+b)^2-4(a+b)+4=M^2-4M+4=(M-2)^2=(a+b-2)^2$$
  
 (6)  $a-b$ を $M$ とすると、  

$$(a-b)^2-c^2=M^2-c^2=(M+c)(M-c)=(a-b+c)(a-b-c)$$