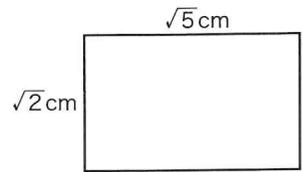


2. 根号をふくむ式の計算

面積を求めよう

けいたさんは、縦 $\sqrt{2}$ cm、横 $\sqrt{5}$ cm の長方形の面積を考えています。



$\sqrt{2} \times \sqrt{5}$ について、けいたさんは次のように予想しました。

〈予想〉

$\sqrt{2} \times \sqrt{5}$ の計算は、

$2 \times 5 = 10$ と同じように考えて、

$$\sqrt{2} \times \sqrt{5} = \sqrt{10}$$

話しあおう

教科書
p.52

けいたさんの予想が正しいかどうかを確かめるには、どうすればよいでしょうか。

解答例

- 電卓を使って、近似値を求めて計算してみる。

$$\sqrt{2} = 1.4142\cdots \rightarrow 1.414, \quad \sqrt{5} = 2.2360\cdots \rightarrow 2.236$$

$$\text{左辺} = \sqrt{2} \times \sqrt{5} = 1.414 \times 2.236$$

$$= 3.161704 \rightarrow 3.162$$

$$\text{右辺} = \sqrt{10} = 3.1622\cdots \rightarrow 3.162$$

となって、小数第4位を四捨五入すると等しくなるので、けいたさんの予想は正しいといえる。

- $\sqrt{4} \times \sqrt{9}$ のように、根号を使わずに表せる数におきかえて計算してみる。

$$\rightarrow 4 \times 9 = 36 \text{ だから, } \sqrt{4} \times \sqrt{9} = \sqrt{36}$$

これを確かめてみると、

$$\text{左辺} = \sqrt{4} \times \sqrt{9} = 2 \times 3 = 6$$

$$\text{右辺} = \sqrt{36} = \sqrt{6^2} = 6$$

となるから、けいたさんの予想は正しいといえる。

1 根号をふくむ式の乗法, 除法

学習のねらい

根号(√)をふくむ式を簡単にしたり, その近似値を手ざわよく求めたりするために, 根号をふくむ式の乗法, 除法ができるようにします。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□√ のついた
数の積と商

▶正の数 a, b について,

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}, \quad \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

□√ a の形にする

▶ $2 \times \sqrt{3}$ のような積は, 記号×を省いて, $2\sqrt{3}$ と書き, $2\sqrt{3} = \sqrt{12}$ のように, \sqrt{a} の形に変形することができます。

例 $5\sqrt{3} = \sqrt{25} \times \sqrt{3} = \sqrt{25 \times 3} = \sqrt{75}, \quad \frac{\sqrt{20}}{2} = \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{4}} = \sqrt{\frac{20}{4}} = \sqrt{5}$

□√ の中を簡単な数にする

▶ $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ のように, $a\sqrt{b}$ の形に変形して, √の中を簡単な数にできる場合があります。

例 $\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{4} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$
 $\sqrt{252} = \sqrt{2^2 \times 3^2 \times 7} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{3^2} \times \sqrt{7} = 2 \times 3 \times \sqrt{7} = 6\sqrt{7}$

□分母を有理化する

▶分母に√をふくむ数は, 分母と分子に同じ数をかけて, 分母に√をふくまない形にすることができます。このように変形することを, **分母を有理化する** (ゆうりか) といいます。

例 $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

根号をふくむ式の乗法, 除法について学びましょう。

問1

上と同じようにして, $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ が成り立つかどうかを, $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{2}{5}}$ について調べなさい。

教科書 p.53

解答

$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$ を2乗すると,

$$\begin{aligned} \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\right)^2 &= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \\ &= \frac{(\sqrt{2})^2}{(\sqrt{5})^2} \\ &= \frac{2}{5} \end{aligned}$$

したがって, 次の式が成り立ちます。

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{2}{5}}$$

$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ を2乗すると,

$$\begin{aligned} \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2 &= \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \\ &= \frac{(\sqrt{a})^2}{(\sqrt{b})^2} \\ &= \frac{a}{b} \end{aligned}$$

したがって, 次の式が成り立ちます。

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

教科書
p. 54

問2

次の計算をなさい。

- (1) $\sqrt{6} \times \sqrt{5}$ (2) $\sqrt{10} \times \sqrt{40}$ (3) $\sqrt{7} \times (-\sqrt{2})$
 (4) $\sqrt{39} \div \sqrt{3}$ (5) $\sqrt{45} \div \sqrt{5}$ (6) $(-\sqrt{14}) \div \sqrt{12}$

ガイド

正の数 a, b について, $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$, $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ を使います。

解答

- (1) $\sqrt{6} \times \sqrt{5} = \sqrt{6 \times 5} = \sqrt{30}$ (2) $\sqrt{10} \times \sqrt{40} = \sqrt{10 \times 40} = \sqrt{400} = 20$
 (3) $\sqrt{7} \times (-\sqrt{2}) = -\sqrt{7 \times 2} = -\sqrt{14}$ (4) $\sqrt{39} \div \sqrt{3} = \frac{\sqrt{39}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{39}{3}} = \sqrt{13}$
 (5) $\sqrt{45} \div \sqrt{5} = \frac{\sqrt{45}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{45}{5}} = \sqrt{9} = 3$
 (6) $(-\sqrt{14}) \div \sqrt{12} = -\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{12}} = -\sqrt{\frac{14}{12}} = -\sqrt{\frac{7}{6}}$

$\sqrt{400}$ や $\sqrt{9}$ は、
整数になおそう。
テストに出るよ。



問3

次の数を \sqrt{a} の形に直しなさい。

- (1) $2\sqrt{2}$ (2) $3\sqrt{3}$ (3) $\frac{\sqrt{18}}{3}$

教科書
p. 54

ガイド

$p\sqrt{q} = \sqrt{p^2 \times q} = \sqrt{p^2 \times q}$ を使います。

解答

- (1) $2\sqrt{2} = \sqrt{4} \times \sqrt{2} = \sqrt{4 \times 2} = \sqrt{8}$ (2) $3\sqrt{3} = \sqrt{9} \times \sqrt{3} = \sqrt{9 \times 3} = \sqrt{27}$
 (3) $\frac{\sqrt{18}}{3} = \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{9}} = \sqrt{\frac{18}{9}} = \sqrt{2}$

問4

次の数の $\sqrt{\quad}$ の中でできるだけ簡単な数に直しなさい。

- (1) $\sqrt{20}$ (2) $\sqrt{\frac{5}{64}}$ (3) $\sqrt{300}$ (4) $\sqrt{0.02}$

教科書
p. 55

ガイド

$\sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5}$ のように, $\sqrt{\quad}$ の中で, 平方の数 (4, 9, 16, ...) をふくむかけ算の形にします。

解答

- (1) $\sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = \sqrt{4} \times \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$ (2) $\sqrt{\frac{5}{64}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{64}} = \frac{\sqrt{5}}{8}$
 (3) $\sqrt{300} = \sqrt{100 \times 3} = \sqrt{100} \times \sqrt{3} = 10\sqrt{3}$
 (4) $\sqrt{0.02} = \sqrt{\frac{2}{100}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{100}} = \frac{\sqrt{2}}{10}$

問5

次の数の $\sqrt{\quad}$ の中でできるだけ簡単な数に直しなさい。

- (1) $\sqrt{135}$ (2) $\sqrt{588}$

教科書
p. 55

ガイド $\sqrt{\quad}$ の中の数が大きいときは、その数を**素因数分解**して考えます。

解答

$$(1) \sqrt{135} = \sqrt{3^2 \times 3 \times 5} = \sqrt{3^2} \times \sqrt{3 \times 5} = 3\sqrt{15}$$

$$(2) \sqrt{588} = \sqrt{2^2 \times 3 \times 7^2}$$

$$= \sqrt{2^2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{7^2}$$

$$= 2 \times \sqrt{3} \times 7 = 14\sqrt{3}$$

ミスに注意
 $\sqrt{\quad}$ の中がそれ以上簡単な数にならないか確認する。

問6 次の計算をしなさい。

教科書 p.56

$$(1) \sqrt{18} \times \sqrt{12} \qquad (2) \sqrt{15} \times \sqrt{10}$$

$$(3) 4\sqrt{2} \times 2\sqrt{6} \qquad (4) \sqrt{28} \times \sqrt{45}$$

ガイド $\sqrt{a^2b} = a\sqrt{b}$ や $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$ を利用して計算します。

解答

$$(1) \sqrt{18} \times \sqrt{12} = 3\sqrt{2} \times 2\sqrt{3} = 3 \times 2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} = 6\sqrt{6}$$

$$(2) \sqrt{15} \times \sqrt{10} = \sqrt{3 \times 5} \times \sqrt{2 \times 5} = \sqrt{2 \times 3 \times 5^2} = 5\sqrt{6}$$

$$(3) 4\sqrt{2} \times 2\sqrt{6} = 4 \times 2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{2 \times 3} = 8 \times \sqrt{2^2 \times 3} = 8 \times 2\sqrt{3} = 16\sqrt{3}$$

$$(4) \sqrt{28} \times \sqrt{45} = 2\sqrt{7} \times 3\sqrt{5} = 2 \times 3 \times \sqrt{7} \times \sqrt{5} = 6\sqrt{35}$$

分母を根号をふくまない形にすることについて学びましょう。

CC $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ であることを確かめましょう。

教科書 p.56

ガイド 左辺と右辺をそれぞれ2乗してくらべます。

解答 $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1^2}{(\sqrt{2})^2} = \frac{1}{2}$, $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{(\sqrt{2})^2}{2^2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ だから, $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

問7 次の数の分母を有理化しなさい。

教科書 p.56

$$(1) \frac{1}{\sqrt{6}} \qquad (2) \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \qquad (3) \frac{9}{\sqrt{18}}$$

ガイド (1), (2) 分母と分子に、分母と同じ数をかけます。
 (3) 分母の $\sqrt{\quad}$ の中をできるだけ簡単な数にしてから、 $\sqrt{\quad}$ の数をかけます。

解答

$$(1) \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{1 \times \sqrt{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{6}$$

$$(2) \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{15}}{5}$$

$$(3) \frac{9}{\sqrt{18}} = \frac{9}{3\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{3 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$\sqrt{\quad}$ の中を簡単にし、約分をしてから、分母の $\sqrt{\quad}$ をなくそう。



教科書
p.56

問8 次の計算をしなさい。

- (1) $6 \div \sqrt{3}$ (2) $\sqrt{20} \div \sqrt{12}$ (3) $2\sqrt{3} \div 3\sqrt{2}$

ガイド 分数の形にして、分母を有理化します。

- 解答**
- (1) $6 \div \sqrt{3} = \frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{6 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$
- (2) $\sqrt{20} \div \sqrt{12} = \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{12}} = \sqrt{\frac{20}{12}} = \sqrt{\frac{5}{3}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{15}}{3}$
- (3) $2\sqrt{3} \div 3\sqrt{2} = \frac{2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{3\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{6}}{6} = \frac{\sqrt{6}}{3}$

教科書
p.57

問9 $\sqrt{5} = 2.236$ として、次の値を求めなさい。

- (1) $\sqrt{20}$ (2) $\sqrt{80}$ (3) $\frac{5}{2\sqrt{5}}$

ガイド もとの数を、^{あた}与えられた $\sqrt{5}$ の値が使えるような形に変形します。
(3)のような分数では、分母を有理化してから値を代入します。

- 解答**
- (1) $\sqrt{20} = 2\sqrt{5} = 2 \times 2.236 = 4.472$
- (2) $\sqrt{80} = 4\sqrt{5} = 4 \times 2.236 = 8.944$
- (3) $\frac{5}{2\sqrt{5}} = \frac{5 \times \sqrt{5}}{2\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{5}}{10} = \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{2.236}{2} = 1.118$

教科書
p.57

話しあおう

$\sqrt{2} = 1.414$, $\sqrt{5} = 2.236$ として、次の値を求めましょう。

- (1) $\sqrt{50}$ (2) $\sqrt{500}$ (3) $\sqrt{5000}$
 (4) $\sqrt{0.5}$ (5) $\sqrt{0.05}$ (6) $\sqrt{0.005}$

これらをくらべると、どんなことがいえるでしょうか。

ガイド $\sqrt{\quad}$ の中の数は、(1)~(3)は、5の10倍、100倍、1000倍となっています。

(4)~(6)は、5の $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$ となっています。

- 解答**
- (1) $\sqrt{50} = 5\sqrt{2} = 5 \times 1.414 = 7.07$
- (2) $\sqrt{500} = 10\sqrt{5} = 10 \times 2.236 = 22.36$
- (3) $\sqrt{5000} = 50\sqrt{2} = 50 \times 1.414 = 70.7$
- (4) $\sqrt{0.5} = \sqrt{\frac{5}{10}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1.414}{2} = 0.707$
- (5) $\sqrt{0.05} = \sqrt{\frac{5}{100}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{100}} = \frac{\sqrt{5}}{10} = \frac{2.236}{10} = 0.2236$

$$(6) \sqrt{0.005} = \sqrt{\frac{5}{1000}} = \sqrt{\frac{1}{2 \times 100}} = \frac{1}{10} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{10} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{10} \times \frac{1.414}{2} = 0.0707$$

• $\sqrt{\quad}$ の中の数の小数点の位置が2けたずれると、平方根の近似値の小数点の位置が同じ方向に1けたずれる。このことは、次のことからわかる。

$$\sqrt{a \times 100} = \sqrt{a} \times 10, \quad \sqrt{\frac{a}{100}} = \frac{\sqrt{a}}{10}$$

参考 上のことを利用したものとして、平方根表があります。

その表には、1.00 から 9.99 まで 0.01 ごとの数や、10.0 から 99.9 まで 0.1 ごとの数の平方根の小数第4位を四捨五入した近似値が示されているものなどがあります。

この表を利用すると、どんな小さな数やどんな大きな数でも、平方根の近似値を求めることができます。

練習問題

① 根号をふくむ式の乗法、除法

教科書 p.57

1 次の計算をしなさい。

- (1) $\sqrt{6} \times 2\sqrt{3}$ (2) $\sqrt{18} \div \sqrt{8}$ (3) $\sqrt{50} \times \sqrt{48}$
 (4) $\sqrt{10} \div \sqrt{5} \times (-\sqrt{2})$ (5) $\sqrt{24} \div (-\sqrt{18}) \div \sqrt{3}$

ガイド まず、符号をさきに決めて、 $\sqrt{\quad}$ の中の平方の数を外に出し、 $\sqrt{\quad}$ の中を簡単な数にします。

解答 (1) $\sqrt{6} \times 2\sqrt{3} = 2 \times \sqrt{2 \times 3} \times \sqrt{3} = 2 \times \sqrt{2 \times 3^2} = 2 \times 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$

(2) $\sqrt{18} \div \sqrt{8} = \sqrt{\frac{18}{8}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$

(3) $\sqrt{50} \times \sqrt{48} = 5\sqrt{2} \times 4\sqrt{3} = 20\sqrt{6}$

(4) $\sqrt{10} \div \sqrt{5} \times (-\sqrt{2}) = -\frac{\sqrt{10} \times \sqrt{2}}{\sqrt{5}} = -\frac{\sqrt{2} \times \sqrt{5} \times \sqrt{2}}{\sqrt{5}} = -\sqrt{2} \times \sqrt{2} = -2$

(5) $\sqrt{24} \div (-\sqrt{18}) \div \sqrt{3} = 2\sqrt{6} \div (-3\sqrt{2}) \div \sqrt{3}$
 $= -\frac{2\sqrt{6}}{3\sqrt{2} \times \sqrt{3}} = -\frac{2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{3}}{3 \times \sqrt{2} \times \sqrt{3}} = -\frac{2}{3}$

2 次の2つの数の大小を、それぞれ分母を有理化してくらべ、不等号を使って表しなさい。

$$\frac{1}{\sqrt{3}}, \quad \frac{2}{\sqrt{6}}$$

ガイド 分母と分子に、分母と同じ数をかけます。

解答 $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}, \quad \frac{2}{\sqrt{6}} = \frac{2 \times \sqrt{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{6}}{6} = \frac{\sqrt{6}}{3}$

$\sqrt{3} < \sqrt{6}$ だから、 $\frac{\sqrt{3}}{3} < \frac{\sqrt{6}}{3}$ よって、 $\frac{1}{\sqrt{3}} < \frac{2}{\sqrt{6}}$

2

根号をふくむ式の計算

学習のねらい

文字式の計算と同じように考えて、根号をふくむ式の和と差を計算したり、分配法則や乗法の公式を用いて、根号をふくむ式の積と商を計算したりできるようにします。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□根号をふくむ
式の和と差

▶ $\sqrt{\quad}$ の部分が同じものは、^{どういこう}同類項のように、まとめることができます。

$$\text{例 } 4\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = (4+3)\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$$

▶ $\sqrt{\quad}$ の部分が異なるものでも、 $\sqrt{\quad}$ の中の数を簡単にしたり、分母を有理化したりすると、式をまとめることができる場合があります。

$$\text{例 } \sqrt{48} - \sqrt{27} = \sqrt{16 \times 3} - \sqrt{9 \times 3} = 4\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = \sqrt{3}$$

$$\sqrt{18} - \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{9 \times 2} - \frac{2 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = 3\sqrt{2} - \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

▶ $\sqrt{\quad}$ の部分が同じにできないものは、それ以上まとめることはできません。

$$\text{例 } \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{12} = \sqrt{2} + \sqrt{3} - 2\sqrt{3} = \sqrt{2} - \sqrt{3}$$

□根号をふくむ
式の積と商

▶ 分配法則や乗法の公式を使って()をはずし、整理します。

$$\text{例 } \sqrt{3}(\sqrt{3} - 2) = (\sqrt{3})^2 - \sqrt{3} \times 2 = 3 - 2\sqrt{3}$$

$$(\sqrt{6} + \sqrt{10}) \div \sqrt{2} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}} = \sqrt{3} + \sqrt{5}$$

根号をふくむ式の和と差について学びましょう。



電卓で、次の値を、それぞれ求めましょう。

$$\sqrt{3} + \sqrt{3} \quad \sqrt{6} \quad \sqrt{12}$$

教科書
p. 58

ガイド

電卓で、まず、 $\sqrt{3}$ 、 $\sqrt{6}$ 、 $\sqrt{12}$ の近似値を求めます。

解答

$$\sqrt{3} = 1.7320\cdots \rightarrow 1.732 \text{ より, } \sqrt{3} + \sqrt{3} = 1.732 + 1.732 = 3.464$$

$$\sqrt{6} = 2.4494\cdots \rightarrow 2.449$$

$$\sqrt{12} = 3.4641\cdots \rightarrow 3.464$$

参考

計算結果から、 $\sqrt{3} + \sqrt{3} = \sqrt{6}$ は成り立たず、 $\sqrt{3} + \sqrt{3} = \sqrt{12}$ ($=2\sqrt{3}$) が成り立つと予想できます。

問1

次の計算をしなさい。

$$(1) 8\sqrt{6} - 2\sqrt{6}$$

$$(2) -\sqrt{3} + 6\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$$

$$(3) 5\sqrt{2} - 7\sqrt{2} + 2$$

$$(4) 4\sqrt{5} + 3\sqrt{3} - 3\sqrt{5}$$

教科書
p. 58

ガイド 文字式の計算と同様に、 $\sqrt{\quad}$ の中の数が同じ項をまとめます。

- 解答**
- (1) $8\sqrt{6} - 2\sqrt{6} = (8-2)\sqrt{6} = 6\sqrt{6}$
 - (2) $-\sqrt{3} + 6\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = (-1+6-2)\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$
 - (3) $5\sqrt{2} - 7\sqrt{2} + 2 = (5-7)\sqrt{2} + 2 = -2\sqrt{2} + 2$
 - (4) $4\sqrt{5} + 3\sqrt{3} - 3\sqrt{5} = (4-3)\sqrt{5} + 3\sqrt{3} = \sqrt{5} + 3\sqrt{3}$

問2 次の計算をなさい。

教科書
p.59

- (1) $\sqrt{75} + \sqrt{27}$ (2) $\sqrt{72} + \sqrt{32}$
- (3) $\sqrt{8} - \sqrt{18} + \sqrt{2}$ (4) $\sqrt{20} - \sqrt{45} - \sqrt{5}$

ガイド それぞれの項の $\sqrt{\quad}$ の中をできるだけ簡単な数にしてから計算します。

- 解答**
- (1) $\sqrt{75} + \sqrt{27} = \sqrt{25 \times 3} + \sqrt{9 \times 3} = 5\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$
 - (2) $\sqrt{72} + \sqrt{32} = \sqrt{36 \times 2} + \sqrt{16 \times 2} = 6\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$
 - (3) $\sqrt{8} - \sqrt{18} + \sqrt{2} = \sqrt{4 \times 2} - \sqrt{9 \times 2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + \sqrt{2} = 0$
 - (4) $\sqrt{20} - \sqrt{45} - \sqrt{5} = \sqrt{4 \times 5} - \sqrt{9 \times 5} - \sqrt{5} = 2\sqrt{5} - 3\sqrt{5} - \sqrt{5} = -2\sqrt{5}$

問3 次の計算をなさい。

教科書
p.59

- (1) $\sqrt{3} + \frac{6}{\sqrt{3}}$ (2) $\frac{10}{\sqrt{5}} - \sqrt{45}$

ガイド 分母を有理化したり、 $\sqrt{\quad}$ の中をできるだけ簡単な数にしたりしてから計算します。

- 解答**
- (1) $\sqrt{3} + \frac{6}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} + \frac{6 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$ (2) $\frac{10}{\sqrt{5}} - \sqrt{45} = \frac{10 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} - \sqrt{9 \times 5}$
 $= \sqrt{3} + \frac{6\sqrt{3}}{3}$ $= \frac{10\sqrt{5}}{5} - 3\sqrt{5}$
 $= \sqrt{3} + 2\sqrt{3}$ $= 2\sqrt{5} - 3\sqrt{5}$
 $= 3\sqrt{3}$ $= -\sqrt{5}$

根号をふくむ式の積と商について学びましょう。

問4 次の計算をなさい。

教科書
p.60

- (1) $\sqrt{3}(1-\sqrt{3})$ (2) $\sqrt{5}(\sqrt{20}-2)$ (3) $\sqrt{6}(\sqrt{12}+4)$
- (4) $(\sqrt{6}+\sqrt{2}) \div \sqrt{2}$ (5) $(\sqrt{20}-\sqrt{30}) \div \sqrt{5}$

ガイド 分配法則 $m(a+b)=ma+mb$ を使って、() をはずします。

解答

$$(1) \sqrt{3}(1-\sqrt{3})=\sqrt{3}\times 1-\sqrt{3}\times\sqrt{3}=\sqrt{3}-3$$

$$(2) \sqrt{5}(\sqrt{20}-2)=\sqrt{5}(2\sqrt{5}-2) \\ =\sqrt{5}\times 2\sqrt{5}-\sqrt{5}\times 2 \\ =10-2\sqrt{5}$$

$$(3) \sqrt{6}(\sqrt{12}+4)=\sqrt{6}(2\sqrt{3}+4) \\ =\sqrt{6}\times 2\sqrt{3}+\sqrt{6}\times 4 \\ =2\sqrt{18}+4\sqrt{6} \\ =6\sqrt{2}+4\sqrt{6}$$

$$(4) (\sqrt{6}+\sqrt{2})\div\sqrt{2}=\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\sqrt{3}+1$$

$$(5) (\sqrt{20}-\sqrt{30})\div\sqrt{5}=\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{5}}-\frac{\sqrt{30}}{\sqrt{5}}=\sqrt{4}-\sqrt{6}=2-\sqrt{6}$$

問5

次の計算をなさい。

$$(1) (\sqrt{2}+1)(\sqrt{3}+2)$$

$$(2) (\sqrt{6}-2)(2\sqrt{6}+3)$$

教科書
p.60

ガイド

各項を順番にかけて展開し、簡単にします。

解答

$$(1) (\sqrt{2}+1)(\sqrt{3}+2)=\sqrt{2}\times\sqrt{3}+\sqrt{2}\times 2+1\times\sqrt{3}+1\times 2 \\ =\sqrt{6}+2\sqrt{2}+\sqrt{3}+2$$

$$(2) (\sqrt{6}-2)(2\sqrt{6}+3)=\sqrt{6}\times 2\sqrt{6}+\sqrt{6}\times 3-2\times 2\sqrt{6}-2\times 3 \\ =12+3\sqrt{6}-4\sqrt{6}-6 \\ =6-\sqrt{6}$$

問6

次の計算をなさい。

$$(1) (\sqrt{2}-1)^2$$

$$(2) (\sqrt{5}+\sqrt{6})(\sqrt{5}-\sqrt{6})$$

$$(3) (\sqrt{3}+5)(\sqrt{3}+4)$$

$$(4) (\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-7)$$

教科書
p.60

ガイド

乗法の公式を使って展開し、簡単にします。

解答

$$(1) (\sqrt{2}-1)^2=(\sqrt{2})^2-2\times\sqrt{2}\times 1+1^2=2-2\sqrt{2}+1=3-2\sqrt{2}$$

$$(2) (\sqrt{5}+\sqrt{6})(\sqrt{5}-\sqrt{6})=(\sqrt{5})^2-(\sqrt{6})^2=5-6=-1$$

$$(3) (\sqrt{3}+5)(\sqrt{3}+4)=(\sqrt{3})^2+(5+4)\sqrt{3}+20=3+9\sqrt{3}+20=23+9\sqrt{3}$$

$$(4) (\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-7)=(\sqrt{2})^2+(1-7)\sqrt{2}-7=2-6\sqrt{2}-7=-5-6\sqrt{2}$$



練習問題

2 根号をふくむ式の計算

教科書
p.60

1 次の計算をなさい。

- (1) $2\sqrt{3}+5\sqrt{3}$ (2) $3\sqrt{5}+7\sqrt{5}-6\sqrt{5}$ (3) $2\sqrt{6}-\sqrt{3}-8\sqrt{6}$
 (4) $-\sqrt{28}+\sqrt{63}$ (5) $\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{4}$ (6) $\sqrt{\frac{3}{2}}-\frac{6}{\sqrt{6}}$
 (7) $\sqrt{5}(\sqrt{45}-3)$ (8) $(\sqrt{3}+4)(\sqrt{3}-2)$ (9) $(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2$
 (10) $(1+\sqrt{5})^2$ (11) $(\sqrt{7}+\sqrt{3})(\sqrt{7}-\sqrt{3})$ (12) $(2\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}-1)$

ガイド (6)は、分母を有理化してから計算します。(7)~(12)は、式を展開してから簡単にします。

解答

- (1) $2\sqrt{3}+5\sqrt{3}=(2+5)\sqrt{3}=7\sqrt{3}$
 (2) $3\sqrt{5}+7\sqrt{5}-6\sqrt{5}=(3+7-6)\sqrt{5}=4\sqrt{5}$
 (3) $2\sqrt{6}-\sqrt{3}-8\sqrt{6}=(2-8)\sqrt{6}-\sqrt{3}=-6\sqrt{6}-\sqrt{3}$
 (4) $-\sqrt{28}+\sqrt{63}=-2\sqrt{7}+3\sqrt{7}=\sqrt{7}$
 (5) $\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{4}=\frac{2\sqrt{3}}{4}+\frac{\sqrt{3}}{4}=\frac{3\sqrt{3}}{4}$
 (6) $\sqrt{\frac{3}{2}}-\frac{6}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}-\frac{6}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}-\frac{6\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}$
 $=\frac{\sqrt{6}}{2}-\frac{6\sqrt{6}}{6}=\frac{\sqrt{6}}{2}-\sqrt{6}=\frac{\sqrt{6}}{2}-\frac{2\sqrt{6}}{2}$
 $=-\frac{\sqrt{6}}{2}$
 (7) $\sqrt{5}(\sqrt{45}-3)=\sqrt{5}(3\sqrt{5}-3)=\sqrt{5}\times 3\sqrt{5}-\sqrt{5}\times 3=15-3\sqrt{5}$
 (8) $(\sqrt{3}+4)(\sqrt{3}-2)=(\sqrt{3})^2+(4-2)\sqrt{3}+4\times(-2)$
 $=3+2\sqrt{3}-8$
 $=-5+2\sqrt{3}$
 (9) $(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2=(\sqrt{2})^2-2\times\sqrt{2}\times\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2$
 $=2-2\sqrt{6}+3$
 $=5-2\sqrt{6}$
 (10) $(1+\sqrt{5})^2=1^2+2\times 1\times\sqrt{5}+(\sqrt{5})^2=1+2\sqrt{5}+5=6+2\sqrt{5}$
 (11) $(\sqrt{7}+\sqrt{3})(\sqrt{7}-\sqrt{3})=(\sqrt{7})^2-(\sqrt{3})^2=7-3=4$
 (12) $(2\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}-1)=2\sqrt{2}\times\sqrt{2}-2\sqrt{2}-\sqrt{2}+1$
 $=4-3\sqrt{2}+1$
 $=5-3\sqrt{2}$