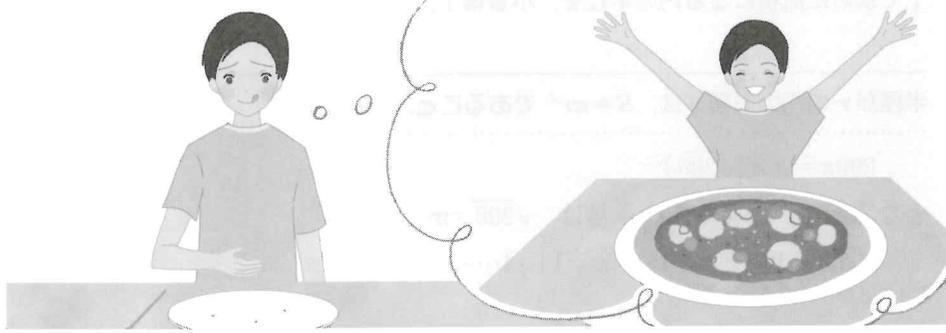


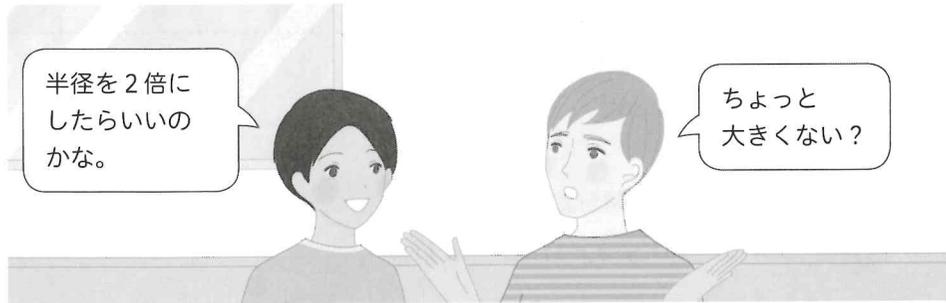
3節 平方根の利用

ピザをつくろう

けいたさんは、半径 10 cm の円形のピザを食べました。量がたりなかったため、もっと大きなピザを食べたいと思いました。



別の日に、面積が前回の 2 倍のピザをつくろうと思いましたが、半径を何 cm にすればよいかわかりませんでした。



話しあおう

教科書
p.61

円の半径を 2 倍にすると、面積も 2 倍になるでしょうか。

ガイド 半径 r の円の面積 S は、 $S = \pi r^2$ で求められます。実際に面積を求めてくらべてみましょう。

解答例 半径 10 cm のピザの面積は、 $\pi \times 10^2 = 100\pi$ (cm²)

半径を 2 倍にしたピザの面積は、 $10 \times 2 = 20$ $\pi \times 20^2 = 400\pi$ (cm²)

$400\pi \div 100\pi = 4$ で、半径を 2 倍にすると面積は 4 倍になるので、半径を 2 倍にしても面積は 2 倍にならない。

参考 面積が 2 倍のピザの半径は、もとのピザの半径の 2 倍よりも小さくなるのがわかります。

1 平方根の利用

学習のねらい

身のまわりの問題を、平方根を利用して解決します。

1 上で求めた面積になる円の半径を、小数第1位まで求めなさい。

教科書
p.62



ガイド 半径が r の円の面積 S は、 $S = \pi r^2$ であることから考えます。

解答 $200\pi = \pi \times (\sqrt{200})^2$
 となるから、求める円の半径は、 $\sqrt{200}$ cm
 $\sqrt{200} = 10\sqrt{2} = 10 \times \sqrt{2} = 14.14\cdots \rightarrow 14.1$

14.1 cm

2 面積が、半径 10 cm の円の面積の 3 倍である円の半径は、何 cm になりますか。
 小数第1位まで求めなさい。

教科書
p.62



ガイド まず、面積を求めてから半径を求めます。

解答 半径 10 cm の円の 3 倍の面積は、
 $\pi \times 10^2 \times 3 = 300\pi$ (cm²)
 $300\pi = \pi \times (\sqrt{300})^2$
 となるから、求める円の半径は、 $\sqrt{300}$ cm
 $\sqrt{300} = 10\sqrt{3} = 10 \times \sqrt{3} = 17.32\cdots \rightarrow 17.3$

17.3 cm

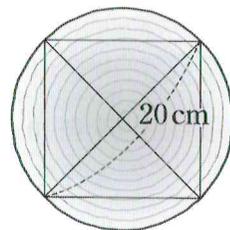


直径 20 cm の丸太から、切り口ができるだけ大きな正方形の角材をとるとき、その切り口の正方形は、どんな正方形になるでしょうか。

教科書
p.63

ガイド 図で考えるとわかりやすいです。

解答 切り口がもっとも大きな正方形となるのは、右の図のように、正方形の対角線が丸太の直径と等しくなるときだから、対角線が 20 cm の正方形になる。



問1

上の **◎ひろげよう** の場面で、直径 20 cm の丸太から角材をとるとき、切り口の正方形の1辺の長さは、何 cm になりますか。
小数第1位まで求めなさい。



ガイド

正方形の面積は、対角線の長さがわかれば、

$$(\text{対角線}) \times (\text{対角線}) \times \frac{1}{2}$$

で求められます。

正方形の面積は、

$$(\text{1辺の長さ}) \times (\text{1辺の長さ})$$

だから、1辺の長さは、面積の値の平方根のうち正の方になります。

解答

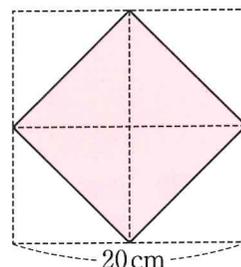
前ページの **◎ひろげよう** の解答から、切り口の正方形は、対角線の長さが 20 cm になるから、面積は、

$$20 \times 20 \times \frac{1}{2} = 200 \text{ (cm}^2\text{)}$$

正方形の1辺の長さは、200の平方根のうち正の方だから、

$$\sqrt{200} = 10\sqrt{2} = 10 \times \sqrt{2} = 14.14\cdots \rightarrow 14.1$$

14.1 cm



練習問題

① 平方根の利用

1

縦 8 cm、横 12 cm の長方形と面積が等しい正方形の1辺の長さを求めなさい。

ガイド

まず、長方形の面積を求めます。

解答

長方形の面積は、

$$8 \times 12 = 96 \text{ (cm}^2\text{)}$$

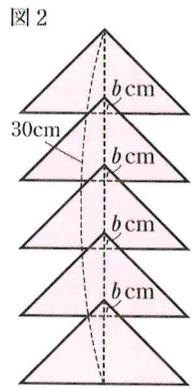
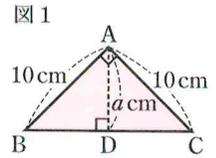
この長方形と面積が等しい正方形の1辺の長さは、96の平方根のうち正の方だから、

$$\sqrt{96} = 4\sqrt{6}$$

4√6 cm

2 右の図1のような直角二等辺三角形ABCを、図2のように5枚つなぎ合わせて、かざりをつくります。のりをつける部分も直角二等辺三角形になるようにして、このかざりの全体の長さを30 cmにしようと思います。

- (1) 右の図1のように、 $AD = a$ cm, 図2のように、のりをつける部分の長さを b cm として、 a と b の関係を式に表しなさい。
- (2) a の値を求めなさい。
- (3) b の値を求めなさい。
- (4) $\sqrt{2} = 1.41$ として、 b の値を、小数第1位まで求めなさい。



ガイド (2)は、正方形に変形すると面積が求められます。面積がわかると a の値が求められます。

解答 (1) つなぎ合わせる直角三角形は5枚、のりをつける部分は4か所だから、 $a \times 5 - b \times 4$ が全体の長さ 30 cm に等しい。

$$5a - 4b = 30$$

(2) 右の図のように、 $\triangle ABC$ を AD で2つの三角形に分けて、片方の三角形を移動させると、正方形になる。

できた正方形の対角線は 10 cm になるから、面積は、

$$10 \times 10 \times \frac{1}{2} = 50 \text{ (cm}^2\text{)}$$

よって、1 辺の長さ a は、この値の平方根のうち正の方だから、

$$a = \sqrt{50} = 5\sqrt{2} \qquad a = 5\sqrt{2}$$

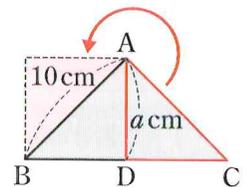
(3) (1)で求めた $5a - 4b = 30$ に、 $a = 5\sqrt{2}$ を代入すると、

$$5 \times 5\sqrt{2} - 4b = 30$$

$$-4b = 30 - 25\sqrt{2}$$

$$b = \frac{25\sqrt{2} - 30}{4}$$

$$(4) b = \frac{25\sqrt{2} - 30}{4} = \frac{25 \times 1.41 - 30}{4} = \frac{5.25}{4} = 1.3125 \rightarrow 1.3$$



$$b = \frac{25\sqrt{2} - 30}{4}$$

$$b = 1.3$$

1 次の数の平方根を求めなさい。

(1) 100

(2) 0.04

(3) $\frac{25}{49}$

ガイド 正の数の平方根は、正の数と負の数の2つあります。

解答 (1) 100の平方根は、 $\pm\sqrt{100} = \pm\sqrt{10^2} = \pm 10$

(2) 0.04の平方根は、 $\pm\sqrt{0.04} = \pm\sqrt{0.2^2} = \pm 0.2$

(3) $\frac{25}{49}$ の平方根は、 $\pm\sqrt{\frac{25}{49}} = \pm\sqrt{\left(\frac{5}{7}\right)^2} = \pm\frac{5}{7}$

ミスに注意
正の数の平方根は2つあることに注意しよう。

p.42 **問1**

2 次の数を、 $\sqrt{\quad}$ を使わずに表しなさい。

(1) $\sqrt{36}$

(2) $-\sqrt{0.64}$

(3) $\sqrt{\frac{16}{25}}$

ガイド 正と負の区別気をつけましょう。 $a > 0$ のとき、 $\sqrt{a^2} = a$ 、 $-\sqrt{a^2} = -a$ です。

解答 (1) $\sqrt{36} = \sqrt{6^2} = 6$

(2) $-\sqrt{0.64} = -\sqrt{0.8^2} = -0.8$

(3) $\sqrt{\frac{16}{25}} = \sqrt{\left(\frac{4}{5}\right)^2} = \frac{4}{5}$

p.44 **問4**

3 次の各組の数の大小を、不等号を使って表しなさい。

(1) 3, $\sqrt{7}$

(2) $-\sqrt{5}$, $-\sqrt{6}$

ガイド $n = \sqrt{n^2}$ を使って、 $\sqrt{\quad}$ の中の数をくらべます。

解答 (1) $3 = \sqrt{3^2} = \sqrt{9}$ で、 $9 > 7$ だから、 $\sqrt{9} > \sqrt{7}$ よって、 $3 > \sqrt{7}$

(2) $5 < 6$ だから、 $\sqrt{5} < \sqrt{6}$ よって、 $-\sqrt{5} > -\sqrt{6}$

p.45 **問6**

4 次の数を、有理数と無理数に分けなさい。

$0.2, -\sqrt{100}, \pi, -8, -\sqrt{3}, \sqrt{\frac{1}{9}}$

ガイド 分数で表すことができる数が有理数、表すことができない数が無理数です。

解答 $0.2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$, $-\sqrt{100} = -\sqrt{10^2} = -10 = -\frac{10}{1}$, π は循環しない無限小数,

$-8 = -\frac{8}{1}$, $-\sqrt{3} \cdots \sqrt{3}$ は無理数だから $-\sqrt{3}$ も無理数, $\sqrt{\frac{1}{9}} = \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{1}{3}$

したがって、有理数 $\cdots 0.2, -\sqrt{100}, -8, \sqrt{\frac{1}{9}}$, 無理数 $\cdots \pi, -\sqrt{3}$

p.48 **問1**

5 次の計算をなさい。

(1) $\sqrt{5} \times \sqrt{3}$

(2) $\sqrt{2} \times (-\sqrt{11})$

(3) $\sqrt{6} \div \sqrt{2}$

(4) $(-\sqrt{10}) \div \sqrt{5}$

ガイド $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$, $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ を使って計算します。

解答 (1) $\sqrt{5} \times \sqrt{3} = \sqrt{5 \times 3} = \sqrt{15}$

p.54 **問2**

(2) $\sqrt{2} \times (-\sqrt{11}) = -\sqrt{2 \times 11} = -\sqrt{22}$

(3) $\sqrt{6} \div \sqrt{2} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{6}{2}} = \sqrt{3}$

(4) $(-\sqrt{10}) \div \sqrt{5} = -\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{5}} = -\sqrt{\frac{10}{5}} = -\sqrt{2}$

6 次の数を \sqrt{a} の形にせよ。

(1) $4\sqrt{6}$

(2) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

(3) $9\sqrt{3}$

ガイド $p\sqrt{q} = \sqrt{p^2} \times \sqrt{q} = \sqrt{p^2 \times q}$ を使います。

解答 (1) $4\sqrt{6} = \sqrt{16} \times \sqrt{6} = \sqrt{16 \times 6} = \sqrt{96}$

(2) $\frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{4}} = \sqrt{\frac{5}{4}}$

p.54 **問3**

(3) $9\sqrt{3} = \sqrt{81} \times \sqrt{3} = \sqrt{81 \times 3} = \sqrt{243}$

7 次の数の $\sqrt{\quad}$ の中をできるだけ簡単な数にせよ。

(1) $\sqrt{75}$

(2) $\sqrt{\frac{7}{9}}$

ガイド $\sqrt{a^2 b} = a\sqrt{b}$, $\sqrt{\frac{b}{a^2}} = \frac{\sqrt{b}}{a}$ を使います。

解答 (1) $\sqrt{75} = \sqrt{5^2 \times 3} = 5\sqrt{3}$

(2) $\sqrt{\frac{7}{9}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3^2}} = \frac{\sqrt{7}}{3}$

p.55 **問4** **問5**

8 次の数の分母を有理化せよ。

(1) $\frac{1}{\sqrt{5}}$

(2) $\frac{5}{2\sqrt{3}}$

ガイド 分母を有理化するには、分母の \sqrt{a} の数を分母と分子にかけて、分母を $(\sqrt{a})^2$ の形にして、 $\sqrt{\quad}$ をふくまない形にします。

解答 (1) $\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{1 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$

p.56 **問7**

(2) $\frac{5}{2\sqrt{3}} = \frac{5 \times \sqrt{3}}{2\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{6}$

9 次の計算をなさい。

- (1) $2\sqrt{3} + \sqrt{3}$ (2) $3\sqrt{5} + \sqrt{2} - \sqrt{5}$
 (3) $\sqrt{45} + \sqrt{5}$ (4) $\sqrt{50} - \sqrt{32}$

ガイド (1), (2) $\sqrt{\quad}$ の中の数が同じ項をまとめます。
 (3), (4) $\sqrt{\quad}$ の中をできるだけ簡単な数にしてから、まとめます。

解答 (1) $2\sqrt{3} + \sqrt{3} = (2+1)\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$
 (2) $3\sqrt{5} + \sqrt{2} - \sqrt{5} = (3-1)\sqrt{5} + \sqrt{2} = 2\sqrt{5} + \sqrt{2}$ (1), (2) p.58 **問1**

(3) $\sqrt{45} + \sqrt{5} = \sqrt{9 \times 5} + \sqrt{5}$
 $= 3\sqrt{5} + \sqrt{5}$
 $= 4\sqrt{5}$

$\sqrt{\quad}$ の中の数が同じときは、文字式の場合と同じように考えて、たし算、ひき算ができるんだね。



(4) $\sqrt{50} - \sqrt{32} = \sqrt{25 \times 2} - \sqrt{16 \times 2}$
 $= 5\sqrt{2} - 4\sqrt{2}$
 $= \sqrt{2}$

(3), (4) p.59 **問2**

10 次の計算をなさい。

- (1) $\sqrt{5}(2 + \sqrt{5})$ (2) $(\sqrt{18} - \sqrt{6}) \div \sqrt{6}$
 (3) $(\sqrt{6} + 3)(\sqrt{6} - 1)$ (4) $(\sqrt{5} - 2)^2$
 (5) $(\sqrt{7} + 3)(\sqrt{7} - 3)$

ガイド (1) 分配法則 $m(a+b) = ma + mb$ を使います。
 (2) $(\sqrt{18} - \sqrt{6}) \times \frac{1}{\sqrt{6}}$ と考えて分配法則を使います。
 (3) 乗法の公式 $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ を使います。
 (4) 乗法の公式 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ を使います。
 (5) 乗法の公式 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ を使います。

解答 (1) $\sqrt{5}(2 + \sqrt{5}) = \sqrt{5} \times 2 + \sqrt{5} \times \sqrt{5} = 2\sqrt{5} + 5$
 (2) $(\sqrt{18} - \sqrt{6}) \div \sqrt{6} = \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \sqrt{3} - 1$ (1), (2) p.60 **問4**

(3) $(\sqrt{6} + 3)(\sqrt{6} - 1) = (\sqrt{6})^2 + (3-1)\sqrt{6} - 3$
 $= 6 + 2\sqrt{6} - 3$
 $= 3 + 2\sqrt{6}$

(4) $(\sqrt{5} - 2)^2 = (\sqrt{5})^2 - 2 \times \sqrt{5} \times 2 + 2^2$
 $= 5 - 4\sqrt{5} + 4$
 $= 9 - 4\sqrt{5}$

(5) $(\sqrt{7} + 3)(\sqrt{7} - 3) = (\sqrt{7})^2 - 3^2 = 7 - 9 = -2$ (3)~(5) p.60 **問6**

2章 章末問題 学びを身につけよう

教科書 p.66~67

1 次の(1)~(4)の下線部の誤りをなおして正しくしなさい。

- (1) 64の平方根は8である。 (2) $\sqrt{900}$ は ± 30 である。
 (3) $\sqrt{(-7)^2}$ は -7 である。 (4) $\sqrt{2} + \sqrt{8} = \sqrt{10}$

ガイド (1)は、正の数の平方根が正の数と負の数の2つあること、(2)と(3)は、 \sqrt{a} が a の平方根のうち正の方を表すこと、(4)は、 $\sqrt{\quad}$ をふくむ式の和や差では、 $\sqrt{\quad}$ の中をできるだけ簡単な数にしてまとめることから考えます。

解答

- (1) 64の平方根は ± 8 である。
 (2) $\sqrt{900}$ は30である。
 (3) $\sqrt{(-7)^2} = \sqrt{49} = 7$ よって、 $\sqrt{(-7)^2}$ は7である。
 (4) $\sqrt{2} + \sqrt{8} = \sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

2 次の大小関係にあてはまる自然数 a を、すべて求めなさい。

- (1) $2 < \sqrt{a} < 3$ (2) $9 < \sqrt{a} < 9.2$

ガイド 整数や小数を $\sqrt{\quad}$ を使って表して考えます。

解答

- (1) $2 = \sqrt{2^2} = \sqrt{4}$, $3 = \sqrt{3^2} = \sqrt{9}$ だから、
 $\sqrt{4} < \sqrt{a} < \sqrt{9}$
 よって、 $a = 5, 6, 7, 8$
 (2) $9 = \sqrt{9^2} = \sqrt{81}$, $9.2 = \sqrt{9.2^2} = \sqrt{84.64}$ だから、
 $\sqrt{81} < \sqrt{a} < \sqrt{84.64}$
 よって、 $a = 82, 83, 84$

3 次の数の分母を有理化しなさい。

- (1) $\frac{6}{\sqrt{3}}$ (2) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$ (3) $\frac{1}{4\sqrt{6}}$

ガイド 分母を $(\sqrt{a})^2$ の形にすれば、 $\sqrt{\quad}$ をふくまない形にできます。

解答

- (1) $\frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{6 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$
 (2) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$
 (3) $\frac{1}{4\sqrt{6}} = \frac{1 \times \sqrt{6}}{4\sqrt{6} \times \sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{24}$

4 次の数を、小さい方から順に並べなさい。

$$\frac{2}{3}, \sqrt{\frac{2}{3}}, \sqrt{2}, \frac{\sqrt{2}}{3}, 2, \frac{2}{\sqrt{3}}$$

ガイド 正の数 a, b について、 $a < b$ ならば、 $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ です。分母を3にそろえ、分子を $\sqrt{\quad}$ を使った形で表して、 $\sqrt{\quad}$ の中の数で大小をくらべます。

解答 分母を3にそろえると、

$$\frac{2}{3} = \frac{\sqrt{4}}{3}, \quad \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}, \quad \sqrt{2} = \frac{3\sqrt{2}}{3} = \frac{\sqrt{18}}{3},$$

$$2 = \frac{6}{3} = \frac{\sqrt{36}}{3}, \quad \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{12}}{3}$$

分子をくらべると、

$$\sqrt{2} < \sqrt{4} < \sqrt{6} < \sqrt{12} < \sqrt{18} < \sqrt{36}$$

したがって、小さい方から順に並べると、

$$\frac{\sqrt{2}}{3}, \frac{2}{3}, \sqrt{\frac{2}{3}}, \frac{2}{\sqrt{3}}, \sqrt{2}, 2$$

5 $\sqrt{2} = 1.414$ として、次の値を求めなさい。

(1) $\sqrt{8}$

(2) $\sqrt{200}$

(3) $\sqrt{\frac{1}{50}}$

ガイド $\sqrt{\quad}$ の中を簡単な数にすると、 $\sqrt{2}$ の近似値が使えるようになります。

(3)は、 $\sqrt{\quad}$ の中の分母と分子に2をかけると、分子は $\sqrt{2}$ 、分母は $\sqrt{100} = 10$ となります。

解答 (1) $\sqrt{8} = 2\sqrt{2} = 2 \times 1.414 = 2.828$

(2) $\sqrt{200} = 10\sqrt{2} = 10 \times 1.414 = 14.14$

(3) $\sqrt{\frac{1}{50}} = \sqrt{\frac{2}{100}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{100}} = \frac{\sqrt{2}}{10} = \frac{1.414}{10} = 0.1414$



6 次の計算をしなさい。

(1) $\sqrt{32} \times \sqrt{2}$

(2) $2\sqrt{27} \times \sqrt{12}$

(3) $7\sqrt{2} \div \sqrt{7}$

(4) $3\sqrt{90} \div \sqrt{15} \div 6\sqrt{2}$

(5) $(-\sqrt{14}) \div \sqrt{21} \times \sqrt{75}$

(6) $\sqrt{50} + 2\sqrt{18} - 8\sqrt{2}$

(7) $\sqrt{75} - \sqrt{3} - 2\sqrt{27}$

(8) $5\sqrt{8} - 2\sqrt{12} - 3\sqrt{18}$

(9) $\frac{\sqrt{24}}{3} - \frac{2}{\sqrt{6}}$

(10) $\sqrt{\frac{3}{2}} - \sqrt{\frac{2}{3}}$

ガイド (4)は $a \div b \div c = \frac{a}{bc}$, (5)は $a \div b \times c = \frac{ac}{b}$ を使います。

解答

- (1) $\sqrt{32} \times \sqrt{2} = 4\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 4 \times 2 = 8$
- (2) $2\sqrt{27} \times \sqrt{12} = 2 \times 3\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} = 2 \times 3 \times 2 \times 3 = 36$
- (3) $7\sqrt{2} \div \sqrt{7} = \frac{7\sqrt{2}}{\sqrt{7}} = \frac{7\sqrt{2} \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{7\sqrt{14}}{7} = \sqrt{14}$
- (4) $3\sqrt{90} \div \sqrt{15} \div 6\sqrt{2} = (3 \times 3\sqrt{10}) \div \sqrt{15} \div 6\sqrt{2}$
 $= \frac{9\sqrt{10}}{\sqrt{15} \times 6\sqrt{2}} = \frac{9 \times \sqrt{2} \times \sqrt{5}}{\sqrt{3} \times \sqrt{5} \times 6 \times \sqrt{2}}$
 $= \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{3 \times \sqrt{3}}{2\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{6}$
 $= \frac{\sqrt{3}}{2}$
- (5) $(-\sqrt{14}) \div \sqrt{21} \times \sqrt{75} = (-\sqrt{14}) \div \sqrt{21} \times 5\sqrt{3}$
 $= -\frac{\sqrt{14} \times 5\sqrt{3}}{\sqrt{21}} = -\frac{\sqrt{2} \times \sqrt{7} \times 5 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{7}}$
 $= -5\sqrt{2}$
- (6) $\sqrt{50} + 2\sqrt{18} - 8\sqrt{2} = 5\sqrt{2} + 2 \times 3\sqrt{2} - 8\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$
- (7) $\sqrt{75} - \sqrt{3} - 2\sqrt{27} = 5\sqrt{3} - \sqrt{3} - 2 \times 3\sqrt{3} = -2\sqrt{3}$
- (8) $5\sqrt{8} - 2\sqrt{12} - 3\sqrt{18} = 5 \times 2\sqrt{2} - 2 \times 2\sqrt{3} - 3 \times 3\sqrt{2} = \sqrt{2} - 4\sqrt{3}$
- (9) $\frac{\sqrt{24}}{3} - \frac{2}{\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{6}}{3} - \frac{2 \times \sqrt{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{6}}{3} - \frac{2\sqrt{6}}{6} = \frac{2\sqrt{6}}{3} - \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{\sqrt{6}}{3}$
- (10) $\sqrt{\frac{3}{2}} - \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$
 $= \frac{\sqrt{6}}{2} - \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{3\sqrt{6}}{6} - \frac{2\sqrt{6}}{6}$
 $= \frac{\sqrt{6}}{6}$



7

次の計算をしなさい。

- (1) $(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})$ (2) $(5\sqrt{2}-1)^2$
- (3) $(\sqrt{7}-1)(2\sqrt{7}+3)$ (4) $(\sqrt{5}-2)(3-\sqrt{5})$
- (5) $(4+\sqrt{3})(4+2\sqrt{3})$ (6) $(3\sqrt{6}+2\sqrt{3})(3\sqrt{6}-2\sqrt{3})$

ガイド

- (1), (6) 乗法の公式 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ を使います。
- (2) 乗法の公式 $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ を使います。
- (3), (4) $(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$ を使います。
- (5) 分配法則か, $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$ の公式が使えます。

解答

(1) $(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})=3^2-(2\sqrt{2})^2=9-8=1$

(2) $(5\sqrt{2}-1)^2=(5\sqrt{2})^2-2\times 5\sqrt{2}\times 1+1^2$
 $=50-10\sqrt{2}+1=51-10\sqrt{2}$

(3) $(\sqrt{7}-1)(2\sqrt{7}+3)=\sqrt{7}\times 2\sqrt{7}+\sqrt{7}\times 3-1\times 2\sqrt{7}-1\times 3$
 $=14+3\sqrt{7}-2\sqrt{7}-3=11+\sqrt{7}$

(4) $(\sqrt{5}-2)(3-\sqrt{5})=\sqrt{5}\times 3-\sqrt{5}\times \sqrt{5}-2\times 3+2\times \sqrt{5}$
 $=3\sqrt{5}-5-6+2\sqrt{5}=-11+5\sqrt{5}$

(5) $(4+\sqrt{3})(4+2\sqrt{3})=4^2+4\times 2\sqrt{3}+\sqrt{3}\times 4+\sqrt{3}\times 2\sqrt{3}$
 $=16+8\sqrt{3}+4\sqrt{3}+6=22+12\sqrt{3}$

(6) $(3\sqrt{6}+2\sqrt{3})(3\sqrt{6}-2\sqrt{3})=(3\sqrt{6})^2-(2\sqrt{3})^2=54-12=42$

参考

(5)を、 $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$ を使って計算すると、次のようになります。

$$(4+\sqrt{3})(4+2\sqrt{3})=4^2+(\sqrt{3}+2\sqrt{3})\times 4+\sqrt{3}\times 2\sqrt{3}$$
$$=16+3\sqrt{3}\times 4+6=22+12\sqrt{3}$$

8

 $\sqrt{60a}$ の値が自然数となるような自然数 a のうち、もっとも小さいものを求めなさい。

ガイド

素因数分解を利用して、 $\sqrt{\quad}$ の中が $(\quad)^2$ の形にできるような a の値を求めます。

解答

60 を素因数分解すると、 $60=2^2\times 3\times 5$ だから、

$$\sqrt{60a}=\sqrt{2^2\times 3\times 5\times a}=2\times \sqrt{3\times 5\times a}$$

よって、 $a=3\times 5=15$ とすると、

$$2\times \sqrt{3^2\times 5^2}=2\times 3\times 5=30$$

となるので、求める a の値は 15

9

 $x=\sqrt{3}-\sqrt{2}$ 、 $y=\sqrt{3}+\sqrt{2}$ のとき、次の式の値を求めなさい。

(1) $(x+y)^2$

(2) xy

(3) x^2-y^2

ガイド

 x 、 y の値と与えられた式をよく見て、式を変形せずにそのまま代入する方がよいか、変形してから代入する方がよいかを考えてから計算します。 $x=\bigcirc-\Delta$ 、 $y=\bigcirc+\Delta$ のとき、 $x+y=2\times \bigcirc$ 、 $xy=\bigcirc^2-\Delta^2$ となります。

解答

(1) $x+y=(\sqrt{3}-\sqrt{2})+(\sqrt{3}+\sqrt{2})=2\sqrt{3}$ だから、

$$(x+y)^2=(2\sqrt{3})^2=4\times 3=12$$

(2) $xy=(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})=(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2=3-2=1$

(3) $x+y=2\sqrt{3}$ 、 $x-y=(\sqrt{3}-\sqrt{2})-(\sqrt{3}+\sqrt{2})=-2\sqrt{2}$ だから、

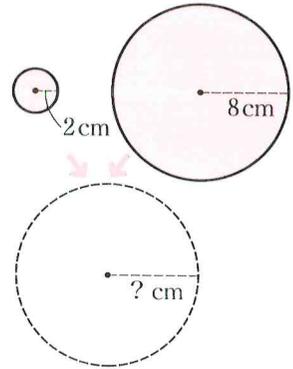
$$x^2-y^2=(x+y)(x-y)=2\sqrt{3}\times (-2\sqrt{2})=-4\sqrt{6}$$

10

半径が2 cm の円と半径が8 cm の円があります。



- (1) 周の長さが、この2つの円のそれぞれの周の長さの和になる円をつくるとき、その半径は何 cm になりますか。
- (2) 面積が、この2つの円の面積の和になる円をつくるとき、その半径は何 cm になりますか。小数第1位まで求めなさい。



ガイド

半径を r とすると、円の周の長さは $2\pi r$ 、円の面積は πr^2 で求められます。

解答

- (1) 半径が2 cm の円の周の長さは、 $2\pi \times 2 = 4\pi$ (cm)
半径が8 cm の円の周の長さは、 $2\pi \times 8 = 16\pi$ (cm)
したがって、周の長さが $4\pi + 16\pi = 20\pi$ (cm) の円の半径を求めればよい。

$$20\pi = 2\pi \times 10$$

となるから、求める円の半径は 10 cm

10 cm

- (2) 半径が2 cm の円の面積は、 $\pi \times 2^2 = 4\pi$ (cm²)
半径が8 cm の円の面積は、 $\pi \times 8^2 = 64\pi$ (cm²)
したがって、面積が $4\pi + 64\pi = 68\pi$ (cm²) の円の半径を求めればよい。

$$68\pi = \pi \times (\sqrt{68})^2$$

となるから、求める円の半径は、68の平方根のうち正の方で、 $\sqrt{68}$ cm
このおよその値を、電卓を使って求めると、

$$x = \sqrt{68} = 8.24\cdots \rightarrow 8.2$$

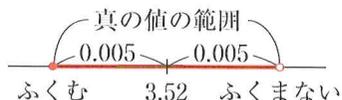
8.2 cm

11

ある棒の長さを測り、その小数第3位を四捨五入した近似値が、3.52 m になりました。
この棒の長さの真の値を a m とするとき、 a の範囲を不等号を使って表しなさい。

ガイド

真の値 a の小数第3位を四捨五入した近似値が3.52であるとき、 a の範囲は次のようになります。



解答

$3.52 - 0.005 = 3.515$, $3.52 + 0.005 = 3.525$ だから、 $3.515 \leq a < 3.525$