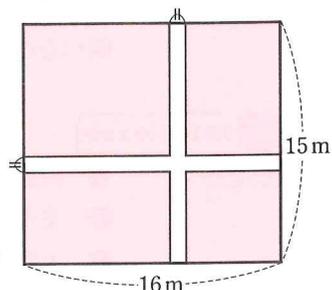


2. 二次方程式の利用

はば
通路の幅を何 m にすればいいかな？

かりんさんの住んでいる町では、縦の長さが 15 m、横の長さが 16 m の長方形の土地に、右の図のような同じ幅の通路があるチューリップ畑をつくることになりました。

植えるチューリップの球根は、全部で 12600 個あり、 1 m^2 あたりに、60 個の球根を植えます。



球根を植える部分の面積は、 $12600 \div 60 = 210\text{ m}^2$ だね。

球根を植える部分の面積と通路の面積の合計が、長方形の土地の面積と等しくなるね。

通路の幅を何 m にすればいいのかな？

話しあおう

教科書
p.81

通路の幅を求めるには、どうすればよいでしょうか。

解答例

- 通路の幅を求めるためには、面積を考えるとよさそうだ。
- (球根を植える部分の面積) + (通路の面積) = (長方形の土地の面積) と考えて方程式をつくるとよいのではないかな。
- 球根を植える部分の面積は、植えるチューリップの球根の数と 1 m^2 あたりに植える球根の数から、 $12600 \div 60 = 210\text{ (m}^2\text{)}$
- 通路の幅を $x\text{ m}$ とすると、通路の面積は、縦の通路と横の通路の面積の和から、通路が重なっている部分の面積をひいて、

$$15 \times x + x \times 16 - x \times x = 15x + 16x - x^2\text{ (m}^2\text{)}$$
- 長方形の土地の面積は、 $15 \times 16 = 240\text{ (m}^2\text{)}$
- $210 + (15x + 16x - x^2) = 240$ を解けばよいのではないかな。

1 二次方程式の利用

学習のねらい

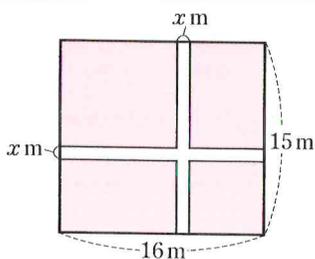
現実にかかるいろいろな問題を、これまでに学んだ二次方程式の解き方を利用して、解決できるようにします。求めた方程式の解が問題にあっているかどうかを調べることもたいせつです。

教科書のまとめ テスト前にチェック

**□文章題を解く
手順**

- ① 問題文を読んで、問題の中の数量に着目して、数量の関係を見つける。
- ② まだわかっていない数量のうち、何を文字で表すかを定める。
- ③ 方程式をつくる。
- ④ 方程式を解く。
- ⑤ 方程式の解が、問題にあっているかどうかを調べる。
- ⑥ 答えを書く。

1 通路の幅を x m として、通路の面積を x を使って表しなさい。



教科書 p.82

ガイド

(通路の面積) = (縦の通路の面積) + (横の通路の面積) - (重なった部分の面積) となります。

解答

$$15 \times x + x \times 16 - x^2 = 15x + 16x - x^2 \text{ (m}^2\text{)}$$

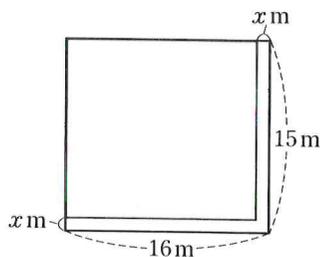
説明しよう

けいたさんは、**Q** の問題を解くのに、右のような図で考えて、

$$(15-x)(16-x) = 210$$

という方程式をつくりました。

どのように考えたのでしょうか。



教科書 p.83

解答例

縦の通路を右側に、横の通路を下側によせると、球根を植える部分の縦の長さは $(15-x)$ m、横の長さは $(16-x)$ m となる。

二次方程式を利用して、いろいろな問題を解きましょう。

教科書
p.84

問1

連続する2つの正の整数があります。

それぞれを2乗した数の和が145になるとき、これら2つの整数を求めなさい。

ガイド

方程式をつくったら、解は整数だから因数分解で解けるはずですが、問題には、「正の整数」としてあるので、方程式の解が問題にあっているか調べる必要があります。

解答

連続する2つの正の整数のうち、小さい方の整数を x とすると、大きい方の整数は $x+1$ となり、

$$x^2+(x+1)^2=145$$

$$x^2+(x^2+2x+1)=145$$

$$2x^2+2x-144=0$$

$$x^2+x-72=0$$

$$(x-8)(x+9)=0$$

$$x=8, -9$$

 x は正の整数だから、 $x=-9$ は問題にあわない。 $x=8$ のとき、求める2つの整数は8, 9となり、これは問題にあっている。

8と9

問2

連続する3つの正の整数があります。

小さい方の2つの数の積が、3つの数の和に等しいとき、これら3つの整数を求めなさい。

教科書
p.84

ガイド

連続する3つの正の整数を、 x , $x+1$, $x+2$ とすると、小さい方の2つの数の積は、 $x(x+1)$ となります。

解答

連続する3つの正の整数のうち、いちばん小さい整数を x とすると、残りの2つの整数は $x+1$, $x+2$ となり、

$$x(x+1)=x+(x+1)+(x+2)$$

$$x^2+x=3x+3$$

$$x^2-2x-3=0$$

$$(x+1)(x-3)=0$$

$$x=-1, 3$$

 x は正の整数だから、 $x=-1$ は問題にあわない。 $x=3$ のとき、求める3つの整数は3, 4, 5となり、これは問題にあっている。

3と4と5

参考

 $3 \times 4 = 12$, $3 + 4 + 5 = 12$ だから、 $3 \times 4 = 3 + 4 + 5$ となっています。

問3

例題2 で、直方体の容器の底面の長方形について、その縦と横の長さは、それぞれ何 cm になりますか。小数第1位まで求めなさい。

教科書 p.85



ガイド

直方体の底面の縦と横の長さは、それぞれ紙の縦と横の長さより $3 \times 2 = 6$ (cm) ずつ短くなります。 $\sqrt{2} = 1.414$ と考えて、縦と横の長さを求め、小数第2位を四捨五入して小数第1位までの数にします。

解答

縦の長さは、 $5 + 3\sqrt{2} - 6 = 3 \times 1.414 - 1 = 4.242 - 1 = 3.242 \rightarrow 3.2$ cm

横の長さは、 $7 + 3\sqrt{2} - 6 = 3 \times 1.414 + 1 = 4.242 + 1 = 5.242 \rightarrow 5.2$ cm

問4

周の長さが 60 cm で、面積が 220 cm^2 の長方形をつくる時、この長方形の2辺の長さは、それぞれ何 cm になりますか。小数第1位まで求めなさい。

教科書 p.85



ガイド

長方形の縦の長さを x cm とすると、横の長さは $(30 - x)$ cm です。

解答

長方形の縦の長さを x cm とすると、横の長さは $(30 - x)$ cm で、面積は 220 cm^2 だから、

$$x(30 - x) = 220$$

これを解くと、 $x^2 - 30x + 220 = 0$

$$x = \frac{-(-30) \pm \sqrt{(-30)^2 - 4 \times 1 \times 220}}{2 \times 1} = \frac{30 \pm \sqrt{20}}{2} = \frac{30 \pm 2\sqrt{5}}{2} = 15 \pm \sqrt{5}$$

$x = 15 + \sqrt{5}$ のとき、縦の長さ $(15 + \sqrt{5})$ cm、横の長さ $(15 - \sqrt{5})$ cm、

$x = 15 - \sqrt{5}$ のとき、縦の長さ $(15 - \sqrt{5})$ cm、横の長さ $(15 + \sqrt{5})$ cm

となり、どちらも問題にあっている。 $\sqrt{5} = 2.236$ とすると、

$$15 + \sqrt{5} = 15 + 2.236 = 17.236 \rightarrow 17.2 \text{ (cm)}$$

$$15 - \sqrt{5} = 15 - 2.236 = 12.764 \rightarrow 12.8 \text{ (cm)}$$

17.2 cm と 12.8 cm

参考

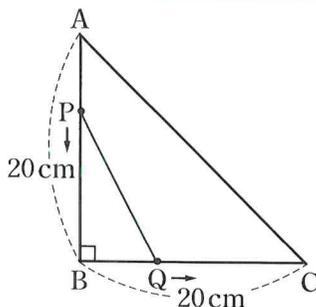
長方形の辺の長さは正の数だから、 $15 + \sqrt{5}$ 、 $15 - \sqrt{5}$ は問題にあっています。

問5

$AB = 20$ cm、 $BC = 20$ cm、 $\angle B = 90^\circ$ の直角二等辺三角形 ABC があります。

点 P は、辺 AB 上を毎秒 1 cm の速さで A から B まで動き、点 Q は、辺 BC 上を毎秒 1 cm の速さで B から C まで動きます。

- (1) P、Q が同時に出発してから 6 秒後の $\triangle PBQ$ の面積は何 cm^2 ですか。
- (2) P、Q が同時に出発するとき、 $\triangle PBQ$ の面積が、 $\triangle ABC$ の面積の $\frac{1}{4}$ になるのは何秒後ですか。



教科書 p.87

ガイド

PもQも毎秒1 cmの速さで動くから、 t 秒後には t cm動いたことになります。したがって、 t 秒後のBPの長さは $(20-t)$ cm、BQの長さは t cmです。

解答

- (1) P、Qが同時に出発してから6秒後に、 $AP=6$ cmだから、 $BP=20-6=14$ (cm)
また、 $BQ=6$ cmだから、

$$\triangle PBQ = \frac{1}{2} \times 6 \times 14 = 42 \text{ (cm}^2\text{)} \quad \underline{42 \text{ cm}^2}$$

- (2) P、Qが出発してから t 秒後に $\triangle PBQ$ の面積が、 $\triangle ABC$ の面積の $\frac{1}{4}$ になるとすると、

$$\frac{1}{2} \times t \times (20-t) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \times 20 \times 20$$

$$\text{これを解くと、} t(20-t)=100 \quad t^2-20t+100=0 \quad (t-10)^2=0 \quad t=10$$

点P、Qは、それぞれAからBまで、BからCまで動くから、 $0 \leq t \leq 20$

よって、 $t=10$ は、問題にあっている。

10秒後



数学 ライブラリー

ディオファントスの考えた解き方

教科書 p. 87

古代ギリシャの数学者ディオファントスは、右のような問題を、下のよう
にして解いたといわれています。

縦と横は、和が52、積が576になる2数である。

この2数が等しいとすると、積は、和の半分である26の2乗、つまり、
676になるはずだから、2数は等しくない。

よって、どちらか一方は26より大きく、他方は26より小さい。

これらの2数の大きい方を $26+x$ 、小さい方を $26-x$ とすると、

$$(26+x)(26-x)=576$$

$$676-x^2=576$$

$$x^2=100$$

周の長さが104 m、
面積が576 m²の
長方形の縦と横の
長さを求めなさい。

ガイド

ディオファントスの解き方では、左辺を和と差の積の公式を使って展開すると、1次の項が消えて、 $x^2=100$ となり、 $x>0$ より、 $x=10$ よって、2数は $26+10=36$ 、 $26-10=16$ となり、 x の値や答えを簡単に求めることができます。

しかし、2数の一方の数を x 、もう一方の数を $52-x$ として方程式をつくると、

$x(52-x)=576$ $x^2-52x+576=0$ となり、これを、因数分解により解こうとすると、簡単にはできません。

3章 章末問題 **学びをたしかめよう**

教科書 p.88~89

1 1, 2, 3, 4のうち, $x^2-4x+3=0$ の解であるものをすべて選びなさい。

ガイド 方程式の左辺の式に, x の値を順に代入して, 0になるものを見つけます。

解答 左辺の式に,

$$x=1 \text{ を代入すると, } 1^2-4 \times 1+3=0$$

$$x=2 \text{ を代入すると, } 2^2-4 \times 2+3=-1$$

$$x=3 \text{ を代入すると, } 3^2-4 \times 3+3=0$$

$$x=4 \text{ を代入すると, } 4^2-4 \times 4+3=3$$

よって, 解は1と3

p.70 **問1**

2 次の二次方程式を解きなさい。

(1) $4x^2=25$

(2) $2x^2-20=0$

(3) $(x-4)^2=49$

(4) $(x+2)^2=11$

ガイド 平方根の考え方を利用して, x の値を求めます。

解答 (1) $4x^2=25$

$$x^2 = \frac{25}{4}$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{25}{4}}$$

$$x = \pm \frac{5}{2}$$

p.71 **問2**

(2) $2x^2-20=0$

$$2x^2=20$$

$$x^2=10$$

$$x = \pm \sqrt{10}$$

p.71 **問3**

(3) $(x-4)^2=49$

$$x-4 = \pm 7$$

$$x-4=7 \text{ から } x=11$$

$$x-4=-7 \text{ から } x=-3$$

よって, $x=11, -3$ p.72 **問4**

(4) $(x+2)^2=11$

$$x+2 = \pm \sqrt{11}$$

$$x = -2 \pm \sqrt{11}$$

p.72 **問5**

3

二次方程式 $x^2-12x+3=0$ を、次のようにして解きました。

□にあてはまる数を書き入れなさい。

$$x^2-12x+3=0$$

数の項 3 を移項して、

$$x^2-12x=-3$$

左辺を $(x+m)^2$ の形にするために、□を両辺にたして、

$$x^2-12x+\square=-3+\square$$

$$(x-\square)^2=33$$

$$x-\square=\pm\sqrt{33}$$

$$x=6\pm\sqrt{33}$$

ガイド

 $(x+m)^2=n$ の形にするための変形のしかたを説明しています。まず、左辺に文字をふくむ項、右辺に数の項を集めて、両辺に、 x の係数の半分の 2 乗をたすのがコツです。

解答

左辺を $(x+m)^2$ の形にするために、□36 を両辺にたして、 ← x の係数 -12 の半分、 -6 の 2 乗をたす

$$x^2-12x+\square 36=-3+\square 36$$

$$(x-\square 6)^2=33$$

$$x-\square 6=\pm\sqrt{33}$$

$$x=6\pm\sqrt{33}$$

p.73 問6

4

次の二次方程式を解きなさい。

(1) $x^2+x-1=0$

(2) $5x^2-7x+2=0$

(3) $x^2-4x+2=0$

(4) $3(x^2+3x)=-5$

ガイド

解の公式を使って解きましょう。(4)は、まず $ax^2+bx+c=0$ の形にします。

解答

(1) $x^2+x-1=0$

$$x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times 1\times(-1)}}{2\times 1}=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$$

p.75 問1

(2) $5x^2-7x+2=0$

$$x=\frac{-(-7)\pm\sqrt{(-7)^2-4\times 5\times 2}}{2\times 5}=\frac{7\pm\sqrt{9}}{10}=\frac{7\pm 3}{10}$$

$$\text{よって、} x=1, \frac{2}{5} \quad \leftarrow \frac{7+3}{10}=1, \frac{7-3}{10}=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$$

p.75 問2

(3) $x^2 - 4x + 2 = 0$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \times 1 \times 2}}{2 \times 1} = \frac{4 \pm \sqrt{8}}{2} = \frac{4 \pm 2\sqrt{2}}{2} = 2 \pm \sqrt{2}$$

p.76 問3

(4) $3(x^2 + 3x) = -5$

$$3x^2 + 9x = -5$$

$$3x^2 + 9x + 5 = 0$$

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{9^2 - 4 \times 3 \times 5}}{2 \times 3} = \frac{-9 \pm \sqrt{21}}{6}$$

p.76 問4

5

次の二次方程式を解きなさい。

(1) $(x-2)(x+8) = 0$

(2) $x^2 - 10x - 24 = 0$

(3) $x^2 - 7x + 12 = 0$

(4) $x^2 + 3x = 0$

(5) $x^2 - 4x + 4 = 0$

(6) $x^2 + 10x + 25 = 0$

ガイド

(2)~(6)は、因数分解を使って、二次方程式を解きましょう。

解答

(1) $(x-2)(x+8) = 0$

(2) $x^2 - 10x - 24 = 0$

$$x-2=0 \text{ または } x+8=0$$

$$(x+2)(x-12) = 0$$

よって、 $x=2, -8$ p.77 問1

$x=-2, 12$

(3) $x^2 - 7x + 12 = 0$

(4) $x^2 + 3x = 0$

$$(x-3)(x-4) = 0 \quad (2), (3)$$

$$x(x+3) = 0$$

$x=3, 4$ p.78 問2

$x=0, -3$

p.78 問3

(5) $x^2 - 4x + 4 = 0$

(6) $x^2 + 10x + 25 = 0$

$$(x-2)^2 = 0$$

$$(x+5)^2 = 0$$

$x=2$

$x=-5$

(5), (6)

p.78 問4

6

次の二次方程式を解きなさい。

(1) $2(x^2 - 9x) = x^2 - 9x - 18$

(2) $x(1-x) = -20$

ガイド

式を、 $ax^2 + bx + c = 0$ の形にしてから、左辺を因数分解します。

解答

(1) $2(x^2 - 9x) = x^2 - 9x - 18$

(2) $x(1-x) = -20$

$$2x^2 - 18x = x^2 - 9x - 18$$

$$x - x^2 = -20$$

$$x^2 - 9x + 18 = 0$$

$$-x^2 + x + 20 = 0$$

$$(x-3)(x-6) = 0$$

$$x^2 - x - 20 = 0$$

$x=3, 6$

$$(x+4)(x-5) = 0$$

$x=-4, 5$

p.79 問6

7

連続する2つの正の整数があります。それぞれを2乗した数の和が113になるとき、連続する2つの正の整数のうち、小さい方の整数を x として二次方程式をつくり、これら2つの整数を求めなさい。

ガイド

2つの数を2乗した数の和を x を用いて表し、方程式をつくります。この方程式の解が問題にあっているかも調べます。

解答

連続する2つの正の整数のうち、小さい方の整数を x とすると、大きい方の整数は $x+1$ となり、

$$x^2 + (x+1)^2 = 113$$

$$x^2 + (x^2 + 2x + 1) = 113$$

$$2x^2 + 2x - 112 = 0$$

$$x^2 + x - 56 = 0$$

$$(x-7)(x+8) = 0$$

$$x = 7, -8$$

x は正の整数だから、 $x = -8$ は問題にあわない。

$x = 7$ のとき、求める2つの整数は7, 8となり、これは問題にあっている。

7と8

p.84 問1

8

横が縦より3 cm 長い長方形をつくり、その面積が 40 cm^2 になるようにします。

縦と横の長さを何 cm にすればよいですか。

縦の長さを $x \text{ cm}$ として二次方程式をつくり、それぞれの長さを求めなさい。

ガイド

長方形の縦の長さを $x \text{ cm}$ として、長方形の面積を x を使って表します。

解答

長方形の縦の長さを $x \text{ cm}$ とすると、横の長さは $(x+3) \text{ cm}$ となります。

$$x(x+3) = 40$$

$$x^2 + 3x = 40$$

$$x^2 + 3x - 40 = 0$$

$$(x-5)(x+8) = 0$$

$$x = 5, -8$$

$x > 0$ だから、 $x = -8$ は問題にあわない。

$x = 5$ のとき、縦の長さは5 cm、横の長さは8 cmとなり、これは問題にあっている。

縦の長さ 5 cm、横の長さ 8 cm

p.85 問4

参考

長方形の辺の長さは正の数だから、 $x > 0$ となります。

3章 章末問題 学びを身につけよう

教科書 p.90~91



1 次の二次方程式を解きなさい。

(1) $5x^2=80$

(2) $16t^2-1=0$

(3) $9x^2-5=0$

(4) $(x-2)^2=\frac{9}{4}$

(5) $x^2+9x+16=0$

(6) $3x^2-5x+1=0$

(7) $2x^2-4x+1=0$

(8) $3y^2+8y+4=0$

ガイド (1)~(4)は、平方根の考えで、(5)~(8)は、解の公式で解きます。

解答

(1) $5x^2=80$

(2) $16t^2-1=0$

(3) $9x^2-5=0$

(4) $(x-2)^2=\frac{9}{4}$

$x^2=16$

$16t^2=1$

$9x^2=5$

$x-2=\pm\frac{3}{2}$

$x=\pm 4$

$t^2=\frac{1}{16}$

$x^2=\frac{5}{9}$

よって、

$t=\pm\frac{1}{4}$

$x=\pm\frac{\sqrt{5}}{3}$

$x=\frac{7}{2}, \frac{1}{2}$

(5) $x^2+9x+16=0$

(6) $3x^2-5x+1=0$

$x=\frac{-9\pm\sqrt{9^2-4\times 1\times 16}}{2\times 1}$

$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times 3\times 1}}{2\times 3}$

$=\frac{-9\pm\sqrt{17}}{2}$

$=\frac{5\pm\sqrt{13}}{6}$

(7) $2x^2-4x+1=0$

(8) $3y^2+8y+4=0$

$x=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4\times 2\times 1}}{2\times 2}$

$y=\frac{-8\pm\sqrt{8^2-4\times 3\times 4}}{2\times 3}$

$=\frac{4\pm\sqrt{8}}{4}$

$=\frac{-8\pm\sqrt{16}}{6}$

$=\frac{4\pm 2\sqrt{2}}{4}$

$=\frac{-8\pm 4}{6}$

$=\frac{2\pm\sqrt{2}}{2}$

よって、 $y=-\frac{2}{3}, -2$



2 次の二次方程式を解きなさい。

(1) $x^2+7x+12=0$

(2) $y^2-7y-18=0$

(3) $t^2+4t-21=0$

(4) $x^2=30x$

(5) $a^2-5=4a$

(6) $5n+14=n^2$

ガイド いろいろな文字についての方程式になっているので、文字に注意しましょう。ここでは、まず、因数分解を使う方法で考えます。

解答

(1) $x^2+7x+12=0$ $(x+3)(x+4)=0$ $x=-3, -4$	(2) $y^2-7y-18=0$ $(y+2)(y-9)=0$ $y=-2, 9$	(3) $t^2+4t-21=0$ $(t-3)(t+7)=0$ $t=3, -7$
(4) $x^2=30x$ $x^2-30x=0$ $x(x-30)=0$ $x=0, 30$	(5) $a^2-5=4a$ $a^2-4a-5=0$ $(a+1)(a-5)=0$ $a=-1, 5$	(6) $5n+14=n^2$ $-n^2+5n+14=0$ $n^2-5n-14=0$ $(n+2)(n-7)=0$ $n=-2, 7$

3 次の二次方程式を解きなさい。

(1) $27-3x=x^2-27$	(2) $(x-1)(x+4)=3x$
(3) $(x+3)(x+4)=2(x^2+9)$	(4) $2x^2+8x-64=0$
(5) $2(x^2+x+1)=3-3x$	(6) $3x(x-2)=(x-2)(x+2)$

ガイド

(1)~(3), (5), (6)は展開したり、移項したりして、式を $ax^2+bx+c=0$ の形にしてから、解き方を考えます。そのとき、まず、左辺を因数分解できないか考え、できそうになれば、解の公式などを考えます。(4)は、係数がすべて2の倍数なので、まず2でわってから考えます。

解答

(1) $27-3x=x^2-27$ $x^2+3x-54=0$ $(x-6)(x+9)=0$ $x=6, -9$	(2) $(x-1)(x+4)=3x$ $x^2+3x-4=3x$ $x^2=4$ $x=\pm 2$
(3) $(x+3)(x+4)=2(x^2+9)$ $x^2+7x+12=2x^2+18$ $x^2-7x+6=0$ $(x-1)(x-6)=0$ $x=1, 6$	(4) $2x^2+8x-64=0$ $x^2+4x-32=0$ $(x-4)(x+8)=0$ $x=4, -8$
(5) $2(x^2+x+1)=3-3x$ $2x^2+2x+2=3-3x$ $2x^2+5x-1=0$ $x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 2 \times (-1)}}{2 \times 2}$ $= \frac{-5 \pm \sqrt{33}}{4}$	(6) $3x(x-2)=(x-2)(x+2)$ $3x^2-6x=x^2-4$ $2x^2-6x+4=0$ $x^2-3x+2=0$ $(x-1)(x-2)=0$ $x=1, 2$

4 二次方程式 $x^2 - ax + 5 = 0$ の解の1つが5であるとき、 a の値を求めなさい。
また、もう1つの解を求めなさい。

ガイド 解の1つが5であるということは、二次方程式の x に5を代入すると、その方程式が成り立つということだから、 x に5を代入して、 a についての方程式にし、 a の値を求めます。
求めた a の値をはじめの二次方程式に代入して解けば、5ともう1つの解を求めることができます。

解答 $x^2 - ax + 5 = 0$ に、 $x = 5$ を代入すると、
 $5^2 - 5a + 5 = 0$
 $25 - 5a + 5 = 0$
 $-5a = -30$
 $a = 6$

$a = 6$ を、はじめの二次方程式に代入すると、
 $x^2 - 6x + 5 = 0$
 これを因数分解を使って解くと、
 $(x - 1)(x - 5) = 0$
 $x = 1, 5$
 したがって、もう1つの解は1

方程式の解がわかっているときは、その解を代入すれば、式が成り立つよ。



a の値を代入してできた方程式を解いて $x = 5$ が解とならないときは、求めた a の値は間違っているよ。



5 ある数 x を、2乗しなければならぬところを、間違えて2倍したため、計算の結果は120だけ小さくなりました。
この数 x を求めなさい。

ガイド (正しい計算結果) - (間違った計算結果) = 120 にあてはめて方程式をつくります。

解答 $x^2 - 2x = 120$
 $x^2 - 2x - 120 = 0$
 $(x + 10)(x - 12) = 0$
 $x = -10, 12$
 $x = -10$ も $x = 12$ も問題にあっている。

$x = -10, 12$

参考 $x = -10$ のとき、 $(-10)^2 - 2 \times (-10) = 100 + 20 = 120$ となり、 $x = -10$ も問題にあっていることがわかります。

- 6 大小2つの整数があります。その差は4で、積は45です。
この2つの整数を求めなさい。

ガイド 求める2つの整数のうち、どちらかを x として方程式をつくります。

解答 2つの整数のうち、小さい方の整数を x とすると、大きい方の整数は $x+4$ となり、

$$x(x+4)=45$$

$$x^2+4x-45=0$$

$$(x+9)(x-5)=0$$

$$x=-9, 5$$

$x=-9$ のとき、求める2つの整数は -9 と -5

$x=5$ のとき、求める2つの整数は 5 と 9 となり、どちらも問題にあってい

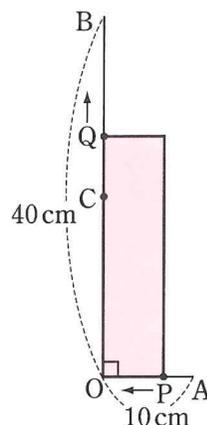
-9 と $-5, 5$ と 9

- 7 右の図のように、点Oで垂直に交わる2つの線分OAとOBがあります。

OA=10 cm, OB=40 cm で、点CはOBの中点です。

いま、点PはAからOまで、点QはCからBまで、同時に出発して、
点Pは毎秒1 cm, 点Qは毎秒2 cmの速さで進みます。

このとき、OP, OQを2辺とする長方形の面積が 72 cm^2 になるのは、
P, Qが出発してから何秒後ですか。



ガイド 点Pは毎秒1 cm, 点Qは毎秒2 cmの速さで進むので、P, Qが出発してから x 秒後には、 $PA=x$ cm, $CQ=2x$ cm になります。

解答 点CはOBの中点だから、 $OC=20$ cm

P, Qが出発してから x 秒後に、長方形の面積が 72 cm^2 になるとすると、そのときのOP, OQの長さは、それぞれ $(10-x)$ cm, $(20+2x)$ cmだから、

$$(10-x)(20+2x)=72$$

$$200+20x-20x-2x^2=72$$

$$-2x^2=-128$$

$$x^2=64$$

$$x=\pm 8$$

点PはAからOまで、点QはCからBまで動くから、 $0 \leq x \leq 10$

よって、 $x=-8$ は問題にあわない。

$x=8$ のとき、 $OP=10-8=2$ (cm), $OQ=20+2 \times 8=36$ (cm) となり、これは問題に
あっている。

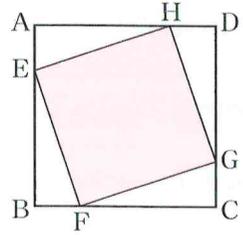
8秒後

8

1辺の長さが20 cmの正方形 ABCD があります。

右の図のように、この正方形の4つの辺上に、点 E, F, G, H を、 $AE=BF=CG=DH$ となるようにとり、この4点を結ぶと、正方形 EFGH ができます。

この正方形 EFGH の面積が 250 cm^2 となるのは、AE が何 cm のときですか。



ガイド

正方形 EFGH = 正方形 ABCD - $\triangle AEH \times 4$ と考えます。

解答

$AE = x \text{ cm}$ とすると、 $AH = EB = 20 - x \text{ (cm)}$

このとき、正方形 EFGH の面積が 250 cm^2 になるとすると、

$$20 \times 20 - \frac{1}{2}x(20-x) \times 4 = 250$$

これを解くと、 $400 - (40x - 2x^2) = 250 \quad 2x^2 - 40x + 150 = 0$

$$x^2 - 20x + 75 = 0 \quad (x-5)(x-15) = 0 \quad x = 5, 15$$

$0 \leq x \leq 20$ だから、 $x = 5$ も $x = 15$ も問題にあっている。

5 cm, 15 cm

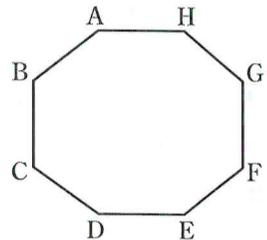
参考

$x = 5$ のとき、 $AE = 5 \text{ cm}$ 、 $AH = 15 \text{ cm}$ 、 $x = 15$ のとき、 $AE = 15 \text{ cm}$ 、 $AH = 5 \text{ cm}$ で、どちらも問題にあっています。

9

多角形の対角線の本数を考えます。

- (1) 右の八角形の頂点 A からひくことのできる対角線の本数は何本ですか。
- (2) 八角形の対角線の本数は全部で何本ですか。
- (3) n 角形では、全部で $\frac{n(n-3)}{2}$ 本の対角線をひくことができます。対角線の本数が 44 本の多角形は何角形ですか。



ガイド

(3)は、対角線の本数が 44 本の多角形を n 角形として方程式をたてます。

解答

- (1) 頂点 A と、点 A のとなりにある点 B, H にはひけないから、

$$8 - 3 = 5$$

5 本

- (2) 1つの頂点から対角線を 5 本ずつひくことができるが、このようにして数えると、すべての対角線を 2 回ずつ数えることになるから、求める本数は

$$5 \times 8 \div 2 = 20$$

20 本

- (3) 対角線の本数が 44 本の多角形を n 角形とすると、

$$\frac{n(n-3)}{2} = 44$$

これを解くと、 $n(n-3) = 88 \quad n^2 - 3n = 88 \quad n^2 - 3n - 88 = 0$

$$(n+8)(n-11) = 0 \quad n = -8, 11$$

$n > 3$ だから、 $n = -8$ は問題にあわない。

$n = 11$ のとき、十一角形となり、問題にあっている。

十一角形