

確率
データの比較
多項式
平方根
2次方程式
関数 $y = ax^2$
相似な図形
円
三平方の定理
標本調査
Key Words TEST

6
(2年)
7
(2年)
1
2
3
4
5
6
7
8
KWT

数学中3

CONTENTS

2年生 第6章	確率	4
2年生 第7章	データの比較	18
第1章	多項式	24
第2章	平方根	46
第3章	2次方程式	78
第4章	関数 $y=ax^2$	100
第5章	相似な図形	126
第6章	円	156
第7章	三平方の定理	174
第8章	標本調査	190
	Key Words TEST	194

Point!

! あることがらが起こると期待される程度を数で表したものを、そのことがらの起こる **確率** という。

$$A \text{ の確率} = \frac{A \text{ の場合の数}}{\text{すべての場合の数}}$$

〈例〉さいころを1回投げるとき、3の倍数の目が出る確率

・目の出方は、全部で、1, 2, 3, 4, 5, 6 の6通り ●.....すべての場合の数

・このうち、3の倍数は、3, 6 の2通り ●.....3の倍数の目が出る場合の数

→ 3の倍数の目が出る確率は、 $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ ●

! どの場合が起こることも同じ程度であると考えるとき、**同様に確からしい** という。●

Warm Up

次の問いに答えなさい。

- (1) ジョーカーを除く52枚のトランプから1枚ひくとき、クラブの絵札が出る確率を求めなさい。
- (2) 1, 2, 3, 4, 5の整数が1つずつ書かれたカードから1枚ひくとき、カードに書かれた数が6以上である確率を求めなさい。
- (3) 赤玉が2個、白玉が5個、黒玉が3個入っている袋がある。袋から玉を1個取り出すとき、赤玉または黒玉を取り出す確率を求めなさい。

解説

(1) カードのひき方は全部で52通り。

クラブの絵札が出る場合は、♣J, ♣Q, ♣Kの3通り。

よって、求める確率は、 $\frac{3}{52}$

(2) カードのひき方は、1, 2, 3, 4, 5の5通り。

6以上の数をひく場合はないので、0通り。

よって、求める確率は、 $\frac{0}{5} = 0$ ●.....起こらないことがらの確率は0になる

(3) すべての玉に1～10の番号がついていると考える。●.....

同じに見えるもの(同じ色の玉)も1個ずつ区別する

1, 2, ③, ④, ⑤, ⑥, ⑦, ⑧, ⑨, ⑩

赤玉

白玉

黒玉

玉の取り出し方は全部で、1, 2, ③, ④, ⑤, ⑥, ⑦, ⑧, ⑨, ⑩の10通り。

赤玉または黒玉を取り出す場合は、1, 2, ⑧, ⑨, ⑩の5通り。

よって、求める確率は、 $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

Try

次の問いに答えなさい。

- (1) ジョーカーを除く 52 枚のトランプから 1 枚ひくとき、ハートのカードが出る確率を求めなさい。
- (2) 1 つのさいころを投げるとき、次の確率を求めなさい。
 ① 奇数の目が出る確率 ② 8 の倍数が出る確率 ③ 6 以下の目が出る確率
- (3) 1, 2, 3, …, 20 の整数を 1 つずつ記入した 20 枚のカードがある。このカードをよくきって 1 枚ひくとき、カードに書かれた数が 3 の倍数である確率を求めなさい。
- (4) 赤玉 3 個、白玉 2 個、青玉 1 個が入っている袋の中から玉を 1 個取り出すとき、白玉または青玉が出る確率を求めなさい。

Exercise

次の問いに答えなさい。

- (1) ジョーカーを除く 52 枚のトランプから 1 枚ひくとき、絵札が出る確率を求めなさい。
- (2) ジョーカーを除く 52 枚のトランプから 1 枚ひくとき、偶数のカードが出る確率を求めなさい。
 (ただし、J のカードは 11, Q のカードは 12, K のカードは 13 のカードと考える。)
- (3) 1 つのさいころを投げるとき、次の確率を求めなさい。
 ① 4 の目が出る確率 ② 偶数の目が出る確率 ③ 7 の目が出る確率
- (4) 1 つのさいころを投げるとき、次の確率を求めなさい。
 ① 2 以上の目が出る確率 ② 3 の倍数の目が出る確率 ③ 8 より小さい目が出る確率
- (5) 1 から 30 までの整数が 1 つずつ書かれた 30 枚のカードから 1 枚ひくとき、カードに書かれた数が 6 の倍数である確率を求めなさい。
- (6) 1 から 20 までの整数が 1 つずつ書かれた 20 枚のカードから 1 枚ひくとき、奇数のカードが出る確率を求めなさい。
- (7) 赤玉 2 個、白玉 1 個、青玉 3 個が入った袋がある。この袋から玉を 1 個取り出すとき、赤玉が出る確率を求めなさい。
- (8) 袋の中に、赤玉 3 個、白玉 4 個、青玉 5 個が入っている。この袋から玉を 1 個取り出すとき、白玉または青玉が出る確率を求めなさい。
- (9) 次の()にあてはまることばを書きなさい。
 起こりうる場合が同じ程度に期待できるとき、それらは()という。

Point!

❗ 「2個のさいころを投げる」, 「2回さいころを投げる」問題は、必ず 表 を使って考える。

❗ 2個のさいころの目の出方は、36通り。

Warm Up

大小2つのさいころを同時に投げるとき、次の確率を求めなさい。

(1) 出る目の数の和が9になる確率

(2) 出る目の数の積が偶数になる確率

解説 (1) 表に目の数の和を書きこみ、9になる場合に○をつける。

小 \ 大	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

表より、求める確率は、 $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

(2) 表に目の数の積を書きこみ、偶数になる場合に○をつける。

小 \ 大	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	30	36

表より、求める確率は、 $\frac{27}{36} = \frac{3}{4}$

Try

大小2つのさいころを同時に投げるとき、次の確率を求めなさい。

- (1) 出る目の数の和が6になる確率
- (2) 出る目の数の積が奇数になる確率
- (3) 大きいさいころの目の数を小さいさいころの目の数でわった商が自然数になる確率

Exercise

次の問いに答えなさい。

- (1) 大小2つのさいころを同時に投げるとき、次の確率を求めなさい。
 - ① 出る目の数の和が5になる確率
 - ② 出る目の数の積が12になる確率
 - ③ 出る目の数の差が2になる確率
 - ④ 出る目の数の和が4以上になる確率
- (2) 1つのさいころを2回投げるとき、次の確率を求めなさい。
 - ① 出る目の数の和が7になる確率
 - ② 出る目の数の積が4の倍数になる確率
 - ③ 出る目の数の差が3になる確率
 - ④ 出る目の数の和が8以下になる確率
- (3) 大小2つのさいころを同時に投げるとき、次の確率を求めなさい。
 - ① 出る目の数の和が偶数になる確率
 - ② 出る目の数の積が8以上になる確率
 - ③ 出る目の数の差が2以下になる確率
- (4) 1つのさいころを2回投げ、1回目に出た目を a 、2回目に出た目を b とするとき、次の確率を求めなさい。
 - ① $a=b$ になる確率
 - ② $\frac{a}{b}$ が自然数になる確率
 - ③ a を十の位、 b を一の位として2けたの自然数をつくる時、できる自然数が7の倍数になる確率

硬貨を投げるときの確率

Point!

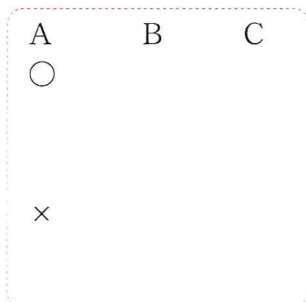
- ❗ さいころ以外の問題で、2個や2回以上を考えると、樹形図を使って場合の数を数える。
- ❗ 確率を求めるときは、同じに見えるものも1個ずつ区別して、場合の数を考える。☺

Warm Up

次の問いに答えなさい。

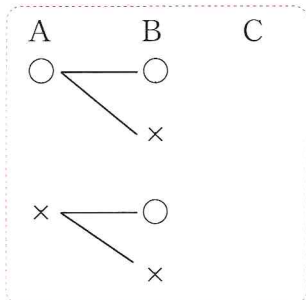
- 3枚の硬貨を同時に投げるとき、1枚が表で2枚が裏になる確率を求めなさい。
- 1枚のコインを2回投げるとき、2回とも裏が出る確率を求めなさい。

解説 (1)

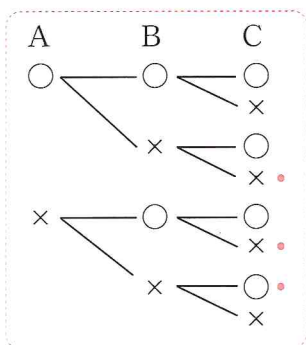


樹形図のかき方

- 3枚の硬貨をA, B, Cとし、横にA, B, Cと並べて書く。●..... 同じに見えるものもA, B, Cと区別する
- Aについて、起こりうる場合を縦に並べて書く。表が出るか裏が出るかの2通りがあるので、表を○、裏を×とすると、左のようになる。
- ②で書き出したすべての場合について、Bで起こりうるすべての場合を線をつないでかく。

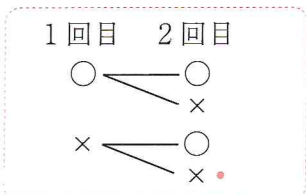


- ③で書き出したすべての場合について、Cで起こりうるすべての場合を線をつないでかく。



完成した樹形図の右端を数えて、表裏の出方は全部で8通り。また、1枚が表、2枚が裏になる場合は、●をつけた3通り。よって、求める確率は、 $\frac{3}{8}$

- 横に1回目、2回目と並べて書き、表を○、裏を×として、樹形図をかく。



樹形図より、求める確率は、 $\frac{1}{4}$

Try

次の問いに答えなさい。

(1) 2枚のコイン A, B を同時に投げるとき, 2枚とも表が出る確率を求めなさい。

(2) 1枚の硬貨を3回投げるとき, 2回は表で1回は裏が出る確率を求めなさい。

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 1枚の100円硬貨を2回投げるとき, 表裏の出方で起こりうる結果は全部で何通りあるか答えなさい。

(2) 2枚のコイン A, B を同時に投げるとき, 1枚は表, もう1枚は裏となる確率を求めなさい。

(3) 1枚の硬貨を3回投げるとき, 3回とも表が出る確率を求めなさい。

(4) 10円硬貨を3枚投げるとき, 2枚以上表が出る確率を求めなさい。

Point!

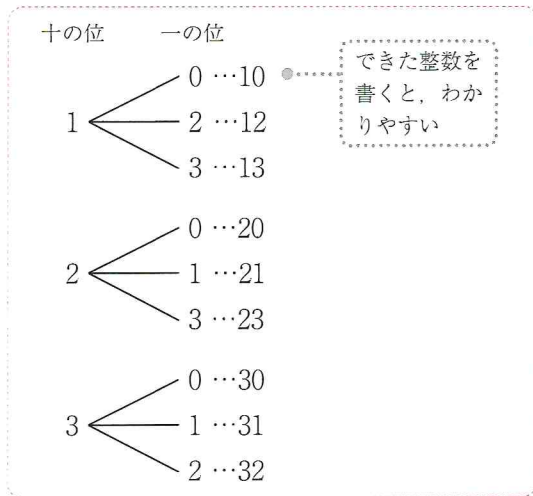
さいころ以外の問題で、2個や2回以上を考えると、**樹形図**を使って場合の数を数える。

Warm Up

0, 1, 2, 3の数字を1つずつ書いた4枚のカードがある。このカードを2枚並べて2けたの整数をつくる。次の問いに答えなさい。

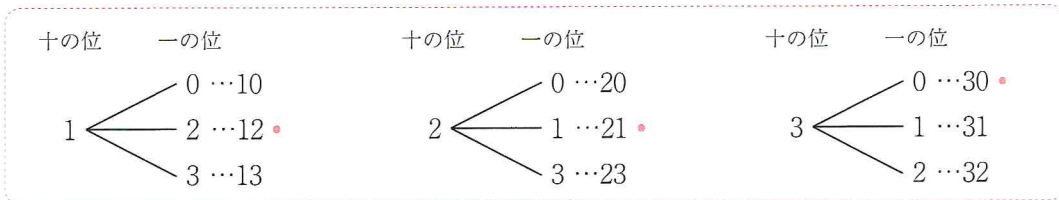
- (1) 2けたの整数は全部で何通りできるか答えなさい。
- (2) できた整数が3の倍数になる確率を求めなさい。

解説 (1) 2枚並べるので、**同じカードは並ばないこと**、また、**0のカードは十の位にはなれないこと**に注意する。樹形図は下のようになる。



樹形図の右端を数えて、
2けたの整数は全部で 9通り

(2) 樹形図でできた整数のうち、3の倍数に印をつける(樹形図は、横に並べてかいてもよい)。



できた整数が3の倍数になるのは、**・**をつけた3通りなので、
求める確率は、 $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

Try

次の問いに答えなさい。

- (1) 1, 2, 3, 4の数字を1つずつ書いた4枚のカードがある。このカードをよくきってから、1枚ずつ2回続けてカードを取り出し、取り出したカードを左から順に並べて2けたの整数をつくる。次の問いに答えなさい。
- ① 2けたの整数は全部で何通りできるか答えなさい。
- ② できた整数が3の倍数になる確率を求めなさい。
- (2) 0, 1, 2, 3, 4の数字を1つずつ書いた5枚のカードがある。このカードを2枚並べて2けたの整数をつくるとき、できた整数が23以上になる確率を求めなさい。

Exercise

次の問いに答えなさい。

- (1) 1, 2, 3, 4, 5の数字を1つずつ書いた5枚のカードをよくきってから、1枚ずつ2回続けてカードを取り出し、取り出したカードを左から順に並べて2けたの整数をつくる。次の問いに答えなさい。
- ① できた整数が偶数になる確率を求めなさい。
- ② できた整数が24以上になる確率を求めなさい。
- (2) 1, 2, 3, 4, 5, 6の数字を1つずつ書いた6枚のカードがある。このカードをよくきってから、1枚ずつ2回続けてカードを取り出し、取り出したカードを左から順に並べて2けたの整数をつくる。次の問いに答えなさい。
- ① 2けたの整数は全部で何通りできるか答えなさい。
- ② できた整数が4の倍数になる確率を求めなさい。
- (3) 0, 1, 2, 3, 4の数字を1つずつ書いたカードが1枚ずつある。このカードを並べて2けたの整数をつくるとき、次の問いに答えなさい。
- ① 2けたの整数は何通りできるか答えなさい。
- ② できた整数が3の倍数になる確率を求めなさい。
- (4) 0, 1, 2, 3, 4の数字を1つずつ書いた5枚のカードがある。このカードを2枚並べて2けたの整数をつくる。次の問いに答えなさい。
- ① できた整数が奇数になる確率を求めなさい。
- ② できた整数が20以上32未満になる確率を求めなさい。

いろいろな確率①(並べる, 順番に取り出す)

Point!

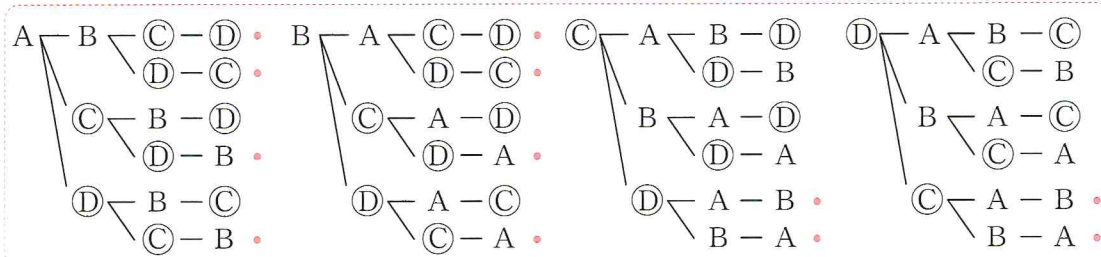
- ❗ さいころ以外の問題で, 2個や2回以上を考えると, **樹形図**を使って場合の数を数える。
- ❗ 確率を求めるときは, **同じに見えるものも1個ずつ区別して**, 場合の数を考える。

Warm Up

次の問いに答えなさい。

- (1) 男子2人, 女子2人が横1列に並ぶとき, 女子がとなり合う確率を求めなさい。
- (2) 赤玉が3個, 白玉が2個入っている袋から, はじめにAさんが玉を1個取り出し, 玉を戻さずに, その次にBさんが玉を1個取り出す。このとき, AさんもBさんも赤玉を取り出す確率を求めなさい。

解説 (1) 男子2人をA, B, 女子2人をC, Dとして樹形図をかく。



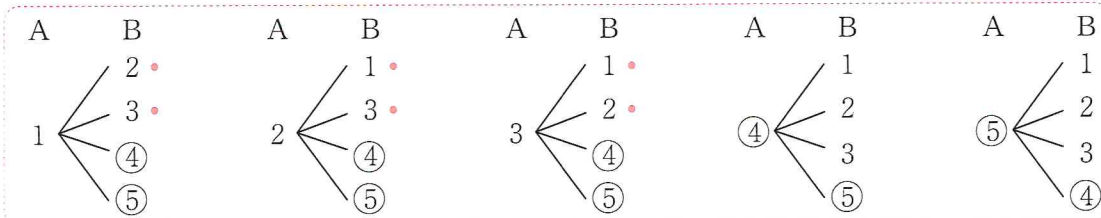
樹形図より, 並び方は全部で24通り。

また, 女子のCとDがとなり合って並ぶ場合は, **●**をつけた12通り。

よって, 求める確率は, $\frac{12}{24} = \frac{1}{2}$

(2) 赤玉を1, 2, 3, 白玉を④, ⑤として, 樹形図をかく。

同じに見えるもの(同じ色の玉)も, 番号で区別する



樹形図より, 取り出し方は全部で20通り。

AさんもBさんも赤玉を取り出す場合は, **●**をつけた6通り。

よって, 求める確率は, $\frac{6}{20} = \frac{3}{10}$

Try

次の問いに答えなさい。

- (1) A, B, C の3曲を順番に流すとき, 3曲の流し方は全部で何通りあるか答えなさい。
- (2) 男子2人, 女子2人が横1列に並ぶとき, 男子が両端に並ぶ確率を求めなさい。
- (3) あたりが3本, はずれが2本入っているくじがある。このくじをはじめにAさんがひき, そのくじを戻さずに, 次に, Bさんがひく。次の問いに答えなさい。
 - ① 2人ともはずれをひく確率を求めなさい。
 - ② Aさんがあたりをひいて, さらにBさんもあたりをひく確率を求めなさい。

Exercise

次の問いに答えなさい。

- (1) A, B, C の3人が横1列に並ぶとき, 並び方は全部で何通りあるか答えなさい。
- (2) A, B, C, D の4人でリレーのチームをつくる。第1走者がAに決まっているとき, 走る順番は何通りあるか答えなさい。
- (3) A, B, C の3人が横1列に並ぶ。このとき, AとBがとなり合っただけで並ぶ確率を求めなさい。
- (4) 男子2人, 女子2人が横1列に並ぶとき, 男女が交互に並ぶ確率を求めなさい。
- (5) 2本のあたりくじが入っている5本のくじの中から, 1本ずつ続けて2回ひくとき, 次の問いに答えなさい。
 - ① 2回ともあたる確率を求めなさい。
 - ② 1回目はあたり, 2回目ははずれる確率を求めなさい。
- (6) 赤玉が2個, 白玉が3個入っている袋から玉を1個ずつ続けて2回取り出すとき, 次の問いに答えなさい。
 - ① 赤玉と白玉が1個ずつになる確率を求めなさい。
 - ② 2個とも白玉になる確率を求めなさい。

Point!

- ❗ さいころ以外の問題で, 2個や2回以上を考えるとときは, **樹形図**を使って場合の数を数える。
- ❗ **選ぶ** ときや, **同時に取り出す** ときは, 順序は考えないので, **組み合わせ**が同じものは片方だけかく。
- ❗ 確率を求めるときは, **同じに見えるものも1個ずつ区別して**, 場合の数を考える。🎯

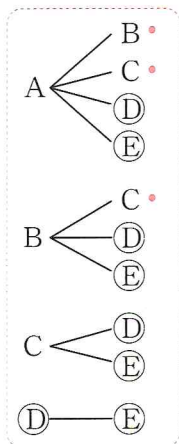
Warm Up

次の問いに答えなさい。

- (1) 男子3人, 女子2人の班から, くじで代表を2人選ぶとき, 2人とも男子が選ばれる確率を求めなさい。
- (2) 赤玉が3個, 白玉が2個入っている袋から, 同時に2個の玉を取り出す。赤玉と白玉が1個ずつ出る確率を求めなさい。

解説 (1) 男子3人をA, B, C, 女子2人を④, ⑤として, 樹形図をかく。●.....
 2人を「選ぶ」だけで, 順序は考えないので, A-BとB-Aのような**組み合わせ**が同じものは片方だけかく。

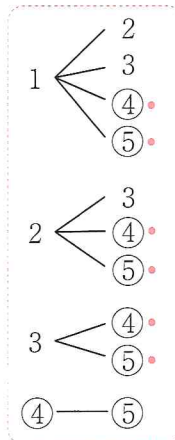
名前をつけて
1人ずつ区別
する



樹形図より, 代表の選び方は全部で10通り。
 2人とも男子が選ばれる場合は, ●をつけた3通り。
 よって, 求める確率は, $\frac{3}{10}$

(2) 赤玉を1, 2, 3, 白玉を④, ⑤として, 樹形図をかく。●.....
 2個を「同時に取り出す」だけで, 順序は考えないので, 1-2と2-1のような**組み合わせ**が同じものは片方だけかく。

同じ色の玉も,
番号で区別
する



樹形図より, 玉の取り出し方は全部で10通り。
 赤玉と白玉が1個ずつ出る場合は, ●をつけた6通り。
 よって, 求める確率は, $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

Try

次の問いに答えなさい。

- (1) A, B, C, D の4つのチームがそれぞれ1回ずつ試合を行うとき, 組み合わせは全部で何通りあるか答えなさい。
- (2) A, B, C の3人の男子と D, E の2人の女子でできた5人の班の中から, くじびきで2人の当番を選ぶ。このとき, 男子と女子が1人ずつ当番に選ばれる確率を求めなさい。
- (3) 袋の中に, 赤玉が2個, 白玉が2個入っている。この中から同時に2個取り出すとき, 赤玉と白玉が1個ずつになる確率を求めなさい。

Exercise

次の問いに答えなさい。

- (1) 4人の生徒 A, B, C, D の中から2人の当番を選ぶ。このとき, 2人の選び方は何通りあるか答えなさい。
- (2) A, B, C, D, E の5つのサッカーチームがそれぞれ1回ずつ対戦するときの試合の組み合わせは全部で何通りあるか答えなさい。
- (3) 2人の男子 A, B と2人の女子 C, D の中から, くじで2人選んでチームをつくる時, 男子 A が選ばれる確率を求めなさい。
- (4) 男子2人, 女子3人の5人の班で, 2人の当番をくじで選ぶとき, 男子, 女子がそれぞれ1人ずつ選ばれる確率を求めなさい。
- (5) 赤玉2個, 白玉3個が入っている袋から同時に2個取り出すとき, 2個とも赤玉である確率を求めなさい。
- (6) 1から4までの数字が1つずつ書かれた4枚のカードから, 同時に2枚のカードをひくとき, 2枚のカードに書かれた数字の和が5以上になる確率を求めなさい。

♪～が起こらない、少なくとも～の確率

Point!

- ❗ 「Aが起こらない」は、「A以外が起こる」と考える。
- ❗ 「少なくとも1個はB」は、「Bが1個以上」と考える。

Warm Up

次の問いに答えなさい。

- 白玉2個、赤玉3個が入った袋の中から玉を1個取り出すとき、白玉が出ない確率を求めなさい。
- 10円玉と100円玉の2枚を投げるとき、少なくとも1枚は裏が出る確率を求めなさい。

解説 (1) 「白玉が出ない」 = 「白玉以外が出る」

↓
= 「赤玉が出る」

と考えると、赤玉が出る確率を求める。

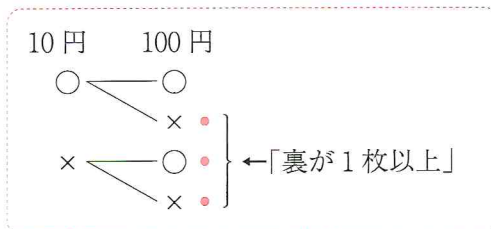
玉の取り出し方は全部で、5通り。

赤玉を取り出す場合の数は、3通り。

よって、求める確率は、 $\frac{3}{5}$

(2) 「少なくとも1枚は裏」は「裏が1枚以上」と考える。

表を○、裏を×とすると、樹形図は下の図のようになる。



よって、求める確率は、 $\frac{3}{4}$

Try

次の問いに答えなさい。

- (1) 赤玉1個、白玉3個、青玉5個が入った袋の中から玉を1個取り出すとき、赤玉が出ない確率を求めなさい。

- (2) 3枚のコインを同時に投げるとき、少なくとも1枚は表が出る確率を求めなさい。

- (3) 袋の中に赤玉2個、白玉3個が入っている。玉を同時に2個取り出すとき、少なくとも1個は白玉が出る確率を求めなさい。

Exercise

次の問いに答えなさい。

- (1) 2つのさいころを同時に投げるとき、同じ目が出ない確率を求めなさい。

- (2) 1から30までの整数を1つずつ書いた30枚のカードがある。このカードをよくきって1枚取り出すとき、12の約数のカードが出ない確率を求めなさい。

- (3) 1枚の硬貨を続けて3回投げるとき、少なくとも1回は裏が出る確率を求めなさい。

- (4) 5本のうち3本があたりのくじがある。このくじを同時に2本ひくとき、少なくとも1本はあたる確率を求めなさい。

- (5) 赤玉4個と白玉2個が入っている袋から、同時に2個の玉を取り出すとき、少なくとも1個は赤玉が出る確率を求めなさい。

- (6) 男子A, B, Cと女子D, Eの5人の中から2人を選ぶとき、少なくとも1人は女子が選ばれる確率を求めなさい。

四分位数

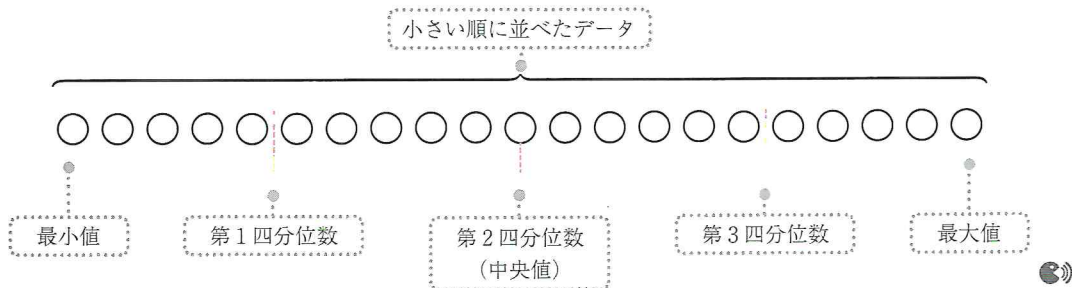
Point!

！ 四分位数

データの散らばり方を、大まかに5つの数で表す方法がある。5つの数とは、データを大きさの順で並べたときの両端の値(最大値 と 最小値), データを4分割したときの3つの区切りの値である 四分位数 をいう。

四分位数は、値の小さいほうから、 第1四分位数 , 第2四分位数 , 第3四分位数 という。

第2四分位数は、 中央値 である。



！ 四分位数を求める手順

- ① データを小さい順に並べ、 中央値 を求める。
- ② ① の中央値を境として、 中央値より小さい値 の組と、 中央値より大きい値 の組に分ける。
* データの個数が奇数の場合は、中央値はどちらの組にも入れない。
- ③ ② で分けたそれぞれの組で、 中央値 を求める。

！ 最小値、最大値、四分位数は、 単位をつけて答える。 ☺

Warm Up

右のデータは、ある10人の生徒の数学のテストの得点である。次の問いに答えなさい。

- (1) 最小値、最大値を答えなさい。
- (2) 四分位数を求めなさい。

数学のテストの得点(点)

58	78	52	61	36
43	20	32	38	47

解説 (1) データを小さい順に並べると、

20, 32, 36, 38, 43, 47, 52, 58, 61, 78

最小値は、20点 最大値は、78点

単位をつけて答える

(2) 20, 32, 36, 38, 43, 47, 52, 58, 61, 78

中央値は、 $\frac{43+47}{2} = 45$ (点)

データが偶数個のときは、中央の2つの値の平均値が中央値

中央値より小さい値の組は、20, 32, 36, 38, 43

中央値より大きい値の組は、47, 52, 58, 61, 78

それぞれの組の中央値を求めると、36と58

したがって、第1四分位数は36点、第2四分位数は45点、第3四分位数は58点

単位をつけて答える

Try

右のデータは、あるゲームをしたときの A, B の得点である。
次の問いに答えなさい。

- (1) A, B について、最小値と最大値をそれぞれ求めなさい。
- (2) A, B について、四分位数をそれぞれ求めなさい。

A の得点(点)

8	4	3	6	2	1
7	9	4	8	7	

B の得点(点)

5	3	6	2	8	5
9	10	4	0	1	4

Exercise

次の問いに答えなさい。

- (1) 右のデータは、握力測定をしたときの A 班と B 班の結果である。次の問いに答えなさい。
- ① A 班と B 班について、最小値と最大値をそれぞれ求めなさい。
- ② A 班と B 班について、四分位数をそれぞれ求めなさい。

A 班の結果(kg)

20	32	49	35	51	31
43	56	41	28	46	

B 班の結果(kg)

31	49	51	43	41	26
38	28	30	18	22	56

- (2) 右のデータは、1 か月に読んだ本の冊数を、A 班と B 班について調べた結果である。次の問いに答えなさい。
- ① A 班と B 班について、最小値と最大値をそれぞれ求めなさい。
- ② A 班と B 班について、四分位数をそれぞれ求めなさい。

A 班の結果(冊)

1	8	4	2	0	10
3	5	18	6	5	7

B 班の結果(冊)

2	5	8	3	11	6
1	0	18	4	9	

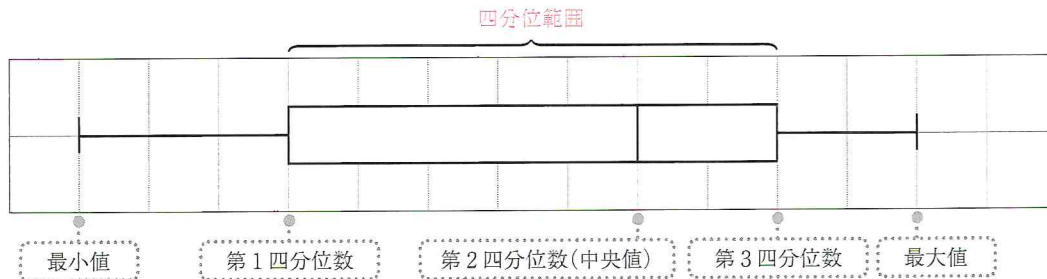
- (3) 次の()にあてはまることばを書きなさい。

データの散らばり方をだまかに5つの数で表す方法がある。5つの数とは、データを大きさの順で並べたときの両端の値である(①)と(②)、データを4分割したときの3つの区切りの値である(③)をいう。(③)は、値の小さいほうから、(④)、(⑤)、(⑥)という。(⑤)は(⑦)である。

Point!

❗ 箱ひげ図

下の図のように、最小値、第1四分位数、第2四分位数、第3四分位数、最大値を、箱と線(ひげ)を使って1つの図に表したものを、**箱ひげ図**という。箱ひげ図は縦向きにかくこともある。第3四分位数と第1四分位数の差を **四分位範囲** という。



❗ 四分位範囲は単位をつけて答える。☺

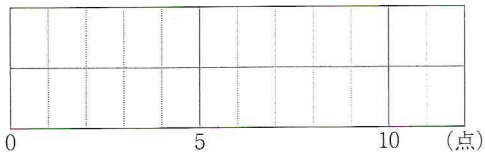
Warm Up

右のデータは、ある10人の生徒のテストの得点である。
このデータについて、次の問いに答えなさい。

テストの得点(点)

5	7	5	8	3
4	2	3	9	4

- 四分位範囲を求めなさい。
- 箱ひげ図をかきなさい。



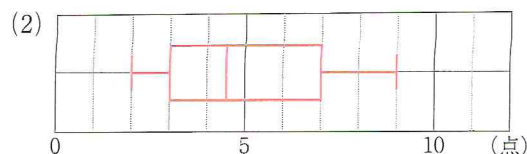
解説 まず、最小値、最大値、四分位数を求める。

データを小さい順に並べると

2, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 7, 8, 9

最小値は2点、最大値は9点 第1四分位数は3点、第2四分位数は4.5点、第3四分位数は7点

(1) $7-3=4$ 4点



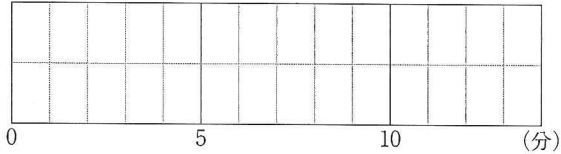
- 最小値、最大値、四分位数を求め、それぞれを示す縦線を5本かく。
- 第1四分位数を左端、第3四分位数を右端とする箱をかく。
- 箱の両端から最小値、最大値まで横線をかく。

Try

右のデータは、9人の生徒に対し、あるゲームをクリアするまでの時間を調べた結果である。このデータについて、次の問いに答えなさい。

(1) 四分位範囲を求めなさい。

(2) 箱ひげ図をかきなさい。 作図ページ



クリアするまでの時間(分)

11	8	4	9	10
3	7	6	12	

Exercise

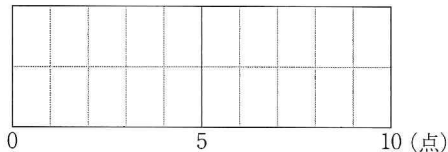
次の問いに答えなさい。

(1) 右のデータは、ある10人のテストの得点である。このデータについて、次の問いに答えなさい。

① 四分位数をそれぞれ求めなさい。

② 四分位範囲を求めなさい。

③ 箱ひげ図をかきなさい。 作図ページ



テストの得点(点)

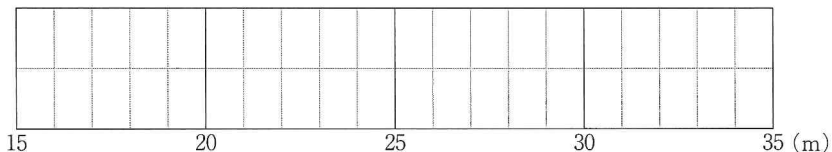
6	9	7	6	7
3	4	8	5	8

(2) 右のデータは、ある9人のハンドボール投げの結果である。

このデータについて、次の問いに答えなさい。

① 四分位範囲を求めなさい。

② 箱ひげ図をかきなさい。 作図ページ



投げた距離(m)

27	34	18	32	30
25	22	21	28	

(3) 次の()にあてはまることばを書きなさい。

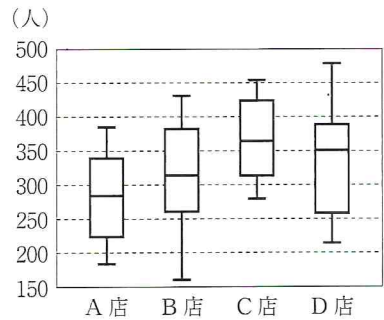
第3四分位数と第1四分位数の差を()という。

箱ひげ図の読みとり

Point!

Warm Up

右の図は、A店、B店、C店、D店の1日の来客数を31日間調べたデータを、箱ひげ図に表したものである。箱ひげ図から読みとれることとして、正しいものは○、正しくないものは×、箱ひげ図からはわからないものは△で答えなさい。



- (1) D店は、来客数が450人を超えた日があった。
- (2) D店の来客数の平均値は350人である。
- (3) B店は、来客数が300人を超えた日が、最低でも16日あった。
- (4) 来客数が400人を超えた日数を比べると、C店よりD店のほうが多い。
- (5) 来客数が200人を下まわる日数を比べると、A店よりB店のほうが多い。

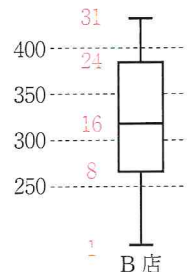
解説 (1) 最大値が450人を超えているので、○

(2) 箱ひげ図から平均値はわからないので、△

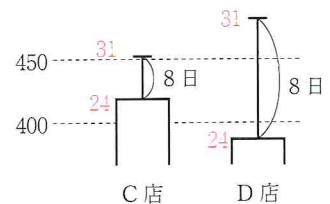
(3) B店の箱ひげ図より、中央値が300人を超えているとわかる。

31日間調べたデータなので、中央値：16番目、第1四分位数：8番目、第3四分位数：24番目である。

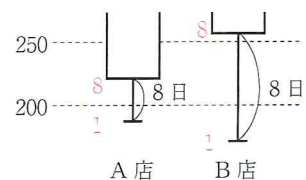
よって、16番目から31番目までは300人を超えており、少なくとも16日あるので、○



(4) 24番目から31番目は8日ある。よって、400人を超えた日数は、C店は8日以上、D店は8日より少ないので、×



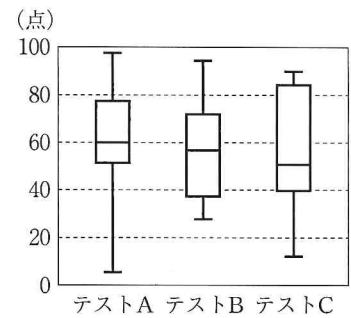
(5) A店もB店も200人を下まわった日数が8日より少ないのはわかるが、どちらが多いかはわからないので、△



Try

右の図は、ある高校の1年生50人に行ったテストA, B, Cの得点を、箱ひげ図に表したものである。箱ひげ図から読みとれることとして、正しいものは○, 正しくないものは×, 箱ひげ図からはわからないものは△で答えなさい。

- (1) テストAの平均値は60点である。
- (2) テストCは、80点以上の生徒が13人以上いる。
- (3) テストBは、60点未満の生徒が半数以上いる。
- (4) 80点以上の生徒がもっとも多いのは、テストCである。
- (5) 40点未満の生徒がもっとも多いのは、テストAである。

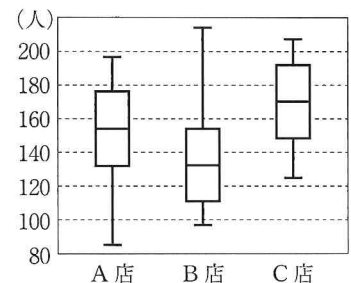


Exercise

次の問いに答えなさい。

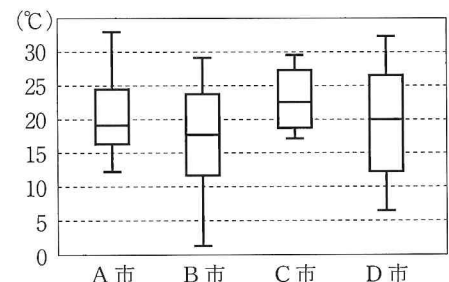
(1) 右の図は、51日間にわたるA店, B店, C店の1日の来客数を箱ひげ図に表したものである。箱ひげ図から読みとれることとして、正しいものは○, 正しくないものは×, 箱ひげ図からはわからないものは△で答えなさい。

- ① B店は、来客数が140人未満の日が26日以上あった。
- ② A店は、来客数が160人以上の日が13日以上あった。
- ③ 来客数が120人未満の日数がもっとも多いのは、A店である。
- ④ 来客数が180人以上の日数を比べると、A店よりB店のほうが多い。



(2) 右の図は、A市, B市, C市, D市における月ごとの最高気温を15か月間調べ、箱ひげ図に表したものである。箱ひげ図から読みとれることとして、正しいものは○, 正しくないものは×, 箱ひげ図からはわからないものは△で答えなさい。

- ① 最高気温が30℃以上の月があったのは、D市だけである。
- ② D市の最高気温の平均値は、20℃である。
- ③ B市は、最高気温が20℃を超えた月が半分以上ある。
- ④ 最高気温が15℃を下回った月がもっとも多いのは、B市である。
- ⑤ 最高気温が25℃以上の月を比べると、C市よりA市のほうが多い。



1-1 式の乗法と除法

Point!

- ❗ 単項式や多項式の積の形をした式を、かっこをはずして単項式の和の形に表すことを、もとの式を 展開 するという。
- ❗ 多項式と多項式の乗法は、分配法則を使ってかっこをはずす。

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

- ❗ わり算は、 \div を \times にかえて、 \div の右の数を 逆数 にかえる。☞

Warm Up

次の問いに答えなさい。

(1) 次の計算をしなさい。

① $-3x(5x-2y)$

② $(12a^2b^2-8a^2b) \div \frac{4}{3}ab$ よくあるまちがい

(2) 次の式を展開しなさい。

① $(3x+y)(2x-5y)$ よくあるまちがい

② $(x-y-6)(x-y+8)$

解説

(1) ① $-3x(5x-2y)$
 $= -15x^2 + 6xy$

② よくあるまちがい

正 $(12a^2b^2-8a^2b) \div \frac{4}{3}ab$
 $= (12a^2b^2-8a^2b) \times \frac{3}{4ab}$
 $= \frac{3 \cdot 12a^2b^2 \times 3}{1 \times 4_1a_1b_1} - \frac{3 \cdot 8a^2b^1 \times 3}{1 \times 4_1a_1b_1}$
 $= 9ab - 6a$

分数のかけ算は途中式を必ず書く
約分して残ったものに○をつける

誤 $(12a^2b^2-8a^2b) \div \frac{4}{3}ab$
 $= (12a^2b^2-8a^2b) \times \frac{3}{4}ab$
逆数をまちがえている

(2) ① よくあるまちがい

正 $(3x+y)(2x-5y)$
 $= 6x^2 - 15xy + 2xy - 5y^2$
 $= 6x^2 - 13xy - 5y^2$

同類項はまとめる

誤 $(3x+y)(2x-5y)$
 $= 6x^2 - 15xy + 2xy - 5y^2$
同類項をまとめていない

② $(x-y-6)(x-y+8)$

$= x^2 - xy + 8x - xy + y^2 - 8y - 6x + 6y - 48$
 $= x^2 - 2xy + 2x + y^2 - 2y - 48$

同類項はまとめる

1 多項式

Try

次の問いに答えなさい。

(1) 次の計算をしなさい。

① $4x(x+2y)$

② $-3x(5-x)-4x(1+x)$

③ $(24a^2+6a) \div 6a$

④ $(12a^2b-4ab^2) \div \left(-\frac{2}{3}ab\right)$

(2) 次の式を展開しなさい。

① $(x-2)(y+4)$

② $(3a+2b)(2a-b)$

③ $(x-2y)(x+2y-2)$

④ $(x+y-1)(x+y-2)$

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 次の計算をしなさい。

① $-6x(x-2y)$

② $(4a-b) \times (-2a)$

③ $4x(x-3y-2)$

④ $2x(x-3)-3x(2x-1)$

⑤ $a(a+2b)-2a(a+9b)$

⑥ $-x(x+3)-2x(3x-6)$

⑦ $(6x^2y^2-3xy) \div 3xy$

⑧ $(4a^2b-2ab) \div (-2ab)$

⑨ $(12x^3y^2-15x^2y^3) \div (-3x^2y^2)$

⑩ $(9xy+12y^2) \div \frac{3}{5}y$

⑪ $(8xy^2-4xy) \div \frac{4}{3}xy$

⑫ $(2x^2-4xy) \div \left(-\frac{2}{3}x\right)$

(2) 次の式を展開しなさい。

① $(a+3)(b-4)$

② $(a-b)(c+d)$

③ $(a+b)(x+y)$

④ $(x+4)(2x-3)$

⑤ $(2x+1)(3x+4)$

⑥ $(2x+3y)(3x-y)$

⑦ $(x+3)(x-2y-1)$

⑧ $(4x-y)(3x+2y-1)$

⑨ $(x+3y)(x-3y+1)$

⑩ $(x+y-7)(x-y+7)$

⑪ $(a-2b+3)(a-2b-4)$

⑫ $(a-b+4)(a-b-4)$

(3) 次の()にあてはまることばを書きなさい。

単項式や多項式の積の形をした式を、かっこをはずして単項式の和の形に表すことを、もとの式を()するという。

Point!

！乗法公式①

$(\quad)^2$ の展開に使う公式

$$(x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$$

$$(x-a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$$

Warm Up

次の式を展開しなさい。

(1) $(x+4)^2$

(2) $(a-5b)^2$

(3) $(4x-3)^2$ よくあるまちがい

解説

(1) $(x+4)^2$
 $= x^2 + 8x + 16$

- ① 前の項を2乗
- ② 前の項と後ろの項をかけて2倍
- ③ 後ろの項を2乗

(2) $(a-5b)^2$
 $= a^2 - 10ab + 25b^2$

- ① 前の項を2乗
- ② 前の項と後ろの項をかけて2倍
- ③ 後ろの項を2乗

(3)

よくあるまちがい

正 $(4x-3)^2$
 $= (4x)^2 - 4x \times 3 \times 2 + 3^2$
 $= 16x^2 - 24x + 9$

- ① 前の項を2乗
- ② 前の項と後ろの項をかけて2倍
- ③ 後ろの項を2乗

誤 $(4x-3)^2$
 $= (4x)^2 - 6x + 3^2$

前の項は4xなのに、xとして公式を使っている

Try

次の式を展開しなさい。

(1) $(x+8)^2$

(2) $(a-3)^2$

(3) $(a-4b)^2$

(4) $(3x+2)^2$

(5) $(5a-3b)^2$

❖ (6) $(2x + \frac{1}{2}y)^2$

Exercise

次の式を展開しなさい。

(1) $(x+1)^2$

(2) $(a+2)^2$

(3) $(a-6)^2$

(4) $(x-1)^2$

(5) $(a+3b)^2$

(6) $(x+7y)^2$

(7) $(x-y)^2$

(8) $(a-9b)^2$

(9) $(2a+5)^2$

(10) $(5x-4)^2$

(11) $(3x-4y)^2$

(12) $(2x+3y)^2$

❖ (13) $(x + \frac{3}{2})^2$

❖ (14) $(2a - \frac{1}{4})^2$

❖ (15) $(6x + \frac{1}{3}y)^2$

Point!

❗ 乗法公式②

$$(x+a)(x-a) = x^2 - a^2$$

() () で真ん中の符号だけ違う
式の展開に使う公式

Warm Up

次の式を展開しなさい。

(1) $(x+3)(x-3)$

(2) $(7x+5y)(7x-5y)$

解説

(1) $(x+3)(x-3)$
 $= x^2 - 9$

前の項の2乗 - 後ろの項の2乗

(2) $(7x+5y)(7x-5y)$
 $= 49x^2 - 25y^2$

Try

次の式を展開しなさい。

(1) $(x+4)(x-4)$

(2) $(a+b)(a-b)$

(3) $(2x+9)(2x-9)$

(4) $(5x+6y)(5x-6y)$

(5) $(x + \frac{1}{7})(x - \frac{1}{7})$

(6) $(a + \frac{3}{8})(a - \frac{3}{8})$

Exercise

次の式を展開しなさい。

(1) $(x+1)(x-1)$

(2) $(a+8)(a-8)$

(3) $(a+4b)(a-4b)$

(4) $(x+3y)(x-3y)$

(5) $(3x+7)(3x-7)$

(6) $(6a+1)(6a-1)$

(7) $(9x+8y)(9x-8y)$

(8) $(2x+7y)(2x-7y)$

(9) $(a + \frac{1}{6})(a - \frac{1}{6})$

(10) $(x + \frac{1}{9})(x - \frac{1}{9})$

(11) $(x + \frac{2}{5}y)(x - \frac{2}{5}y)$

(12) $(a + \frac{4}{5}b)(a - \frac{4}{5}b)$

1-4

乗法公式③ $((x+a)(x+b))$

Point!

! 乗法公式③

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

() () で前の項が同じ式の展開に使う公式

Warm Up

次の式を展開しなさい。

(1) $(x+2)(x+4)$

(2) $(a-6b)(a+b)$

(3) $(4x-1)(4x+6)$ よくあるまちがい

解説

(1) $(x+2)(x+4)$
 $= x^2 + 6x + 8$

- ① 前の項を2乗
- ② 後ろの項をたして前の項をかける
- ③ 後ろの項をかける

(2) $(a-6b)(a+b)$
 $= a^2 - 5ab - 6b^2$

- ① 前の項を2乗
- ② 後ろの項をたして前の項をかける
- ③ 後ろの項をかける

(3) よくあるまちがい

正 $(4x-1)(4x+6)$
 $= (4x)^2 + 5 \times 4x - 6$
 $= 16x^2 + 20x - 6$

- ① 前の項を2乗
- ② 後ろの項をたして前の項をかける
- ③ 後ろの項をかける

誤 $(4x-1)(4x+6)$
 $= (4x)^2 + 5x - 6$

前の項は4xなのに、xとして公式を使っている

Try

次の式を展開しなさい。

(1) $(x+3)(x+2)$

(2) $(a-4)(a-6)$

(3) $(2x+9)(2x-5)$

(4) $(5x+6y)(5x-4y)$

•• (5) $(x - \frac{1}{8})(x - \frac{5}{8})$

•• (6) $(a - \frac{1}{3}b)(a + \frac{3}{2}b)$

Exercise

次の式を展開しなさい。

(1) $(x+1)(x+6)$

(2) $(x+4)(x+2)$

(3) $(a+2)(a-8)$

(4) $(x-3)(x+7)$

(5) $(a-5)(a-3)$

(6) $(x-2)(x-6)$

(7) $(2x+1)(2x+3)$

(8) $(3x-1)(3x-5)$

(9) $(2x+3)(2x-7)$

(10) $(2x+7y)(2x-3y)$

(11) $(4a+b)(4a-2b)$

•• (12) $(a - \frac{1}{2})(a + \frac{3}{2})$

•• (13) $(x - \frac{1}{4})(x - \frac{5}{4})$

•• (14) $(x - \frac{1}{2}y)(x + \frac{3}{4}y)$

•• (15) $(a - \frac{2}{3}b)(a + \frac{1}{4}b)$

1-5 乗法公式を利用する計算

Point!

❗ 乗法公式① $(x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$ $(x-a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$

乗法公式② $(x+a)(x-a) = x^2 - a^2$

乗法公式③ $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

❗ 展開する式の前に マイナス や 数字 がある場合は、展開した式にかっこをつける。☞

Warm Up

次の計算をなさい。

$3(a+2)(a-4) - (a-3)^2$ よくあるまちがい

解説

よくあるまちがい

正 $3(a+2)(a-4) - (a-3)^2$
 $= 3(a^2 - 2a - 8) - (a^2 - 6a + 9)$
 $= 3a^2 - 6a - 24 - a^2 + 6a - 9$
 $= 2a^2 - 33$

展開する式の前にマイナスや数字がある場合は、展開した式にかっこをつける

誤 $3(a+2)(a-4) - (a-3)^2$
 $= 3a^2 - 2a - 8 - a^2 - 6a + 9$
 $= 2a^2 - 8a + 1$

展開した式にかっこをつけていないので、計算ミスをしている

Try

次の計算をなさい。

(1) $(x-1)(x+6) - (x+4)(x-4)$

(2) $(x-5)(x+1) - (x-2)^2$

(3) $(x+4)(x-4) - 2(x-4)^2$

(4) $2(x+2)(x-3) - (2x-3)^2$

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 次の計算をなさい。

① $(a+3)^2 - (a+1)(a-1)$

② $(x+5)(x-6) - (x+6)(x-7)$

③ $(x+y)^2 - (x-y)^2$

④ $(2x+1)(2x-1) - (3x+1)(x-2)$

⑤ $(2x+3)^2 - 4(x+1)(x-5)$

⑥ $(a+2)(a+4) - 2(a-2)^2$

⑦ $4(a-1)^2 - (2a+1)(2a-3)$

⑧ $2(x-1)^2 - (2x-1)^2$

(2) 次の にあてはまる式を書きなさい。

・ $(x+a)^2 =$ ①

・ $(x-a)^2 =$ ②

・ $(x+a)(x-a) =$ ③

・ $(x+a)(x+b) =$ ④

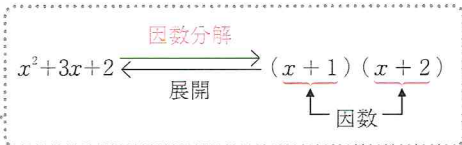
Point!

① $x^2+3x+2=(x+1)(x+2)$ のように多項式を積の形で表したとき、

$x+1$ と $x+2$ を x^2+3x+2 の因数という。

② 多項式をいくつかの因数の積で表すことを

因数分解 するという。



③ 公式を使った因数分解

① $x^2-a^2 = (x+a)(x-a)$

② $x^2+2ax+a^2 = (x+a)^2$

$x^2-2ax+a^2 = (x-a)^2$

③ $x^2+(a+b)x+ab = (x+a)(x+b)$

④ 1～8の2乗の数は暗記する。

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64

Warm Up

次の式を因数分解しなさい。

(1) $49x^2-36y^2$

(2) $x^2+10x+25$

(3) $9x^2-24xy+16y^2$

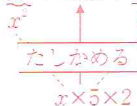
(4) $x^2-7x+10$

(5) x^2-x-6

解説 (1) $49x^2-36y^2$ ●-■の形
 $(7x)^2 (6y)^2$

$= (7x+6y)(7x-6y)$

(2) $x^2+10x+25$ ● 最初と最後が2乗の数

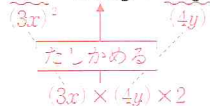


● 真ん中はかけて2倍

$= (x+5)^2$

● 真ん中の項の符号をつける

(3) $9x^2-24xy+16y^2$ ● 最初と最後が2乗の数



● 真ん中はかけて2倍

$= (3x-4y)^2$

● 真ん中の項の符号をつける

(4) $x^2+●x+■$ の形の因数分解の手順

① 積が■になる2つの数の組をさがす。

■が正のとき→同符号 ■が負のとき→異符号

② さがした組のうち、和が●のものをみつける。

③ みつけた2つの数を、 $(x+a)(x+b)$ のaとbに代入する。

$x^2-7x+10$
和 積

$= (x-2)(x-5)$

● みつけた数をxの後ろに書く

$x^2+●x+■$ の形

積が+10になる2つの数の組のうち、和が-7のものをみつける

積が+10	和	
+1, +10	→	+11
-1, -10	→	-11
+2, +5	→	+7
-2, -5	→	-7 ○

$$(5) \quad \begin{array}{c} x^2 - x - 6 \\ \text{和} \quad \text{積} \\ = (x + 2)(x - 3) \end{array}$$

みつけた数を x の後ろに書く

$x^2 + \bullet x + \blacksquare$ の形

積が -6 になる 2 つの数の組のうち、和が -1 のものをみつける

積が -6	和
$+1, -6$	$\rightarrow -5$
$-1, +6$	$\rightarrow +5$
$+2, -3$	$\rightarrow -1$ ○
$-2, +3$	$\rightarrow +1$

Try

次の式を因数分解しなさい。

(1) $x^2 - 25$

(2) $9x^2 - 4y^2$

(3) $x^2 + 14x + 49$

(4) $16x^2 - 24x + 9$

(5) $9x^2 - 30xy + 25y^2$

(6) $x^2 + 5x + 6$

(7) $x^2 - 10x + 16$

(8) $x^2 + 2x - 15$

(9) $x^2 - 2x - 63$

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 次の式を因数分解しなさい。

① $x^2 - 1$

② $a^2 - 81$

③ $9a^2 - 25b^2$

④ $4x^2 - 49y^2$

⑤ $x^2 + 6x + 9$

⑥ $a^2 + 8a + 16$

⑦ $a^2 - 10a + 25$

⑧ $x^2 - 14x + 49$

⑨ $25x^2 + 10xy + y^2$

⑩ $4a^2 - 12a + 9$

⑪ $x^2 + 6x + 8$

⑫ $x^2 + 5x + 4$

⑬ $a^2 - 15a - 16$

⑭ $x^2 - 20x + 36$

⑮ $x^2 - 5x - 6$

⑯ $a^2 - 2a - 24$

⑰ $a^2 + a - 90$

⑱ $a^2 + a - 56$

(2) 次の式を因数分解しなさい。

① $x^2 + 2x - 35$

② $16x^2 + 8x + 1$

③ $x^2 - 12x + 36$

④ $x^2 - 3x - 18$

⑤ $y^2 - 64$

⑥ $9x^2 - 12xy + 4y^2$

⑦ $y^2 - 5y + 4$

⑧ $9a^2 - 16b^2$

⑨ $x^2 + x - 30$

⑩ $x^2 - 13x + 36$

⑪ $x^2 + 7x + 6$

⑫ $a^2 + 5a - 6$

(3) 次の () にあてはまることばや式を書きなさい。

・ 多項式をいくつかの因数の積で表すことを (①) するという。

・ $x^2 - a^2 =$ (②))

・ $x^2 + 2ax + a^2 =$ (③))

・ $x^2 - 2ax + a^2 =$ (④))

・ $x^2 + (a+b)x + ab =$ (⑤))

Point!

❗ **共通因数**…すべての項に共通してふくまれ、くくり出せる**文字や数**

・文字…すべての項に共通してある文字

〈例〉 $am + an$ ●……………共通因数は a
 $= a(m+n)$ ●……………共通因数をカッコの外に、残りをカッコの中を書く

・数…すべての項の数の最大公約数(約分する数)

〈例〉 $12x - 18$ ●……………12と18の最大公約数(約分する数)は6
 $= 6 \times 2 \times x - 6 \times 3$ ●……………共通因数は6
 $= 6(2x - 3)$ ●……………共通因数をカッコの外に、残りをカッコの中を書く

❗ 因数分解の手順

- ❶ **共通因数** があればくくり出す。
- ❷ () の中を乗法公式を使って因数分解する。☺

Warm Up

次の式を因数分解しなさい。

- (1) $8xy - 4y^2$ よくあるまちがい (2) $9x^2y - 18x^2y^2 + 9xy$
 (3) $36a^2 - 4b^2$ よくあるまちがい (4) $2x^2y - 6xy - 8y$

解説

(1)

よくあるまちがい

正 $8xy - 4y^2$
 $= 4y(2x - y)$

係数の最大公約数(約分する数)をくくり出す

誤 $8xy - 4y^2$
 $= 2y(4x - 2y)$

カッコの中にまだくくり出せるものが残っている

(2) $9x^2y - 18x^2y^2 + 9xy$
 $= 9xy(x - 2xy + 1)$

・数の共通因数は9
 ・文字の共通因数は xy

共通因数ですべてくくり出された項は、1になることに注意

(3)

よくあるまちがい

正 $36a^2 - 4b^2$ ●……………共通因数をくくり出す
 $= 4(9a^2 - b^2)$
 $= 4(3a + b)(3a - b)$

誤 $36a^2 - 4b^2$
 $= (6a + 2b)(6a - 2b)$ ●……………
 共通因数をくくり出していない

$$\begin{aligned}
 (4) \quad & 2x^2y - 6xy - 8y \\
 & = 2y(x^2 - 3x - 4) \\
 & = 2y(x+1)(x-4)
 \end{aligned}$$

Try

次の式を因数分解しなさい。

(1) $ax + ay$

(2) $12x^2y - 8x$

(3) $4x^2y - 6xy^2 + 2xy$

(4) $x^3y - 16x^2y + 64xy$

(5) $4a^2 - 36b^2$

(6) $2ax^2 + 4ax - 30a$

Exercise

次の式を因数分解しなさい。

(1) $ax + bx$

(2) $4x^2 - 12$

(3) $mx - 2m$

(4) $9x^2 - 18x$

(5) $8a^2 - 2a$

(6) $4x^2y - 6xy^2$

(7) $6a^2b + 18b^2 - 12b$

(8) $2ax + 8axy + 10ay$

(9) $6ab + 12b^2 - 9bc$

(10) $4a^2x - 9x$

(11) $mx^2 - 8mx + 16m$

(12) $a^3 - 5a^2 + 4a$

(13) $4x^2 - 24x + 36$

(14) $2x^2 - 2x - 60$

(15) $9x^2 - 36$

(16) $2a^2b - 8ab - 64b$

(17) $2x^3 - 20x^2y + 50xy^2$

(18) $16a^2c - 4b^2c$

Point!

❗ 項を並べかえたり, マイナス をくくり出したりすると, 公式が使える場合がある。㊦

❗ 因数分解の手順

- ① 共通因数 があればくくり出す。
- ② () の中を乗法公式を使って因数分解する。㊦

Warm Up

次の式を因数分解しなさい。

- (1) $2x-24+x^2$ (2) $24ax-4ax^2-36a$ (3) $(x+3)^2-(x+5)$ よくあるまちがい

解説 (1) $2x-24+x^2$
 $=x^2+2x-24$
 $=(x-4)(x+6)$

・共通因数→ない
 ・項を並べかえて, 公式が使える形にする

(2) $24ax-4ax^2-36a$
 $=4a(6x-x^2-9)$
 $=4a(-x^2+6x-9)$
 $=-4a(x^2-6x+9)$
 $=-4a(x-3)^2$

共通因数→ある→くくり出す
 項を並べかえて, 公式が使える形にする
 マイナスをくくり出して, 公式が使える形にする

(3) よくあるまちがい

正 $(x+3)^2-(x+5)$
 $=x^2+6x+9-x-5$
 $=x^2+5x+4$
 $=(x+1)(x+4)$

まず式を展開し, 整理する

・共通因数→ない
 ・公式を使う

誤 $(x+3)^2-(x+5)$
 $=x^2+6x+9-x-5$
 $=x^2+5x+4$

展開ただけで終わりにしている

Try

次の式を因数分解しなさい。

(1) $-8x+16+x^2$

(2) $-3x^2+18x-27$

(3) $26a-2a^2-24$

(4) $-4a^2b+20ab-24b$

(5) $x(x-2)-24$

(6) $2(3x-1)-(x+1)^2$

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 次の式を因数分解しなさい。

① $-10x+9+x^2$

② $-4a+a^2-12$

③ $-3a^2-12a+15$

④ $-2x^2+10x+12$

⑤ $20x-24-4x^2$

⑥ $36xy-27x^2-12y^2$

⑦ $-2x^2y+26xy-72y$

⑧ $80y+24xy-8x^2y$

⑨ $x(x+2)-15$

⑩ $x(x+1)-3(x+5)$

⑪ $(x-8)(x+3)+3x$

⑫ $2(x+10)-(x-2)^2$

(2) 次の式を因数分解しなさい。

① $25x^2-49$

② $2ax^2-10ax-12a$

③ $4x^2-12xy+9y^2$

④ $4xy^2+8xy-96x$

⑤ $a^2-10a+9$

⑥ $6ab-2a^2b+8b$

⑦ $2x^2y+4xy-70y$

⑧ $-12x^2-12x-3$

⑨ $5x-6-x^2$

⑩ $x^2-13x+36$

⑪ $9a^2x-27axy+18ax$

⑫ $3x^2-24x+48$

⑬ $18x^2-50y^2$

⑭ $49a^2-28ab+4b^2$

⑮ $6x^2y+9xy+12xy^2$

⑯ $27x^2y-12yz^2$

⑰ $5a^2-4a-a^3$

⑱ $16a^2c-4b^2c$

Point!

- ❗ 式の中の共通な部分は **1 つの文字におきかえて** 因数分解する。
- ❗ $(\quad)^2 - (\quad)^2$ の形も; (\quad) の中をそれぞれ別の文字におきかえて因数分解する。

❗ 項が 4 つの式での、共通な部分のつくり方

- ❶ 前の 2 つの項を共通因数でくくる。
- ❷ 後ろの 2 つの項を変形して❶でできたかっこと同じものをつくる。

〈例〉

$$\begin{aligned} & ax+ay-2x-2y \\ & \quad \downarrow \text{❶} \\ & = a(x+y)-2x-2y \\ & \quad \quad \quad \downarrow \text{❷} \\ & = a(x+y)\square(x+y) \\ & \quad \quad \quad \uparrow \\ & \text{ここに何が入るか考える} \\ & = a(x+y)-2(x+y) \end{aligned}$$

Warm Up

次の式を因数分解しなさい。

- (1) $(x-4)^2 - 2(x-4) - 35$ (2) $(x+3)^2 - (x-2)^2$ (3) $ax - 2x - a + 2$

解説

(1) $x-4=A$ とおくと、

$$\begin{aligned} & (x-4)^2 - 2(x-4) - 35 \\ & = A^2 - 2A - 35 \\ & = (A+5)(A-7) \\ & = \{(x-4)+5\}\{(x-4)-7\} \\ & = (x-4+5)(x-4-7) \\ & = (x+1)(x-11) \end{aligned}$$

おきかえた部分に、もとの式をかっこをつけて代入する

(2) $x+3=A$, $x-2=B$ とおくと、

$$\begin{aligned} & (x+3)^2 - (x-2)^2 \\ & = A^2 - B^2 \\ & = (A+B)(A-B) \\ & = \{(x+3)+(x-2)\}\{(x+3)-(x-2)\} \\ & = (x+3+x-2)(x+3-x+2) \\ & = (2x+1) \times 5 \\ & = 5(2x+1) \end{aligned}$$

(\quad) の中をそれぞれ別の文字におきかえる

(3) $ax - 2x - a + 2$

$$\begin{aligned} & = x(a-2) - a + 2 \\ & = x(a-2) - (a-2) \\ & \text{ここで、} a-2=A \text{ とおくと、} \\ & \quad x(a-2) - (a-2) \\ & = xA - A \\ & = A(x-1) \\ & = (a-2)(x-1) \end{aligned}$$

❶ 前の 2 つの項を共通因数でくくる

❷ 後ろの 2 つの項を変形して $(a-2)$ をつくる
 $x(a-2)\square(a-2)$
 ↑
 ここに何が入るか考える

Try

次の式を因数分解しなさい。

(1) $(x+y)^2 - (x+y) - 12$

(2) $(x+2)^2 - 6(x+2) - 16$

(3) $(2a+5)^2 - (a-7)^2$

(4) $a(b+2) - 3(b+2)$

(5) $xy + x + y + 1$

(6) $ax - ay - bx + by$

Exercise

次の式を因数分解しなさい。

(1) $(x-y)^2 + (x-y) - 12$

(2) $(a+b)^2 - 5(a+b) + 6$

(3) $(x-3)^2 + 5(x-3) - 6$

(4) $(x-1)^2 - 3(x-1) - 10$

(5) $x^2 - (y-2)^2$

(6) $(a-b)^2 - 16$

(7) $(4x-1)^2 - (3x+2)^2$

(8) $(x-4)^2 - (x+3)^2$

(9) $x(y-2) - 5(y-2)$

(10) $3a(b+1) + 2(b+1)$

(11) $mx - x + m - 1$

(12) $xy + x + y + 1$

(13) $ax + bx + ay + by$

(14) $ab - bc + a^2 - ac$

(15) $ab + ac - 3b - 3c$

(16) $3ax - x - 12a + 4$

(17) $xy - 5y - x + 5$

(18) $xy + 2x - y - 2$

Point!

❗ 展開や因数分解を利用する数の計算

- ・ 和や差がふくまれる形 → 因数分解 を利用する。
- ・ 和や差がない形 → きりのいい数 を使い, 展開 を利用する。☞

Warm Up

次の式をくふうして計算しなさい。ただし, そのくふうがわかるような途中式を書くこと。

- (1) 98^2 (2) 41×39 (3) $567^2 + 2 \times 567 \times 33 + 33^2$ (4) $102^2 \times 0.5 - 98^2 \times 0.5$

解説

(1) 98^2 ● 和や差がない形 → きりのいい数を使って式を書きなおす
 $= (100 - 2)^2$ ● 展開する
 $= 100^2 - 100 \times 2 \times 2 + 2^2$
 $= 10000 - 400 + 4$
 $= 9604$

(2) 41×39 ● 和や差がない形 → きりのいい数を使って式を書きなおす
 $= (40 + 1)(40 - 1)$ ● 展開する
 $= 40^2 - 1^2$
 $= 1600 - 1$
 $= 1599$

(3) $567^2 + 2 \times 567 \times 33 + 33^2$ ● 和がふくまれる形 → 因数分解をする
 $= (567 + 33)^2$ ● かっこの中を計算する
 $= 600^2$ ● 0の数に注意する
 $= 360000$

(4) $102^2 \times 0.5 - 98^2 \times 0.5$ ● ・ 差がふくまれる形 → 因数分解をする
・ まず共通因数でくくる
 $= 0.5(102^2 - 98^2)$
 $= 0.5(102 + 98)(102 - 98)$ ● かっこの中を計算する
 $= 0.5 \times 200 \times 4$ ● () と () の間には × が省略されている
 $= 400$

1
多項式

Try

次の式をくふうして計算しなさい。ただし、そのくふうがわかるような途中式を書くこと。

(1) 103^2

(2) 69^2

(3) 48×52

(4) $67^2 - 33^2$

(5) $3919^2 - 2 \times 3919 \times 3916 + 3916^2$

(6) $1.5^2 \times 6.31 - 0.5^2 \times 6.31$

Exercise

次の式をくふうして計算しなさい。ただし、そのくふうがわかるような途中式を書くこと。

(1) 62^2

(2) 101^2

(3) 202^2

(4) 47^2

(5) 89^2

(6) 198^2

(7) 53×47

(8) 98×102

(9) 304×296

(10) $79^2 - 21^2$

(11) $28^2 - 22^2$

(12) $1001^2 - 999^2$

(13) $207^2 - 2 \times 207 \times 205 + 205^2$

(14) $52^2 + 2 \times 52 \times 48 + 48^2$

(15) $83 \times 83 - 2 \times 83 \times 81 + 81 \times 81$

(16) $5.5^2 \times 3.14 - 4.5^2 \times 3.14$

(17) $5.1^2 \times 2.5 - 4.9^2 \times 2.5$

(18) $55^2 \times 1.23 - 45^2 \times 1.23$

Point!

❗ 式の値を求めるときは、展開や因数分解して、簡単な式になおしてから代入する。

❗❗ x^2+y^2 をふくみ因数分解できない式は、 x^2+y^2 を $(x+y)^2-2xy$ におきかえる。🌀

Warm Up

次の式の値を求めなさい。

(1) $x=203$ のとき、 x^2-6x+9

(2) $a=\frac{1}{3}$, $b=-2$ のとき、 $(a+2b)(a-8b)-(a+4b)(a-4b)$

❗❗(3) $x+y=4$, $xy=3$ のとき、 x^2+xy+y^2

解説

(1) x^2-6x+9

$= (x-3)^2$

$= (203-3)^2$

$= 200^2$

$= 40000$

因数分解する

簡単な式になったので、代入する

(2) $(a+2b)(a-8b)-(a+4b)(a-4b)$

$= a^2-6ab-16b^2-(a^2-16b^2)$

$= a^2-6ab-16b^2-a^2+16b^2$

$= -6ab$

$= -6 \times \frac{1}{3} \times (-2)$

$= 4$

・展開する

・展開する式の前にマイナスがある場合は、展開した式にかっこをつける

簡単な式になったので、代入する

(3) x^2+xy+y^2

$= x^2+y^2+xy$

$= (x+y)^2-2xy+xy$

$= (x+y)^2-xy$

$= 4^2-3$

$= 16-3$

$= 13$

x^2+y^2 をふくみ因数分解できないので、 x^2+y^2 を $(x+y)^2-2xy$ におきかえる

Try

次の式の値を求めなさい。

(1) $x=47$ のとき, x^2+6x+9

(2) $a=27$, $b=-7$ のとき, $a^2+2ab+b^2$

(3) $a=\frac{2}{3}$, $b=-\frac{1}{5}$ のとき, $(a-4b)(4a+b)-4(a+b)(a-b)$

★★ (4) $a+b=5$, $ab=4$ のとき, $a^2+3ab+b^2$

Exercise

次の式の値を求めなさい。

(1) $x=13$ のとき, $x^2+3x-18$

(2) $x=198$ のとき, x^2+4x+4

(3) $x=-14$, $y=-18$ のとき, $x^2-2xy+y^2$

(4) $a=25$, $b=-50$ のとき, $4a^2+4ab+b^2$

(5) $x=2$, $y=-1$ のとき, $x(x+2y)-(x+y)(x-y)$

(6) $x=3$, $y=-5$ のとき, $x(x+3y)-(x+y)^2$

(7) $x=2$, $y=-\frac{1}{4}$ のとき, $(x+y)(x-9y)-(x+3y)(x-3y)$

(8) $x=3$, $y=-\frac{1}{2}$ のとき, $(x-2y)^2-(x+2y)(x-2y)$

(9) $a=2.25$, $b=2.75$ のとき, $a^2+2ab+b^2$

(10) $x=3.5$, $y=0.5$ のとき, x^2-9y^2

★★ (11) $x+y=5$, $xy=6$ のとき, $x^2+4xy+y^2$

★★ (12) $x+y=1$, $xy=-3$ のとき, x^2-xy+y^2

Point!

❗ 整数 n を使った数の表し方

連続する 3 つの整数 → $n, n+1, n+2$

連続する 2 つの偶数 → $2n, 2n+2$

連続する 2 つの奇数 → $2n+1, 2n+3$ ☺

❗ 証明の手順

① 使う文字の説明をする。

証明は n を整数とすると から始める。

② 証明したいことがらを式にし、問題にあわせて変形する。

平方(2乗)になることを証明するとき → $(\quad)^2$

4の倍数になることを証明するとき → $4(\quad)$

③ 理由と、証明したことがらを書く。☺

Warm Up

連続する 2 つの奇数で、大きい数の平方から小さい数の平方をひいた差は 8 の倍数になることを証明しなさい。

解説 [証明]

n を整数とすると、

連続する 2 つの奇数は $2n+1, 2n+3$ と表せる。

$$\begin{aligned} & (2n+3)^2 - (2n+1)^2 \\ &= 4n^2 + 12n + 9 - (4n^2 + 4n + 1) \\ &= 4n^2 + 12n + 9 - 4n^2 - 4n - 1 \\ &= 8n + 8 \\ &= 8(n+1) \end{aligned}$$

$n+1$ は整数なので、 $8(n+1)$ は 8 の倍数になる。

↑
かっこの中の式

↑
最後の式

↑
問題文の後半

よって、連続する 2 つの奇数で、大きい数の平方から小さい数の平方をひいた差は 8 の倍数になる。

① 使う文字の説明をする

② 証明したいことがらを式にする
8の倍数になることを証明するので、 $8(\quad)$ の形にする

③ 理由と、証明したことがらを書く

Try

次の問いに答えなさい。

- (1) 連続する2つの整数の積に大きいほうの数を加えた和は、大きいほうの数の2乗に等しくなることを次のように証明した。□にあてはまることばや式を入れなさい。ただし、証明をすべてノートに書くこと。

[証明]

□, □,

□は□と表せる。

□

= □

= □

□は大きいほうの数なので、□は大きいほうの数の2乗になる。

よって、□

① 使う文字の説明をする

② 証明したいことがらを式にする
大きいほうの数の2乗の形にする

③ 理由と、証明したことがらを書く

- (2) 2つの続いた偶数について次の問いに答えなさい。

- ① 大きい数の平方から小さい数の平方をひいた差は□の倍数になる。
□にあてはまるもっとも大きい数を答えなさい。
- ② ①になることを証明しなさい。

Exercise

次の問いに答えなさい。

- (1) 連続する3つの整数で、最大の数の平方から最小の数の平方をひいた差は中央の数の4倍に等しくなることを、次のように証明した。□にあてはまる式を答えなさい。

[証明]

n を整数とすると、連続する3つの整数は

n , □ア, □イと表せる。

(□イ)² - n^2

= □ウ - n^2

= □エ

= □オ

となるから、連続する3つの整数で、最大の数の平方から最小の数の平方をひいた差は中央の数の4倍に等しくなる。

- (2) 3つの続いた整数で、最小の数と最大の数の積と1との和は、中央の数の平方に等しくなることを証明しなさい。
- (3) 連続する3つの偶数について、もっとも小さい数ともっとも大きい数の積は4の倍数になることを証明しなさい。
- (4) 連続する2つの奇数について次の問いに答えなさい。
- ① 大きい数の平方から小さい数の平方をひいた差は□の倍数になる。
□にあてはまるもっとも大きい数を答えなさい。
- ② ①になることを証明しなさい。

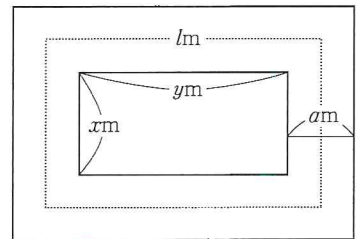
Point!

❗ $S=al$ を示す手順

- ① S を式で表し, 計算する。…… ①
- ② l を式で表し, 計算する。
- ③ al を計算する。…… ②
- ④ ①と②が同じ式になるので, $S=al$ ㊟

Warm Up

縦の長さ xm , 横の長さ ym の長方形の花だんのまわりに, 右の図のように幅 a の道がついている。この道の面積を Sm^2 , 道の真ん中を通る線の長さを lm とすると, $S=al$ となることを証明しなさい。



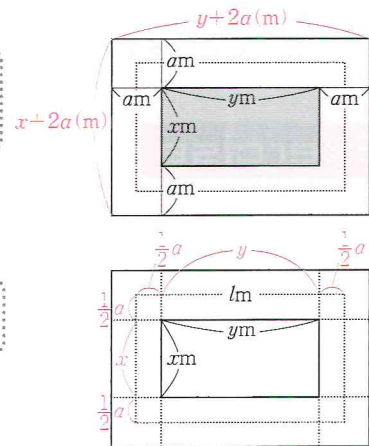
解説 [証明]

$$\left. \begin{aligned} S &= (x+2a)(y+2a) - xy \\ &= xy + 2ax + 2ay + 4a^2 - xy \\ &= 2ax + 2ay + 4a^2 \dots\dots ① \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{① 道の面積を式で表し, 計算する} \\ \text{[Diagram: A large rectangle minus a smaller rectangle]} \end{array}$$

$$\left. \begin{aligned} l &= \left(x + \frac{1}{2}a \times 2\right) \times 2 + \left(y + \frac{1}{2}a \times 2\right) \times 2 \\ &= (x+a) \times 2 + (y+a) \times 2 \\ &= 2x + 2a + 2y + 2a \\ &= 2x + 2y + 4a \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{② } l \text{ を式で表し,} \\ \text{計算する} \end{array}$$

$$\left. \begin{aligned} al &= a(2x + 2y + 4a) \\ &= 2ax + 2ay + 4a^2 \dots\dots ② \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{③ } al \text{ を計算する} \end{array}$$

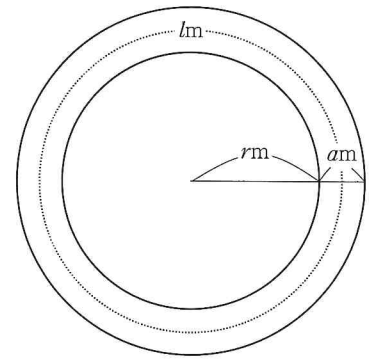
①と②が同じ式になるので, $S=al$ となる。 ㊟ ④ $S=al$ が成り立つことを書く



1
多項式

Try

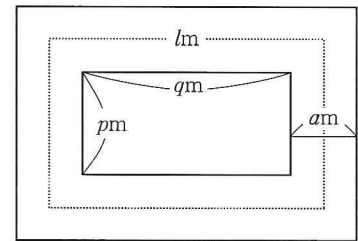
半径 r m の円形の土地の周囲に、幅 a m の道がある。この道の面積を S m²、道の真ん中を通る円周の長さを l m とするとき、 $S=al$ となることを証明しなさい。



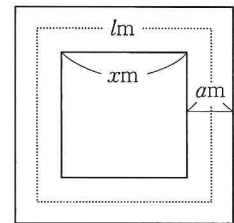
Exercise

次の問いに答えなさい。

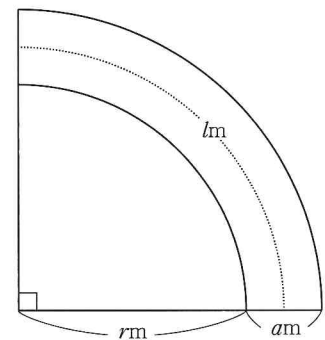
- (1) 縦 p m, 横 q m の長方形の土地の周囲に、幅 a m の道がついている。この道の面積を S m²、道の真ん中を通る線の長さを l m とするとき、 $S=al$ となる。このことを証明しなさい。



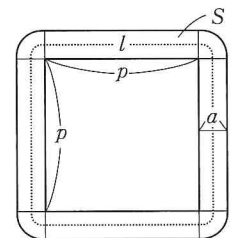
- (2) 右の図のように、1 辺の長さが x m の正方形の土地の周囲に、幅 a m の道がある。この道の面積を S m²、道の真ん中を通る線の長さを l m とするとき、 $S=al$ となることを証明しなさい。



- (3) 右の図のように、半径 r m, 中心角 90° のおうぎ形の花だんの弧にそって、幅 a m の道がある。この道の面積を S m²、道の真ん中を通るおうぎ形の弧の長さを l m とするとき、 $S=al$ となることを証明しなさい。



- (4) 右の図のように、1 辺の長さが p の正方形の土地のまわりに、角が円の一部になった幅 a の道がある。この道の面積を S 、道の真ん中を通る線の長さを l とするとき、 $S=al$ となることを証明しなさい。

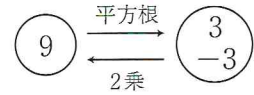


Point!

*このページの a は正の数とする。

❗ 2乗すると a になる数を a の平方根 という。

〈例〉 2乗すると9になる数は、9の平方根
 → 9の平方根は、3と-3
 以後、3と-3をまとめて ± 3 と書く。



⋯ 「プラスマイナス3」と読む

- ・ 正の数の平方根は 2つ ある。 ⋯ 正の平方根は ± がつく
- ・ 0の平方根は 0 ⋯ 2乗して0になる数は0だけ
- ・ 負の数の平方根は ない。 ⋯ 2乗して負になる数はない

❗ a の平方根は、 $\pm\sqrt{a}$ と表す (記号 $\sqrt{\quad}$ を 根号 という)。 ☺

⋯ 「プラスマイナスルート a 」 と読む

❗ $\sqrt{\quad}$ の中の数が 2乗の数 になっているときは、 $\sqrt{\quad}$ がはずせる。

$\sqrt{a^2} = \underline{a}$ ⋯
 〈例〉 $\sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3$ $\sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4$

2乗といっしょにルートをとる

$$\sqrt{a^2} = a$$

$$(\sqrt{a})^2 = a$$

❗ $\sqrt{\quad}$ 全体の2乗も、 $\sqrt{\quad}$ がはずせる。

$(\sqrt{a})^2 = \underline{a}$ ⋯
 〈例〉 $(\sqrt{3})^2 = 3$ ☺

❗ 負の数の2乗は、まず正の数の2乗になおす。 $(-\blacksquare)^2 = \blacksquare^2$

〈例〉 $(-3)^2 = 3^2$ $(-\sqrt{2})^2 = (\sqrt{2})^2$ $\sqrt{(-4)^2} = \sqrt{4^2}$

❗ 1～13の2乗の数は暗記する。

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144, 169 ☺

Warm Up

次の問いに答えなさい。

(1) 次の数の平方根を答えなさい。

- ① 11 ② 36 ③ 0.16 よくあるまちがい

(2) 次の数を $\sqrt{\quad}$ を使わないで表しなさい。

- ① $\sqrt{144}$ ② $(-\sqrt{7})^2$ ③ $\sqrt{(-5)^2}$ ④ $-\sqrt{(-3)^2}$

(3) 次のことがらについて、正しければ○を書き、誤りがあれば下線部を正しくおしなさい。

- ① $\sqrt{9}$ は ± 3 である。 ② $(-\sqrt{2})^2$ は 2 である。

解説 (1) ① 11 に $\pm\sqrt{\quad}$ をつけて、

$$\pm\sqrt{11}$$

11 は 2 乗の数ではないのでこれで終わり

② 36 に $\pm\sqrt{\quad}$ をつけて、

$$\pm\sqrt{36}$$

$$= \pm\sqrt{6^2}$$

$$= \pm 6$$

36 は 2 乗の数

2 乗といっしょにルートをとる

③ **よくあるまちがい**

正 0.16 に $\pm\sqrt{\quad}$ をつけて、

誤 ± 0.04

$$\pm\sqrt{0.16}$$

小数は分数になおす

$$= \pm\sqrt{\frac{16}{100}}$$

分母と分子に分けて $\sqrt{\quad}$ をつける

$$= \pm\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{100}}$$

分母と分子を別々に考える

$$= \pm\frac{\sqrt{4^2}}{\sqrt{10^2}}$$

$$= \pm\frac{4}{10}$$

$$= \pm\frac{2}{5}$$

(2) ① $\sqrt{144}$

$$= \sqrt{12^2}$$

$$= 12$$

144 は 2 乗の数

2 乗といっしょに
ルートをとる

② $(-\sqrt{7})^2$

$$= (\sqrt{7})^2$$

$$= 7$$

$(-\square)^2 = \square^2$

2 乗といっしょにルートをとる

③ $\sqrt{(-5)^2}$

$$= \sqrt{5^2}$$

$$= 5$$

$(-\square)^2 = \square^2$

④ $-\sqrt{(-3)^2}$

$$= -\sqrt{3^2}$$

$$= -3$$

$(-\square)^2 = \square^2$

(3) 正誤問題は、**下線部をかくして考える。**

① $\sqrt{9}$ は である。

$$\sqrt{9}$$

$$= \sqrt{3^2}$$

$$= 3$$

よって、下線部は誤っている。

3

② $(-\sqrt{2})^2$ は である。

$$(-\sqrt{2})^2$$

$$= (\sqrt{2})^2$$

$$= 2$$

よって、下線部は正しい。 ○

$(-\square)^2 = \square^2$

Try

次の問いに答えなさい。

(1) 次の数の平方根を答えなさい。

① 7

② 169

③ 0

④ $\frac{1}{16}$

⑤ 0.09

(2) 次の数を $\sqrt{\quad}$ を使わないで表しなさい。

① $\sqrt{25}$

② $-\sqrt{\frac{4}{81}}$

③ $\sqrt{0.49}$

④ $-\sqrt{1.44}$

⑤ $(\sqrt{7})^2$

⑥ $(-\sqrt{9})^2$

⑦ $\sqrt{(-6)^2}$

⑧ $-\sqrt{(-4)^2}$

(3) 次のことがらについて、正しければ○を書き、誤りがあれば下線部を正しくなおしなさい。

① $\sqrt{36}$ は ± 6 である。

② $-\sqrt{121}$ は -11 である。

③ $\sqrt{(-5)^2}$ は -5 である。

④ $(-\sqrt{8})^2$ は 8 である。

⑤ 25の平方根は 5 である。

⑥ -16の平方根は -4 である。

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 次の数の平方根を答えなさい。

- | | | |
|--------------------|--------|------------------|
| ① 5 | ② 10 | ③ 9 |
| ④ 100 | ⑤ 49 | ⑥ 144 |
| ⑦ 0 | ⑧ 1 | ⑨ $\frac{4}{25}$ |
| ⑩ $\frac{25}{169}$ | ⑪ 0.04 | ⑫ 1.21 |

(2) 次の数を $\sqrt{\quad}$ を使わないで表しなさい。

- | | | | |
|--------------------------|---------------------------|--------------------------|----------------------------|
| ① $\sqrt{49}$ | ② $\sqrt{9}$ | ③ $-\sqrt{81}$ | ④ $-\sqrt{36}$ |
| ⑤ $\sqrt{\frac{16}{25}}$ | ⑥ $\sqrt{\frac{121}{49}}$ | ⑦ $-\sqrt{\frac{81}{4}}$ | ⑧ $-\sqrt{\frac{64}{169}}$ |
| ⑨ $\sqrt{0.36}$ | ⑩ $\sqrt{1.44}$ | ⑪ $-\sqrt{0.09}$ | ⑫ $-\sqrt{0.16}$ |
| ⑬ $(\sqrt{6})^2$ | ⑭ $(\sqrt{2})^2$ | ⑮ $(-\sqrt{13})^2$ | ⑯ $(-\sqrt{4})^2$ |
| ⑰ $\sqrt{(-3)^2}$ | ⑱ $\sqrt{(-16)^2}$ | ⑲ $-\sqrt{(-8)^2}$ | ⑳ $-\sqrt{(-6)^2}$ |

(3) 次のことがらについて、正しければ○を書き、誤りがあれば下線部を正しくなおしなさい。

- | | |
|--|--|
| ① $\sqrt{(-6)^2}$ は <u>-6</u> である。 | ② $(-\sqrt{10})^2$ は <u>-10</u> である。 |
| ③ $\sqrt{4}$ は <u>± 2</u> である。 | ④ $-\sqrt{49}$ は <u>-7</u> である。 |
| ⑤ 0の平方根は <u>0</u> である。 | ⑥ 36の平方根は <u>6</u> である。 |
| ⑦ $\sqrt{(-3)^2}$ は <u>-3</u> である。 | ⑧ $\sqrt{400}$ は <u>± 20</u> である。 |
| ⑨ -49の平方根は <u>-7</u> である。 | ⑩ $(-\sqrt{6})^2$ = <u>6</u> である。 |
| ⑪ $-\sqrt{\frac{9}{100}}$ は <u>$-\frac{3}{10}$</u> である。 | ⑫ 3の平方根は <u>$\sqrt{3}$</u> である。 |

(4) 次の()にあてはまることばや数を書きなさい。

- ・ 2乗すると a になる数を a の(①)という。
- ・ 正の数の平方根は2つあり、負の数の平方根は(②)。
- ・ 0の平方根は(③)である。
- ・ 正の数 a の平方根は、記号 $\sqrt{\quad}$ を用いて(④)と表し、記号 $\sqrt{\quad}$ を(⑤)という。

2-2 平方根の大小

Point!

❗ 正の数 a, b で, $a > b$ ならば, $\sqrt{a} > \sqrt{b}$ $-\sqrt{a} < -\sqrt{b}$

〈例〉5と3では, $5 > 3$ で
 $\sqrt{5} > \sqrt{3}$ $-\sqrt{5} < -\sqrt{3}$

❗ $\sqrt{\quad}$ のついていない数は, **2乗して $\sqrt{\quad}$ をつけて** から比べる。

〈例〉 $3 = \sqrt{3^2} = \sqrt{9}$
 $-3 = -\sqrt{3^2} = -\sqrt{9}$

数の部分だけ2乗して $\sqrt{\quad}$ をつける
(マイナスはそのまま)

Warm Up

次の問いに答えなさい。

(1) 次の各組の数の大小を, 不等号を使って表しなさい。

① $3, \sqrt{10}$

② $-\sqrt{17}, -4$

③ $5, \sqrt{21}, \sqrt{23}$ よくあるまちがい

❖ (2) $8.7 < \sqrt{a} < 9.1$ をみたす整数 a の値をすべて求めなさい。

❖ (3) $\sqrt{7} < x < \sqrt{29}$ をみたす整数 x の値をすべて求めなさい。

解説 (1) ① $3 = \sqrt{3^2} = \sqrt{9}$

$\sqrt{9} < \sqrt{10}$ なので,
 $3 < \sqrt{10}$ もとの形に戻して答える

② $-4 = -\sqrt{4^2} = -\sqrt{16}$

$-\sqrt{17} < -\sqrt{16}$ なので,
 $-\sqrt{17} < -4$

③ よくあるまちがい

正 3つ以上の数の大小を不等号を使って表すときは, 数を小さい順に並べかえ, 数と数の間に, 不等号 $<$ を入れる。

$5, \sqrt{21}, \sqrt{23}$
↓ ↓ ↓
 $\sqrt{25}, \sqrt{21}, \sqrt{23}$ ④ < ③ < ② に並べる
↓ ↓ ↓
 $\sqrt{21} < \sqrt{23} < \sqrt{25}$ もとの形に戻して答える
↓ ↓ ↓
 $\sqrt{21} < \sqrt{23} < 5$

誤 $\sqrt{25} > \sqrt{21} < \sqrt{23}$ ・不等号の向きがそろっていない
・ $\sqrt{25}$ をもとの形に戻していない

(2) $8.7 = \sqrt{8.7^2} = \sqrt{75.69}$, $9.1 = \sqrt{9.1^2} = \sqrt{82.81}$ なので, $\sqrt{75.69} < \sqrt{a} < \sqrt{82.81}$ $\sqrt{\quad}$ の中を比べる
 $75.69 < a < 82.81$ をみたす整数 a を求めて, $a = 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82$

(3) $x = \sqrt{x^2}$ なので, $\sqrt{7} < \sqrt{x^2} < \sqrt{29}$

$7 < x^2 < 29$ をみたす2乗の数 x^2 は, 9, 16, 25だから, もとの数 x は, $x = 3, 4, 5$

もとの数	1	2	3	4	5	6	...
2乗の数	1	4	9	16	25	36	...

Try

次の問いに答えなさい。

(1) 次の各組の数の大小を、不等号を使って表しなさい。

① $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$

② $-\sqrt{13}$, $-\sqrt{15}$

③ 5 , $\sqrt{23}$

④ -3 , $-\sqrt{10}$

⑤ 2 , 3 , $\sqrt{5}$

⑥ -6 , $-\sqrt{38}$, $-\sqrt{35}$

•(2) $3 < \sqrt{x} < 3.8$ をみたす整数 x の値をすべて求めなさい。

•(3) $\sqrt{5} < a < \sqrt{60}$ をみたす整数 a の値をすべて求めなさい。

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 次の各組の数の大小を、不等号を使って表しなさい。

① $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$

② $\sqrt{11}$, $\sqrt{14}$

③ $-\sqrt{3}$, $-\sqrt{2}$

④ $-\sqrt{6}$, $-\sqrt{10}$

⑤ 4 , $\sqrt{15}$

⑥ $\sqrt{7}$, 3

⑦ $-\sqrt{41}$, -6

⑧ -2 , $-\sqrt{3}$

⑨ 7 , $\sqrt{51}$, $\sqrt{46}$

⑩ 4 , $\sqrt{10}$, $\sqrt{17}$

⑪ $-\sqrt{23}$, $-\sqrt{26}$, -5

⑫ $-\sqrt{33}$, -4 , $-\sqrt{55}$

•(2) $4 < \sqrt{a} < 5$ をみたす整数 a の値をすべて求めなさい。

•(3) $2 < \sqrt{x} < 3$ をみたす整数 x の値をすべて求めなさい。

•(4) $2.5 < \sqrt{a} < 3$ をみたす整数 a の値をすべて求めなさい。

•(5) $4.8 < \sqrt{x} < 5.2$ をみたす整数 x の値をすべて求めなさい。

•(6) $5 < n < \sqrt{60}$ をみたす整数 n の値をすべて求めなさい。

•(7) $\sqrt{10} < n < \sqrt{100}$ をみたす整数 n の値をすべて求めなさい。

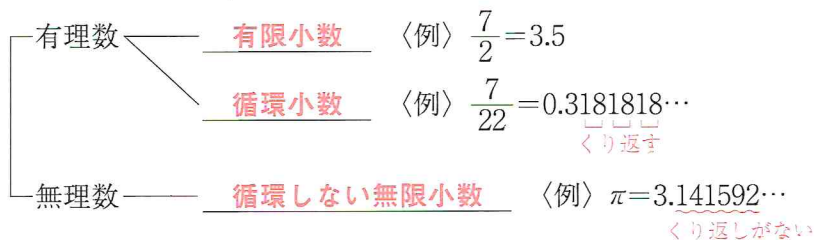
Point!

❗ 分数で表すことができる数を **有理数**，分数で表すことができない数を **無理数** という。

❗ 無理数の見分け方

無理数は π と $\sqrt{\quad}$ をふくむ数。それ以外は有理数になる。☺

❗ 数を小数で表すと，次のような小数になる。



❗ 循環小数は，次のように表すことができる。

〈例〉 $0.666\cdots = 0.\dot{6}$ $0.3181818\cdots = 0.3\dot{1}8$ $1.234234234\cdots = 1.2\dot{3}4$ ☺

Warm Up

次の問いに答えなさい。

(1) 次の数を有理数と無理数に分けなさい。

$-\sqrt{17}$, $\sqrt{64}$, 1.5 , $\frac{2}{3}$, $\sqrt{\frac{25}{16}}$, $\frac{\sqrt{2}}{2}$, π , $\sqrt{0.4}$

(2) π , $0.\dot{3}0\dot{2}$, $\sqrt{\frac{4}{121}}$, $\sqrt{10}$, $\sqrt{0.36}$ を小数に表したとき，有限小数，循環小数，循環しない無限小数のどれになるか分類しなさい。

解説 (1) 無理数は π と $\sqrt{\quad}$ をふくむ数。それ以外は有理数。

$\sqrt{\quad}$ がついているものは，はずせるかどうか考える。

$-\sqrt{17} \rightarrow$ 無理数 $\sqrt{64} = \sqrt{8^2} = 8 \rightarrow$ 有理数 $1.5 \rightarrow$ 有理数

$\frac{2}{3} \rightarrow$ 有理数 $\sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{16}} = \frac{\sqrt{5^2}}{\sqrt{4^2}} = \frac{5}{4} \rightarrow$ 有理数 $\frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow$ 無理数

$\pi \rightarrow$ 無理数 $\sqrt{0.4} = \sqrt{\frac{4}{10}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{10}} = \frac{2}{\sqrt{10}} \rightarrow$ 無理数

よって， 有理数： $\sqrt{64}$, 1.5 , $\frac{2}{3}$, $\sqrt{\frac{25}{16}}$ 無理数： $-\sqrt{17}$, $\frac{\sqrt{2}}{2}$, π , $\sqrt{0.4}$

(2) 無理数は循環しない無限小数。

有理数は、有限小数、循環小数のどちらになるのかを計算して調べる。

π → 無理数 → 循環しない無限小数

$0.\dot{3}0\dot{2}$ → 循環小数

$$\sqrt{\frac{4}{121}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{121}} = \frac{2}{11} = 2 \div 11 = 0.\underline{18}1\underline{8}1\underline{8}\dots \rightarrow \text{循環小数}$$

$\sqrt{10}$ → 無理数 → 循環しない無限小数

$$\sqrt{0.36} = \sqrt{\frac{36}{100}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{100}} = \frac{6}{10} = 6 \div 10 = 0.6 \rightarrow \text{有限小数}$$

よって、有限小数： $\sqrt{0.36}$ 循環小数： $0.\dot{3}0\dot{2}$ 、 $\sqrt{\frac{4}{121}}$ 循環しない無限小数： π 、 $\sqrt{10}$

Try

次の問いに答えなさい。

(1) 次の数を有理数と無理数に分けなさい。

$$\sqrt{0.01}, \sqrt{5}, \pi, \sqrt{100}, \frac{\sqrt{2}}{3}, \sqrt{\frac{4}{9}}, -3, \frac{1}{2}, -\sqrt{0.9}, \sqrt{8}$$

(2) 次の数を小数に表したとき、有限小数、循環小数、循環しない無限小数のどれになるか分類しなさい。

$$\sqrt{\frac{1}{9}}, \pi, \sqrt{3}, 0.\dot{2}\dot{3}, \sqrt{0.49}, \sqrt{\frac{1}{4}}, \frac{9}{11}$$

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 次の数を有理数と無理数に分けなさい。

$$-\frac{\sqrt{5}}{2}, \sqrt{\frac{1}{16}}, -\sqrt{9}, \sqrt{\frac{25}{9}}, -\sqrt{\frac{81}{25}}, \sqrt{11}, \sqrt{2}, \sqrt{12}$$

(2) 次の数を有理数と無理数に分けなさい。

$$\frac{\sqrt{3}}{2}, \sqrt{49}, \sqrt{\frac{4}{25}}, 0, \sqrt{7}, -\sqrt{\frac{9}{4}}, -\frac{\sqrt{64}}{9}, \frac{5}{6}, \pi, \sqrt{20}$$

(3) 次の数を小数に表したとき、有限小数、循環小数、循環しない無限小数のどれになるか分類しなさい。

$$-\sqrt{\frac{49}{16}}, \sqrt{\frac{25}{121}}, -\sqrt{7}, 1.\dot{7}\dot{3}, \frac{1}{8}, -\sqrt{0.49}$$

(4) 次の数を小数に表したとき、有限小数、循環小数、循環しない無限小数になるものをそれぞれ選びなさい。

$$\pi+2, -\sqrt{0.4}, \sqrt{0.16}, 0.\dot{1}5\dot{4}, \sqrt{\frac{81}{121}}, -\sqrt{\frac{9}{16}}$$

Point!


- ❗ 四捨五入をした値や円周率など, 真の値(正確な値)ではないが, それに近い値を近似値きんじちという。
- ❗ 近似値と真の値との差を 誤差 という。
- ❗ 近似値を表す数のうち, 意味のある数字を 有効数字 という。🔊
- ❗ 有効数字をはっきりさせたいときは, **整数部分が1けたの小数 × 10の累乗** の形にする。
 〈例〉 16785 g の品物の重さを, 有効数字3けたで表す。

1.6785×10^4 ● 整数部分が1けたになるように, 小数点をずらし, ずらした数を10の指数にする
ずらしたのは4けた
 ↓
 1.6785×10^4 ● 有効数字の1つ下の位を四捨五入する
3けた残す
 ↓
 $1.68 \times 10^4 \text{ g}$ ● 単位をつけて答える

Warm Up

次の問いに答えなさい。

- (1) ある数 a の小数第1位を四捨五入したら25になった。次の問いに答えなさい。
 - ① a の値の範囲を不等号を使って表しなさい。
 - ② 誤差の絶対値は大きくてもどのくらいか答えなさい。
- (2) ある品物の重さをはかったところ, 2900 g だった。有効数字が2, 9, 0 のとき, この重さを(整数部分が1けたの数) × (10の累乗) の形で表しなさい。
- (3) テニスコートの面積は 1375 m^2 である。有効数字を3けたとすると, 有効数字をはっきりわかる形で表しなさい。

解説 (1) ① $24.5 \leq a < 25.5$ ● 小数第1位を四捨五入して25になる値は, 下の図の範囲

 ② 四捨五入した値 - もっとも小さい値 を計算する。
 ①より, $25 - 24.5 = 0.5$ 0.5

(2) 有効数字の2, 9, 0 を残した状態で書くことに注意する。 ● 有効数字の0は省略しない
 $2.90 \times 10^3 \text{ g}$

(3) 1375 ● 整数部分を1けたにする
 ↓
 1.375×10^3 ● 3けた残す
 ↓
 $1.38 \times 10^3 \text{ m}^2$

2
平方根

Try

次の問いに答えなさい。

- (1) ある数 a の小数第 2 位を四捨五入したら 2.2 になった。次の問いに答えなさい。
 - ① a の値の範囲を不等号を使って表しなさい。
 - ② 誤差の絶対値は大きくてもどのくらいか答えなさい。
- (2) ある都市の人口は約 1250000 人である。有効数字が 1, 2, 5, 0 であるとして, この人口を(整数部分が 1 けたの数) \times (10 の累乗) の形で表しなさい。
- (3) 富士山の標高 3776m を, 有効数字 3 けたで表しなさい。

Exercise

次の問いに答えなさい。

- (1) ある数 a の小数第 3 位を四捨五入したら 7.64 になった。次の問いに答えなさい。
 - ① a の値の範囲を不等号を使って表しなさい。
 - ② 誤差の絶対値は大きくてもどのくらいか答えなさい。
- (2) ある数 a の十の位を四捨五入したら, 1200 になった。次の問いに答えなさい。
 - ① a の値の範囲を不等号を使って表しなさい。
 - ② 誤差の絶対値は大きくてもどのくらいか答えなさい。
- (3) ある品物の重さをはかったら 2360g だった。有効数字が 2, 3, 6 であるとして, この品物の重さを(整数部分が 1 けたの数) \times (10 の累乗) の形で表しなさい。
- (4) 地球と太陽の平均距離は約 149600000km だといわれている。有効数字が 1, 4, 9, 6 であるとして, この距離を(整数部分が 1 けたの数) \times (10 の累乗) の形で表しなさい。
- (5) ある野菜の収穫量 6735624kg を, 有効数字 2 けたで表しなさい。
- (6) 東京ドームの広さ 46755m^2 を, 有効数字 3 けたで表しなさい。

Point!

❗ $a \times \sqrt{b}$ は、記号 \times を省略して、 $a\sqrt{b}$ と表す。〈例〉 $3 \times \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

❗ $a\sqrt{b}$ の形への変形(√の中の数できるだけ簡単にする変形)

$$\begin{aligned} \sqrt{a^2 b} &= \underline{a\sqrt{b}} &< \text{例}> \sqrt{12} &\bullet \dots\dots\dots \text{素因数分解する} \\ &= \sqrt{2^2 \times 3} &\bullet \dots\dots\dots \text{2乗の数を}\sqrt{\text{の外に出して, 2乗をとる}} \\ &= \underline{2\sqrt{3}} &\bullet \dots\dots\dots \text{2乗にならなかった数は}\sqrt{\text{の中に残る}} \end{aligned}$$

素因数分解する

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)12} \\ 2 \overline{)6} \\ \underline{3} \end{array}$$

❗ \sqrt{a} の形への変形(√の外の数√の中に入れる変形)

$$\begin{aligned} a\sqrt{b} &= \underline{\sqrt{a^2 b}} &< \text{例}> 2\sqrt{3} &\bullet \dots\dots\dots \sqrt{\text{の外の数}} \text{を2乗して, } \sqrt{\text{の中に入れる}} \\ &= \underline{\sqrt{2^2 \times 3}} &\bullet \dots\dots\dots \sqrt{\text{の中を計算する}} \\ &= \sqrt{12} \end{aligned}$$

❗ √をふくむ分数では、√の中どうし、√の外どうしで約分する。☺

Warm Up

次の問いに答えなさい。

(1) 次の数を変形して、 $a\sqrt{b}$ の形にきなさい。

- ① $\sqrt{540}$
- ② $\sqrt{\frac{7}{4}}$

(2) 次の数を変形して、 \sqrt{a} の形にきなさい。

- ① $5\sqrt{7}$
- ② $\frac{\sqrt{32}}{2}$ よくあるまちがい

(3) 次の数の大小を、不等号を使って表しなさい。

$\sqrt{51}$, 7, $5\sqrt{2}$

解説

(1) ① $\sqrt{540}$ $\bullet \dots\dots\dots$ 素因数分解する

$$\begin{aligned} &= \sqrt{2^2 \times 3^2 \times 3 \times 5} &\bullet \dots\dots\dots \text{この途中式は省略してもよい} \\ &= 2 \times 3 \sqrt{3 \times 5} \\ &= 6\sqrt{15} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{\text{の外}} \left\{ \begin{array}{l} 2 \leftarrow 2 \overline{)540} \\ 3 \leftarrow 3 \overline{)270} \\ 3 \overline{)135} \\ 3 \overline{)45} \\ 3 \overline{)15} \\ 5 \end{array} \right. \\ \downarrow \\ 6\sqrt{15} \\ \uparrow \\ \sqrt{\text{の中}} \end{array}$$

② $\sqrt{\frac{7}{4}}$ $\bullet \dots\dots\dots$ 分子と分母に分けて√をつける

$$\begin{aligned} &= \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{4}} &\bullet \dots\dots\dots \text{分母と分子を別々に考える} \\ &= \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2^2}} \\ &= \frac{\sqrt{7}}{2} \end{aligned}$$

(2) ① $5\sqrt{7}$

$$\begin{aligned} &= \sqrt{5^2 \times 7} \\ &= \sqrt{175} \end{aligned}$$

②

よくあるまちがい

正

$$\frac{\sqrt{32}}{2}$$

分母も $\sqrt{\quad}$ の形にする

$$= \frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2^2}}$$

全体の $\sqrt{\quad}$ にする

$$= \sqrt{\frac{32}{2^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{32^8}{4_1}}$$

 $\sqrt{\quad}$ の中どうしで約分する

$$= \sqrt{8}$$

誤

$$\frac{\sqrt{32^{16}}}{2_1}$$

 $\sqrt{\quad}$ の中と外で約分している

$$= \sqrt{16}$$

(3) すべての数を \sqrt{a} の形にして比べる。

$$\sqrt{51}, 7, 5\sqrt{2}$$

$$\cdot 7 = \sqrt{7^2} = \sqrt{49}$$

$$\cdot 5\sqrt{2} = \sqrt{5^2 \times 2} = \sqrt{50}$$

$$\sqrt{51}, \sqrt{49}, \sqrt{50}$$

④ < ③ < ②の順に並べる

$$\sqrt{49} < \sqrt{50} < \sqrt{51}$$

もとの形に戻す

$$7 < 5\sqrt{2} < \sqrt{51}$$

Try

次の問いに答えなさい。

(1) 次の数を変形して、 $a\sqrt{b}$ の形にしなさい。

① $\sqrt{45}$

② $\sqrt{24}$

③ $\sqrt{180}$

④ $\sqrt{\frac{5}{16}}$

(2) 次の数を変形して、 \sqrt{a} の形にしなさい。

① $2\sqrt{5}$

② $5\sqrt{2}$

③ $\frac{\sqrt{18}}{3}$

(3) 次の数の大小を、不等号を使って表しなさい。

4, $2\sqrt{3}$, $3\sqrt{2}$

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 次の数を変形して、 $a\sqrt{b}$ の形にしなさい。

① $\sqrt{28}$

② $\sqrt{40}$

③ $\sqrt{72}$

④ $\sqrt{48}$

⑤ $\sqrt{108}$

⑥ $\sqrt{588}$

⑦ $\sqrt{\frac{15}{64}}$

⑧ $\sqrt{\frac{3}{25}}$

(2) 次の数を変形して、 \sqrt{a} の形にしなさい。

① $5\sqrt{3}$

② $3\sqrt{2}$

③ $4\sqrt{5}$

④ $3\sqrt{3}$

⑤ $\frac{\sqrt{27}}{3}$

⑥ $\frac{\sqrt{125}}{5}$

(3) 次の数の大小を、不等号を使って表しなさい。

$\sqrt{26}$, $2\sqrt{6}$, 5

(4) 次の数の大小を、不等号を使って表しなさい。

$\sqrt{10}$, $3\sqrt{2}$, 4

2-6 乗法

Point!

! $\sqrt{\quad}$ をふくむ数のかけ算の手順

① $\sqrt{\quad}$ の中を素因数分解し, **2乗の数** は $\sqrt{\quad}$ の外に出す。

② $\sqrt{\quad}$ の中 どうし, $\sqrt{\quad}$ の外 どうし をかける。

ただし $\sqrt{\quad}$ の中はまだ計算しない。

③ $\sqrt{\quad}$ の中に **2乗の数** ができたら $\sqrt{\quad}$ の外に出す。

$$\begin{aligned} & \sqrt{12} \times \sqrt{270} \\ &= 2\sqrt{3} \times 3\sqrt{2 \times 3 \times 5} \\ &= 6\sqrt{3 \times 2 \times 3 \times 5} \\ &= 6\sqrt{2 \times 3^2 \times 5} \\ &= 6 \times 3\sqrt{2 \times 5} \\ &= 18\sqrt{10} \end{aligned}$$

Warm Up

次の計算をなさい。

(1) $\sqrt{6} \times \sqrt{7}$

(2) $\sqrt{45} \times \sqrt{5}$

(3) $\sqrt{8} \times (-3\sqrt{14})$

解説

(1) $\sqrt{6} \times \sqrt{7}$

$= \sqrt{2 \times 3} \times \sqrt{7}$

$= \sqrt{2 \times 3 \times 7}$

$= \sqrt{42}$

① $\sqrt{\quad}$ の中を素因数分解する

② $\sqrt{\quad}$ の中どうしをかける

③ 2乗の数はない

(2) $\sqrt{45} \times \sqrt{5}$

$= 3\sqrt{5} \times \sqrt{5}$

$= 3\sqrt{5^2}$

$= 3 \times 5$

$= 15$

① $\sqrt{\quad}$ の中を素因数分解し, 2乗の数は $\sqrt{\quad}$ の外に出す

② $\sqrt{\quad}$ の中どうしをかける

③ 2乗の数を $\sqrt{\quad}$ の外に出す

(3) $\sqrt{8} \times (-3\sqrt{14})$

$= 2\sqrt{2} \times (-3\sqrt{2 \times 7})$

$= -6\sqrt{2^2 \times 7}$

$= -6 \times 2\sqrt{7}$

$= -12\sqrt{7}$

① $\sqrt{\quad}$ の中を素因数分解し, 2乗の数は $\sqrt{\quad}$ の外に出す

② $\sqrt{\quad}$ の中どうし, $\sqrt{\quad}$ の外どうしをかける

③ 2乗の数を $\sqrt{\quad}$ の外に出す

2
平方根

Try

次の計算をなさい。

(1) $\sqrt{3} \times \sqrt{7}$

(2) $\sqrt{5} \times (-\sqrt{5})$

(3) $\sqrt{2} \times \sqrt{8}$

(4) $(-\sqrt{6}) \times \sqrt{18}$

(5) $\sqrt{8} \times \sqrt{12}$

(6) $-2\sqrt{15} \times (-3\sqrt{10})$

(7) $4\sqrt{2} \times (-\sqrt{12}) \times 2\sqrt{3}$

Exercise

次の計算をなさい。

(1) $\sqrt{3} \times \sqrt{5}$

(2) $\sqrt{2} \times (-\sqrt{3})$

(3) $-\sqrt{7} \times (-\sqrt{5})$

(4) $\sqrt{3} \times \sqrt{3}$

(5) $\sqrt{15} \times (-\sqrt{15})$

(6) $-\sqrt{9} \times \sqrt{9}$

(7) $\sqrt{5} \times (-\sqrt{20})$

(8) $\sqrt{3} \times \sqrt{12}$

(9) $-\sqrt{28} \times (-\sqrt{7})$

(10) $\sqrt{27} \times \sqrt{6}$

(11) $\sqrt{3} \times (-\sqrt{15})$

(12) $-\sqrt{10} \times \sqrt{45}$

(13) $-\sqrt{32} \times \sqrt{12}$

(14) $\sqrt{20} \times \sqrt{18}$

(15) $\sqrt{45} \times (-\sqrt{8})$

(16) $3\sqrt{6} \times 2\sqrt{3}$

(17) $3\sqrt{5} \times (-\sqrt{10})$

(18) $-3\sqrt{14} \times (-2\sqrt{21})$

(19) $\sqrt{3} \times \sqrt{5} \times \sqrt{6}$

(20) $2\sqrt{5} \times (-\sqrt{45}) \times (-\sqrt{24})$

(21) $-3\sqrt{3} \times (-\sqrt{12}) \times (-2\sqrt{6})$

Point!

❗ 分母に√がある数は、分母・分子に同じ数をかけて、分母の√をなくす。

(この変形を、「分母の有理化」という)

$$\frac{b}{\sqrt{a}} = \frac{b \times \sqrt{a}}{\sqrt{a} \times \sqrt{a}} = \frac{b\sqrt{a}}{a}$$

$\sqrt{a} \times \sqrt{a} = \sqrt{a^2} = a$
 同じ√をかけると、√がとれる

〈例〉 $\frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

❗ 分母の有理化をする前に、√の中に **2乗の数** があるときは、すべて√の外に出す。

❗ √をふくむ分数では、√の中どうし、√の外どうしで約分する。☺

Warm Up

次の数を分母に√をふくまない形に変形しなさい。

(1) $\frac{8}{\sqrt{2}}$

(2) $\frac{10}{3\sqrt{5}}$

(3) $\frac{12}{\sqrt{18}}$

解説 (1) $\frac{8}{\sqrt{2}} \dots\dots\dots$ 分母・分子に√2をかける
 $= \frac{8 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$
 $= \frac{8\sqrt{2}}{2} \dots\dots\dots$ √の外どうしで約分する
 $= 4\sqrt{2}$

(2) $\frac{10}{3\sqrt{5}} \dots\dots\dots$ 分母・分子に√5をかける
 $= \frac{10 \times \sqrt{5}}{3\sqrt{5} \times \sqrt{5}}$
 $= \frac{10\sqrt{5}}{3 \times 5}$
 $= \frac{2\sqrt{5}}{3}$

(3) $\frac{12}{\sqrt{18}} \dots\dots\dots$ 2乗の数を√の外に出す
 $= \frac{12}{3\sqrt{2}}$
 $= \frac{12 \times \sqrt{2}}{3\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$
 $= \frac{12\sqrt{2}}{3 \times 2}$
 $= 2\sqrt{2}$

Try

次の数を分母に $\sqrt{\quad}$ をふくまない形に変形しなさい。

(1) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$

(2) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

(3) $\frac{20}{\sqrt{5}}$

(4) $\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{3}}$

(5) $\frac{8}{3\sqrt{2}}$

(6) $\frac{8}{\sqrt{32}}$

Exercise

次の数を分母に $\sqrt{\quad}$ をふくまない形に変形しなさい。

(1) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$

(2) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

(3) $\frac{4}{\sqrt{7}}$

(4) $\frac{4}{\sqrt{5}}$

(5) $\frac{6}{\sqrt{3}}$

(6) $\frac{2}{\sqrt{6}}$

(7) $\frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}$

(8) $\frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{7}}$

(9) $\frac{5}{2\sqrt{5}}$

(10) $\frac{6}{5\sqrt{3}}$

(11) $\frac{3}{5\sqrt{6}}$

(12) $\frac{3}{2\sqrt{15}}$

(13) $\frac{6}{\sqrt{45}}$

(14) $\frac{5}{\sqrt{18}}$

(15) $\frac{2}{\sqrt{8}}$

(16) $\frac{8}{\sqrt{24}}$

(17) $\frac{18}{\sqrt{54}}$

(18) $\frac{8}{\sqrt{72}}$

Point!

① $\sqrt{\quad}$ をふくむ数のわり算は、まず符号を決め、**分数の形に表す**。

$$\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad \sqrt{a} \div \sqrt{b} \div \sqrt{c} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b} \times \sqrt{c}} \quad \sqrt{a} \div \sqrt{b} \times \sqrt{c} = \frac{\sqrt{a} \times \sqrt{c}}{\sqrt{b}}$$

次に、 $\sqrt{\quad}$ の中どうし、 $\sqrt{\quad}$ の外どうしで **約分** する。☺

② 計算の答え方のきまり

- ・ $\sqrt{\quad}$ の中に **2乗の数** があるときは、すべて $\sqrt{\quad}$ の外に出す。
- ・ **分母** に $\sqrt{\quad}$ がいない形にする。☺

Warm Up

次の計算をしなさい。

(1) $\sqrt{72} \div \sqrt{6}$

(2) $4\sqrt{3} \div (-\sqrt{54})$

(3) $\sqrt{48} \div 10\sqrt{3} \times 5\sqrt{2}$

解説

(1) $\sqrt{72} \div \sqrt{6}$ ● 符号を決め、
分数の形に表す

$$= \frac{\sqrt{72}^{12}}{\sqrt{6}_1}$$

● $\sqrt{\quad}$ の中どうし約分
する

$$= \sqrt{12}$$

● 2乗の数を $\sqrt{\quad}$ の外
に出す

$$= 2\sqrt{3}$$

(2) $4\sqrt{3} \div (-\sqrt{54})$ ● 符号を決め、
分数の形に表す

$$= -\frac{4\sqrt{3}^1}{\sqrt{54}_{18}}$$

● $\sqrt{\quad}$ の中どうし約分
する

$$= -\frac{4}{\sqrt{18}}$$

● 2乗の数を $\sqrt{\quad}$ の外
に出す

$$= -\frac{4}{3\sqrt{2}}$$

● 分母の $\sqrt{\quad}$ をなくす

$$= -\frac{4 \times \sqrt{2}}{3\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$$

● 最後に約分できるか
確認する

$$= -\frac{2^2 4 \sqrt{2}}{3 \times 2_1}$$

$$= -\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

(3) $\sqrt{48} \div 10\sqrt{3} \times 5\sqrt{2}$ ● 分数の形に表す

$$= \frac{\sqrt{48}^{16} \times 5\sqrt{2}^1}{2 \cdot 10\sqrt{3}_1}$$

● $\sqrt{\quad}$ の中どうし、外
どうしで約分する

$$= \frac{\sqrt{16} \times \sqrt{2}}{2}$$

● 2乗の数を $\sqrt{\quad}$ の外
に出す

$$= \frac{2^2 4 \times \sqrt{2}}{2_1}$$

● 最後に約分できるか確認する

$$= 2\sqrt{2}$$

2
平方根

Try

次の計算をなさい。

(1) $-\sqrt{56} \div \sqrt{7}$

(2) $\sqrt{15} \div (-\sqrt{40})$

(3) $-\sqrt{48} \div (-2\sqrt{3})$

(4) $3\sqrt{10} \div \sqrt{15} \div \sqrt{6}$

(5) $-\sqrt{8} \times \sqrt{6} \div (-\sqrt{30})$

(6) $5\sqrt{10} \div (-\sqrt{75}) \times \sqrt{6}$

Exercise

次の計算をなさい。

(1) $\sqrt{12} \div \sqrt{6}$

(2) $-\sqrt{36} \div \sqrt{6}$

(3) $\sqrt{24} \div (-\sqrt{2})$

(4) $-\sqrt{96} \div \sqrt{3}$

(5) $\sqrt{45} \div \sqrt{5}$

(6) $\sqrt{54} \div (-\sqrt{6})$

(7) $\sqrt{5} \div \sqrt{10}$

(8) $-\sqrt{75} \div \sqrt{45}$

(9) $2\sqrt{21} \div \sqrt{3}$

(10) $-\sqrt{32} \div 2\sqrt{2}$

(11) $-5\sqrt{3} \div \sqrt{15}$

(12) $-7\sqrt{2} \div (-\sqrt{28})$

(13) $\sqrt{84} \div (-\sqrt{6}) \div \sqrt{21}$

(14) $5\sqrt{10} \div 3\sqrt{15} \div \sqrt{6}$

(15) $\sqrt{54} \times 4\sqrt{3} \div (-2\sqrt{6})$

(16) $(-2\sqrt{2}) \times \sqrt{15} \div (-\sqrt{20})$

(17) $(-\sqrt{21}) \div \sqrt{6} \times \sqrt{2}$

(18) $\sqrt{24} \div 2\sqrt{3} \times (-\sqrt{2})$

Point!

- ❗ √の値が与えられている問題は、式を簡単にしてから代入する。
- ❗ √の中がけたの大きい数や小数のときは、√の中に 100 をつくと簡単になる。☺

Warm Up

√6 = 2.449, √60 = 7.746 として、次の値を求めなさい。

- (1) √54
- (2) $\frac{18}{\sqrt{6}}$
- (3) √600
- (4) √6000
- (5) √0.6

解説 (1) $\sqrt{54}$ ●..... √の中の2乗の数を√の外に出す

$$= 3\sqrt{6}$$

$$= 3 \times 2.449$$

$$= 7.347$$

(2) $\frac{18}{\sqrt{6}}$ ●..... まず分母の√をなくす(そのまま代入すると小数のわり算になるので計算が大変になる)

$$= \frac{18 \times \sqrt{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}}$$

$$= \frac{18\sqrt{6}}{6}$$

$$= 3\sqrt{6}$$

$$= 3 \times 2.449$$

$$= 7.347$$

(3) $\sqrt{600}$ ●..... √の中に100をつくる

$$= \sqrt{6 \times 100}$$

●..... 100 = 10²なので、√の外に出す

$$= 10\sqrt{6}$$

$$= 10 \times 2.449$$

$$= 24.49$$

(4) $\sqrt{6000}$ ●..... √の中に100をつくる

$$= \sqrt{60 \times 100}$$

$$= 10\sqrt{60}$$

$$= 10 \times 7.746$$

$$= 77.46$$

(5) $\sqrt{0.6}$ ●..... 小数は分数になおす

$$= \sqrt{\frac{6}{10}}$$

●..... 分母を100にする

$$= \sqrt{\frac{60}{100}}$$

●..... 分母と分子に分けて√をつける

$$= \frac{\sqrt{60}}{\sqrt{100}}$$

$$= \frac{\sqrt{60}}{10}$$

$$= 7.746 \div 10$$

$$= 0.7746$$

Try

$\sqrt{3}=1.732$, $\sqrt{30}=5.477$ として, 次の値を求めなさい。

(1) $\sqrt{12}$

(2) $\frac{3}{2\sqrt{3}}$

(3) $\sqrt{300}$

(4) $\sqrt{3000}$

(5) $\sqrt{0.03}$

(6) $\sqrt{0.3}$

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) $\sqrt{2}=1.414$, $\sqrt{20}=4.472$ として, 次の値を求めなさい。

① $\sqrt{18}$

② $\frac{2}{5\sqrt{2}}$

③ $\sqrt{200}$

④ $\sqrt{2000}$

⑤ $\sqrt{0.02}$

⑥ $\sqrt{0.2}$

(2) $\sqrt{7}=2.646$, $\sqrt{70}=8.367$ として, 次の値を求めなさい。

① $\sqrt{63}$

② $\frac{1}{\sqrt{7}}$

③ $\sqrt{700}$

④ $\sqrt{7000}$

⑤ $\sqrt{0.07}$

⑥ $\sqrt{0.7}$

Point!

- ❗ $\sqrt{\quad}$ の中を2乗の数にすると、 $\sqrt{\quad}$ をはずすことができる。
- ❗ 2乗の数は、素因数分解するとすべての素因数が偶数個になる。
 〈例〉 $144 = \underbrace{2^4}_{12^2} \times 3^2$ ●..... 2が4個, 3が2個

Warm Up

次の問いに答えなさい。

- (1) $\sqrt{240n}$ が自然数となるような、もっとも小さい自然数 n の値を求めなさい。
- (2) $\sqrt{\frac{45n}{2}}$ が自然数となるような、もっとも小さい自然数 n の値を求めなさい。
- ❖(3) $\sqrt{15-a}$ の値が自然数となるような自然数 a の値をすべて求めなさい。

解説 (1) $240n$ が2乗の数になればよい。

240 を素因数分解する。

$$\begin{array}{r} 2 \mid 240 \\ 2 \mid 120 \\ 2 \mid 60 \\ 2 \mid 30 \\ 3 \mid 15 \\ \quad 5 \end{array} \quad \begin{array}{l} 240n = 2^4 \times 3 \times 5 \times n \\ \text{よって, } 240n \text{ が2乗の数になるためには,} \\ n = 3 \times 5 \\ \underline{n = 15} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 240n = 2^4 \times 3 \times 5 \times 3 \times 5 \\ = 2^4 \times 3^2 \times 5^2 \end{array}$$

(2) n が2と約分ができ、 $\frac{45n}{2}$ が2乗の数になればよい。

45 を素因数分解する。

$$\begin{array}{r} 3 \mid 45 \\ 3 \mid 15 \\ \quad 5 \end{array} \quad \begin{array}{l} \frac{45n}{2} = \frac{3^2 \times 5 \times n}{2} \\ \text{よって, } n \text{ が2と約分でき, } \frac{45n}{2} \text{ が2乗の数になるためには,} \\ n = 2 \times 5 \\ \underline{n = 10} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \frac{45n}{2} = \frac{3^2 \times 5 \times 2 \times 5}{2} \\ = 3^2 \times 5^2 \end{array}$$

(3) $\sqrt{\quad}$ の中が差の形の場合は、 $\sqrt{\quad}$ の中が2乗の数になるように方程式をつくる。

$\sqrt{15-a}$ の値が自然数 $\rightarrow \sqrt{\quad}$ の中 = 1, 4, 9, 16, ...

$$\begin{array}{lll} 15-a=1 & 15-a=4 & 15-a=9 \\ a=14 & a=11 & a=6 \end{array}$$

15より小さい値まで考える

したがって、 $a = 14, 11, 6$

Try

次の問いに答えなさい。

- (1) $\sqrt{56n}$ が自然数となるような、もっとも小さい自然数 n の値を求めなさい。
- (2) $\sqrt{\frac{48n}{5}}$ が自然数となるような、もっとも小さい自然数 n の値を求めなさい。
- ★★ (3) $\sqrt{17-x}$ の値が自然数となるような自然数 x の値をすべて求めなさい。

Exercise

次の問いに答えなさい。

- (1) $\sqrt{24n}$ の値が自然数となるような、もっとも小さい自然数 n の値を求めなさい。
- (2) $\sqrt{54n}$ の値が自然数となるような、もっとも小さい自然数 n の値を求めなさい。
- (3) $\sqrt{\frac{28n}{3}}$ が自然数となるような、もっとも小さい自然数 n の値を求めなさい。
- (4) $\sqrt{\frac{80n}{7}}$ が自然数となるような、もっとも小さい自然数 n の値を求めなさい。
- ★★ (5) $\sqrt{8-n}$ の値が自然数となるような自然数 n の値をすべて求めなさい。
- ★★ (6) $\sqrt{20-a}$ の値が自然数となるような自然数 a の値をすべて求めなさい。

Point!

! $\sqrt{\quad}$ をふくむ数の加減は、文字式と同じように考えて計算する。

・ $\sqrt{\quad}$ の外の数 だけ計算する。

〈例〉 $6\sqrt{3} + \sqrt{3} = 7\sqrt{3}$ $6a + a = 7a$

・ $\sqrt{\quad}$ の中の数が異なる ときは、計算できない。

〈例〉 $3\sqrt{3} + 3\sqrt{2} - 4\sqrt{3} = -\sqrt{3} + 3\sqrt{2}$ $3a + 3b - 4a = -a + 3b$

! 加減の前の準備

・ $\sqrt{\quad}$ の中に 2乗の数 があるときは、すべて $\sqrt{\quad}$ の外に出す。

・ 分母 に $\sqrt{\quad}$ がない形にする。☞

! 次のよく使われる変形は暗記する。

$\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ ☞

Warm Up

次の計算をしなさい。

(1) $4\sqrt{2} - \sqrt{2}$ よくあるまちがい

(2) $4\sqrt{11} + 5\sqrt{6} - 2\sqrt{6} - 8\sqrt{11}$ よくあるまちがい

(3) $3\sqrt{12} + \sqrt{75} - 2\sqrt{27}$

(4) $\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{24}}{5}$

解説

(1) よくあるまちがい

正 $4\sqrt{2} - \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$ $\begin{cases} \text{文字式と同じように考える} \\ 4a - a \\ = 3a \end{cases}$

誤 $4\sqrt{2} - \sqrt{2} = 4$

(2) よくあるまちがい

正 $4\sqrt{11} + 5\sqrt{6} - 2\sqrt{6} - 8\sqrt{11} = -4\sqrt{11} + 3\sqrt{6}$ $\begin{cases} \text{これ以上計算できない} \end{cases}$

誤 $4\sqrt{11} + 5\sqrt{6} - 2\sqrt{6} - 8\sqrt{11} = -4\sqrt{11} + 3\sqrt{6} = -\sqrt{17}$ $\begin{cases} \sqrt{\quad} \text{の中の数が異なるのに、計算している} \end{cases}$

(3) $3\sqrt{12} + \sqrt{75} - 2\sqrt{27} = 3 \times 2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 2 \times 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 6\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$ $\begin{cases} 2 \text{乗の数を} \sqrt{\quad} \text{の外に出す} \end{cases}$

(4) $\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{24}}{5} = \frac{4\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} - \frac{2\sqrt{6}}{5} = \frac{4\sqrt{6}}{2} - \frac{2\sqrt{6}}{5} = 2\sqrt{6} - \frac{2\sqrt{6}}{5} = \frac{10\sqrt{6}}{5} - \frac{2\sqrt{6}}{5} = \frac{8\sqrt{6}}{5}$ $\begin{cases} \text{分母の} \sqrt{\quad} \text{をなくす} \\ \text{2乗の数を} \sqrt{\quad} \text{の外に出す} \\ \text{約分する} \\ \text{通分する} \end{cases}$

Try

次の計算をなさい。

(1) $3\sqrt{5} + 2\sqrt{5}$

(2) $4\sqrt{6} - \sqrt{6}$

(3) $4\sqrt{7} - \sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 2\sqrt{7}$

(4) $\sqrt{8} + \sqrt{18}$

(5) $\sqrt{24} - \sqrt{54}$

(6) $2\sqrt{20} - 3\sqrt{24} + \sqrt{54} - \sqrt{45}$

(7) $\sqrt{12} + \sqrt{27} - \frac{12}{\sqrt{3}}$

(8) $\frac{\sqrt{24}}{3} - \frac{1}{\sqrt{6}}$

Exercise

次の計算をなさい。

(1) $2\sqrt{3} + 4\sqrt{3}$

(2) $3\sqrt{6} + \sqrt{6}$

(3) $8\sqrt{2} - 6\sqrt{2}$

(4) $5\sqrt{3} - \sqrt{3}$

(5) $4\sqrt{3} - 5\sqrt{7} + 3\sqrt{7} - 6\sqrt{3}$

(6) $2\sqrt{5} + \sqrt{3} + 3\sqrt{5} - 5\sqrt{3}$

(7) $\sqrt{12} + \sqrt{75}$

(8) $\sqrt{48} + \sqrt{12}$

(9) $\sqrt{27} - \sqrt{12}$

(10) $\sqrt{18} - \sqrt{8}$

(11) $\sqrt{28} - \sqrt{54} - \sqrt{24} + \sqrt{63}$

(12) $\sqrt{72} + \sqrt{24} - \sqrt{18} - \sqrt{96}$

(13) $\sqrt{45} - 4\sqrt{3} - \sqrt{20} + \sqrt{12}$

(14) $4\sqrt{12} + \sqrt{20} - \sqrt{75} - 2\sqrt{45}$

(15) $5\sqrt{2} + \frac{4}{\sqrt{2}}$

(16) $\sqrt{45} + \sqrt{5} + \frac{10}{\sqrt{5}}$

(17) $-\frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{50}}{4}$

(18) $\frac{5}{\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{24}}{4}$

Point!

- ❗ √をふくむ加減乗除も、かけ算・わり算を先に計算する。分配法則も利用できる。
- ❗ 計算の答え方のきまり
 - ・√の中に **2乗の数** があるときは、すべて√の外に出す。
 - ・ **分母** に√がない形にする。☺

Warm Up

次の計算をしなさい。

(1) $\frac{7}{\sqrt{7}} - \sqrt{2} \times \sqrt{14}$

(2) $(3\sqrt{8} - 3\sqrt{2}) \div \sqrt{3}$

(3) $\sqrt{3}(2\sqrt{6} - \sqrt{27})$

解説 (1) $\frac{7}{\sqrt{7}} - \sqrt{2} \times \sqrt{14}$ かけ算を計算する

$$= \frac{7}{\sqrt{7}} - \sqrt{2} \times \sqrt{2 \times 7}$$

$$= \frac{7}{\sqrt{7}} - \sqrt{2^2 \times 7}$$

$$= \frac{7}{\sqrt{7}} - 2\sqrt{7}$$
 分母の√をなくす

$$= \frac{7 \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} - 2\sqrt{7}$$

$$= \frac{7\sqrt{7}}{7} - 2\sqrt{7}$$

$$= \sqrt{7} - 2\sqrt{7}$$

$$= -\sqrt{7}$$

(2) $(3\sqrt{8} - 3\sqrt{2}) \div \sqrt{3}$

$$= (3 \times 2\sqrt{2} - 3\sqrt{2}) \div \sqrt{3}$$
 カッコの中を計算する

$$= (6\sqrt{2} - 3\sqrt{2}) \div \sqrt{3}$$

$$= 3\sqrt{2} \div \sqrt{3}$$

$$= \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{3\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$$

$$= \frac{3\sqrt{6}}{3}$$

$$= \sqrt{6}$$

(3) $\sqrt{3}(2\sqrt{6} - \sqrt{27})$

$$= \sqrt{3}(2\sqrt{6} - 3\sqrt{3})$$
 カッコの中が計算できないので分配法則を使う

$$= \sqrt{3} \times 2\sqrt{6} - \sqrt{3} \times 3\sqrt{3}$$

$$= \sqrt{3} \times 2\sqrt{2 \times 3} - \sqrt{3} \times 3\sqrt{3}$$

$$= 2\sqrt{2} \times 3 - 3 \times 3$$

$$= 2 \times 3\sqrt{2} - 9$$

$$= 6\sqrt{2} - 9$$

Try

次の計算をなさい。

(1) $\sqrt{32} - \sqrt{10} \times \sqrt{5}$

(2) $\frac{12}{\sqrt{3}} - \sqrt{6} \times \sqrt{18}$

(3) $-\frac{\sqrt{27}}{9} - \sqrt{6} \div (-\sqrt{8})$

(4) $(7\sqrt{3} - 2\sqrt{12}) \div \sqrt{5}$

(5) $\sqrt{3}(\sqrt{2} + \sqrt{12})$

(6) $\sqrt{2}(\sqrt{2} - 3) + 3(\sqrt{2} + 3)$

Exercise

次の計算をなさい。

(1) $5\sqrt{3} - 3\sqrt{2} \times \sqrt{6}$

(2) $5\sqrt{2} + \sqrt{6} \times \sqrt{3}$

(3) $\frac{10}{\sqrt{5}} + \sqrt{15} \times \sqrt{3}$

(4) $\frac{6}{\sqrt{3}} - 3\sqrt{6} \times \sqrt{8}$

(5) $\sqrt{12} - \sqrt{54} \div \sqrt{2}$

(6) $\sqrt{18} + \sqrt{96} \div \sqrt{3}$

(7) $\frac{12}{\sqrt{3}} + \sqrt{72} \div \sqrt{6}$

(8) $\frac{\sqrt{8}}{4} - \sqrt{27} \div \sqrt{6}$

(9) $(5\sqrt{2} - 2\sqrt{8}) \div \sqrt{3}$

(10) $(\sqrt{27} - 3\sqrt{12}) \div \sqrt{5}$

(11) $(\sqrt{50} - \sqrt{8}) \div \sqrt{6}$

(12) $\sqrt{6}(\sqrt{3} + \sqrt{2})$

(13) $\sqrt{3}(2\sqrt{6} - \sqrt{12})$

(14) $\sqrt{2}(\sqrt{6} - \sqrt{8})$

(15) $\sqrt{3}(2 + \sqrt{6}) - \sqrt{2}(3 - \sqrt{6})$

(16) $\sqrt{2}(3\sqrt{14} - 5\sqrt{2}) - \sqrt{3}(\sqrt{27} - \sqrt{12})$

Point!

! $\sqrt{\quad}$ をふくむ計算でも、乗法公式や分配法則が利用できる。

$(\quad + \quad)^2$ の形 $\rightarrow (x+a)^2 = \underline{x^2 + 2ax + a^2}$

$(\quad - \quad)^2$ の形 $\rightarrow (x-a)^2 = \underline{x^2 - 2ax + a^2}$

$(\bullet + \square)(\bullet - \square)$ の形 $\rightarrow (x+a)(x-a) = \underline{x^2 - a^2}$

$(\bullet \quad)(\bullet \quad)$ の形 $\rightarrow (x+a)(x+b) = \underline{x^2 + (a+b)x + ab}$

公式が使えない形 $\rightarrow (a+b)(c+d) = \underline{ac + ad + bc + bd}$ ☹

Warm Up

次の計算をなさい。

(1) $(2\sqrt{7}+3)(\sqrt{7}-1)$

(2) $(4\sqrt{3}-\sqrt{6})^2$

(3) $(\sqrt{5}+\sqrt{11})(\sqrt{5}-3\sqrt{11})$

解説

(1) $(2\sqrt{7}+3)(\sqrt{7}-1)$

乗法公式が使えないので、分配法則を使う

$$\begin{aligned} &= 2\sqrt{7} \times \sqrt{7} - 2\sqrt{7} + 3\sqrt{7} - 3 \\ &= 14 - 2\sqrt{7} + 3\sqrt{7} - 3 \\ &= 11 + \sqrt{7} \end{aligned}$$

(2) $(4\sqrt{3}-\sqrt{6})^2$

$(\quad - \quad)^2$ の形 $\rightarrow x^2 - 2ax + a^2$

$$\begin{aligned} &= \underbrace{(4\sqrt{3})^2}_{x^2} - 2 \times \underbrace{4\sqrt{3}}_x \times \underbrace{\sqrt{6}}_a + \underbrace{(\sqrt{6})^2}_{a^2} \\ &= 16 \times 3 - 2 \times 4\sqrt{3} \times 2 \times 3 + 6 \\ &= 48 - 24\sqrt{2} + 6 \\ &= 54 - 24\sqrt{2} \end{aligned}$$

(3) $(\sqrt{5}+\sqrt{11})(\sqrt{5}-3\sqrt{11})$

$(\bullet \quad)(\bullet \quad)$ の形 $\rightarrow x^2 + (a+b)x + ab$

$$\begin{aligned} &= \underbrace{(\sqrt{5})^2}_{x^2} - \underbrace{2\sqrt{11}}_{+(a+b)} \times \underbrace{\sqrt{5}}_x + \underbrace{\sqrt{11}}_a \times \underbrace{(-3\sqrt{11})}_b \\ &= 5 - 2\sqrt{11} \times 5 - 3 \times 11 \\ &= 5 - 2\sqrt{55} - 33 \\ &= -28 - 2\sqrt{55} \end{aligned}$$

この途中式は省略してもよい

Try

次の計算をなさい。

(1) $(2\sqrt{3}+5)(\sqrt{3}-1)$

(2) $(\sqrt{2}-4\sqrt{3})(\sqrt{2}+3\sqrt{3})$

(3) $(\sqrt{3}-2\sqrt{5})^2$

(4) $(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)$

(5) $(3\sqrt{2}-2)(3\sqrt{2}+5)-(4\sqrt{2}+3)^2$

Exercise

次の計算をなさい。

(1) $(\sqrt{2}+1)(\sqrt{3}+2)$

(2) $(3\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}-3)$

(3) $(\sqrt{2}-3)(\sqrt{2}+5)$

(4) $(2\sqrt{3}+6)(2\sqrt{3}-7)$

(5) $(\sqrt{6}-2\sqrt{3})(\sqrt{6}+\sqrt{3})$

(6) $(4\sqrt{3}-2\sqrt{6})(4\sqrt{3}+\sqrt{6})$

(7) $(\sqrt{2}+1)^2$

(8) $(2\sqrt{3}+\sqrt{5})^2$

(9) $(\sqrt{3}+\sqrt{6})^2$

(10) $(\sqrt{3}-4)^2$

(11) $(\sqrt{5}-\sqrt{2})^2$

(12) $(2\sqrt{3}-\sqrt{2})^2$

(13) $(4+2\sqrt{3})(4-2\sqrt{3})$

(14) $(2\sqrt{3}+2\sqrt{2})(2\sqrt{3}-2\sqrt{2})$

(15) $(\sqrt{3}+2)^2-\sqrt{48}$

(16) $(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})+\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{12}}$

(17) $(3\sqrt{3}+1)(1-\sqrt{3})-(1-\sqrt{3})^2$

(18) $(4-\sqrt{2})^2-(\sqrt{5}-2\sqrt{3})(\sqrt{5}+2\sqrt{3})$

Point!

❗ 式の値は、因数分解してから代入する。

❗ 式を代入するときは、必ず かっこをつける。☞

Warm Up

次の問いに答えなさい。

(1) $x = \sqrt{2} + 5$ のとき、 $x^2 - 10x + 16$ の式の値を求めなさい。

(2) $x = \sqrt{6} + 2$ 、 $y = \sqrt{6} - 2$ のとき、 $x^2 - y^2$ の式の値を求めなさい。

解説 (1) $x^2 - 10x + 16$ ●..... 代入する前に因数分解する

$$= (x - 2)(x - 8) \quad \bullet \dots\dots\dots \text{式を代入するときは、かっこをつける}$$

$$= \{(\sqrt{2} + 5) - 2\} \{(\sqrt{2} + 5) - 8\}$$

$$= (\sqrt{2} + 5 - 2)(\sqrt{2} + 5 - 8)$$

$$= (\sqrt{2} + 3)(\sqrt{2} - 3)$$

$$= (\sqrt{2})^2 - 3^2$$

$$= 2 - 9$$

$$= -7$$

(2) $x^2 - y^2$

$$= (x + y)(x - y)$$

$$= \{(\sqrt{6} + 2) + (\sqrt{6} - 2)\} \{(\sqrt{6} + 2) - (\sqrt{6} - 2)\}$$

$$= (\sqrt{6} + 2 + \sqrt{6} - 2)(\sqrt{6} + 2 - \sqrt{6} + 2)$$

$$= 2\sqrt{6} \times 4 \quad \bullet \dots\dots\dots () \text{と} () \text{の間には} \times \text{が省略されている}$$

$$= 8\sqrt{6}$$

2
平方根

Try

次の問いに答えなさい。

(1) $x = \sqrt{7} + 3$ のとき, $x^2 - 6x + 5$ の式の値を求めなさい。

(2) $x = \sqrt{5} + \sqrt{2}$, $y = \sqrt{5} - \sqrt{2}$ のとき, 次の式の値を求めなさい。

① $x^2 - y^2$

② $x^2 - 2xy + y^2$

③ $xy^2 - x^2y$

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) $x = \sqrt{3} - 2$ のとき, $x^2 + 4x - 12$ の式の値を求めなさい。

(2) $x = 3\sqrt{2} - 1$ のとき, $x^2 + 2x + 1$ の式の値を求めなさい。

(3) $x = \sqrt{7} + 3$, $y = \sqrt{7} - 3$ のとき, 次の式の値を求めなさい。

① $x^2 - y^2$

② $x^2 + 2xy + y^2$

③ $x^2 - 2xy + y^2$

④ $x^2 - xy$

(4) $x = 2 + \sqrt{3}$, $y = 2 - \sqrt{3}$ のとき, 次の式の値を求めなさい。

① $x^2 - xy$

② $x^2 + 2xy + y^2$

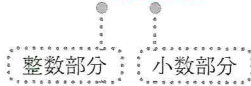
③ $x^2 - 2xy + y^2$

④ $xy^2 - x^2y$

Point!

❗ 小数で、小数点より左側の数を**整数部分**、右側の数を**小数部分**という。

〈例〉 $\sqrt{3} = 1.7320\dots$ $\sqrt{3}$ の整数部分は1、小数部分は0.7320...



❗ \sqrt{x} の整数部分は、 x を2乗の数ではさんで求める。

\sqrt{x} の小数部分は、 $\sqrt{x} - \text{整数部分}$ と表せる。

〈例〉 $\sqrt{3}$ の場合

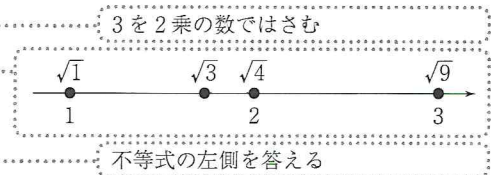
$1 < 3 < 4$ より、

$\sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4}$ つまり、

$1 < \sqrt{3} < 2$

よって、整数部分は 1

したがって、小数部分は $\sqrt{3} - 1$



Warm Up

$\sqrt{15}$ の整数部分を a 、小数部分を b とするとき、 $a^2 + 4ab + 4b^2$ の値を求めなさい。

解説 まず、整数部分を求める。

$9 < 15 < 16$ より、

$\sqrt{9} < \sqrt{15} < \sqrt{16}$ つまり、

$3 < \sqrt{15} < 4$

よって、整数部分は3。したがって、 $a=3$

15を2乗の数ではさむ



次に、小数部分を求める。

$b = \sqrt{15} - 3$

小数部分 = $\sqrt{x} - \text{整数部分}$

求めた a, b を代入する。

$a^2 + 4ab + 4b^2$

$= (a + 2b)^2$

$= \{ \underbrace{3}_a + 2(\underbrace{\sqrt{15}-3}_b) \}^2$

$= (3 + 2\sqrt{15} - 6)^2$

$= (-3 + 2\sqrt{15})^2$

$= (-3)^2 + 2 \times (-3) \times 2\sqrt{15} + (2\sqrt{15})^2$

$= 9 - 12\sqrt{15} + 4 \times 15$

$= 9 - 12\sqrt{15} + 60$

$= 69 - 12\sqrt{15}$

代入する前に因数分解する

式を代入するときは、かっこをつける

Try

次の問いに答えなさい。

(1) $\sqrt{5}$ の整数部分を求めなさい。

(2) $\sqrt{7}$ の小数部分を a とするとき、 a^2+4a の値を求めなさい。

(3) $\sqrt{10}$ の整数部分を a 、小数部分を b とするとき、 a^2-b^2 の値を求めなさい。

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 次の数の整数部分を求めなさい。

① $\sqrt{10}$

② $\sqrt{24}$

③ $\sqrt{60}$

(2) $\sqrt{5}$ の小数部分を x とするとき、 x^2+6x-7 の値を求めなさい。

(3) $\sqrt{10}$ の小数部分を a とするとき、 a^2+2a-3 の値を求めなさい。

(4) $\sqrt{6}$ の整数部分を a 、小数部分を b とするとき、 $a^2+2ab+b^2$ の値を求めなさい。

(5) $\sqrt{5}$ の整数部分を x 、小数部分を y とするとき、 $x^2-2xy+y^2$ の値を求めなさい。

Point!

❗ (左辺)=0の形に整理したとき、(2次式)=0になる方程式を 2次方程式 という。

❗ 2次方程式を成り立たせる x の値を、その方程式の解という。☺

Warm Up

次の問いに答えなさい。

(1) 次のア～エの方程式のうち、2次方程式をすべて選び、記号で答えなさい。

ア $x^2-3x+4=0$ イ $x^2=8$ ウ $x^2+2x-4=x^2$ エ $(x-4)(x+2)=x^2$

(2) 次のア～エの方程式のうち、-3が解であるものをすべて選び、記号で答えなさい。

ア $x^2+3x-4=0$ イ $4x^2+2x=x^2+21$ ウ $(x+5)(x-2)=0$ エ $x^2-9=0$

解説 (1) (左辺)=0の形に整理して、 x^2 の項があるものを選ぶ。

ア $x^2-3x+4=0$ ○

イ $x^2=8$

$x^2-8=0$ ○

ウ $x^2+2x-4=x^2$

$x^2+2x-4-x^2=0$

$2x-4=0$ ×

エ $(x-4)(x+2)=x^2$

$x^2-2x-8=x^2$

$x^2-2x-8-x^2=0$

$-2x-8=0$ ×

よって、ア, イ

(2) それぞれの方程式の(左辺)と(右辺)に $x=-3$ を代入して、(左辺)=(右辺)となるものを選ぶ。

ア $x^2+3x-4=0$

(左辺) $=(-3)^2+3 \times (-3)-4$

$=-4$

(右辺) $=0$

(左辺) \neq (右辺) ×

イ $4x^2+2x=x^2+21$

(左辺) $=4 \times (-3)^2+2 \times (-3)$

$=30$

(右辺) $=(-3)^2+21$

$=30$

(左辺) $=$ (右辺) ○

ウ $(x+5)(x-2)=0$

(左辺) $=\{(-3)+5\}\{(-3)-2\}$

$=2 \times (-5)$

$=-10$

(右辺) $=0$

(左辺) \neq (右辺) ×

エ $x^2-9=0$

(左辺) $=(-3)^2-9$

$=9-9$

$=0$

(右辺) $=0$

(左辺) $=$ (右辺) ○

よって、イ, エ

代入する数が負のときはかっこをつける

Try

次の問いに答えなさい。

(1) 次のア～エの方程式のうち、2次方程式をすべて選び、記号で答えなさい。

ア $x^2+4x-4=0$

イ $x^2-4x=x^2+5$

ウ $(x+5)(x-2)=x^2$

エ $x^2-6=0$

(2) 次のア～エの方程式のうち、 -3 が解であるものをすべて選び、記号で答えなさい。

ア $(x-3)(x+1)=0$

イ $x^2-5x-6=0$

ウ $x^2+x=-2x$

エ $x^2=9$

3

2次方程式

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 次のア～オの方程式のうち、2次方程式をすべて選び、記号で答えなさい。

ア $x^2+x-12=0$

イ $x^2+3x-8=0$

ウ $x^2+2x=x^2+3$

エ $2x^2=(x-1)(x-3)$

オ $(x+3)(x-7)=x^2-4$

(2) 次のア～オの方程式のうち、2次方程式をすべて選び、記号で答えなさい。

ア $2x^2-8x+8=0$

イ $x^2+5x=-6$

ウ $-3x+5=0$

エ $x^2-1=x^2+x+3$

オ $(x-3)^2=36$

(3) 次のア～エの方程式のうち、2が解であるものをすべて選び、記号で答えなさい。

ア $x^2=3$

イ $(x-3)^2=1$

ウ $(x-3)(x-2)=0$

エ $x^2+x=5x-3$

(4) 次のア～オの方程式のうち、 -2 が解であるものをすべて選び、記号で答えなさい。

ア $x^2-2=0$

イ $(x-4)^2=2x$

ウ $(x+2)^2=0$

エ $(x-2)(x+3)=0$

オ $x^2+7x+10=0$

3-2 2次方程式の解き方① (平方根の利用①)

Point!

❗ (左辺)=0の形に整理したとき、(2次式)=0になる方程式を **2次方程式** という。

❗ 「平方根の利用」による解き方

$x^2-5=0$ や $(x+3)^2-5=0$ のように、**2乗の部分**と**数字**だけのときに使う。

① $x^2 = \text{数字}$ または $(x+a)^2 = \text{数字}$ の形にする。

② (左辺)の **2乗をとって**、(右辺)に **$\pm\sqrt{\quad}$** をつける。☺

❗ 計算の答え方のきまり

・ $\sqrt{\quad}$ の中に **2乗の数** があるときは、すべて $\sqrt{\quad}$ の外に出す。

・ **分母** に $\sqrt{\quad}$ がいない形にする。☺

Warm Up

次の方程式を解きなさい。

(1) $x^2-20=0$

(2) $4x^2-11=0$ よくあるまちがい

(3) $(x-6)^2-12=0$

(4) $2(x+1)^2-8=0$ よくあるまちがい

解説 (1) $x^2-20=0$ ① $x^2 = \text{数字}$ の形にする
 $x^2=20$ ② (左辺)の2乗をとって、(右辺)に $\pm\sqrt{\quad}$ をつける
 $x = \pm\sqrt{20}$ 2乗の数は $\sqrt{\quad}$ の外に出す
 $x = \pm 2\sqrt{5}$

(2) **よくあるまちがい**

正 $4x^2-11=0$ ① $x^2 = \text{数字}$ の形にする
 $4x^2=11$
 $x^2 = \frac{11}{4}$ ② (左辺)の2乗をとって、(右辺)に $\pm\sqrt{\quad}$ をつける
 $x = \pm\sqrt{\frac{11}{4}}$ 分母と分子を分けて考える
 $x = \pm\frac{\sqrt{11}}{\sqrt{4}}$ 2乗の数は $\sqrt{\quad}$ の外に出す
 $x = \pm\frac{\sqrt{11}}{2}$

誤 $4x^2-11=0$
 $4x^2=11$
 $4x = \pm\sqrt{11}$ $x^2 = \text{数字}$ の形にしていない
 $x = \pm\frac{\sqrt{11}}{4}$

(3) $(x-6)^2-12=0$

$(x-6)^2=12$

$x-6=\pm\sqrt{12}$

$x-6=\pm 2\sqrt{3}$

$x=6\pm 2\sqrt{3}$

① $(x+a)^2=$ [数字] の形にする② (左辺)の2乗をとって、(右辺)に $\pm\sqrt{\quad}$ をつける $x=$ の形にする

(4) よくあるまちがい

$2(x+1)^2-8=0$

$2(x+1)^2=8$

正 $(x+1)^2=4$

$x+1=\pm\sqrt{4}$

$x+1=\pm 2$

$x=-1\pm 2$

$x=1, -3$

 $\sqrt{\quad}$ がなくなったので、
 $-1+2$ と $-1-2$ は、
まだ計算できる

誤 $(x+1)^2=4$

$x+1=\pm\sqrt{4}$

$x+1=\pm 2$

$x=-1\pm 2$

計算して
いない

Try

次の方程式を解きなさい。

(1) $x^2-18=0$

(2) $2x^2-32=0$

(3) $5x^2-8=0$

(4) $(x-3)^2-12=0$

(5) $(x-1)^2-4=0$

(6) $5(x+3)^2-45=0$

Exercise

次の方程式を解きなさい。

(1) $x^2-5=0$

(2) $x^2-27=0$

(3) $x^2-81=0$

(4) $9x^2-45=0$

(5) $4x^2-48=0$

(6) $3x^2-8=0$

(7) $6x^2-128=0$

(8) $4x^2-7=0$

(9) $4x^2-9=0$

(10) $(x+8)^2-27=0$

(11) $(x-7)^2-12=0$

(12) $(x+2)^2-50=0$

(13) $(x+3)^2=25$

(14) $(x+5)^2-1=0$

(15) $(x-5)^2-64=0$

(16) $2(x-4)^2-12=0$

(17) $3(x+5)^2-24=0$

(18) $2(x+3)^2-54=0$

(19) $2(x+4)^2-18=0$

(20) $3(x+1)^2-3=0$

(21) $4(x-1)^2-144=0$

Point!

❗ 「因数分解」による解き方

方程式を (左辺)=0 の形にして、(左辺)が因数分解できるときに使う。

・ $(x+a)(x+b)=0$ の解は

$x = -a, -b$
符号をかえる

〈例〉 $(x-1)(x+2)=0$ の解は

$x = \underline{1, -2}$

・ $(x+a)^2=0$ の解は

$x = -a$
符号をかえる

()²=0 の形では、
解は1つだけ

〈例〉 $(x+8)^2=0$ の解は

$x = \underline{-8}$

・ $x(x+a)=0$ の解は

$x = 0, -a$
符号をかえる
(x-0)(x+a) と考える

〈例〉 $x(x+2)=0$ の解は

$x = \underline{0, -2}$

・ $(ax+b)(cx-d)=0$ の解は

$x = -\frac{b}{a}, \frac{d}{c}$
符号をかえ、xの係数を分母にする

〈例〉 $(2x+5)(3x-2)=0$ の解は

$x = \underline{-\frac{5}{2}, \frac{2}{3}}$

❗ (左辺)を因数分解する前に方程式を簡単にする。

・ x^2 の係数が負のときは、両辺の符号をすべてかえる。

・ 数の共通因数があるときは、両辺をその数でわる。☺

Warm Up

次の方程式を解きなさい。

(1) $(x+2)(5x-3)=0$

(2) $-3x^2+15x-18=0$

(3) $-5x^2+8x=0$ よくあるまちがい

(4) $2(x+1)^2=x^2-2x-7$

解説 (1) $(x+2)(5x-3)=0$

$x = -2, \frac{3}{5}$

(2) $-3x^2+15x-18=0$

$3x^2-15x+18=0$

$x^2-5x+6=0$

$(x-2)(x-3)=0$

$x = \underline{2, 3}$

x^2 の係数が負→両辺の符号をすべてかえる

数の共通因数3がある→両辺を3でわる

(左辺)を因数分解する

(3) よくあるまちがい

$$\boxed{\text{正}} \quad -5x^2 + 8x = 0$$

$$5x^2 - 8x = 0$$

$$x(5x - 8) = 0$$

$$x = 0, \frac{8}{5}$$

 x^2 の係数が負 → 両辺の符号をすべてかえる

(左辺) を因数分解する

$$\boxed{\text{誤}} \quad -5x^2 + 8x = 0$$

$$5x^2 - 8x = 0$$

$$5x - 8 = 0$$

両辺を x でわっている

$$(4) \quad 2(x+1)^2 = x^2 - 2x - 7 \quad \text{まず展開して(左辺)=0の形にする}$$

$$2(x^2 + 2x + 1) = x^2 - 2x - 7$$

$$2x^2 + 4x + 2 - x^2 + 2x + 7 = 0$$

$$x^2 + 6x + 9 = 0 \quad \text{(左辺)を因数分解する}$$

$$(x+3)^2 = 0$$

$$x = -3$$

Try

次の方程式を解きなさい。

(1) $(x-3)(3x+4)=0$

(2) $x^2 - 10x + 25 = 0$

(3) $3x^2 - 12x = 0$

(4) $-3x^2 - 12x + 15 = 0$

(5) $(26-x)(35-x) = 850$

★(6) $3(x-10)(x-2) = 252$

★★(7) $\frac{1}{2}(10-x)(10-2x) = 24$

Exercise

次の方程式を解きなさい。

(1) $(x+4)(x-7) = 0$

(2) $(x+3)(2x-3) = 0$

(3) $(3x+1)(x-5) = 0$

(4) $x^2 - 16x + 64 = 0$

(5) $x^2 - 5x + 6 = 0$

(6) $x^2 - 35x + 96 = 0$

(7) $2x^2 + 18x + 40 = 0$

(8) $-4x^2 + 24x = 36$

(9) $-2x^2 + 6x + 108 = 0$

(10) $x^2 - 5x = 0$

(11) $-x^2 - 4x = 0$

(12) $-6x^2 + 8x = 0$

(13) $(x-1)^2 - 5(x-1) - 6 = 0$

(14) $x(18-x) = 56$

★(15) $2(15-x)(18-x) = 360$

★(16) $3(x-6)(x-1) = 108$

★★(17) $\frac{1}{2}x(20-2x) = 16$

★★(18) $\frac{1}{2}(10-2x)(10-x) = 6$

Point!

❗ 「解の公式」による解き方

方程式を (左辺)=0 の形にして、(左辺)が因数分解できないときに使う。

❗ 解の公式

2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解は

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Warm Up

次の方程式を解きなさい。

(1) $x^2+7x+8=0$

(2) $5x^2+3x-2=0$

(3) $x^2-4x-1=0$ よくあるまちがい

解説

(1) $x^2+7x+8=0$ (左辺)が因数分解できない

$$\begin{array}{ccc} \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ a & b & c \end{array}$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \times 1 \times 8}}{2 \times 1}$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{17}}{2}$$

(2) $5x^2+3x-2=0$

$$\begin{array}{ccc} \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ a & b & c \end{array}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 5 \times (-2)}}{2 \times 5}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{49}}{10}$$

$$x = \frac{-3 \pm 7}{10}$$

$$x = \frac{4}{10}, -\frac{10}{10}$$

$$x = \frac{2}{5}, -1$$

√がなくなったので
 $\frac{-3+7}{10}$ と $\frac{-3-7}{10}$ をそれぞれ計算する

約分する

(3) よくあるまちがい

正 $x^2-4x-1=0$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2 \times 1}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{20}}{2}$$

2乗の数は $\sqrt{\quad}$ の外に出す

$$x = \frac{{}^2_4 \pm {}^1_2\sqrt{5}}{2_1}$$

$\frac{{}^2_4}{2_1} \pm \frac{{}^1_2\sqrt{5}}{2_1}$ と同じ

$$x = 2 \pm \sqrt{5}$$

誤 $x^2-4x-1=0$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2 \times 1}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{20}}{2}$$

$$x = \frac{{}^2_4 \pm {}^1_2\sqrt{5}}{1_2}$$

分子の片方の項だけ約分している

$$x = 2 \pm 2\sqrt{5}$$

Try

次の方程式を解きなさい。

(1) $x^2+5x+3=0$

(2) $3x^2-5x-2=0$

(3) $3x^2-12x+2=0$

(4) $2(x+1)^2=6-x^2$

Exercise

(1) 次の方程式を解きなさい。

① $x^2+3x+1=0$

② $x^2+5x-2=0$

③ $3x^2+7x+1=0$

④ $2x^2+5x+1=0$

⑤ $x^2-4x-6=0$

⑥ $x^2-10x+7=0$

⑦ $3x^2+6x+2=0$

⑧ $2x^2+3x+1=0$

⑨ $3x^2+x-2=0$

⑩ $5x^2-2x-3=0$

⑪ $(x+1)^2+(x-2)^2=(x-3)^2$

⑫ $(x-1)^2=3(2x+3)$

(2) 次の()にあてはまる式を書きなさい。

2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解は()である。

Try

次の方程式を解きなさい。

(1) $x^2=7x$

(2) $(x+1)(3x-2)=0$

(3) $x^2-6x+8=0$

(4) $4x^2=9$

(5) $(x-3)^2=25$

(6) $2x^2+5x-7=0$

(7) $(11-x)(10-2x)=-18$

★(8) $4(x-2)(x-10)=336$

★★(9) $\frac{1}{2}(10-x)(10-2x)=36$

Exercise

次の方程式を解きなさい。

(1) $x(x-5)=0$

(2) $x^2-3x-28=0$

(3) $x^2=9$

(4) $x^2=3x$

(5) $x^2-12x=-4$

(6) $2x^2-8x-10=0$

(7) $3x^2=12$

(8) $(10-x)(12-2x)=90$

(9) $(x+5)^2-28=0$

(10) $2x^2-5x-3=0$

(11) $(x-4)^2+10(x-4)+24=0$

(12) $x^2+35x+96=0$

(13) $x^2+18x+72=0$

(14) $x^2+3x-2=0$

(15) $5x^2-3x=0$

(16) $x^2-4x-1=0$

(17) $(x+3)^2-2(x+3)-24=0$

(18) $4x^2-3=0$

(19) $(x+6)^2-12=0$

(20) $(2x+3)(x-1)=0$

(21) $(26-2x)(15-x)=240$

(22) $2(x-3)^2-50=0$

(23) $2x^2-18=0$

(24) $2x^2+1=x^2+6x-8$

★(25) $3(x-6)(x-2)=96$

★(26) $4(x-8)^2=196$

★(27) $5(x-10)(x-2)=420$

★★(28) $\frac{1}{2}x(10-x)=8$

★★(29) $\frac{1}{2}x(20-2x)=24$

★★(30) $\frac{1}{2}(10-2x)(10-x)=14$

Point!

! どんな2次方程式も、 $(x+m)^2=n$ の形にして解くことができる。
ただし、計算が複雑なので、問題で指示されていないときは、**3-2**～**3-4**の解き方で解く。

! $(x+m)^2=n$ の形に変形する手順

- ① 数の項を(右辺)に移項する。
- ② x の係数の **半分の2乗** を **両辺にたす**。
- ③ (左辺)を $(x+m)^2$ の形にし、(右辺)を計算する。

〈例〉

$x^2+12x+21=0$	$\left. \begin{array}{l} \textcircled{1} \\ \textcircled{2} \\ \textcircled{3} \end{array} \right\}$
$x^2+12x=-21$	
$x^2+12x+36=-21+36$	

$(x+6)^2=15$

Warm Up

$x^2+10x-16=0$ を $(x+m)^2=n$ の形に変形して解きなさい。

解説 $x^2+10x-16=0$ ① 数の項を(右辺)に移項する

$x^2+10x=16$ ② x の係数の半分の2乗を両辺にたす

$x^2+10x+25=16+25$ ③ (左辺)を $(x+m)^2$ の形にし、(右辺)を計算する

$(x+5)^2=41$ 「平方根の利用」で方程式を解く

$x+5=\pm\sqrt{41}$

$x=-5\pm\sqrt{41}$

Try

次の問いに答えなさい。

(1) 方程式 $x^2+8x+10=0$ を次のようにして解いた。□にあてはまる数を答えなさい。

$$x^2+8x+10=0$$

$$x^2+8x=\text{ア}$$

$$x^2+8x+\text{イ}=\text{ア}+\text{ウ}$$

$$(x+\text{エ})^2=\text{オ}$$

$$x+\text{カ}=\text{キ}$$

$$x=\text{ク}$$

(2) $x^2-6x+3=0$ を $(x+m)^2=n$ の形に変形して解きなさい。

Exercise

次の問いに答えなさい。

- (1) 方程式 $x^2+6x-5=0$ を次のようにして解いた。□にあてはまる数を答えなさい。

$$\begin{aligned}x^2+6x-5&=0 \\x^2+6x&=\boxed{\text{ア}} \\x^2+6x+\boxed{\text{イ}}&=\boxed{\text{ア}}+\boxed{\text{ウ}} \\(x+\boxed{\text{エ}})^2&=\boxed{\text{オ}} \\x+\boxed{\text{カ}}&=\boxed{\text{キ}} \\x&=\boxed{\text{ク}}\end{aligned}$$

- (2) 方程式 $x^2+8x+3=0$ を次のようにして解いた。□にあてはまる数を答えなさい。

$$\begin{aligned}x^2+8x+3&=0 \\x^2+8x&=\boxed{\text{ア}} \\x^2+8x+\boxed{\text{イ}}&=\boxed{\text{ア}}+\boxed{\text{ウ}} \\(x+\boxed{\text{エ}})^2&=\boxed{\text{オ}} \\x+\boxed{\text{カ}}&=\boxed{\text{キ}} \\x&=\boxed{\text{ク}}\end{aligned}$$

- (3) 方程式 $x^2-10x+15=0$ を次のようにして解いた。□にあてはまる数を答えなさい。

$$\begin{aligned}x^2-10x+15&=0 \\x^2-10x&=\boxed{\text{ア}} \\x^2-10x+\boxed{\text{イ}}&=\boxed{\text{ア}}+\boxed{\text{ウ}} \\(x-\boxed{\text{エ}})^2&=\boxed{\text{オ}} \\x-\boxed{\text{カ}}&=\boxed{\text{キ}} \\x&=\boxed{\text{ク}}\end{aligned}$$

- (4) 方程式 $x^2-12x+13=0$ を次のようにして解いた。□にあてはまる数を答えなさい。

$$\begin{aligned}x^2-12x+13&=0 \\x^2-12x&=\boxed{\text{ア}} \\x^2-12x+\boxed{\text{イ}}&=\boxed{\text{ア}}+\boxed{\text{ウ}} \\(x-\boxed{\text{エ}})^2&=\boxed{\text{オ}} \\x-\boxed{\text{カ}}&=\boxed{\text{キ}} \\x&=\boxed{\text{ク}}\end{aligned}$$

- (5) 次の方程式を $(x+m)^2=n$ の形に変形して解きなさい。

- ① $x^2-4x=-2$
- ② $x^2+8x=1$
- ③ $x^2-2x-4=0$
- ④ $x^2+6x+6=0$

Point!

- ① 1つの解が与えられたときは、解を x に代入 する。
- ② 2つの解が与えられたときは、因数分解による解き方を利用する。

〈例〉 $x=2, 3$ が解となる2次方程式は、

$$(x-2)(x-3)=0$$

↑ ↑
符号をかえる 符号をかえる

Warm Up

次の問いに答えなさい。

- 2次方程式 $x^2+ax+2a-4=0$ の解の1つが5であるとき、 a の値を求めなさい。また、他の解を求めなさい。
- 2次方程式 $x^2+ax+b=0$ の解が -3 と 9 であるとき、 a, b の値を求めなさい。

解説 (1) $x=5$ を代入して、 a を求める。

1つの解が与えられたときは、その解を x に代入する

$$x^2+ax+2a-4=0$$

$$5^2+a \times 5+2a-4=0$$

これを解いて、 $a=-3$

$a=-3$ を $x^2+ax+2a-4=0$ に代入して、他の解を求める。

$$x^2+(-3) \times x+2 \times (-3)-4=0$$

負の数を代入するときはかっこをつける

$$x^2-3x-10=0$$

$$(x+2)(x-5)=0$$

$$x=-2, 5$$

問題より、解の1つは5とわかっている

よって、 $a=-3$ 、他の解は -2

(2) 解が -3 と 9 のとき、もとの2次方程式の左辺は、

2つの解が与えられたときは、因数分解による解き方を利用する

$$(x+3)(x-9)=0 \quad \text{と因数分解できる。}$$

↑ ↑
符号をかえる 符号をかえる

左辺を展開すると、

$$(x+3)(x-9)=0$$

$$x^2-6x-27=0$$

$$\begin{matrix} \uparrow & \uparrow \\ a & b \end{matrix}$$

よって、 $a=-6, b=-27$

マイナスの符号もふくめて、答えにする

Try

次の問いに答えなさい。

(1) 2次方程式 $x^2+ax-3a-13=0$ の1つの解が $x=2$ であるとき、 a の値を求めなさい。また、他の解を求めなさい。

(2) 2次方程式 $x^2+ax+b=0$ の解が -3 と 7 であるとき、 a と b の値を求めなさい。

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 2次方程式 $x^2+ax-12=0$ の解の1つが -4 であるとき、 a の値を求めなさい。また、他の解を求めなさい。

(2) 2次方程式 $x^2-ax-a-6=0$ の解の1つが -2 であるとき、 a の値を求めなさい。また、他の解を求めなさい。

(3) 2次方程式 $x^2+2x+a=0$ の解の1つが -5 であるとき、 a の値を求めなさい。また、他の解を求めなさい。

(4) 2次方程式 $x^2+ax-5a-1=0$ の1つの解が 3 であるとき、 a の値を求めなさい。また、他の解を求めなさい。

(5) 2次方程式 $x^2+ax+b=0$ の解が 2 と 3 であるとき、 a と b の値を求めなさい。

(6) 2次方程式 $x^2+ax+b=0$ の解が -3 と 5 であるとき、 a と b の値を求めなさい。

Point!

① **求めるもの** を x とする。

求めるものが2つ以上あるときは、片方を x とおき、もう一方を x を使って表す。

〈例〉 大小2つの整数があり、その差は5

→ 小さいほうの整数を x , 大きいほうの整数を $x+5$ とする。

② 方程式の解が、 **問題に適しているかどうか** を確認して答えを書く。☹️

Warm Up

次の問いに答えなさい。

(1) ある数に2を加えて2乗した数は、もとの数に8を加えて3倍した数に等しい。もとの数を求めなさい。

(2) 連続した3つの自然数がある。大きいほうの2つの数の積は、もっとも小さい数の2乗の2倍より8小さい。この3つの自然数を求めなさい。

解説 (1) もとの数を x とする。

$$(x+2)^2 = (x+8) \times 3$$

$$(x+2)^2 = 3(x+8)$$

これを解いて、 $x=4, -5$

よって、求めるもとの数は 4, -5

ある数に2を加えて2乗した数は、もとの数に8を加えて3倍した数
 $(x+2)^2 = (x+8) \times 3$

x に条件はないので、どちらの解も問題に適している

(2) 連続した3つの自然数を $x, x+1, x+2$ とする。

$$(x+1)(x+2) = 2x^2 - 8$$

これを解いて、 $x=-2, 5$

x は自然数なので、 $x > 0$ より、 $x=-2$ は問題に適さない。

よって、 $x=5$

したがって、求める3つの自然数は、5, 6, 7

もっとも小さい数は5

3つの自然数をきかれているので、必ず3つの数を答える

Try

次の問いに答えなさい。

- (1) ある数を2乗して8を加えた数と、もとの数に8を加えてから2倍した数は等しくなる。もとの数を求めなさい。

- (2) 大小2つの自然数がある。その差は2で、積は48になる。大小2つの自然数を求めなさい。

- (3) 連続した3つの自然数がある。もっとも小さい数の2乗は、残りの2つの数の和に等しい。この3つの自然数を求めなさい。

Exercise

次の問いに答えなさい。

- (1) ある数の2倍に3をたして2乗した数と、もとの数の2乗を2倍して9をたした数が等しくなる。もとの数を求めなさい。

- (2) ある数に4を加えて2乗すると、もとの数より60大きくなった。もとの数を求めなさい。

- (3) 大小2つの自然数がある。その差は6で、小さいほうの数の2乗は、大きいほうの数の2倍に3を加えた数に等しい。この2つの数を求めなさい。

- (4) 連続した2つの自然数がある。それぞれを2乗した数の和が2つの数の積より13大きくなる時、これら2つの自然数を求めなさい。

- (5) 連続した3つの自然数がある。もっとも小さい数ともっとも大きい数の積は、真ん中の数の4倍より44大きい。この3つの自然数を求めなさい。

- (6) 連続した3つの自然数がある。それぞれの自然数を2乗して、それらの和を計算すると77になった。この3つの自然数を求めなさい。

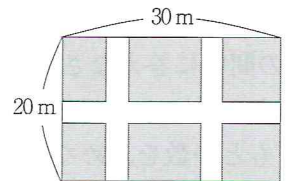
Point!

- ❗ 求めるもの を x とする (はじめに単位をつけて書く)。
- ❗ わかっている長さを図に書き入れる。
- ❗ 方程式の解が, 問題に適しているかどうか を確認してから答えを書く。☞

Warm Up

次の問いに答えなさい。

- (1) 周の長さが 30cm で, 面積が 36cm^2 の長方形がある。この長方形の横の長さは縦より長い。この長方形の横の長さを求めなさい。
- (2) 縦が 20m, 横が 30m の長方形の形をした花だんがある。花だんの中に縦方向に 2 本, 横方向に 1 本の同じ幅の道をつくと, 花だんの面積は 408m^2 になった。つくった道の幅は何 m か求めなさい。



解説 (1) 横の長さを $x\text{cm}$ とする。

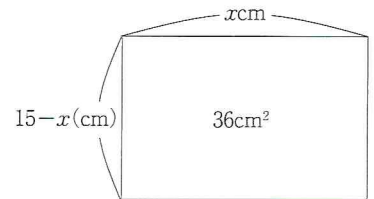
周の長さが 30cm なので, 縦と横の長さの和は 15cm になるから, 縦の長さは $15-x(\text{cm})$

$$x(15-x)=36$$

これを解いて, $x=3, 12$

$\frac{15}{2} < x < 15$ より, $x=3$ は問題に適さない。●... 横は縦より長く, その和は 15cm なので, $\frac{15}{2} < x < 15$

よって, $x=12$ 12cm



(2) 道の幅を $x\text{m}$ とする。

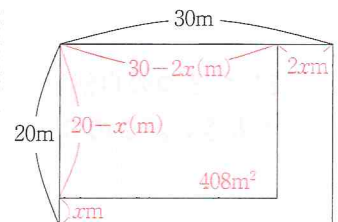
$$(20-x)(30-2x)=408$$

これを解いて, $x=3, 32$

$0 < x < 15$ より, $x=32$ は問題に適さない。●... 道の幅は正の数であり, 右の図より, $2x$ は 30 より小さいので, $0 < x < 15$

よって, $x=3$ 3m

道を移動させて考える

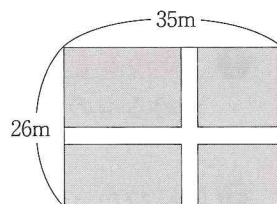


Try

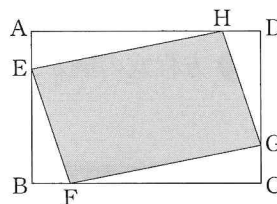
次の問いに答えなさい。

(1) 周の長さが 36cm で、面積が 72cm^2 の長方形がある。この長方形の横の長さは縦より長い。この長方形の横の長さを求めなさい。

(2) 縦の長さが 26m 、横の長さが 35m の長方形の畑がある。これに右の図のように、縦と横に同じ幅の道をつくり、残った畑の面積が 850m^2 になるようにする。道の幅を何 m にすればよいか求めなさい。



❖ (3) $AB=8\text{cm}$ 、 $AD=12\text{cm}$ の長方形 $ABCD$ がある。この長方形の4つの辺上に、点 E 、 F 、 G 、 H を $AE=BF=CG=DH$ となるようにとる。四角形 $EFGH$ の面積が 48cm^2 のとき、 AE の長さを求めなさい。



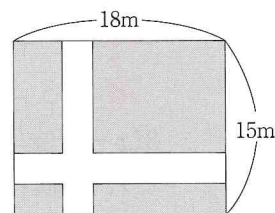
Exercise

次の問いに答えなさい。

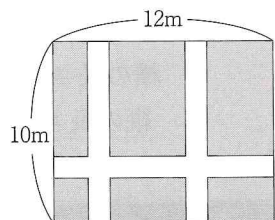
(1) 周の長さが 24cm で面積が 35cm^2 の長方形がある。この長方形の横の長さは縦より長い。この長方形の横の長さを求めなさい。

(2) 周の長さが 36cm で面積が 56cm^2 の長方形がある。この長方形の縦の長さは横より長い。この長方形の縦と横の長さを求めなさい。

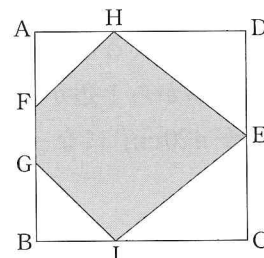
(3) 縦が 15m 、横が 18m の長方形の土地に、右の図のように、縦、横に同じ幅の道をつくり、残りを花だんにする。花だんの面積が 180m^2 になるようにしたい。道の幅を何 m にすればよいか求めなさい。



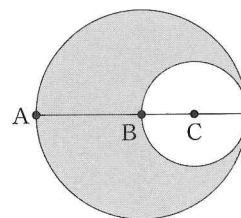
(4) 縦 10m 、横 12m の長方形の土地がある。右の図のように、縦に2本、横に1本の同じ幅の道をつくり、残りの部分を花だんにすることにした。花だんの面積が 90m^2 になるようにするには、道の幅を何 m にすればよいか求めなさい。



❖ (5) 1 辺の長さが 8cm の正方形 $ABCD$ がある。 CD の中点を E とし、辺 AB 、 AD 、 BC 上に点 F 、 G 、 H 、 I を $AF=BG=AH=BI$ となるようにとる。五角形 $EHFGEI$ の面積が 35cm^2 のとき、 AF の長さを求めなさい。



❖ (6) 右の図のように、 AB 、 BC をそれぞれ半径とする2つの円がある。色のついた部分の面積が $24\pi\text{cm}^2$ のとき、 BC の長さを求めなさい。

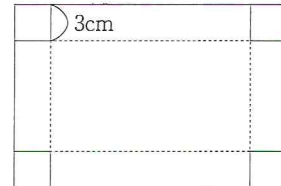


Point!

- ❗ 求めるもの を x とする (はじめに単位をつけて書く)。
求めるものが2つ以上あるときは、小さいほうを x とする。
- ❗ 図にわかっている長さを書き入れる。
- ❗ 方程式の解が、問題に適しているかどうか を確認してから答えを書く。☞

Warm Up

横の長さが縦の長さより5cm長い長方形の紙がある。この紙の四隅から1辺が3cmの正方形を切り取り、直方体の容器をつくと、容積は 150cm^3 になった。はじめの紙の縦と横の長さを求めなさい。



解説 はじめの紙の縦の長さを $x\text{cm}$ 、横の長さを $x+5(\text{cm})$ とする。
図にわかっている長さを書き入れる。

$$(x-6) \times (x-1) \times 3 = 150$$

↑縦 ↑横 ↑高さ

$$3(x-6)(x-1) = 150$$

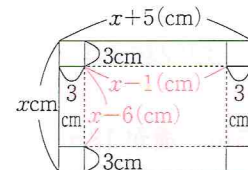
これを解いて、 $x = -4, 11$

$x > 6$ より、 $x = -4$ は問題に適さない。●

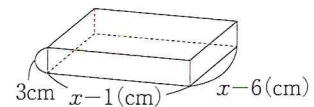
よって、 $x = 11$ ● 縦の長さが11cm

横の長さは、 $11+5=16(\text{cm})$

縦の長さ 11cm, 横の長さ 16cm

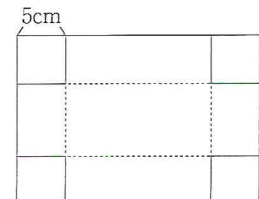


四隅から3cmずつ切り取るので長方形の縦、横ともに6cmより長い



Try

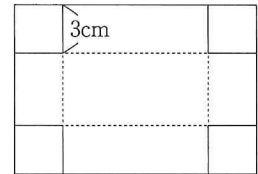
右の図のような横の長さが縦の長さより8cm長い長方形の紙がある。この紙の四隅から1辺が5cmの正方形を切り取り、直方体の容器をつくったら、容積が 420cm^3 になった。もとの紙の縦と横の長さを求めなさい。



Exercise

次の問いに答えなさい。

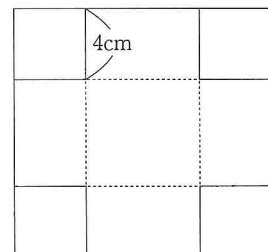
- (1) 横が縦より 4cm 長い長方形の紙がある。この紙の四隅から 1 辺が 3cm の正方形を切り取り、直方体の容器をつくったら、容積が 96cm^3 になった。紙の縦と横の長さを求めなさい。



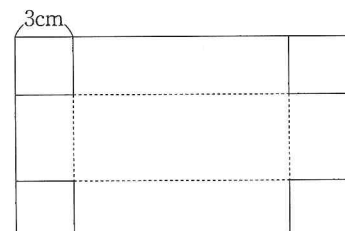
- (2) 右の図のような横の長さが縦の長さの 2 倍の長方形の紙がある。この紙の四隅から 1 辺が 3cm の正方形を切り取り、直方体の容器をつくったら、容積が 168cm^3 になった。この紙の縦と横の長さを求めなさい。



- (3) 右の図のように、正方形の紙の四隅から、1 辺が 4cm の正方形を切り取り、直方体の容器をつくったら、容積が 196cm^3 になった。もとの正方形の紙の 1 辺の長さを求めなさい。



- (4) 横が縦より 5cm 長い長方形の紙がある。この紙の四隅から 1 辺が 3cm の正方形を切り取り、直方体の容器をつくったら、容積が 108cm^3 になった。この紙の縦と横の長さを求めなさい。

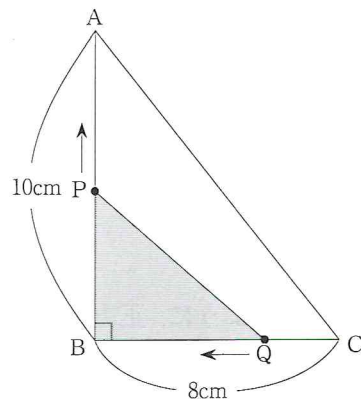


Point!

- ❗ 求めるもの を x とする (はじめに単位をつけて書く)。
- ❗ 点が動く問題は, x 秒後の点が 動いた距離 を x で表し, 図に書き入れる。
 秒速 1cm → 1秒後は 1cm, 2秒後は 2cm, 3秒後は 3cm, …と進むから
 x 秒後は x cm 進む
 秒速 2cm → 1秒後は 2cm, 2秒後は 4cm, 3秒後は 6cm, …と進むから
 x 秒後は $2x$ cm 進む
- ❗ 方程式の解が, 問題に適しているかどうか を確認してから答えを書く。☹️

Warm Up

右の図のような直角三角形 ABC がある。点 P は B を出発して辺 BA 上を, 秒速 2cm で A まで動く。点 Q は C を出発して辺 CB 上を, 秒速 1cm で動き, 点 P が A に着くと同時に止まる。点 P, Q はそれぞれ B, C を同時に出発する。△PBQ の面積が 12cm^2 になるのは, 点 P, Q が出発してから何秒後か求めなさい。



解説 点 P, Q が出発してから x 秒後とする。

図にわかっている長さを書き入れる。

$BP = 2x\text{cm}$

$CQ = x\text{cm}$ なので, $BQ = 8 - x(\text{cm})$

よって, △PBQ は底辺 $8 - x(\text{cm})$,

高さ $2x\text{cm}$ だから,

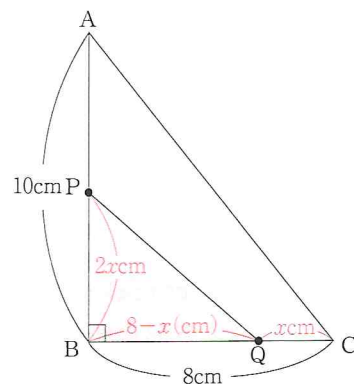
$$(8 - x) \times 2x \times \frac{1}{2} = 12$$

$$x(8 - x) = 12$$

これを解いて, $x = 2, 6$

$0 \leq x \leq 5$ より, $x = 6$ は問題に適さない。

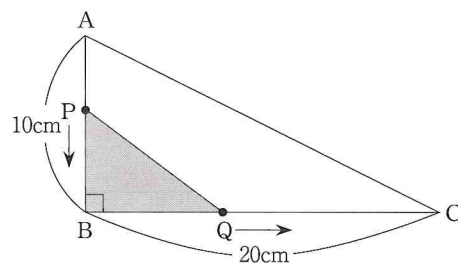
よって, $x = 2$ 2秒後



点 P が A に着くと点 Q は止まる
 点 P について, $2x$ は 0 以上 10 以下

Try

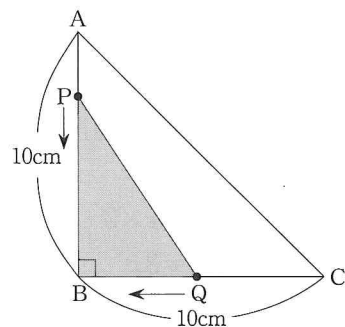
右の図のように、 $AB=10\text{cm}$ 、 $BC=20\text{cm}$ 、 $\angle B=90^\circ$ の直角三角形 ABC がある。点 P は毎秒 1cm の速さで辺 AB 上を A から B まで動く。また、点 Q は点 P と同時に出発して、毎秒 2cm の速さで辺 BC 上を B から C まで動く。 $\triangle PBQ$ の面積が 21cm^2 になるのは、点 P 、 Q が出発してから何秒後か、すべて求めなさい。



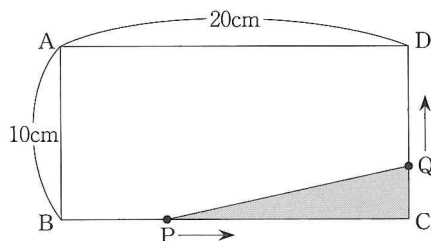
Exercise

次の問いに答えなさい。

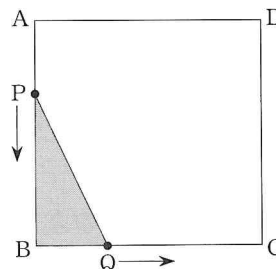
- (1) 右の図のような直角二等辺三角形 ABC がある。点 P は A を出発して辺 AB 上を B まで秒速 1cm で動き、点 Q は C を出発して辺 CB 上を B まで秒速 2cm で動く。 P 、 Q が同時に出発したとき、 $\triangle PBQ$ の面積が 14cm^2 になるのは、出発してから何秒後か求めなさい。



- (2) 右の図のような長方形 $ABCD$ で、点 P は B を出発して辺 BC 上を毎秒 2cm の速さで C まで動き、点 Q は点 P が B を出発するのと同時に C を出発して辺 CD 上を毎秒 1cm の速さで D まで動く。点 P 、 Q が出発してから何秒後に $\triangle PCQ$ の面積が 24cm^2 になるか、すべて求めなさい。



- (3) 1 辺の長さが 10cm の正方形 $ABCD$ がある。点 P は A を出発して、辺 AB 上を毎秒 1cm の速さで B まで動く。また、点 Q は点 P と同時に B を出発して、辺 BC 上を点 P と同じ速さで C まで動く。 $\triangle PBQ$ の面積が 8cm^2 になるのは、点 P 、 Q が出発してから何秒後か、すべて求めなさい。



Point!

❗ x と y の間に $y=ax^2$ という関係が成り立つとき、 y は x の 2 乗に比例するという。
ただし、 a は 0 でない定数で、これを比例定数という。☞

Warm Up

次の(1)~(4)について、 y を x の式で表しなさい。また、 y が x の 2 乗に比例するものはどれか、番号ですべて答えなさい。

- (1) 縦の長さが x cm、横の長さが 3 cm の長方形の面積を y cm² とする。
- (2) 1 辺が $2x$ cm の立方体の体積を y cm³ とする。
- (3) 底辺も高さも $4x$ cm である三角形の面積を y cm² とする。
- (4) 半径が $3x$ cm の円の面積を y cm² とする。

解説 (1) $y=x \times 3$

$$y=3x$$

(2) $y=(2x)^3$

$$y=8x^3$$

(3) $y=4x \times 4x \times \frac{1}{2}$

$$y=8x^2$$

(4) $y=3x \times 3x \times \pi$

$$y=9\pi x^2$$

y が x の 2 乗に比例するのは、 $y=ax^2$ の形のものなので、(3)、(4)

Try

次の(1)~(5)について、 y を x の式で表しなさい。また、 y が x の 2 乗に比例するものはどれか、番号ですべて答えなさい。

- (1) 半径が x cm の円の面積を y cm² とする。
- (2) 1 辺が x cm の立方体の表面積を y cm² とする。
- (3) 1 辺が x cm の立方体の体積を y cm³ とする。
- (4) 1 辺が x cm の正方形の周の長さを y cm とする。
- (5) 底面の半径が x cm、高さが 9 cm の円錐の体積を y cm³ とする。

4
関数
 $y=ax^2$

Exercise

次の(1)~(10)について、 y を x の式で表しなさい。また、 y が x の2乗に比例するものはどれか、番号ですべて答えなさい。

- (1) 1辺の長さが x cm の立方体のすべての辺の長さの和を y cm とする。
- (2) 底辺も高さも x cm である平行四辺形の面積を y cm² とする。
- (3) 縦が x cm, 横が 3 cm の長方形の周りの長さを y cm とする。
- (4) 底面の半径が x cm, 高さが 6 cm の円柱の体積を y cm³ とする。
- (5) 底面が1辺 x cm の正方形で, 高さが 9 cm の正四角錐の体積を y cm³ とする。
- (6) 縦が x cm, 面積が 24 cm² の長方形の横の長さを y cm とする。
- (7) 1辺が $2x$ cm の正方形の面積を y cm² とする。
- (8) 1辺が x cm の正五角形の周りの長さを y cm とする。
- (9) 底面が1辺 x cm の正方形で, 高さが 5 cm である正四角柱の体積を y cm³ とする。
- (10) 半径が x cm の球の体積を y cm³ とする。

Point!

① y が x の 2 乗に比例するとき、関数の式は $y=ax^2$ ②

Warm Up

次の問いに答えなさい。

(1) y は x の 2 乗に比例し、 $x=2$ のとき $y=-20$ である。次の問いに答えなさい。

- ① y を x の式で表しなさい。
- ② $x=-4$ のときの y の値を求めなさい。
- ③ $y=-180$ のときの x の値を求めなさい。

(2) 関数 $y=ax^2$ について、 x, y の関係が下の表のようになるとき、次の問いに答えなさい。

- ① この関数の式を求めなさい。
- ② 表の **A** にあてはまる数を求めなさい。

x	-2	...	3	...
y	24	...	A	...

解説 (1) ① 求める式を $y=ax^2$ とおく。

$y=ax^2$ に対応する x, y の値を代入し、 a の値を求める。

$$-20=a \times 2^2$$

$$\text{これを解いて、} a=-5$$

$$\text{求めた } a \text{ の値を } y=ax^2 \text{ に代入して、} \underline{y=-5x^2}$$

② ①で求めた式に $x=-4$ を代入する。

$$y=-5 \times (-4)^2$$

$$y=-80 \qquad \underline{y=-80}$$

③ ①で求めた式に $y=-180$ を代入して、 x の値を求める。

$$-180=-5x^2 \quad \bullet \dots \dots \dots \text{ } x \text{ についての 2 次方程式を解く}$$

$$\text{これを解いて、} x=\pm 6 \qquad \underline{x=\pm 6}$$

(2) ① x, y の値が両方わかる組を使って、関数の式を求める。

$x=-2$ のとき $y=24$ を使って、

$$24=a \times (-2)^2$$

$$\text{これを解いて、} a=6 \quad \text{よって、} \underline{y=6x^2}$$

② ①で求めた式に $x=3$ を代入する。

$$y=6 \times 3^2$$

$$y=54 \qquad \underline{\text{A} : 54}$$

4 関数 $y=ax^2$

Try

次の問いに答えなさい。

(1) y は x の 2 乗に比例し、 $x=4$ のとき $y=-32$ である。次の問いに答えなさい。

- ① y を x の式で表しなさい。
- ② $x=-2$ のときの y の値を求めなさい。
- ③ $y=-50$ のときの x の値を求めなさい。

(2) 関数 $y=ax^2$ について、 x, y の関係が右の表のようになるとき、次の問いに答えなさい。

x	-2	...	4	...	10
y	ア	...	48	...	イ

- ① この関数の式を求めなさい。
- ② 表の **ア**、**イ** にあてはまる数を求めなさい。

4

関数
 $y=ax^2$

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) y は x の 2 乗に比例し、 $x=3$ のとき $y=36$ である。次の問いに答えなさい。

- ① y を x の式で表しなさい。
- ② $x=2$ のときの y の値を求めなさい。
- ③ $y=144$ のときの x の値を求めなさい。

(2) y は x の 2 乗に比例し、 $x=-3$ のとき $y=-27$ である。次の問いに答えなさい。

- ① y を x の式で表しなさい。
- ② $x=-2$ のときの y の値を求めなさい。
- ③ $y=-30$ のときの x の値を求めなさい。

(3) 関数 $y=ax^2$ について、 x, y の関係が右の表のようになるとき、次の問いに答えなさい。

x	-2	-1	0	1	2
y	8	ア	0	イ	ウ

- ① この関数の式を求めなさい。
- ② 表の **ア**~**ウ** にあてはまる数を求めなさい。

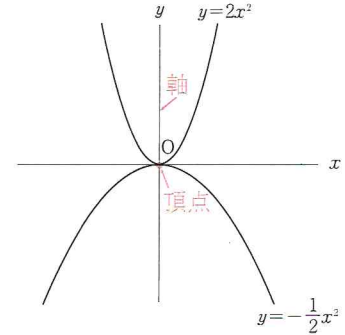
(4) 関数 $y=ax^2$ について、 x, y の関係が右の表のようになるとき、次の問いに答えなさい。

x	-2	-1	0	1	2
y	ア	イ	0	ウ	-2

- ① この関数の式を求めなさい。
- ② 表の **ア**~**ウ** にあてはまる数を求めなさい。

Point!

❗ $y=ax^2$ のグラフを 放物線 という。放物線は対称の軸をもち、それを放物線の軸といい、軸と放物線の交点を頂点という。
 $y=ax^2$ のグラフの軸は y軸 であり、頂点は 原点 である。



❗ $y=ax^2$ のグラフの特徴は、原点 を通り、y軸 について対称な曲線である。☞

❗ $y=ax^2$ のグラフをかく手順

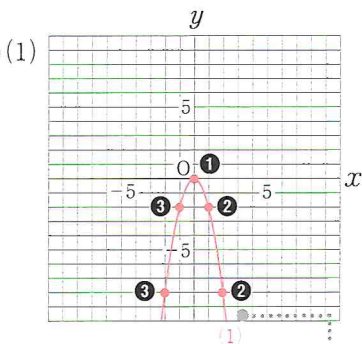
- ① 原点 に点をとる。
- ② $x=1, x=2, x=3$, ...を式に代入して y の値を求め、点をとる。(y が分数になる点はとらない)
- ③ ②の点と y軸について対称な点 をとる。
- ④ 点をなめらかな曲線をつなぎ、グラフ用紙の端までのばす。
- ⑤ グラフのそばに問題番号をつける。☞

Warm Up

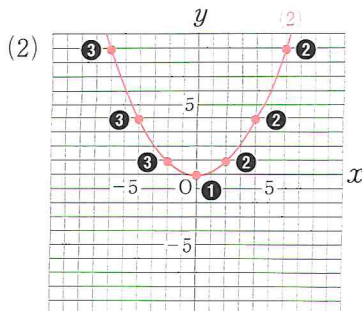
次の関数のグラフをかきなさい。

(1) $y=-2x^2$ (2) $y=\frac{1}{4}x^2$

解説



$x=3$ の線とぶつからないように注意する



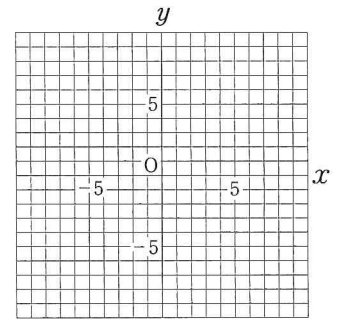
- ① 原点に点をとる。
- ② $x=1, x=2, x=3, \dots$ を式に代入して y の値を求め、点をとる。
- ③ ②の点と y 軸について対称な点をとる。
- ④ 点をなめらかな曲線をつなぎ、グラフ用紙の端までのばす。
- ⑤ グラフのそばに問題番号をつける。

- ① 原点に点をとる。
- ② $x=1, x=2, x=3, \dots$ を式に代入して y の値を求め、点をとる。(y が分数になる点はとらない)
- ③ ②の点と y 軸について対称な点をとる。
- ④ 点をなめらかな曲線をつなぎ、グラフ用紙の端までのばす。
- ⑤ グラフのそばに問題番号をつける。

Try

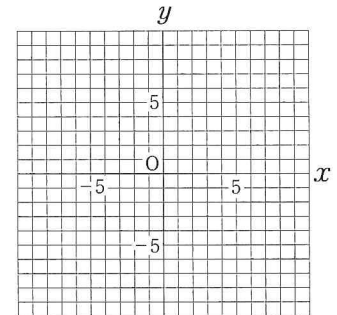
次の問いに答えなさい。

(1) 関数 $y=x^2$ のグラフをかきなさい。 グラフページ



(2) 関数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ について、次の問いに答えなさい。

- ① グラフをかきなさい。 グラフページ
- ② x 座標が -10 である座標を答えなさい。
- ③ y 座標が -16 である座標をすべて答えなさい。

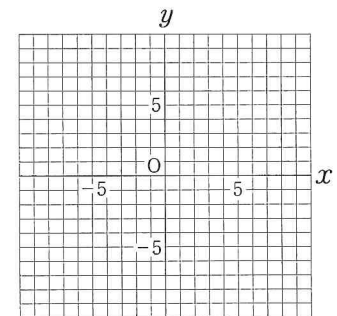


Exercise

次の問いに答えなさい。

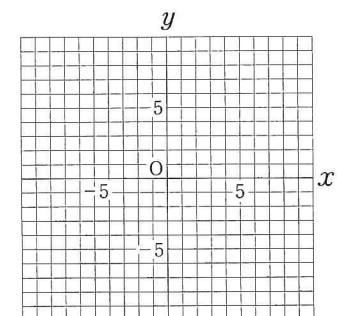
(1) 次の関数のグラフをかきなさい。 グラフページ

- ① $y=2x^2$
- ② $y=-\frac{1}{4}x^2$



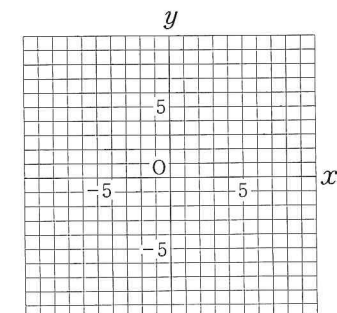
(2) 関数 $y=-x^2$ について、次の問いに答えなさい。

- ① グラフをかきなさい。 グラフページ
- ② x 座標が $-\frac{1}{2}$ である座標を答えなさい。
- ③ y 座標が -20 である座標をすべて答えなさい。



(3) 関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ について、次の問いに答えなさい。

- ① グラフをかきなさい。 グラフページ
- ② x 座標が -8 である座標を答えなさい。
- ③ y 座標が 12 である座標をすべて答えなさい。



(4) 次の()にあてはまることばを書きなさい。

- ・ $y=ax^2$ のグラフを(①)といい、グラフの軸は(②)であり、頂点は(③)である。
- ・ $y=ax^2$ のグラフの特徴は、(④)を通り、(⑤)について対称な曲線である。

4-4

$y=ax^2$ のグラフ②

Point!

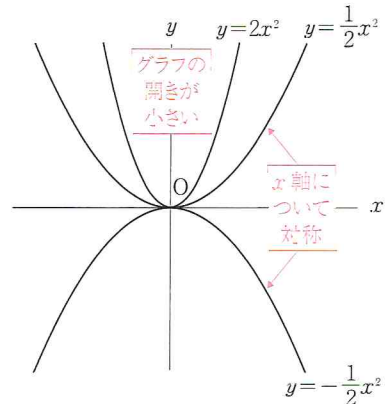
❗ 放物線の式を求める問題は、グラフが 通る点の座標 から対応する x, y の値を求め、**4-2**の方法で式を求める。

❗ $y=ax^2$ のグラフの性質

・ a の絶対値が大きいほど、グラフの開きが 小さく なる。

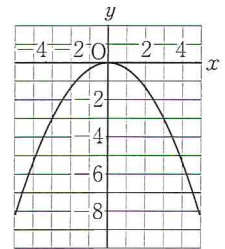
〈例〉 $y=2x^2$ と $y=\frac{1}{2}x^2$ では、 $y=2x^2$ のほうがグラフの開きが小さい。

・ a の絶対値が等しく異符号のグラフは、 x 軸について対称 になる。☺



Warm Up

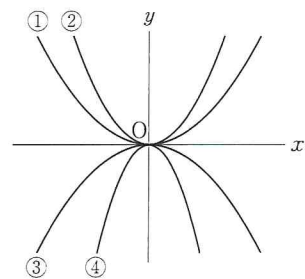
(1) 右の図のグラフの式を求めなさい。



(2) 右の図の①～④は下のア～エの関数のグラフを示したものである。

①～④は、それぞれどの関数のグラフか記号で答えなさい。

ア $y=-\frac{1}{3}x^2$ イ $y=\frac{1}{2}x^2$ ウ $y=-2x^2$ エ $y=\frac{1}{3}x^2$

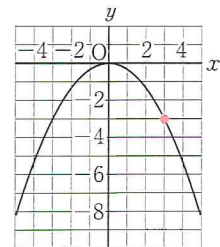


解説 (1) グラフは点(3, -3)を通るので、

$x=3, y=-3$ を $y=ax^2$ に代入すると、

$$-3=a \times 3^2$$

これを解いて、 $a=-\frac{1}{3}$ よって、 $y=-\frac{1}{3}x^2$



(2) グラフの開き方に注目する。

①と②は上に開いているので、 $a>0$ だとわかる。

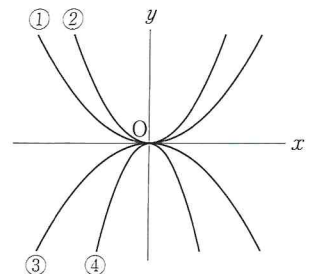
②のほうが①よりグラフの開きが小さいので、②のほうが a の絶対値が大きい。

よって、①はエ、②はイ

③と④は下に開いているので、 $a<0$ だとわかる。④のほうが③よりグラフの開きが小さいので、④のほうが a の絶対値が大きい。

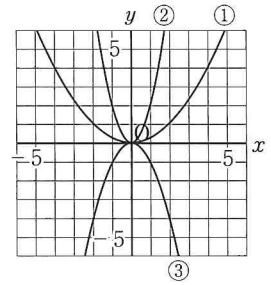
よって、③はア、④はウ

① エ ② イ ③ ア ④ ウ



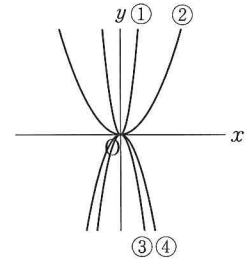
Try

(1) 右の図の①～③のグラフの式を求めなさい。



(2) 右の図の①～④は下のア～エの関数のグラフを示したものである。①～④は、それぞれどの関数のグラフか記号で答えなさい。

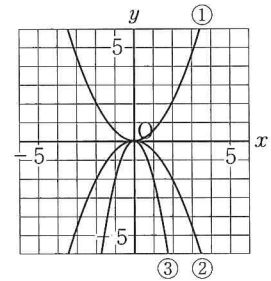
ア $y = \frac{1}{4}x^2$ イ $y = 3x^2$ ウ $y = -\frac{3}{2}x^2$ エ $y = -\frac{3}{4}x^2$



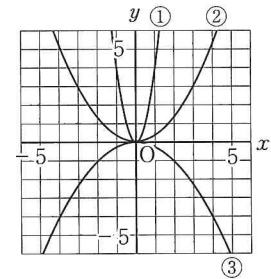
Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 右の図の①～③のグラフの式を求めなさい。

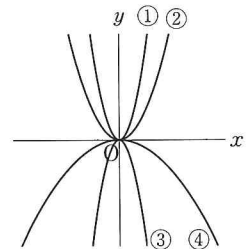


(2) 右の図の①～③のグラフの式を求めなさい。



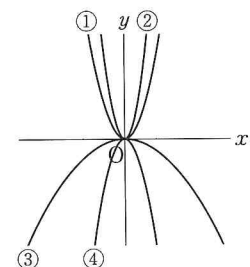
(3) 右の図の①～④は下のア～エの関数のグラフを示したものである。①～④は、それぞれどの関数のグラフか記号で答えなさい。

ア $y = x^2$ イ $y = 3x^2$ ウ $y = -4x^2$ エ $y = -\frac{1}{4}x^2$



(4) 右の図の①～④は下のア～エの関数のグラフを示したものである。①～④は、それぞれどの関数のグラフか記号で答えなさい。

ア $y = \frac{4}{3}x^2$ イ $y = -2x^2$ ウ $y = 3x^2$ エ $y = -\frac{1}{6}x^2$



(5) 次の()にあてはまることばを書きなさい。

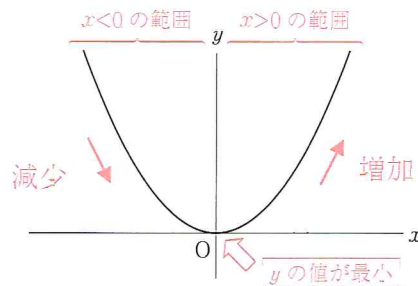
$y=ax^2$ のグラフは、 a の絶対値が大きいくほど、グラフの開きが(①)なる。

また、 a の絶対値が等しく異符号のグラフは、(②)について対称になる。

Point!

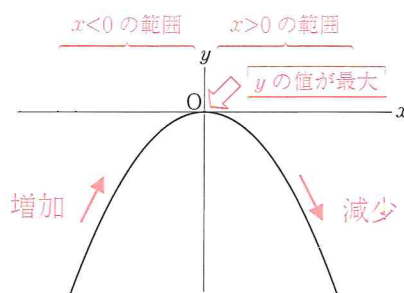
❗ $a>0$ のときの $y=ax^2$ のグラフの性質

- ・グラフが 上 に開く。
- ・ x の値が増加すると y の値は、
 - $\left\{ \begin{array}{l} x < 0 \text{ の範囲で } \underline{\text{減少}} \text{ する。} \dots\dots\dots y \text{ 軸より左} \\ x > 0 \text{ の範囲で } \underline{\text{増加}} \text{ する。} \dots\dots\dots y \text{ 軸より右} \end{array} \right.$
- ・ y の値は、 $x=0$ のとき、最小になる。
- ・ x がどんな値をとっても、 $y \geq 0$ である。☺



❗ $a<0$ のときの $y=ax^2$ のグラフの性質

- ・グラフが 下 に開く。
- ・ x の値が増加すると y の値は、
 - $\left\{ \begin{array}{l} x < 0 \text{ の範囲で } \underline{\text{増加}} \text{ する。} \dots\dots\dots y \text{ 軸より左} \\ x > 0 \text{ の範囲で } \underline{\text{減少}} \text{ する。} \dots\dots\dots y \text{ 軸より右} \end{array} \right.$
- ・ y の値は、 $x=0$ のとき、最大になる。
- ・ x がどんな値をとっても、 $y \leq 0$ である。☺



❗ グラフの性質についての問題は、必ず グラフをかいて 考える。☺

Warm Up

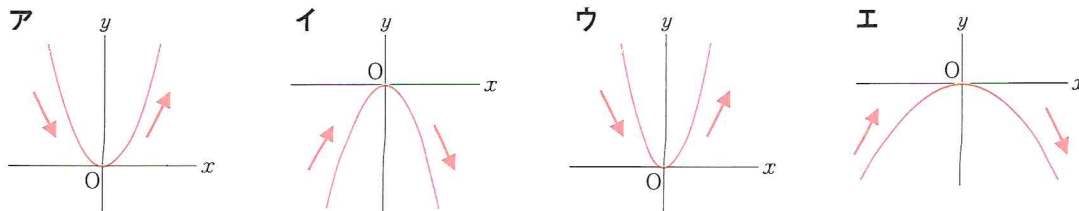
次の関数について、下の問いにあてはまるものをすべて選び、記号で答えなさい。

- ア $y=x^2$ イ $y=-x^2$ ウ $y=2x^2$ エ $y=-\frac{1}{2}x^2$

- (1) グラフの開き方がもっとも小さいものを答えなさい。
- (2) $x>0$ の範囲で、 x の値が増加すると y の値が増加するものを答えなさい。
- (3) $x=0$ で y の値が最大になるものを答えなさい。
- (4) x 軸について対称になるのは、どれとどれか答えなさい。

解説 必ずグラフをかいて考える。

・ x 軸、 y 軸、原点と、上に開くか下に開くかがわかればよい
・増加、減少を表す矢印もかく



- (1) a の絶対値が大きいほど、グラフの開きが小さくなるので、ウ
- (2) グラフの y 軸より右側を見て、増加しているものを選ぶ。ア、ウ
- (3) グラフより、イ、エ
- (4) a の絶対値が等しいものを選ぶ。アとイ

Try

次の関数について、下の問いにあてはまるものをすべて選び、記号で答えなさい。

ア $y=x^2$ イ $y=-2x^2$ ウ $y=-3x^2$ エ $y=\frac{1}{3}x^2$ オ $y=-\frac{1}{2}x^2$ カ $y=-\frac{1}{3}x^2$

- (1) グラフが下に開いた放物線になるものを答えなさい。
- (2) (1)の中でグラフの開き方がもっとも大きいものを答えなさい。
- (3) $x < 0$ の範囲で、 x の値が増加すると y の値が増加するものを答えなさい。
- (4) $x=0$ で y の値が最小になるものを答えなさい。
- (5) x 軸について対称になるのは、どれとどれか答えなさい。

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 次の関数について、下の問いにあてはまるものをすべて選び、記号で答えなさい。

ア $y=2x^2$ イ $y=4x^2$ ウ $y=-2x^2$ エ $y=-7x^2$ オ $y=-\frac{1}{4}x^2$ カ $y=\frac{2}{3}x^2$

- ① グラフが上に開いた放物線になるものを答えなさい。
- ② ①の中でグラフの開き方がもっとも大きいものを答えなさい。
- ③ $x < 0$ の範囲で、 x の値が増加すると y の値が増加するものを答えなさい。
- ④ $x=0$ で y の値が最大になるものを答えなさい。
- ⑤ x 軸について対称になるのは、どれとどれか答えなさい。

(2) 次の関数について、下の問いにあてはまるものをすべて選び、記号で答えなさい。

ア $y=\frac{1}{4}x^2$ イ $y=-5x^2$ ウ $y=3x^2$ エ $y=-\frac{4}{3}x^2$ オ $y=5x^2$ カ $y=\frac{3}{2}x^2$

- ① グラフが下に開いた放物線になるものを答えなさい。
- ② ①の中でグラフの開き方がもっとも小さいものを答えなさい。
- ③ $x > 0$ の範囲で、 x の値が増加すると y の値が減少するものを答えなさい。
- ④ $x=0$ で y の値が最小になるものを答えなさい。
- ⑤ x 軸について対称になるのは、どれとどれか答えなさい。

(3) 次の()にあてはまることばを書きなさい。

- ・ $y=ax^2$ のグラフは、 $a > 0$ のとき、(①)に開いたグラフで、 x の値が増加すると、 $x < 0$ の範囲では y の値は(②)し、 $x > 0$ の範囲では y の値は(③)する。
- ・ $y=ax^2$ のグラフは、 $a < 0$ のとき、(④)に開いたグラフで、 x の値が増加すると、 $x < 0$ の範囲では y の値は(⑤)し、 $x > 0$ の範囲では y の値は(⑥)する。

4-6 変域

Point!

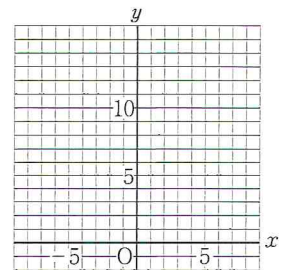
❗ y の変域についての問題は、グラフをかいて 考える。

- ① x 軸, y 軸, 原点 O をかく。
- ② 放物線をうすい線でかく。
- ③ x の変域の両端 に対応する点を取り, y 座標を求めてかき入れる。
- ④ とった点の間を太線でかく。☺

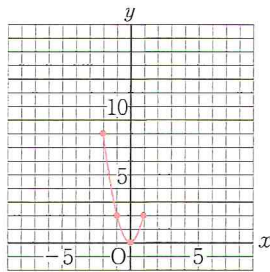
Warm Up

次の問いに答えなさい。

- (1) $y=2x^2$ ($-2 \leq x \leq 1$) のグラフをかき, y の変域を求めなさい。
- (2) 関数 $y=-x^2$ について, x の変域が $-2 \leq x \leq 3$ のとき, y の変域を求めなさい。
- ★ (3) $y=ax^2$ で, x の変域が $-2 \leq x \leq 3$ のとき, y の変域が $-6 \leq y \leq 0$ である。
 a の値を求めなさい。



解説 (1)



$-2 \leq x \leq 1$ なので,
 $x = -2, -1, 0, 1$ のときの点を取り,
なめらかな曲線でつなぐ。

グラフから,

y のもっとも大きい値は 8

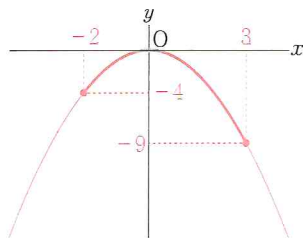
y のもっとも小さい値は 0

とわかるので, $0 \leq y \leq 8$

原点がもっとも小さい

小さい値 $\leq y \leq$ 大きい値

(2) グラフは下のようになる。



グラフから,

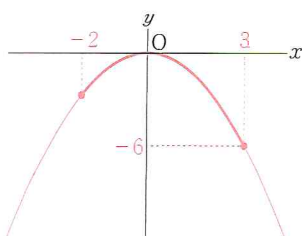
y のもっとも小さい値は -9

y のもっとも大きい値は 0

とわかるので, $-9 \leq y \leq 0$

両端の値にならない
ことに注意

(3) y の変域が $-6 \leq y \leq 0$ なので, 下に開くグラフをかいて考える。



$x=3$ のとき y がもっとも小さくなるので, $y=-6$

$x=3, y=-6$ を $y=ax^2$ に代入すると,

$$-6 = a \times 3^2$$

これを解いて, $a = -\frac{2}{3}$

Try

次の問いに答えなさい。

(1) 次の関数のグラフをかき、 y の変域を求めなさい。 グラフページ

① $y=x^2$ ($1 \leq x \leq 3$) ② $y=-\frac{1}{2}x^2$ ($-2 \leq x \leq 4$)

(2) 関数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ について、 x の変域が次のとき、 y の変域を求めなさい。

① $2 \leq x \leq 8$ ② $-4 \leq x \leq -2$ ③ $-6 \leq x \leq 2$

★(3) $y=ax^2$ で、 x の変域が $-6 \leq x \leq 3$ のとき、 y の変域が $0 \leq y \leq 12$ である。 a の値を求めなさい。

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 次の関数のグラフをかき、 y の変域を求めなさい。 グラフページ

① $y=x^2$ ($-1 \leq x \leq 2$) ② $y=-\frac{1}{4}x^2$ ($-6 \leq x \leq -2$)

(2) 次の関数のグラフをかき、 y の変域を求めなさい。 グラフページ

① $y=-x^2$ ($-2 \leq x \leq 3$) ② $y=\frac{1}{2}x^2$ ($-2 \leq x \leq 4$)

(3) 関数 $y=3x^2$ について、 x の変域が次のとき、 y の変域を求めなさい。

① $1 \leq x \leq 2$ ② $-3 \leq x \leq -1$ ③ $-2 \leq x \leq 2$

(4) 関数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ について、 x の変域が次のとき、 y の変域を求めなさい。

① $2 \leq x \leq 4$ ② $-3 \leq x \leq -1$ ③ $-6 \leq x \leq 4$

★(5) $y=ax^2$ で、 x の変域が $-4 \leq x \leq 3$ のとき、 y の変域が $0 \leq y \leq 8$ である。 a の値を求めなさい。

★(6) $y=ax^2$ で、 x の変域が $-2 \leq x \leq 3$ のとき、 y の変域が $-18 \leq y \leq 0$ である。 a の値を求めなさい。

Point!

❗ $y=ax^2$ において x の値が x_1 から x_2 まで増加するとき、変化の割合 = $a(x_1+x_2)$

❗ 1 次関数の変化の割合は一定で 傾き に等しい。☞

$$y = ax + b$$

↑
傾き

Warm Up

次の問いに答えなさい。

- (1) 関数 $y=4x^2$ について、 x の値が -6 から -3 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。
- (2) 関数 $y=2x^2$ について、 x の値が p から $p+3$ まで増加するときの変化の割合は 18 である。 p の値を求めなさい。
- (3) 2 つの関数 $y=ax^2$ と $y=-2x+5$ について、 x の値が -1 から 5 まで増加するとき、変化の割合が等しくなる。このとき、 a の値を求めなさい。

解説 (1) $y=4x^2$ で、 x は -6 から -3 まで増加しているので、

$$\begin{aligned} \text{変化の割合} &= a(x_1+x_2) \\ &= 4\{(-6) + (-3)\} \quad \text{☞ } a=4, x_1=-6, x_2=-3 \\ &= 4 \times (-9) \\ &= -36 \quad \underline{-36} \end{aligned}$$

(2) 変化の割合 $= a(x_1+x_2)$
 $18 = 2\{p + (p+3)\}$ ☞ 変化の割合 $= 18, a=2, x_1=p, x_2=p+3$
 これを解いて、 $\underline{p=3}$

(3) $y=-2x+5$ の変化の割合は -2 だから、☞ 傾き -2
 $y=ax^2$ について、 x の値が -1 から 5 まで増加するときの変化の割合が -2
 変化の割合 $= a(x_1+x_2)$
 $-2 = a\{(-1) + 5\}$ ☞ 変化の割合 $= -2, x_1=-1, x_2=5$
 これを解いて、 $\underline{a = -\frac{1}{2}}$

4
関数
 $y=ax^2$

Try

次の問いに答えなさい。

- (1) 関数 $y = -2x^2$ について、 x の値が次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。
 - ① 2 から 4 まで
 - ② -4 から -1 まで
- (2) 関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ について、 x の値が k から $k+2$ まで増加するときの変化の割合は 4 である。 k の値を求めなさい。
- (3) 関数 $y = ax^2$ について、 x の値が -5 から -2 まで増加したときの変化の割合は 7 である。このとき、 a の値を求めなさい。
- (4) 2 つの関数 $y = ax^2$ と $y = 4x + 1$ について、 x の値が 1 から 5 まで増加するときの変化の割合が等しくなる。このとき、 a の値を求めなさい。

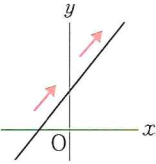
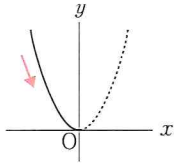
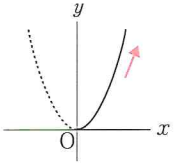
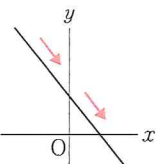
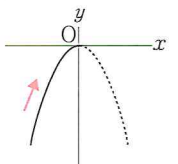
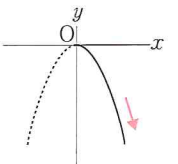
Exercise

次の問いに答えなさい。

- (1) 関数 $y = 3x^2$ について、 x の値が次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。
 - ① 1 から 3 まで
 - ② -4 から -1 まで
- (2) 関数 $y = -\frac{1}{2}x^2$ について、 x の値が次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。
 - ① 2 から 4 まで
 - ② -1 から 3 まで
- (3) 関数 $y = -2x^2$ について、 x の値が p から $p+2$ まで増加するときの変化の割合は -16 である。 p の値を求めなさい。
- (4) 関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ について、 x の値が t から $t+6$ まで増加するときの変化の割合は 7 である。 t の値を求めなさい。
- (5) 関数 $y = ax^2$ について、 x の値が 2 から 4 まで増加したときの変化の割合は -12 である。このとき、 a の値を求めなさい。
- (6) y が x の 2 乗に比例し、 x の値が -1 から 3 まで増加したときの変化の割合が $\frac{3}{4}$ であるような関数の式を求めなさい。
- (7) 2 つの関数 $y = ax^2$ と $y = 3x + 5$ について、 x の値が 3 から 6 まで増加するときの変化の割合が等しくなる。このとき、 a の値を求めなさい。
- (8) 関数 $y = ax^2$ と $y = -3x + 2$ について、 x の値が -1 から 4 まで増加するときの変化の割合が等しいとき、 a の値を求めなさい。

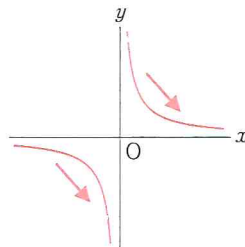
Point!

❗ $y=ax+b$ と $y=ax^2$ の特徴のまとめ

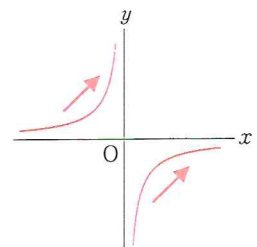
		$y=ax+b$	$y=ax^2$	
グラフの形		<u>直線</u>	<u>放物線</u>	
xの値が増加したときのyの値の変化	$a>0$ のとき	<u>常に増加</u> 	<u>$x<0$では減少</u> 	<u>$x>0$では増加</u> 
	$a<0$ のとき	<u>常に減少</u> 	<u>$x<0$では増加</u> 	<u>$x>0$では減少</u> 
変化の割合		<u>一定でaに等しい</u>	<u>一定ではない</u>	

❗ 反比例 $y=\frac{a}{x}$ のグラフは双曲線になる。
反比例の変化の割合は 一定ではない。

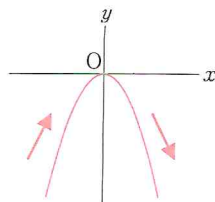
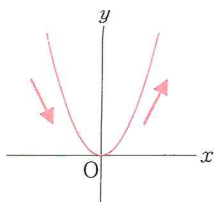
$a>0$ のとき



$a<0$ のとき



❗ グラフの性質についての問題は、必ず グラフをかいて 考える。



・x軸、y軸、原点と、グラフの形がわかればよい
・増加、減少を表す矢印もかく

Warm Up

下のア～カの6つの関数について、次の(1)～(4)にあてはまるものをすべて選び、記号で答えなさい。

ア $y=-2x^2$

イ $y=2x$

ウ $y=-\frac{1}{2}x^2$

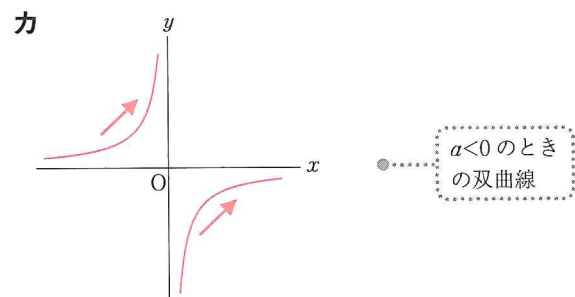
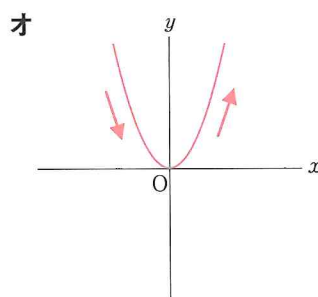
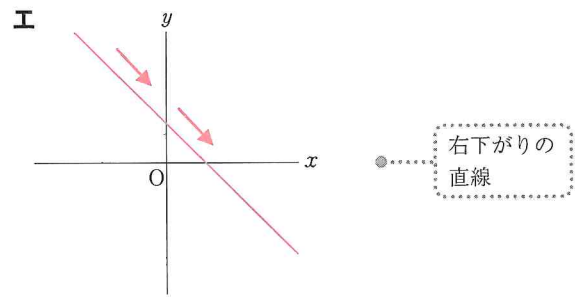
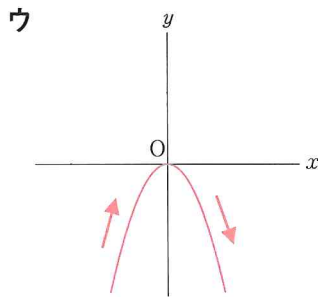
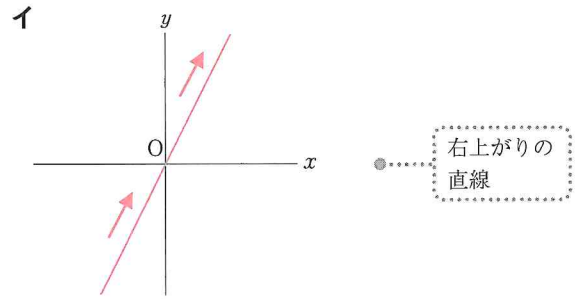
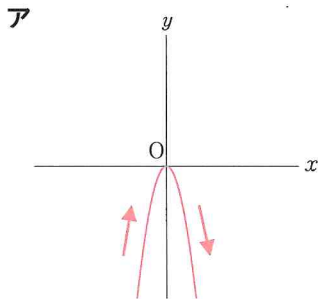
エ $y=-x+3$

オ $y=\frac{1}{2}x^2$

カ $y=-\frac{8}{x}$

- (1) グラフが放物線になるもの
- (2) $x < 0$ のとき、 x が増加すると y も増加するもの
- (3) $x=0$ のとき、 y が最小値をとるもの
- (4) 変化の割合が一定であるもの

解説 必ずグラフをかいて考える。

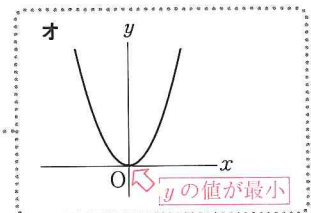


(1) ア, ウ, オ

(2) グラフの y 軸より左側を見て、増加しているものを選ぶ。

ア, イ, ウ, カ

(3) グラフより、オ



(4) 変化の割合が一定なのは、 $y=ax+b$ の形のものなので、イ, エ

Try

下のア～カの6つの関数について、次の(1)～(4)にあてはまるものをすべて選び、記号で答えなさい。

ア $y=-x^2$

イ $y=4x$

ウ $y=x^2$

エ $y=-x+7$

オ $y=\frac{8}{x}$

カ $y=-\frac{1}{5}x^2$

- (1) グラフが直線になるもの
- (2) $x<0$ のとき、 x の値が増加すると y の値が減少するもの
- (3) $x=0$ のとき、 y が最大値0をとるもの
- (4) 変化の割合が一定のもの

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 下のア～カの6つの関数について、次の①～④にあてはまるものをすべて選び、記号で答えなさい。

ア $y=3x^2$

イ $y=2x^2$

ウ $y=5x+1$

エ $y=-\frac{5}{x}$

オ $y=-3x^2$

カ $y=-3x$

- ① グラフが放物線で、下に開いた形のもの
- ② $x<0$ で、 x の値が増加すると y の値も増加するもの
- ③ $x=0$ のとき、 y が最小値0をとるもの
- ④ 変化の割合が一定でないもの

(2) 下のア～カの6つの関数について、次の①～④にあてはまるものをすべて選び、記号で答えなさい。

ア $y=6x$

イ $y=\frac{4}{x}$

ウ $y=-2x-1$

エ $y=3x^2$

オ $y=-x^2$

カ $y=-3x^2$

- ① グラフが曲線になるもの
- ② $x>0$ で、 x の値が増加するとき y の値も増加するもの
- ③ $x=0$ のとき、 y が最大値をとるもの
- ④ 変化の割合が一定のもの

(3) 下の表は、 $y=ax+b$ と $y=ax^2$ の特徴をまとめたものである。表を完成させなさい。

		$y=ax+b$	$y=ax^2$
グラフの形		①	②
x の値が増加したときの y の値の変化	$a>0$ のとき	③	④
	$a<0$ のとき	⑤	⑥
変化の割合		⑦	⑧

Point!

❗ y は x の 2 乗に比例するとき、関数の式は $y=ax^2$

❗ 平均の速さ = 変化の割合

変化の割合 = $a(x_1+x_2)$

Warm Up

物を落とすとき、落ち始めてから x 秒間に y m 落ちるとすると、 y は x の 2 乗に比例する。落ち始めてから 3 秒間で 45 m 落ちるとき、次の問いに答えなさい。

- (1) y を x の式で表しなさい。
- (2) 落ち始めてから 8 秒間では何 m 落ちるか求めなさい。
- (3) 80 m の高さから物を落とすとき、地面に着くまでに何秒間かかるか求めなさい。
- (4) 落ち始めてから 3 秒後から 4 秒後までの平均の速さを求めなさい。

解説 (1) y は x の 2 乗に比例するので、

$x=3, y=45$ を $y=ax^2$ に代入する。
 $45=a \times 3^2$ これを解いて、 $a=5$
 よって、 $y=5x^2$

x, y のどちらに代入するかは、単位に注目する
 3 秒間 $\rightarrow x$ 秒間
 45 m $\rightarrow y$ m

(2) (1) で求めた式に $x=8$ を代入する。

$y=5 \times 8^2 = 320$ 320 m

x, y のどちらに代入するかは、単位に注目する
 8 秒間 $\rightarrow x$ 秒間

(3) (1) で求めた式に $y=80$ を代入する。

$80=5x^2$ これを解いて、 $x=\pm 4$ $x>0$ より、 $x=4$
 4 秒間

x, y のどちらに代入するかは、単位に注目する
 80 m $\rightarrow y$ m

x は時間なので、マイナスにはならない

(4) 平均の速さ = 変化の割合 なので、 x の値が 3 から 4 まで変化したときの変化の割合を求める。

変化の割合 $= a(x_1+x_2)$ に $a=5, x_1=3, x_2=4$ を代入すると、
 変化の割合 $= 5(3+4) = 35$

35 m/s (秒速 35 m) * 秒速 35 m を 35 m/s と書くことがある。

Try

物を落とすとき、落ち始めてから x 秒間に落ちる距離を y m とすると、 y は x の 2 乗に比例する。20 m の高さから物を落とすと、地面に着くまでに 2 秒間かかった。次の問いに答えなさい。

- (1) y を x の式で表しなさい。
- (2) 落ち始めてから 5 秒間では何 m 落ちるか求めなさい。
- (3) 180 m の高さから物を落とすとき、地面に着くまでに何秒間かかるか求めなさい。
- (4) 落ち始めてから 1 秒後から 5 秒後までの平均の速さを求めなさい。

Exercise

次の問いに答えなさい。

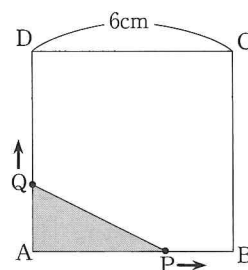
- (1) 高い所から物を自然に落とすとき、落ち始めてから x 秒間に落ちる距離を y m とすると、 y は x の 2 乗に比例し、落ち始めてから 5 秒間では 125 m 落ちる。次の問いに答えなさい。
 - ① y を x の式で表しなさい。
 - ② 落ち始めてから 2 秒間では何 m 落ちるか求めなさい。
 - ③ 500 m の高さから物を自然に落とすとき、地面に着くまで何秒間かかるか求めなさい。
 - ④ 落ち始めてから 2 秒後から 4 秒後までの平均の速さを求めなさい。
- (2) ある斜面でボールを転がすとき、ボールが転がり始めてから x 秒間に転がる距離を y m とすると、 $y=ax^2$ の式で表される。転がり始めてから 2 秒間に転がる距離をはかったところ、6 m になった。次の問いに答えなさい。
 - ① y を x の式で表しなさい。
 - ② 転がり始めてから 4 秒間に転がる距離を求めなさい。
 - ③ 転がり始めてから 3 秒後から 6 秒後までの平均の速さを求めなさい。
- (3) 物を落とすとき落ち始めてから x 秒間に落ちる距離を y m とすると、 $y=5x^2$ という関係がある。次の問いに答えなさい。
 - ① 125 m の高さから物を落とすとき、地面に着くまでに何秒間かかるか求めなさい。
 - ② 落ち始めてから 2 秒後から 8 秒後までの平均の速さを求めなさい。

Point!

! 点が動く問題は、問題に合わせて点を移動させた図をかいて考える。

Warm Up

右の図のような1辺6cmの正方形ABCDがある。点Pは、秒速2cmで周上をAからBを通ってCまで動く。点Qは、点Pと同時に出発して、秒速1cmで周上をAからDまで動く。点P、QがAを出発してからx秒後の△APQの面積を $y\text{cm}^2$ として、次の問いに答えなさい。



- (1) 点Pが辺AB上にあるとき、 y を x の式で表しなさい。また、 x の変域も書きなさい。
- (2) 点Pが辺BC上にあるとき、 y を x の式で表しなさい。また、 x の変域も書きなさい。
- (3) x と y の関係をグラフに表しなさい。

解説 (1) 点Pが辺AB上にあるとき、右の図ようになる。

点Pは秒速2cmで動くので、 $AP=2x\text{cm}$

点Qは秒速1cmで動くので、 $AQ=x\text{cm}$

よって、 $y=2x \times x \times \frac{1}{2}$

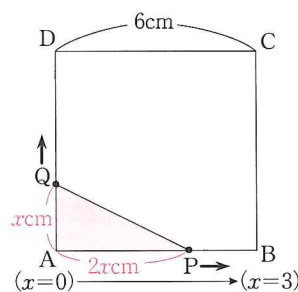
$$y=x^2$$

また、点PがAにあるのは0秒後、

点PがBにあるのは3秒後なので、

x の変域は、 $0 \leq x \leq 3$

点Pが両端にあるときの時間を考える



(2) 点Pが辺BC上にあるとき、右の図ようになる。

点Qは秒速1cmで動くので、 $AQ=x\text{cm}$

高さは6cmであるから、

$y=x \times 6 \times \frac{1}{2}$

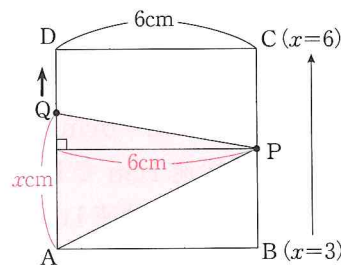
$$y=3x$$

また、点PがBにあるのは3秒後、

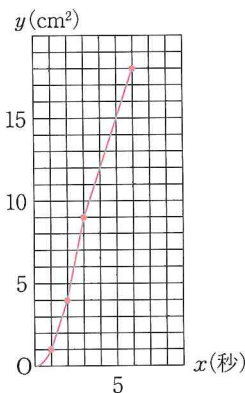
Cにあるのは6秒後なので、

x の変域は、 $3 \leq x \leq 6$

点Pが両端にあるときの時間を考える



- (3) (1), (2)より、 $y=x^2$ ($0 \leq x \leq 3$),
 $y=3x$ ($3 \leq x \leq 6$)のグラフをかく。



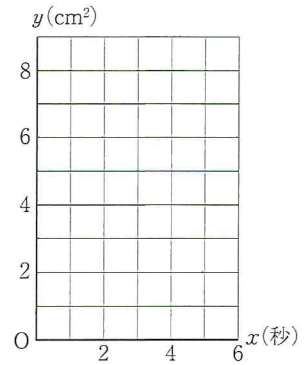
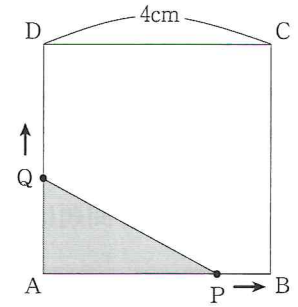
Try

右の図の正方形で、点P, Qは頂点Aを同時に出発し、点Pは辺AB, BC上を通過してCまで秒速2cmで動く。また、点Qは辺AD上をDまで秒速1cmで動く。点P, QがAを出発してから x 秒後の $\triangle APQ$ の面積を $y\text{cm}^2$ として、次の問いに答えなさい。

(1) 点Pが辺AB上を動くとき、 y を x の式で表しなさい。また、そのときの x の変域も書きなさい。

(2) 点Pが辺BC上を動くとき、 y を x の式で表しなさい。また、そのときの x の変域も書きなさい。

(3) 点PがAを出発してからCに着くまでの x と y の関係をグラフに表しなさい。 作図ページ

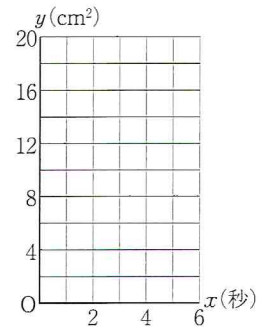
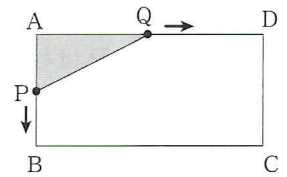


Exercise

次の問いに答えなさい。

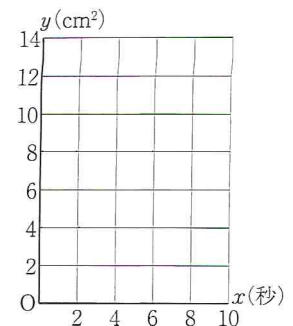
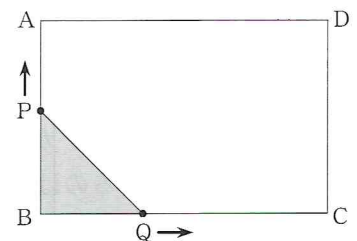
(1) $AB=4\text{cm}$, $BC=8\text{cm}$ の長方形 ABCD がある。点Pは、辺AB上を秒速1cmでAからBまで動き、点Qは辺AD上を秒速2cmでAからDまで動く。2点P, Qが同時にAを出発してから x 秒後の $\triangle APQ$ の面積を $y\text{cm}^2$ とするとき、次の問いに答えなさい。

- ① y を x の式で表しなさい。また、 x の変域も求めなさい。
- ② 点P, Qが点Aを出発して3秒後の $\triangle APQ$ の面積を求めなさい。
- ③ x と y の関係をグラフに表しなさい。 作図ページ



(2) $AB=4\text{cm}$, $BC=6\text{cm}$ の長方形 ABCD がある。点Pは辺BA, AD上を秒速1cmでBからAを通過して、Dに向かう。また、点Qは辺BC上を秒速1cmでBからCまで動く。点QがCに着くと、点P, Qは同時に止まる。2点P, Qが同時にBを出発してから x 秒後の $\triangle PBQ$ の面積を $y\text{cm}^2$ とするとき、次の問いに答えなさい。

- ① 点Pが辺AB上にあるとき、 y を x の式で表しなさい。また、 x の変域も書きなさい。
- ② 点Pが辺AD上にあるとき、 y を x の式で表しなさい。また、 x の変域も書きなさい。
- ③ 点P, Qが出発してから、点QがCに着くまでの x と y の関係をグラフに表しなさい。 作図ページ



4 関数 $y=ax^2$

Point!

❗ グラフの問題では、わかっている式や座標を図に書き入れて考える。

また、途中でわかった式や座標も図に書き入れる。

❗ グラフの式を求めるときは、通る点の座標 を使う。

・放物線 → $y=ax^2$ に通る **1点** の座標を代入して a の方程式をつくり、解く。

・直線 → $y=ax+b$ に通る **2点** の座標を代入して a と b の 連立方程式 をつくり、解く。②

❗ 2点 (a, b) , (c, d) を結ぶ線分の midpoint の座標は $(\frac{a+c}{2}, \frac{b+d}{2})$ で求められる。

③
x座標, y座標をそれぞれたして2でわる

Warm Up

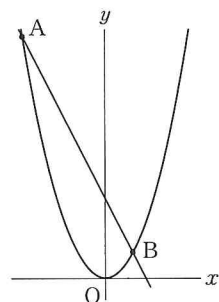
右の図のように、関数 $y=ax^2$ のグラフ上に2点 A, B がある。点 A の座標は $(-6, 18)$ で、点 B の x 座標は 2 である。次の問いに答えなさい。

(1) a の値を求めなさい。

(2) 点 B の y 座標を求めなさい。

(3) 直線 AB の式を求めなさい。④ (4) $\triangle AOB$ の面積を求めなさい。

❗ (5) 原点 O を通り、 $\triangle AOB$ の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。



解説 まず、わかっている式や座標を図に書き入れる。

(1) 放物線は、点 A $(-6, 18)$ を通るので、

$y=ax^2$ に $x=-6$, $y=18$ を代入して、

$18=a \times (-6)^2$ これを解いて、 $a = \frac{1}{2}$

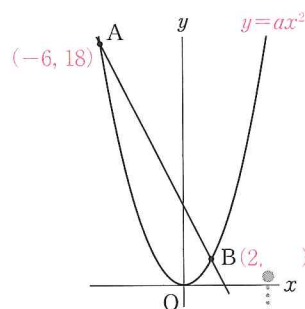
放物線
→ 通る 1 点を代入
図の $y=ax^2$ の a を $\frac{1}{2}$ に書きかえる

(2) B は放物線上の点なので、 $y = \frac{1}{2}x^2$ に $x=2$ を代入して、

$y = \frac{1}{2} \times 2^2$
 $= 2$

よって、点 B の y 座標は 2

図に書き入れる



x座標だけわかっているので、
y座標は何も書かなくてよい

(3) 2点 A $(-6, 18)$, B $(2, 2)$ を通る直線の式を求めればよいので、

$y=ax+b$ に $\begin{cases} x=-6, y=18 \\ x=2, y=2 \end{cases}$ を代入すると、 $\begin{cases} 18=-6a+b \\ 2=2a+b \end{cases}$

これを解いて、 $a=-2$, $b=6$ よって、 $y=-2x+6$

直線
→ 通る 2 点を代入

図に書き入れる

(4) 直線 AB と y 軸との交点を C とすると,

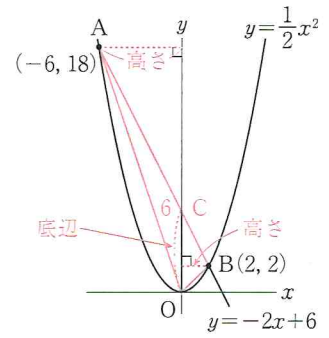
$C(0, 6)$ ● 直線 AB の切片は 6

$\triangle AOB = \triangle AOC + \triangle BOC$ なので,

$\triangle AOC = 6 \times 6 \times \frac{1}{2} = 18$ ● 底辺を OC とすると 底辺 6, 高さ 6

$\triangle BOC = 6 \times 2 \times \frac{1}{2} = 6$ ● 底辺を OC とすると 底辺 6, 高さ 2

よって, $\triangle AOB = 18 + 6 = 24$ 24

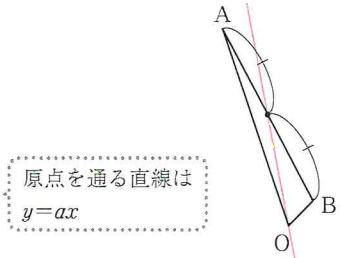


(5) 求める直線は, 原点 O と線分 AB の中点を通る直線である。

$A(-6, 18)$, $B(2, 2)$ であり, 線分 AB の中点の座標は,

$(\frac{-6+2}{2}, \frac{18+2}{2}) = (-2, 10)$ ● x 座標, y 座標をそれぞれたして 2 でわる

$y=ax$ に $x=-2$, $y=10$ を代入すると, ● 原点を通る直線は $y=ax$
 $10 = -2a$ これを解いて, $a = -5$ よって, $y = -5x$



Try

右の図のように, 関数 $y=ax^2$ のグラフ上に 2 点 A, B がある。点 A の座標は $(-1, 2)$ で, 点 B の x 座標は 3 である。次の問いに答えなさい。

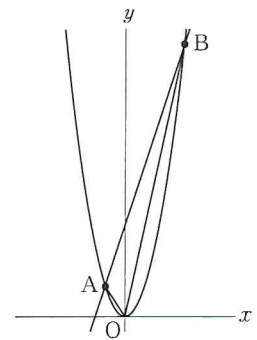
(1) a の値を求めなさい。

(2) 点 B の y 座標を求めなさい。

(3) 直線 AB の式を求めなさい。

★(4) $\triangle AOB$ の面積を求めなさい。

★★(5) 原点 O を通り, $\triangle AOB$ の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。



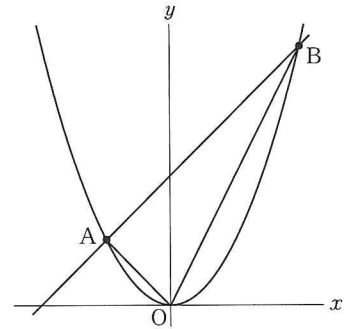
Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 右の図のように、関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフと直線のグラフがあり、2

点 A, B で交わっている。点 A の x 座標が -3 、点 B の x 座標が 6 である。次の問いに答えなさい。

① 点 B の y 座標を求めなさい。



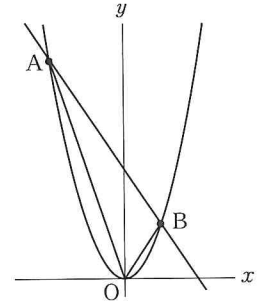
② 直線 AB の式を求めなさい。

★③ $\triangle AOB$ の面積を求めなさい。

★★④ 原点 O を通り、 $\triangle AOB$ の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。

(2) 右の図のように、関数 $y=ax^2$ のグラフ上に 2 点 A, B がある。A の座標は $(-4, 12)$ で、B の x 座標は 2 である。次の問いに答えなさい。

① a の値を求めなさい。



② 直線 AB の式を求めなさい。

★③ $\triangle AOB$ の面積を求めなさい。

★★④ 原点 O を通り、 $\triangle AOB$ の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。

4-12 いろいろな事象と関数

Point!

! $y=ax+b$, $y=ax^2$ などの他にも「 y が x の関数である」といえるものがある。

Warm Up

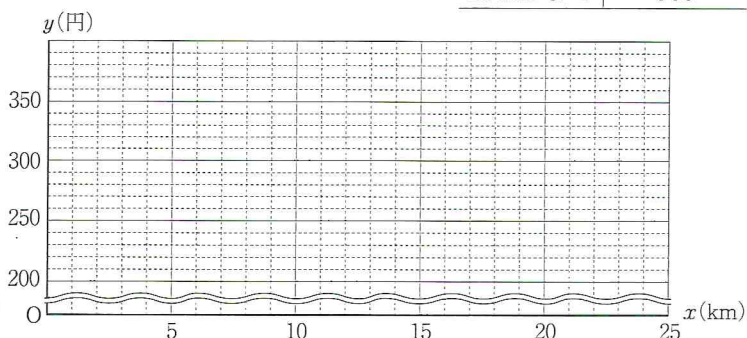
右の表は、ある市の地下鉄の乗車距離 x km と運賃 y 円の関係を表したものである。次の問いに答えなさい。

距離 (km)	運賃 (円)
3km まで	200
7km まで	250
11km まで	290
15km まで	320
19km まで	340
25km まで	360

(1) 乗車距離が 10km のときの運賃を求めなさい。

(2) 運賃が 320 円になるときの x の変域を答えなさい。

(3) x と y の関係をグラフに表しなさい。



解説 (1) 表の 11km までの運賃を答えればよい。

よって、290 円

(2) 表より、11km を超えてから 15km までの間が 320 円の範囲となる。

$11 < x \leq 15$

11 km はふくまないことに注意

(3) 表より、

$0 < x \leq 3$ のとき、 $y = 200$

$3 < x \leq 7$ のとき、 $y = 250$

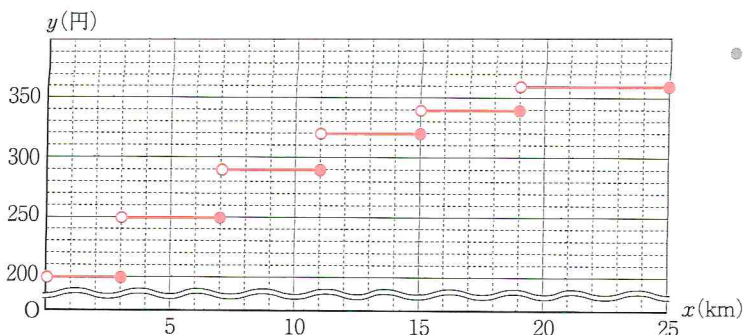
$7 < x \leq 11$ のとき、 $y = 290$

$11 < x \leq 15$ のとき、 $y = 320$

$15 < x \leq 19$ のとき、 $y = 340$

$19 < x \leq 25$ のとき、 $y = 360$

となり、グラフに表すと下のようになる。



その値をふくまない場合は○、
その値をふくむ場合は●をかく

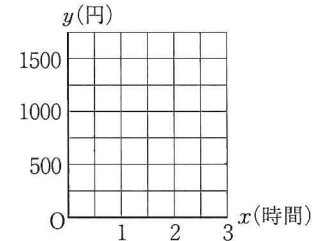
Try

右の表は、ある駐車場の駐車時間と料金の関係を表したものである。次の問いに答えなさい。

時間	料金
1時間まで	500円
1.5時間まで	750円
2時間まで	1000円
2.5時間まで	1250円
3時間まで	1500円

(1) 2時間20分駐車したときの料金を求めなさい。

(2) x 時間駐車したときの料金を y 円として、 x と y の関係をグラフに表しなさい。 作図ページ



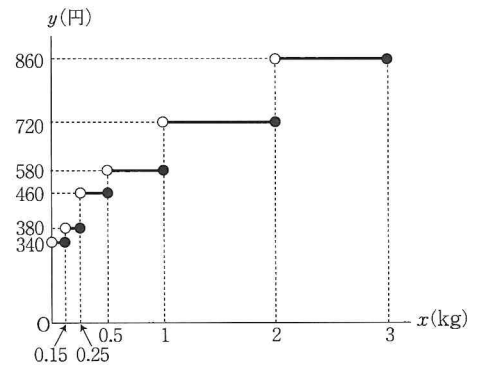
(3) 料金が1000円になるときの x の変域を答えなさい。

(4) y は x の関数であるといえるか答えなさい。

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 右の図は、宅配便で x kgの重さの荷物を1個送るときの運賃を y 円として、 x と y の関係をグラフに表したものである。次の問いに答えなさい。

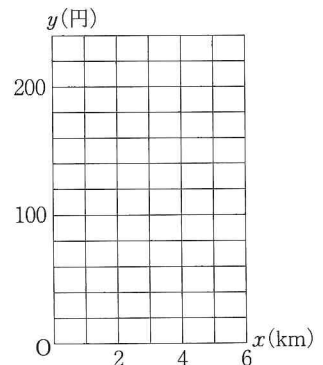


① 1.3kgの荷物を1個送るときの運賃を求めなさい。

② $y=460$ となるときの、 x の変域を求めなさい。

③ 580円で宅配便を送るとき、最大何kgまでの荷物を送ることができるか求めなさい。

(2) あるバス会社の運賃は、2km以内が160円で、その後1kmごとに20円ずつ加算される。 x km乗車したときの運賃を y 円とするとき、次の問いに答えなさい。



① x と y の関係をグラフに表しなさい。 作図ページ

② 2.7km乗車したときの運賃を求めなさい。

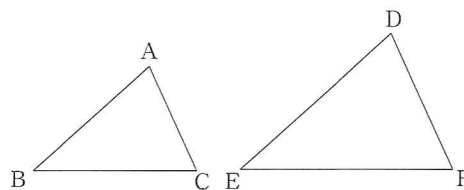
③ 200円で最大何km乗車できるか求めなさい。

④ y は x の関数であるといえるか答えなさい。

5-1 相似な図形

Point!

- 2つの図形があって、一方の図形を拡大または縮小したものと、他方の図形が合同であるとき、この2つの図形を **相似** であるという。右の図の2つの図形が相似であることを、記号を使って $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ と表す。



「三角形 ABC 相似三角形 DEF」と読む

縮小すると、 $\triangle ABC$ と合同になる

* 合同と同じように、**対応する頂点の順** にアルファベットを書く。

- 相似な図形の性質

・ **対応する辺の長さの比は、すべて等しい。** 相似な図形で、対応する線分の比を**相似比**という。

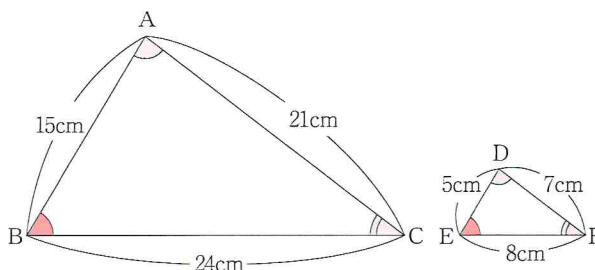
〈例〉右の図では $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ で、

$$AB : DE = 15 : 5 = 3 : 1$$

$$BC : EF = 24 : 8 = 3 : 1$$

$$CA : FD = 21 : 7 = 3 : 1$$

$\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ の相似比は 3 : 1



・ **対応する角の大きさは、それぞれ等しい。**

- $a : b = c : d$ のとき、 $ad = bc$ (「外 × 外」 = 「内 × 内」)

Warm Up

次の問いに答えなさい。

- (1) 次の式で、 x の値を求めなさい。

① $x : 7 = 9 : 15$

② $2 : 3 = x : (20 - x)$

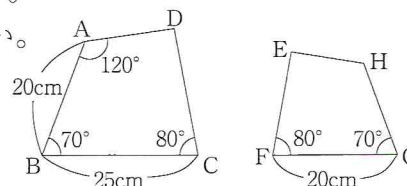
- (2) 右の図で、2つの四角形は相似である。次の問いに答えなさい。

① 2つの四角形が相似であることを、記号を使って表しなさい。

② 左の四角形と右の四角形の相似比を求めなさい。

③ $\angle E$ の大きさを求めなさい。

④ 辺 HG の長さを求めなさい。



解説 (1) ① $x : 7 = 9 : 15$

$$15x = 63$$

$$x = \frac{21}{5}$$

x をふくむ積を左辺に書くと、計算が簡単

② $2 : 3 = x : (20 - x)$

$$3x = 2(20 - x)$$

$$3x = 40 - 2x$$

$$5x = 40$$

$$x = 8$$

(2) ① 対応する頂点の順に注意する。

四角形 ABCD \sim 四角形 HGFE

② 対応する辺で、両方の長さがわかる組をさがす。

$$BC : GF = 25 : 20 = 5 : 4 \quad \text{●} \cdots \text{ もっとも簡単な整数の比で表す}$$

よって、5 : 4

③ 対応する角の大きさはそれぞれ等しい。

$\angle E$ に対応する角は $\angle D$ だから、

$$\angle E = \angle D$$

$$\angle D = 360^\circ - (120^\circ + 70^\circ + 80^\circ)$$

$$= 90^\circ$$

$$\angle E = \underline{90^\circ}$$

④ $HG = x \text{ cm}$ とする。

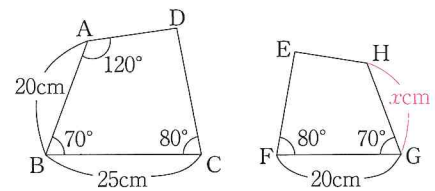
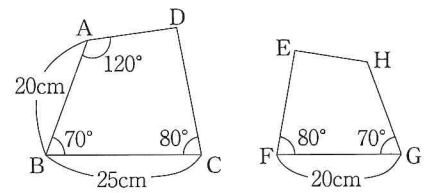
辺 HG に対応する辺は辺 AB で、

②より、相似比は $5 : 4$ だから、

$$AB : HG = 5 : 4 \quad \text{●} \cdots \text{ 実際の長さの比 = 相似比}$$

$$20 : x = 5 : 4$$

$$\text{これを解いて、} x = 16 \quad \underline{16 \text{ cm}}$$



相似比 ⑤ : ④

Try

次の問いに答えなさい。

(1) 次の式で、 x の値を求めなさい。

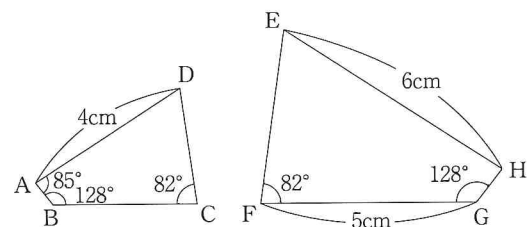
① $7 : x = 8 : 12$

② $8 : (x - 8) = 3 : 7$

③ $5 : 4 = (18 - x) : x$

(2) 右の図で、2つの四角形は相似である。次の問いに答えなさい。

① 2つの四角形が相似であることを、記号を使って表しなさい。



② 左の四角形と右の四角形の相似比を求めなさい。

③ $\angle E$ の大きさを求めなさい。

④ 辺 BC の長さを求めなさい。

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 次の式で、 x の値を求めなさい。

① $9 : 15 = x : 4$

② $x : 5 = 15 : 6$

③ $3 : (x+3) = 2 : 6$

④ $5 : 4 = 12 : (x-12)$

⑤ $7 : 5 = (10-x) : x$

⑥ $6 : 8 = x : (7-x)$

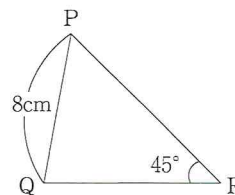
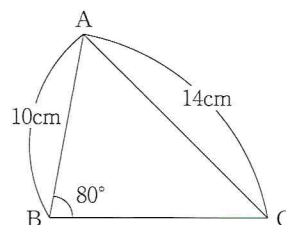
(2) 右の図で、 $\triangle ABC$ と $\triangle PQR$ は相似である。次の問いに答えなさい。

① 2つの三角形が相似であることを、記号を使って表しなさい。

② $\triangle ABC$ と $\triangle PQR$ の相似比を求めなさい。

③ $\angle A$ の大きさを求めなさい。

④ 辺PRの長さを求めなさい。



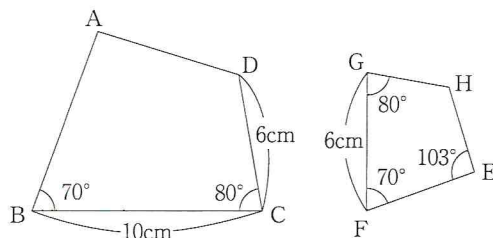
(3) 右の2つの四角形は相似である。次の問いに答えなさい。

① 2つの四角形が相似であることを、記号を使って表しなさい。

② 左の四角形と右の四角形の相似比を求めなさい。

③ $\angle D$ の大きさを求めなさい。

④ 辺GHの長さを求めなさい。



(4) 次の()にあてはまることばを書きなさい。

2つの図形があって、一方の図形を拡大または縮小したものと、他方の図形が合同であるとき、この2つの図形を()であるという。

5-2 三角形の相似の条件①

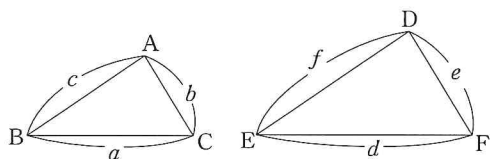
Point!

! 三角形の相似条件

次の3つの条件のうち、どれか1つが成り立てば2つの三角形は相似である。

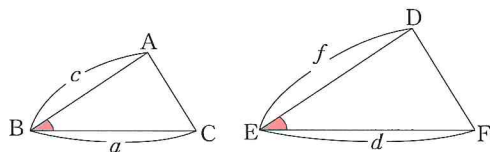
P.204 を見て、教科書通りに赤ペンで書き写し、その表現で暗記しよう(使っている教科書は先生に確認しよう)。

① 3組の辺の比がすべて等しい



$$a : d = b : e = c : f$$

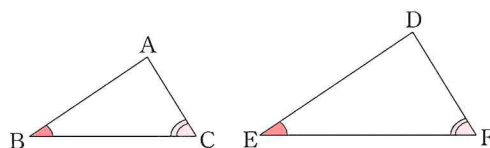
② 2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい



$$a : d = c : f$$

$$\angle B = \angle E$$

③ 2組の角がそれぞれ等しい



$$\angle B = \angle E$$

$$\angle C = \angle F$$

! 相似な三角形のみつけ方

① 長さのわかる辺の数が同じ三角形どうしで組をつくる。

② あてはまる相似条件を選ぶ。

長さのわかる辺の数が

3本るとき → 3組の辺の比がすべて等しい

2本るとき → 2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい

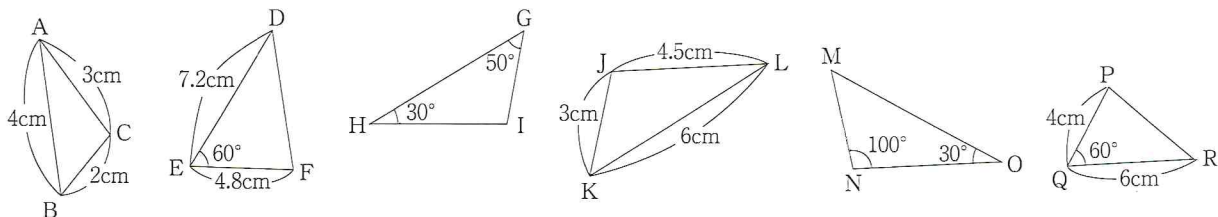
0本るとき → 2組の角がそれぞれ等しい

③ 対応する辺の比や角が等しいことを確認する。

! 相似であることを記号を使って表すときは、対応する頂点の順 にアルファベットを書く。

Warm Up

次の図で、相似な三角形の組を選び、記号を使って表しなさい。また、そのときに使った相似条件を答えなさい。



解説 長さのわかる辺の数が同じ三角形どうしで組をつくり、相似条件を確認する。

$\triangle ABC$ と $\triangle LKJ$ において、 長さのわかる辺の数が3本

$AB : LK = 4 : 6$ もっとも長い辺どうしで組をつくる
 $= 2 : 3$

$BC : KJ = 2 : 3$ もっとも短い辺どうし

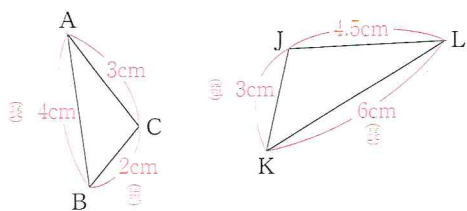
$CA : JL = 3 : 4.5$ 残りの辺どうし
 $= 30 : 45$
 $= 2 : 3$

よって、 $AB : LK = BC : KJ = CA : JL$ だから、

$\triangle ABC \sim \triangle LKJ$ 対応する頂点の順に注意する

相似条件は、

3組の辺の比がすべて等しい



$\triangle DEF$ と $\triangle RQP$ において、 長さのわかる辺の数が2本

$DE : RQ = 7.2 : 6$ 長い辺どうし
 $= 72 : 60$
 $= 6 : 5$

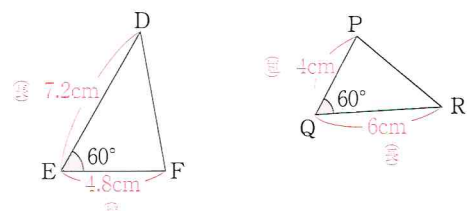
$EF : QP = 4.8 : 4$ 短い辺どうし
 $= 48 : 40$
 $= 6 : 5$

よって、 $DE : RQ = EF : QP \dots \dots \textcircled{1}$

$\angle DEF = \angle RQP = 60^\circ \dots \dots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ より、 $\triangle DEF \sim \triangle RQP$

相似条件は、2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい



$\triangle GHI$ と $\triangle MON$ において、 長さのわかる辺の数が0本

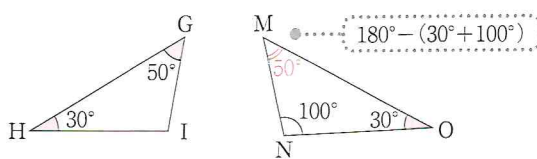
$\angle GHI = \angle MON = 30^\circ \dots \dots \textcircled{1}$

$\angle HGI = \angle OMN = 50^\circ \dots \dots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ より、 $\triangle GHI \sim \triangle MON$

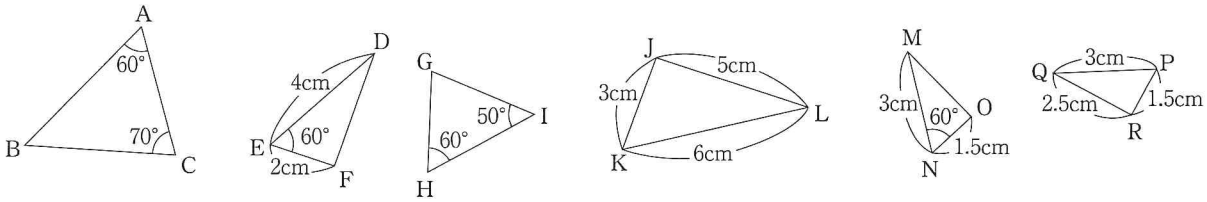
相似条件は、

2組の角がそれぞれ等しい



Try

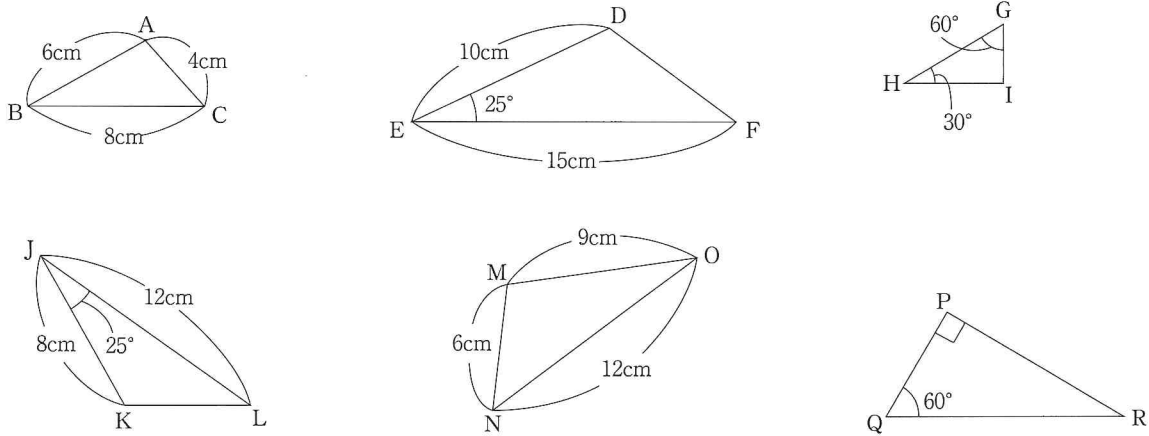
次の図で、相似な三角形の組を選び、記号を使って表しなさい。また、そのときに使った相似条件を答えなさい。



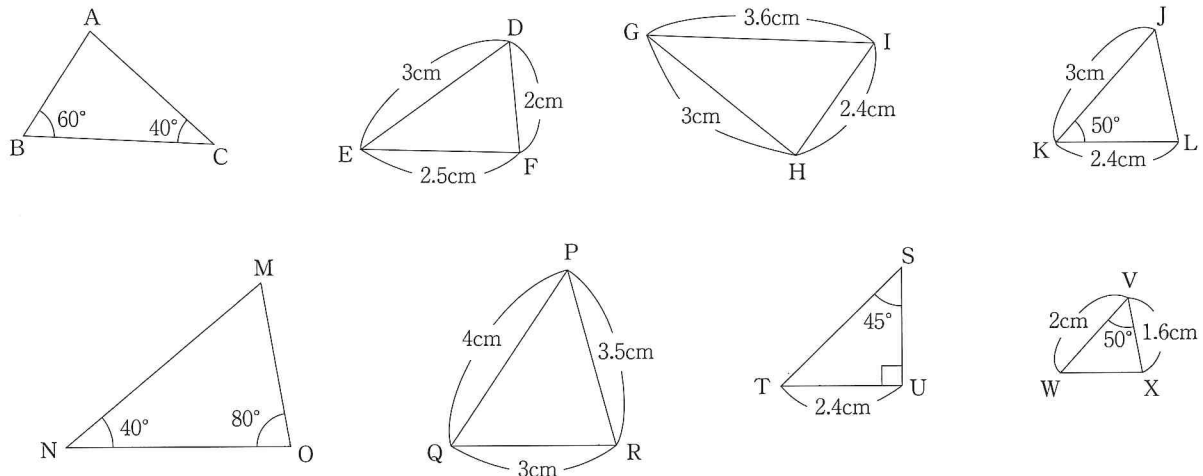
Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 次の三角形のうち、相似なものを記号を使って表しなさい。また、そのときに使った相似条件を答えなさい。



(2) 次の図の中から、相似な三角形の組を選び出し、記号を使って表しなさい。また、そのときに使った相似条件を答えなさい。



(3) 三角形の相似条件を3つ書きなさい。ただし、教科書通りの文のみ正解とする。

- (1) _____)
- (2) _____)
- (3) _____)

5 相似な図形

Point!

! 三角形の相似条件

P.204 を見て、教科書通りに赤ペンで書き写し、その表現で暗記しよう(使っている教科書は先生に確認しよう)。

① 3組の辺の比がすべて等しい

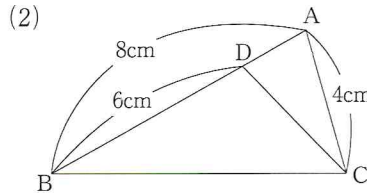
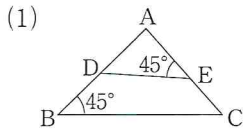
② 2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい

③ 2組の角がそれぞれ等しい



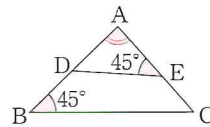
Warm Up

次の図で、相似な三角形を記号のを使って表し、そのときに使った相似条件を答えなさい。



解説 (1) 2つの三角形について、長さがわかる辺がないので、角に注目する。

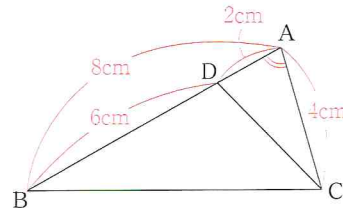
$\triangle ABC$ と $\triangle AED$ において、
 仮定より、 $\angle ABC = \angle AED = 45^\circ \dots\dots ①$
 共通な角なので、 $\angle BAC = \angle EAD \dots\dots ②$
 ①、②より、 $\triangle ABC \sim \triangle AED$
 相似条件は、2組の角がそれぞれ等しい



(2) 辺の長さが2つずつわかっている2つの三角形に注目する。

△BCDは長さがわかる辺が1つ

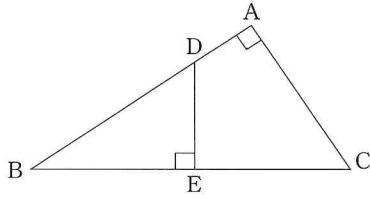
$\triangle ABC$ と $\triangle ACD$ において、
 $AB : AC = 8 : 4 = 2 : 1$ ●.....長い辺どうし
 $AC : AD = 4 : 2 = 2 : 1$ ●.....短い辺どうし
 よって、 $AB : AC = AC : AD \dots\dots ①$
 共通な角なので、 $\angle BAC = \angle CAD \dots\dots ②$
 ①、②より、 $\triangle ABC \sim \triangle ACD$
 相似条件は、2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい



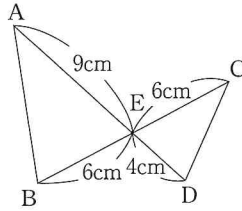
Try

次の図で、相似な三角形を記号のを使って表し、そのときに使った相似条件を答えなさい。

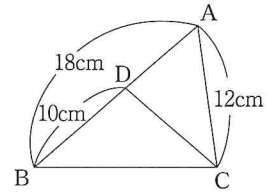
(1)



(2)



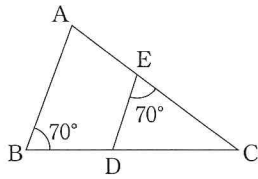
(3)



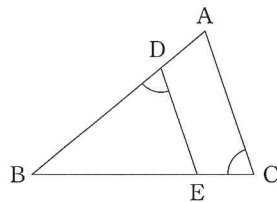
Exercise

次の図で、相似な三角形を記号のを使って表し、そのときに使った相似条件を答えなさい。

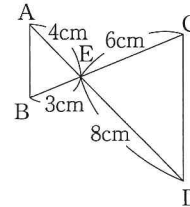
(1)



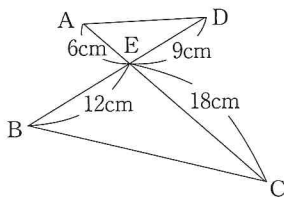
(2)



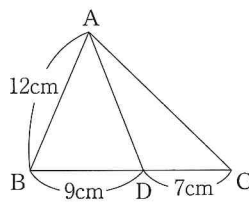
(3)



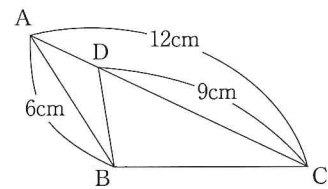
(4)



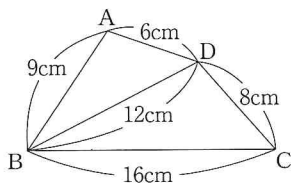
(5)



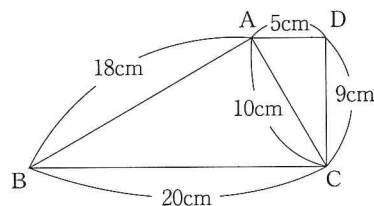
(6)



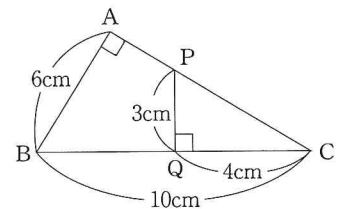
(7)



(8)



(9)



5-4 相似の証明①

Point!

❗ 証明をするための準備

最初に、証明したい2つの三角形の等しい角を見つけ、図にかき入れる。

次に、問題文を参考に、対応がわかりやすい向きに図をかきなおす。

❗ 証明の手順

① どの図形について証明するのか書く。

$\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ の相似を証明するとき → $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ において から始める。

② 辺や角について書く。

「仮定より」「共通な角なので」など、理由をつけて書く。

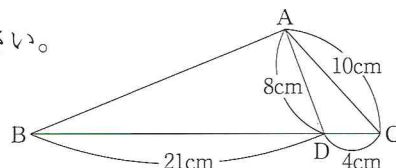
③ 相似条件と結論 を書く。☺

Warm Up

右の図で、点 D は $\triangle ABC$ の辺 BC 上にある。次の問いに答えなさい。

(1) $\triangle ABC \sim \triangle DAC$ を証明しなさい。

(2) 線分 AB の長さを求めなさい。



解説

(1) 証明したい2つの三角形の等しい角を見つけ、

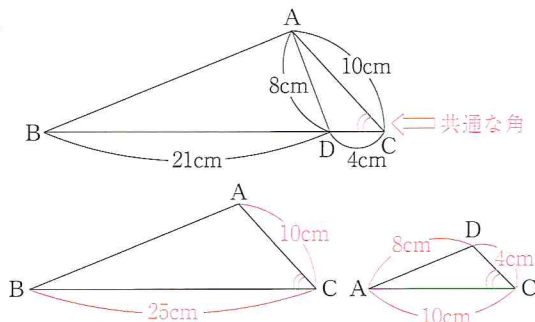
図にかき入れる。

「 $\triangle ABC \sim \triangle DAC$ の証明」なので、



アルファベットで、対応する頂点はわかる

まず $\triangle ABC$ をかき、それに対応するように $\triangle DAC$ をかく。



[証明]

$\triangle ABC$ と $\triangle DAC$ において、

仮定より、 $AC : DC = 10 : 4 = 5 : 2$

$BC : AC = 25 : 10 = 5 : 2$

よって、 $AC : DC = BC : AC$ ……①

辺の比はまとめて書く

共通な角なので、 $\angle ACB = \angle DCA$ ……②

①、②より、2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいので、
 $\triangle ABC \sim \triangle DAC$

(2) 辺の長さを求めるときは、相似比を利用する。

(1)より、 $\triangle ABC$ と $\triangle DAC$ の相似比は $5 : 2$ なので、

$AB = x$ cm とすると、

$AB : DA = 5 : 2$

$x : 8 = 5 : 2$

$2x = 40$

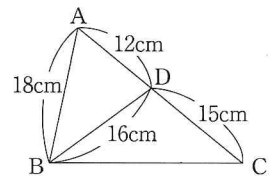
$x = 20$

20 cm

Try

次の問いに答えなさい。

- (1) 右の図について、 $\triangle ABC \sim \triangle ADB$ となることを証明した。次の に適切なことばや式を入れなさい。ただし、証明をすべてノートに書くこと。



[証明]

,

より,

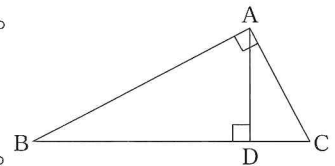
よって, ①

なので, ②

①, ②より, ので,

- (2) $\angle A = 90^\circ$ である直角三角形 ABC で、点 A から辺 BC に垂線 AD をひく。
次の問いに答えなさい。

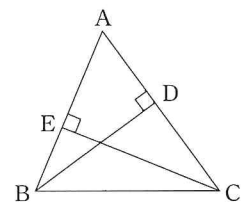
- ① $\triangle ABC \sim \triangle DBA$ となることを証明しなさい。
② $AB = 8\text{cm}$, $BC = 10\text{cm}$, $CA = 6\text{cm}$ のとき、BD の長さを求めなさい。



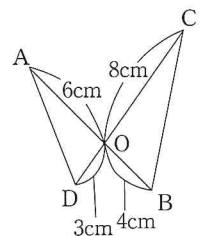
Exercise

次の問いに答えなさい。

- (1) 右の図の $\triangle ABC$ で、点 B, C から辺 AC, AB にそれぞれ垂線 BD, CE をひく。このとき、 $\triangle ABD \sim \triangle ACE$ となることを証明しなさい。

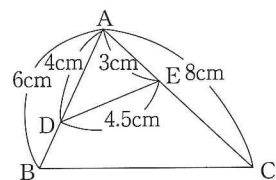


- (2) 右の図で、 $\triangle AOD \sim \triangle COB$ であることを証明しなさい。



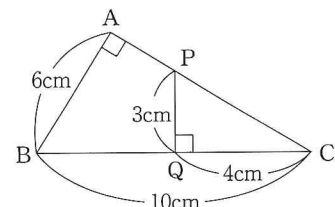
- (3) 右の図で、 $\triangle ABC$ と $\triangle AED$ は相似である。次の問いに答えなさい。

- ① $\triangle ABC \sim \triangle AED$ を証明しなさい。
② BC の長さを求めなさい。



- (4) 右の図は、 $\angle BAC = 90^\circ$ の直角三角形 ABC の辺 AC 上の点 P から斜辺 BC に垂線 PQ をひいたものである。次の問いに答えなさい。

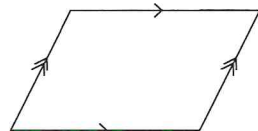
- ① $\triangle ABC \sim \triangle QPC$ を証明しなさい。
② PC の長さを求めなさい。



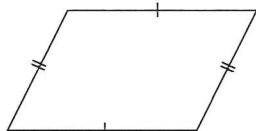
Point!

! 平行四辺形や正三角形などがある証明は、図形の性質を使う。

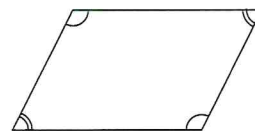
・平行四辺形



向かい合う辺が平行

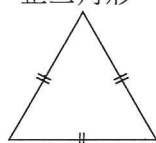


向かい合う辺が等しい

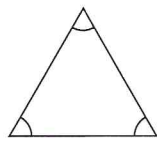


向かい合う角が等しい

・正三角形

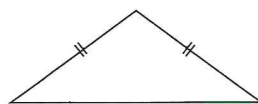


3 辺が等しい

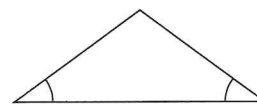


3 つの角が等しい(60°)

・二等辺三角形



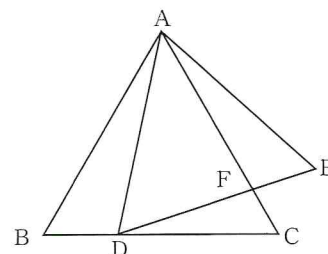
2 辺が等しい



底角が等しい

Warm Up

右の図の正三角形 ABC で、辺 BC 上に点 D をとり、AD を 1 辺とする正三角形 ADE をつくる。AC と DE の交点を F とするとき、 $\triangle ABD \cong \triangle AEF$ であることを証明しなさい。



解説 [証明]

$\triangle ABD$ と $\triangle AEF$ において、
 $\triangle ABC$, $\triangle ADE$ は正三角形で、

3 つの角が等しいから

$$\angle ABD = \angle AEF = 60^\circ \dots\dots ①$$

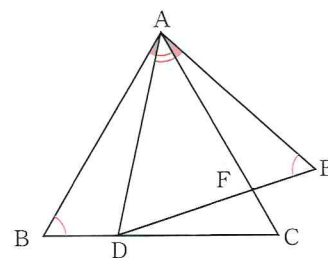
$$\angle BAC = \angle DAE = 60^\circ$$

$$\begin{aligned} \angle BAD &= \angle BAC - \angle DAF \\ &= 60^\circ - \angle DAF \dots\dots ② \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \angle EAF &= \angle DAE - \angle DAF \\ &= 60^\circ - \angle DAF \dots\dots ③ \end{aligned}$$

$$②, ③ \text{より, } \angle BAD = \angle EAF \dots\dots ④$$

①, ④より、2 組の角がそれぞれ等しいので、
 $\triangle ABD \cong \triangle AEF$



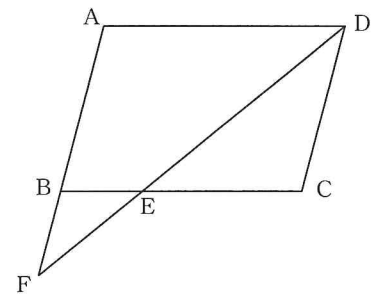
5 相似な図形

Try

右の図の平行四辺形 ABCD で、辺 BC 上に点 E をとり、辺 AB と DE の延長との交点を F とする。次の問いに答えなさい。

(1) $\triangle AFD \sim \triangle CDE$ を証明しなさい。

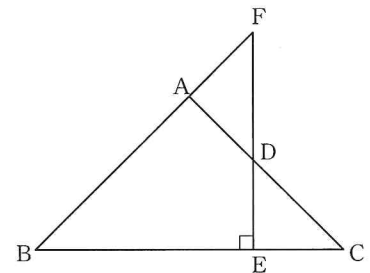
(2) $AD=20\text{cm}$, $AB=14\text{cm}$, $BF=7\text{cm}$ のとき、CE の長さを求めなさい。



Exercise

次の問いに答えなさい。

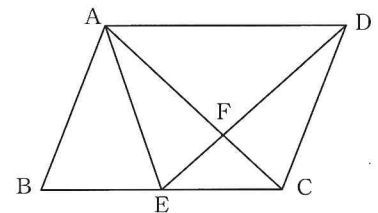
(1) 右の図の $AB=AC$ の二等辺三角形 ABC で、辺 AC 上の点 D から辺 BC に垂線をひき、辺 BC と交わる点を E とする。また、ED の延長が辺 BA の延長と交わる点を F とする。このとき、 $\triangle FBE \sim \triangle DCE$ となることを証明しなさい。



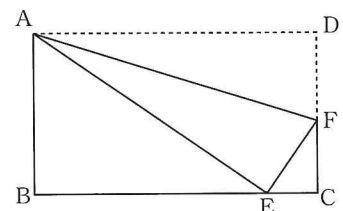
(2) 右の図の平行四辺形 ABCD で、BC の中点を E、AC と DE の交点を F とする。次の問いに答えなさい。

① $\triangle CEF \sim \triangle ADF$ を証明しなさい。

② $AC=15\text{cm}$ のとき、AF の長さを求めなさい。

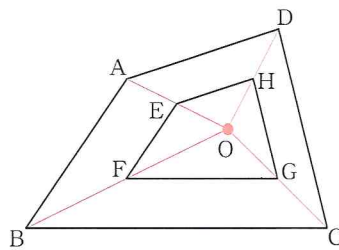
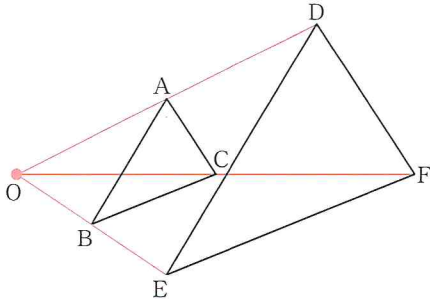


(3) 右の図の長方形 ABCD で、点 D が辺 BC 上の E に重なるように折ったときの折り目を AF とする。このとき、 $\triangle ABE \sim \triangle ECF$ であることを証明しなさい。



Point!

! 相似な図形の対応する点どうしを結ぶ直線が1点で交わり、その点から対応する点までの距離の比がすべて等しいとき、その点を **相似の中心** という。

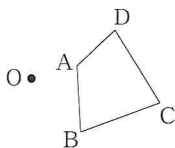


! 縮小した図を **縮図**、拡大した図を **拡大図** という。

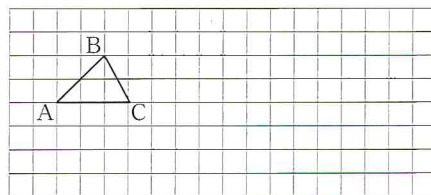
Warm Up

次の問いに答えなさい。

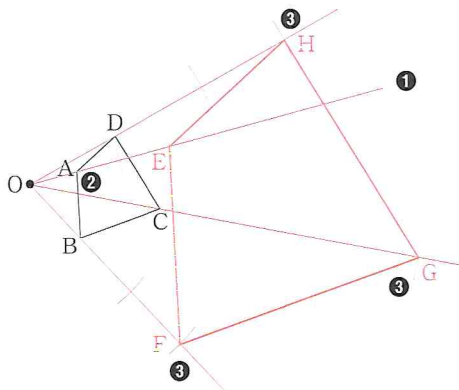
(1) 点 O を相似の中心として、下の図の四角形 ABCD を 3 倍に拡大した四角形 EFGH を作図しなさい。



(2) 下の図の△ABC を 2 倍に拡大した△DEF をかきなさい。



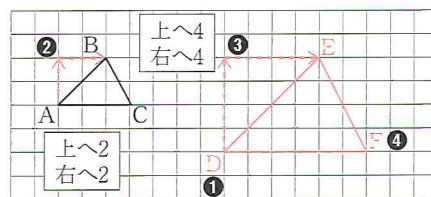
解説 (1)



作図の手順

- ① 相似の中心 O と頂点 A を通る半直線 OA をかく。
- ② OA と同じ長さをコンパスでとり、半直線 OA 上に $OE=3OA$ となるような点を取り、E と書く。
- ③ 同様にして各頂点について対応する点を取り、線分で結ぶ。

(2)



作図の手順

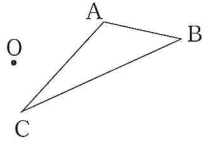
- ① 適当な場所に点を取り、D と書く。
- ② 点 A から点 B に移動するには、縦と横に何目盛りずつ動けばよいか数える。
- ③ ② を 2 倍した数だけ点 D から移動し、移動した点を点 E にする。
- ④ 同様に点 F の位置を求め、それぞれ線分で結ぶ。

Try

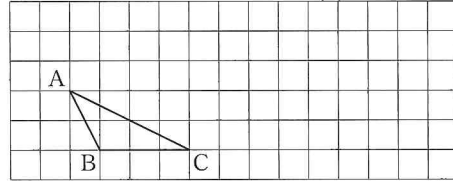
次の問いに答えなさい。

- (1) 下の図で、O を相似の中心として△ABC を 2 倍に拡大した△DEF を作図しなさい。

作図ページ



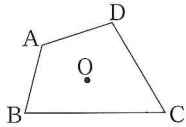
- (2) 下の図の△ABC の各辺を 2 倍に拡大した△DEF をかきなさい。作図ページ



Exercise

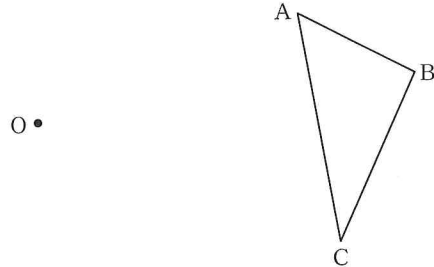
次の問いに答えなさい。

- (1) 下の図で、点 O を相似の中心として、四角形 ABCD を 3 倍に拡大した四角形 EFGH をかきなさい。作図ページ

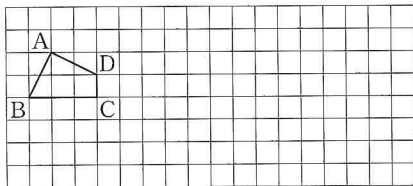


- (2) 下の図で、点 O を相似の中心として、△ABC を $\frac{1}{2}$ に縮小した△DEF をかきなさい。

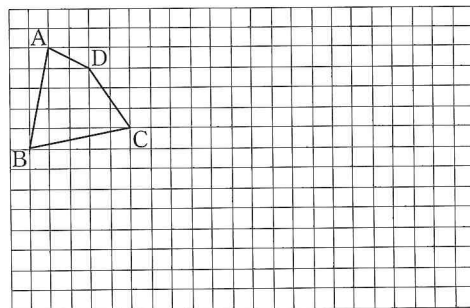
作図ページ



- (3) 下の図の四角形 ABCD の各辺を 3 倍に拡大した四角形 EFGH をかきなさい。作図ページ



- (4) 下の図の四角形 ABCD と相似で、相似比が 1 : 2 であるような四角形 EFGH をかきなさい。作図ページ



- (5) 次の()にあてはまることばを書きなさい。
縮小した図を(①), 拡大した図を(②)という。

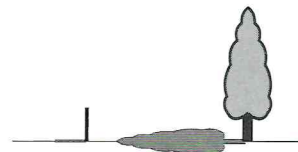
Point!

縮図の問題では、実際の図形と縮図は相似な図形になることを利用する。

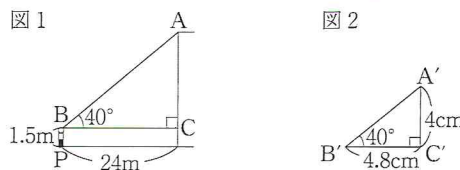
Warm Up

次の問いに答えなさい。

(1) 影が 16m の木の高さを調べたい。そこで長さ 1m の棒を地面に垂直に立ててその影の長さをはかたら 80cm だった。この木の高さは何 m か求めなさい。



(2) 右の図 1 のように、建物から 24m はなれた地点 P から建物の上端 A を見上げたら、水平方向に対して 40° 上に見えた。縮図が右の図 2 のようになるとき、目の高さを 1.5m として、建物の高さを求めなさい。



解説 (1) 三角形の相似を使って考える。下の図で、2つの三角形は相似になっている。

木の高さを x m とすると、

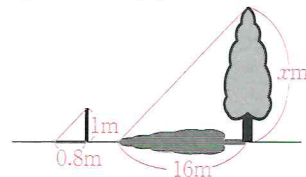
$$1 : x = 0.8 : 16$$

$$0.8x = 16$$

$$x = 20$$

棒の図で、単位を m にそろえると、
80cm \rightarrow 0.8m

20m



(2) $\triangle A'B'C'$ は $\triangle ABC$ の縮図なので、2つの三角形は相似になっている。

AC の長さを x m とすると、

$$x : 4 = 24 : 4.8$$

$$4.8x = 24 \times 4$$

$$x = 20$$

建物の高さは x に目の高さを加えたものになるので、

$$20 + 1.5 = 21.5$$

21.5m

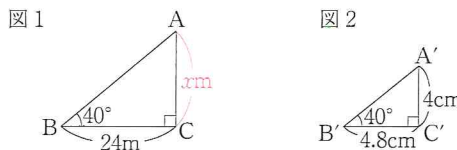
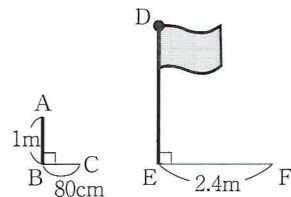


図 1 の単位は m で、
図 2 の単位は cm でそろえる

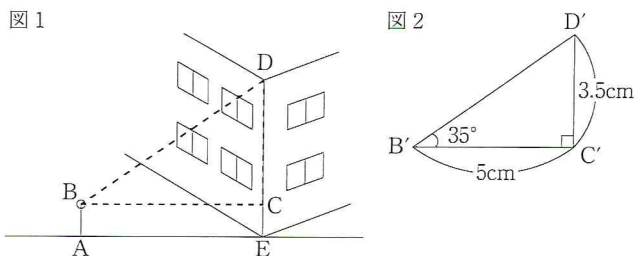
Try

次の問いに答えなさい。

(1) 右の図のように、長さ 1m の棒 AB の影 BC の長さが 80cm のとき、ポール DE の影の長さをはかたら、2.4m あった。このポールの高さ DE を求めなさい。



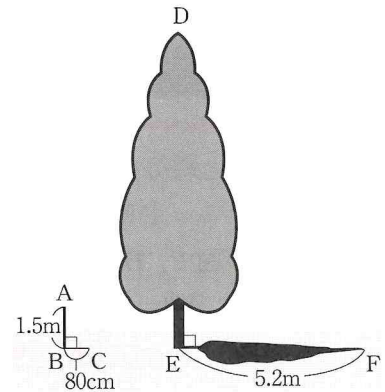
(2) 右の図 1 は、 $AE = 10$ m、 $\angle DBC = 35^\circ$ 、 $AB = 1.5$ m (目の高さ) である。 $\triangle DBC$ の縮図である右の図 2 を利用して建物の高さを求めなさい。



Exercise

次の問いに答えなさい。

- (1) 右の図のように、長さ 1.5m の棒 AB の影の長さが 80cm のとき、木の影 EF の長さをはかったら、5.2m あった。この木の高さ DE を求めなさい。



- (2) 右の図 1 のように、建物の真下 B から 15m はなれた地点 P で、建物の頂上 A を見たら、水平方向に対して 53° 上に見えた。このとき、図 2 のような $\triangle APB$ の縮図 $\triangle A'P'B'$ をかいたところ、 $P'B'$ の長さが 2.7cm, $A'B'$ の長さが 3.6cm であった。建物の高さは何 m か求めなさい。

図 1

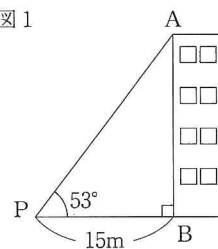
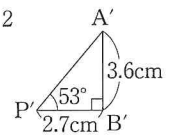
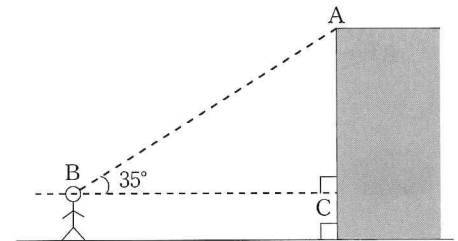


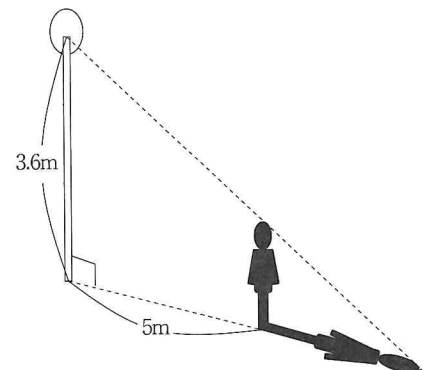
図 2



- (3) 右の図のように、ある建物から 20m はなれた地点から建物の屋上 A を見上げたら、水平の方向に対して 35° 上に見えた。 $\triangle ABC$ の縮図 $\triangle A'B'C'$ を $B'C' = 4\text{cm}$ にしてかいたところ、 $A'C' = 2.8\text{cm}$ になった。目の高さを 1.5m として、建物の高さを求めなさい。



- (4) 右の図のように、地上 3.6m のところに照明灯がある。身長 1.6m の A さんが照明灯の真下から 5m はなれたところに立っているとき、A さんの影の長さを求めなさい。



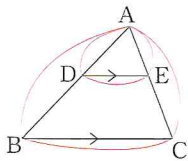
Point!

! 平行線と線分の比

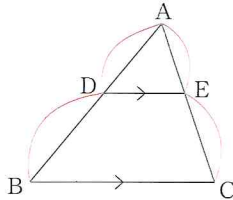
・ピラミッド型

下の図で, $DE \parallel BC$ のとき,

$$AD : AB = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$



$$AD : DB = \frac{AE}{EC}$$

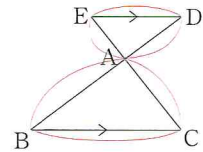


DE : BC は使えないので注意

・砂時計型

下の図で, $DE \parallel BC$ のとき,

$$AD : AB = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

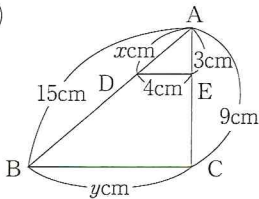


5 相似な図形

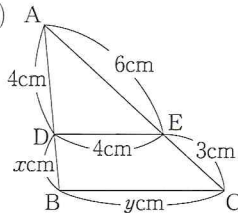
Warm Up

次の図で, $DE \parallel BC$ のとき, x, y の値を求めなさい。

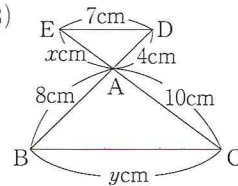
(1)



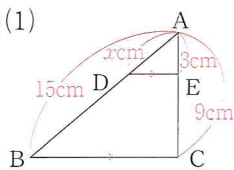
(2)



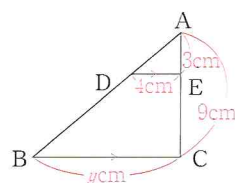
(3)



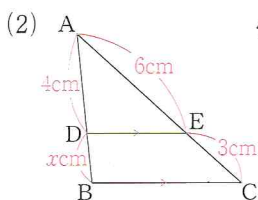
解説



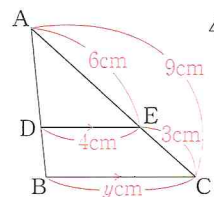
$$\begin{aligned} x : 15 &= 3 : 9 \\ 9x &= 45 \\ x &= 5 \end{aligned}$$



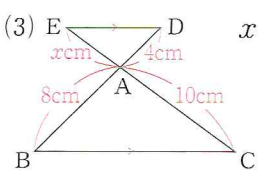
$$\begin{aligned} 4 : y &= 3 : 9 \\ 3y &= 36 \\ y &= 12 \end{aligned}$$



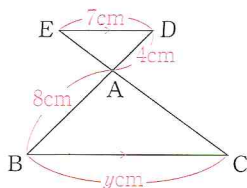
$$\begin{aligned} 4 : x &= 6 : 3 \\ 6x &= 12 \\ x &= 2 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} 4 : y &= 6 : 9 \quad \text{..... 使う長さに注意} \\ 6y &= 36 \\ y &= 6 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} x : 10 &= 4 : 8 \\ 8x &= 40 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

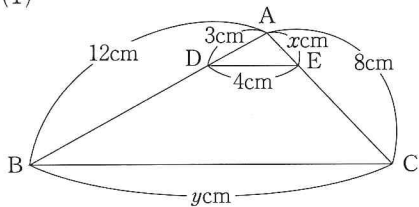


$$\begin{aligned} 7 : y &= 4 : 8 \\ 4y &= 56 \\ y &= 14 \end{aligned}$$

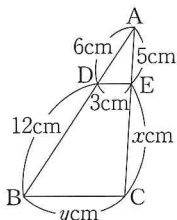
Try

次の図で、 $DE \parallel BC$ のとき、 x, y の値を求めなさい。

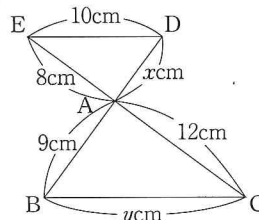
(1)



(2)



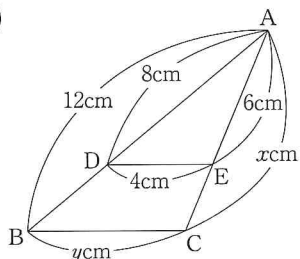
(3)



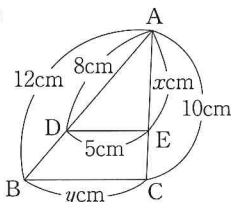
Exercise

次の図で、 $DE \parallel BC$ のとき、 x, y の値を求めなさい。

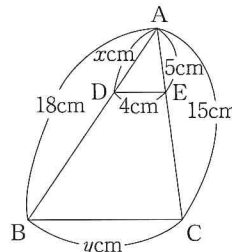
(1)



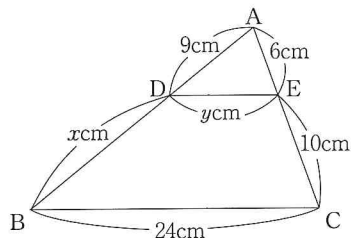
(2)



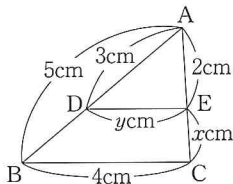
(3)



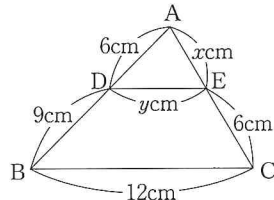
(4)



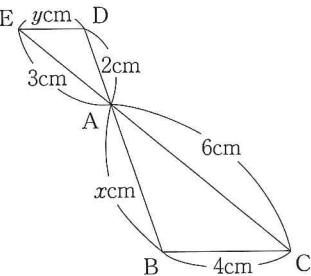
(5)



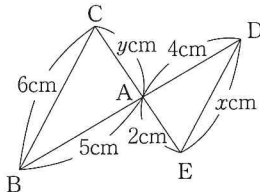
(6)



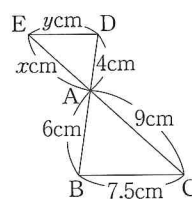
(7)



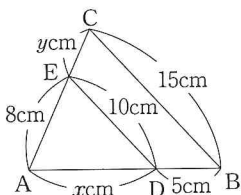
(8)



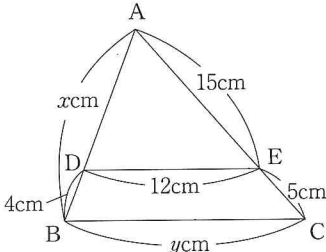
(9)



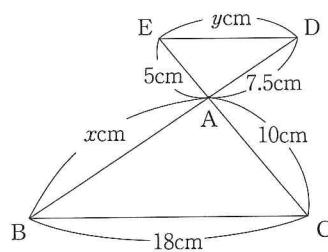
(10)



(11)



(12)

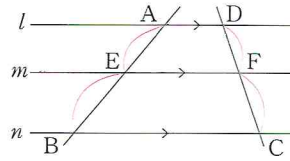


5-9 平行線と線分の比②

Point!

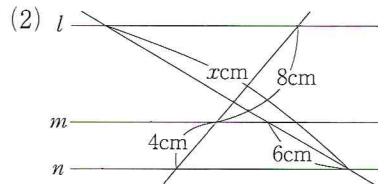
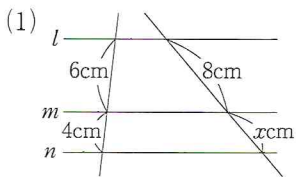
❗ 右の図で、 $l \parallel m \parallel n$ のとき、

$AE : EB = \underline{DF : FC}$ ☞

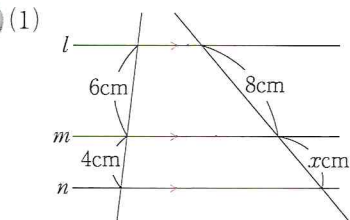


Warm Up

次の図で、 $l \parallel m \parallel n$ のとき、 x の値を求めなさい。



解説

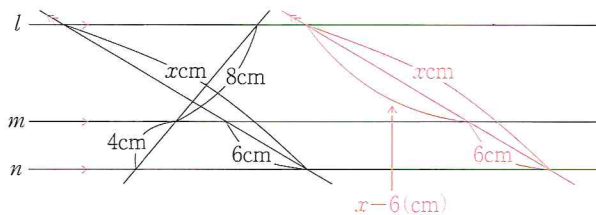


$$6 : 4 = 8 : x$$

$$6x = 32$$

$$x = \frac{16}{3}$$

(2) 下の図のように補助線をひいて考える。



$$8 : 4 = (x-6) : 6$$

$$4(x-6) = 48$$

$$4x - 24 = 48$$

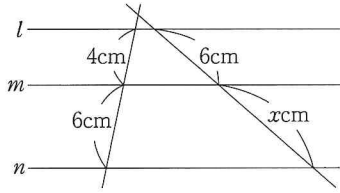
$$4x = 72$$

$$x = 18$$

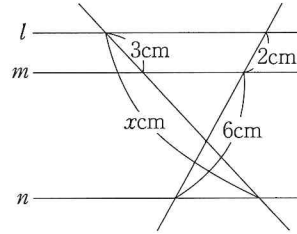
Try

次の図で、 $l \parallel m \parallel n$ のとき、 x の値を求めなさい。

(1)



(2)

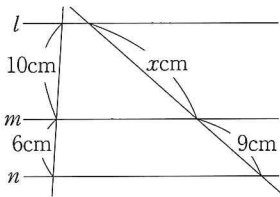


Exercise

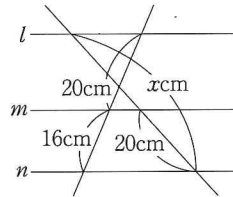
次の問いに答えなさい。

(1) 次の図で、 $l \parallel m \parallel n$ のとき、 x の値を求めなさい。

①

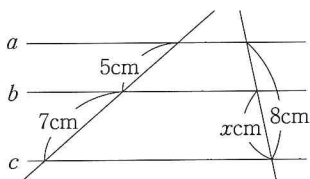


②

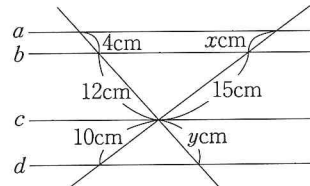


(2) 次の図で、 $a \parallel b \parallel c \parallel d$ のとき、 x, y の値を求めなさい。

①



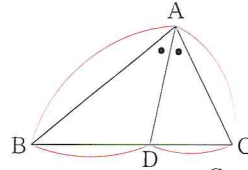
②



Point!

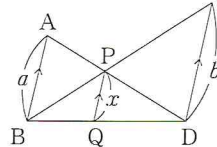
❗ 右の図で、AD が∠A の二等分線であるとき、

$AB : AC = \underline{BD : CD}$



❗ 右の図で、AB // PQ // CD のとき、

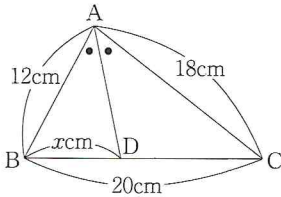
$x = \frac{ab}{a+b}$ (積和)



Warm Up

次の問いに答えなさい。

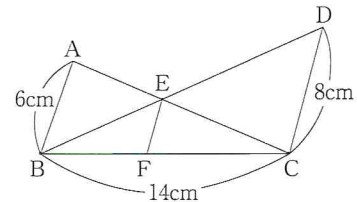
(1) 次の図で、AD が∠BAC の二等分線であるとき、x の値を求めなさい。



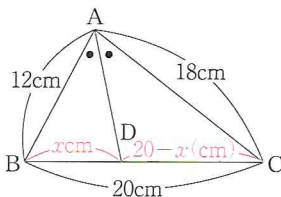
(2) 右の図で、AB // EF // DC のとき、次の問いに答えなさい。

① EF の長さを求めなさい。

❖ ② FC の長さを求めなさい。



解説 (1)



BD = xcm なので、CD = 20 - x (cm)

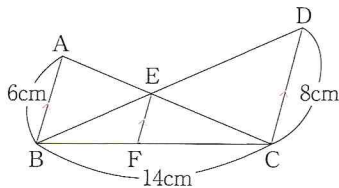
AD は∠BAC の二等分線なので、

$AB : AC = BD : CD$

$12 : 18 = x : (20 - x)$

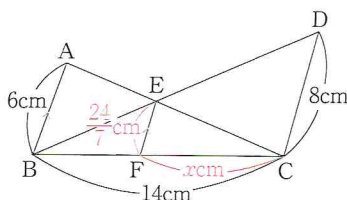
これを解いて、 $x = 8$

(2) ① Point! の式を利用する。



$EF = \frac{6 \times 8}{6 + 8}$
 $= \frac{48}{14}$
 $= \frac{24}{7}$ cm

②



FC = xcm とする。

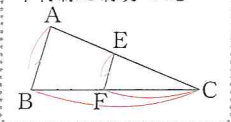
CF : CB = EF : AB なので、

$x : 14 = \frac{24}{7} : 6$

これを解いて、 $x = 8$

よって、8cm

平行線と線分の比

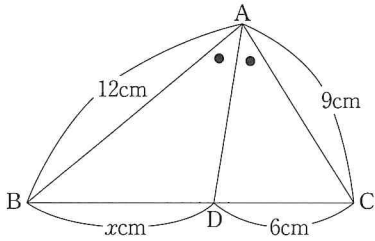


Try

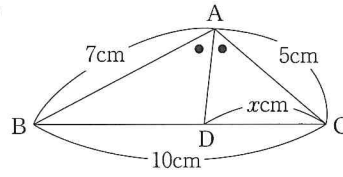
次の問いに答えなさい。

(1) 次の図で、ADが $\angle BAC$ の二等分線であるとき、 x の値を求めなさい。

①



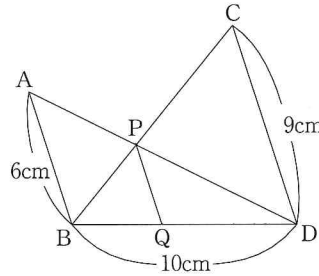
②



(2) 次の図で、AB, PQ, CDがいずれも平行であるとき、次の問いに答えなさい。

① 線分PQの長さを求めなさい。

❖ ② 線分BQの長さを求めなさい。

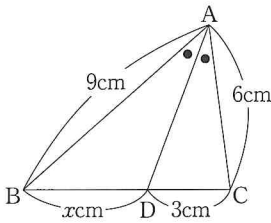


Exercise

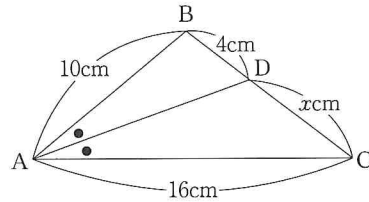
次の問いに答えなさい。

(1) 次の図で、ADが $\angle BAC$ の二等分線であるとき、 x の値を求めなさい。

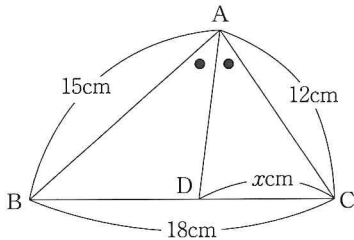
①



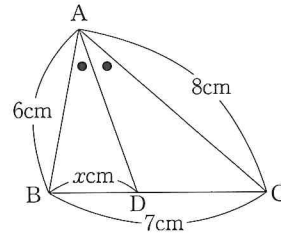
②



③



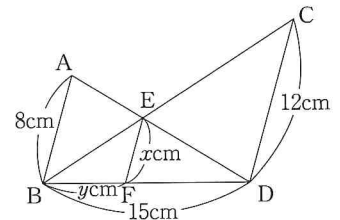
④



(2) 右の図で、 $AB \parallel EF \parallel CD$ である。次の問いに答えなさい。

① x の値を求めなさい。

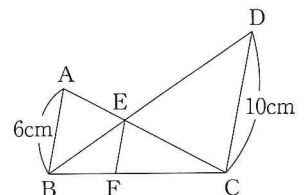
❖ ② y の値を求めなさい。



(3) 右の図で、AB, DC, EFは平行である。次の問いに答えなさい。

① EFの長さを求めなさい。

❖ ② $BF : BC$ を求めなさい。



Point!

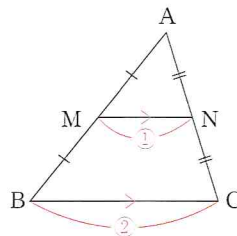
！ 中点連結定理

△ABCにおいて、M、Nがそれぞれ辺AB、ACの中点のとき、

$MN \parallel BC$

$MN = \frac{1}{2}BC$

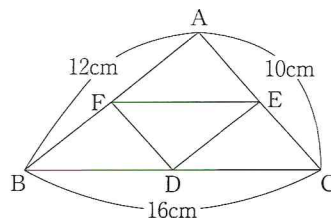
..... $MN : BC = 1 : 2$



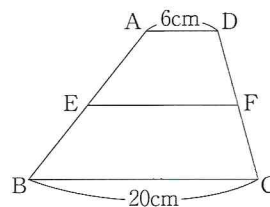
Warm Up

次の問いに答えなさい。

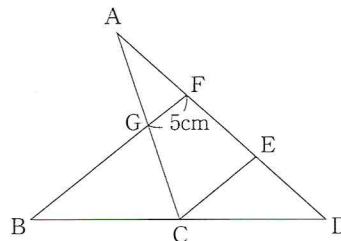
(1) 右の図で、辺BC、CA、ABの中点をそれぞれ、D、E、Fとすると、△DEFの3つの辺の長さを求めなさい。



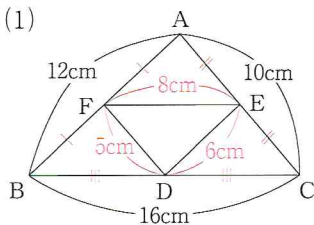
(2) 右の図で、AD // EF // BCである。AE = EB, DF = FCのとき、EFの長さを求めなさい。



(3) 右の図で、AF = FE = ED, BC = CD, GF = 5cmのとき、BGの長さを求めなさい。



解説

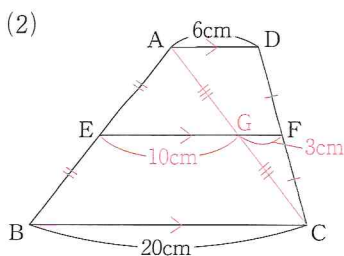


中点連結定理より、

$FE = \frac{1}{2}BC$ なので、 $FE = 8\text{cm}$

$ED = \frac{1}{2}AB$ なので、 $ED = 6\text{cm}$

$FD = \frac{1}{2}AC$ なので、 $FD = 5\text{cm}$



線分ACをひき、EFとの交点をGとする。

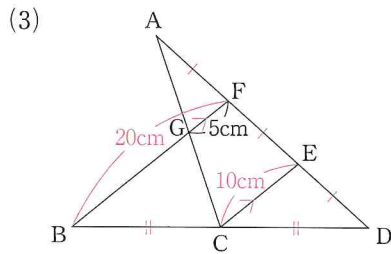
このとき、GはACの中点になるので、中点連結定理が使える。

平行線と線分の比から、
 $AG : GC = AE : EB = 1 : 1$

△ABCにおいて、 $EG = \frac{1}{2}BC$ なので、 $EG = 10\text{cm}$

△ACDにおいて、 $GF = \frac{1}{2}AD$ なので、 $GF = 3\text{cm}$

よって、 $EF = EG + GF$ より、 $EF = 13\text{cm}$



△DFBにおいて中点連結定理より、 $EC \parallel FB$

$AF : AE = GF : CE$ より、

$$1 : 2 = 5 : CE$$

よって、 $CE = 10\text{cm}$

△DFBにおいて中点連結定理より、

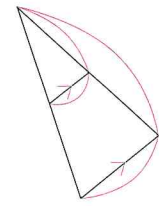
$$BF = 20\text{cm}$$

$$BG = BF - GF \text{ なので、}$$

$$BG = 20 - 5$$

$$= 15 \quad \underline{15\text{cm}}$$

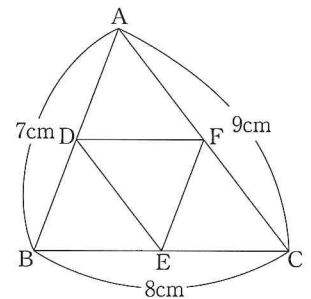
平行線と線分の比



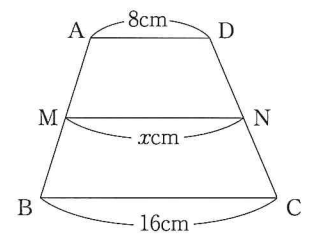
Try

次の問いに答えなさい。

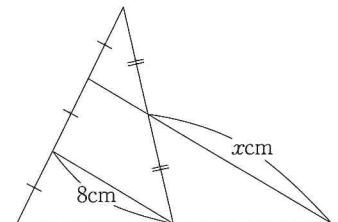
- (1) 右の図の△ABCで、点D、E、Fは、それぞれ辺AB、BC、CAの中点である。△DEFの周の長さを求めなさい。



- (2) 右の図で、 $AD \parallel MN \parallel BC$ である。M、Nがそれぞれ辺AB、DCの中点であるとき、 x の値を求めなさい。



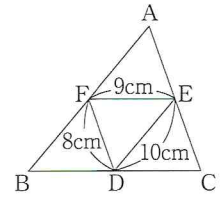
- ★(3) 右の図で、 x の値を求めなさい。



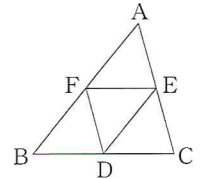
Exercise

次の問いに答えなさい。

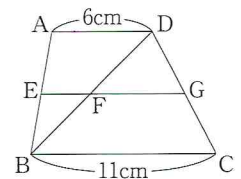
- (1) 右の図の△ABCで、点D, E, Fはそれぞれ辺BC, CA, ABの中点である。△ABCの周の長さを求めなさい。



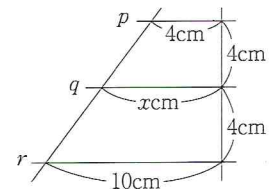
- (2) 右の図で、△ABCの3辺BC, CA, ABの中点をそれぞれD, E, Fとする。△ABCの周の長さが34cmであるとき、△DEFの周の長さを求めなさい。



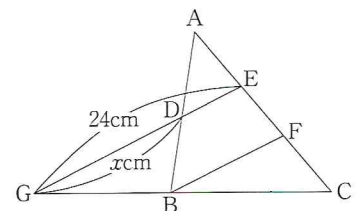
- (3) 右の図で、AD // EG // BCである。点E, GはそれぞれAB, DCの中点である。EF, EGの長さを求めなさい。



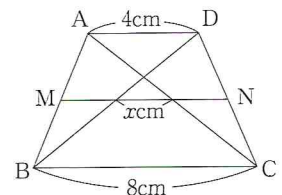
- (4) 右の図で、 $p \parallel q \parallel r$ である。 x の値を求めなさい。



- (5) 右の図で、 $AD = DB$, $AE = EF = FC$ のとき、 x の値を求めなさい。



- (6) 右の図で、 $AD \parallel MN \parallel BC$, $AM = MB$ のとき、 x の値を求めなさい。



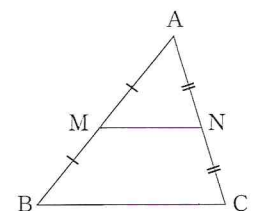
- (7) 次の()にあてはまるものを書きなさい。

・中点連結定理

△ABCにおいて、M, Nがそれぞれ辺AB, ACの中点のとき、

(①)) // (②))

(③)) = (④))

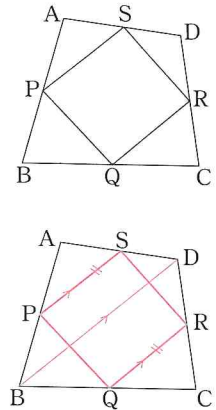


Point!

❗ 平行四辺形であることの証明は、
「1組の対辺が平行でその長さが等しい」を使うことが多い。🔊

Warm Up

四角形 ABCD の4 辺 AB, BC, CD, DA の中点をそれぞれ P, Q, R, S とする。このとき、四角形 PQRS は平行四辺形になることを証明しなさい。

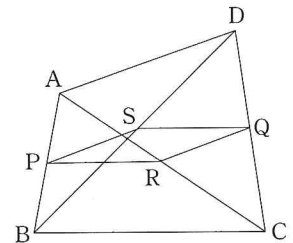


解説 [証明]

対角線 DB をひくと、
△ABD において、点 P, S はそれぞれ辺 AB, AD の中点なので、
中点連結定理より、 $PS \parallel BD$, $PS = \frac{1}{2}BD$ ……①
同様に△CBD において、 $QR \parallel BD$, $QR = \frac{1}{2}BD$ ……②
①, ②より、 $PS \parallel QR$, $PS = QR$
よって、1組の対辺が平行でその長さが等しいので、
四角形 PQRS は平行四辺形になる。

Try

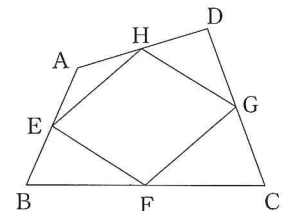
四角形 ABCD において、2 辺 AB, CD, 対角線 AC, BD の中点を、それぞれ P, Q, R, S とすると、四角形 PRQS は平行四辺形になることを証明しなさい。



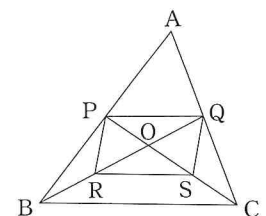
Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 四角形 ABCD の辺 AB, BC, CD, DA の中点をそれぞれ E, F, G, H とするとき、四角形 EFGH は平行四辺形になる。このことを証明しなさい。



(2) △ABC で、辺 AB, AC の中点をそれぞれ P, Q とし、PC と QB の交点を O とする。また、OB, OC の中点をそれぞれ R, S とする。四角形 PRSQ は平行四辺形になることを証明しなさい。



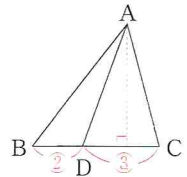
Point!

❗ 相似な図形の面積の比

相似な2つの図形で、相似比が $m:n$ のとき、面積の比は $m^2:n^2$

❗ 高さが等しい三角形の面積の比は、底辺の長さの比 に等しい。

〈例〉右の図で、 $\triangle ABD$ と $\triangle ADC$ の面積の比は $2:3$

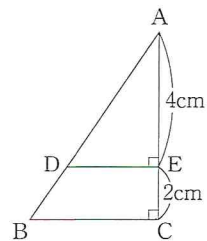


Warm Up

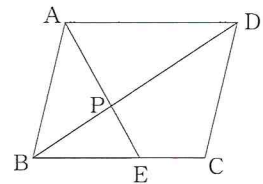
次の問いに答えなさい。

(1) 右の図で、 $BC \parallel DE$ である。次の問いに答えなさい。

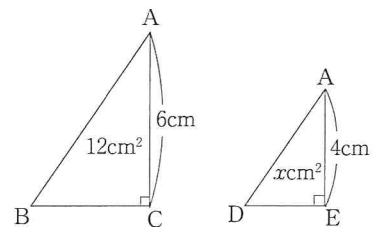
- ① $\triangle ABC$ と $\triangle ADE$ の相似比を求めなさい。
- ② $\triangle ABC$ と $\triangle ADE$ の面積の比を求めなさい。
- ③ $\triangle ABC$ の面積が 12cm^2 のとき、 $\triangle ADE$ の面積を求めなさい。



❗ (2) 右の図の平行四辺形 ABCD で、BC 上に $BE:EC=3:2$ となる点 E をとり、AE と BD の交点を P とする。 $\triangle PBE$ の面積が 27cm^2 のとき、平行四辺形 ABCD の面積を求めなさい。

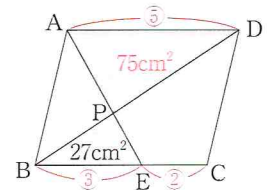


解説 (1) ① $AC:AE=6:4$ なので、相似比は $3:2$
 ② 相似比が $3:2$ なので、面積の比は、 $3^2:2^2=9:4$
 ③ $\triangle ADE$ の面積を $x\text{cm}^2$ とすると、②より、
 $12:x=9:4$
 これを解いて、 $x=\frac{16}{3}$ $\frac{16}{3}\text{cm}^2$

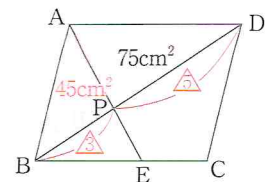


(2) 面積がわかっている三角形と相似な三角形や、高さが等しい三角形を見つける。

$AD \parallel BE$ より $\triangle PBE \sim \triangle PDA$
 $BE:DA=3:5$ より、 $\triangle PBE$ と $\triangle PDA$ の相似比は $3:5$
 $\triangle PBE$ と $\triangle PDA$ の面積の比は、 $3^2:5^2=9:25$
 $\triangle PBE$ は 27cm^2 なので、 $27:\triangle PDA=9:25$
 これを解いて、 $\triangle PDA=75\text{cm}^2$ ……①



$\triangle PBA$ と $\triangle PDA$ において、BD 上の辺を底辺として考えると、
 2つの三角形は高さが等しく、底辺の長さの比が $3:5$ なので、
 $\triangle PBA:75=3:5$ これを解いて、 $\triangle PBA=45\text{cm}^2$ ……②



①、②より、 $\triangle ABD = \triangle PBA + \triangle PDA = 45 + 75 = 120$
 平行四辺形 ABCD の面積は、 $120 \times 2 = 240$ 240cm^2

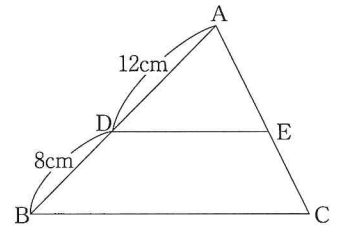
…… 平行四辺形 ABCD の面積は、 $\triangle ABD$ の面積の2倍になる

5 相似な図形

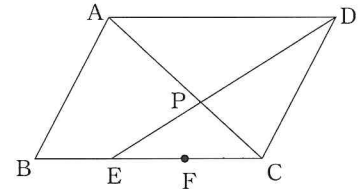
Try

次の問いに答えなさい。

- (1) 右の図の $\triangle ABC$ において、 $AD=12\text{cm}$ 、 $DB=8\text{cm}$ で、 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ のとき、次の問いに答えなさい。
- $\triangle ADE$ と $\triangle ABC$ の相似比を求めなさい。
 - $\triangle ADE$ と $\triangle ABC$ の面積の比を求めなさい。
 - $\triangle ABC$ の面積が 75cm^2 のとき、 $\triangle ADE$ の面積を求めなさい。



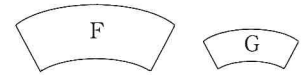
- ❖(2) 右の図のように、平行四辺形 ABCD の辺 BC を 3 等分する点を E、F とし、AC と DE の交点を P とする。 $\triangle PEC$ の面積が 4cm^2 のとき、平行四辺形 ABCD の面積を求めなさい。



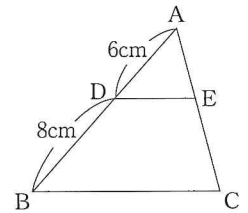
Exercise

次の問いに答えなさい。

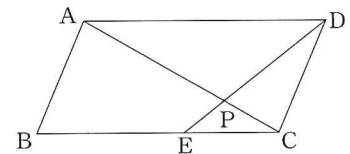
- (1) 相似な 2 つの図形 F、G があって、F と G の相似比が $5:3$ である。次の問いに答えなさい。
- F と G の面積の比を求めなさい。
 - F の面積が 600cm^2 のとき、G の面積を求めなさい。



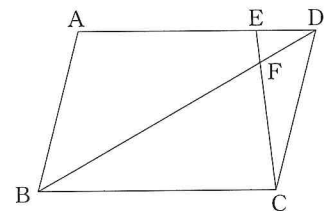
- (2) 右の図で、 $DE \parallel BC$ 、 $AD=6\text{cm}$ 、 $DB=8\text{cm}$ である。次の問いに答えなさい。
- $\triangle ADE$ と $\triangle ABC$ の相似比を求めなさい。
 - $\triangle ADE$ と $\triangle ABC$ の面積の比を求めなさい。
 - $\triangle ADE$ の面積が 12cm^2 のとき、 $\triangle ABC$ の面積を求めなさい。



- ❖(3) 平行四辺形 ABCD の辺 BC 上に $BE:EC=3:2$ となる点 E をとる。また、AC と DE の交点を P とする。 $\triangle PCD$ の面積が 10cm^2 のとき、平行四辺形 ABCD の面積を求めなさい。



- ❖(4) 右の図の平行四辺形 ABCD において、 $BC=4\text{cm}$ 、 $ED=1\text{cm}$ であり、 $\triangle DEF$ の面積は $\frac{5}{4}\text{cm}^2$ である。このとき、平行四辺形 ABCD の面積を求めなさい。



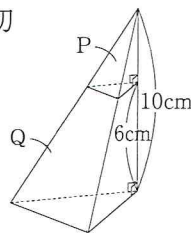
Point!

- ❗ 相似な立体の性質
対応する長さの比は、すべて等しい。
- ❗ 相似な2つの立体で、相似比が $m:n$ であるとき、
表面積の比は $m^2:n^2$
体積の比は $m^3:n^3$ 📌

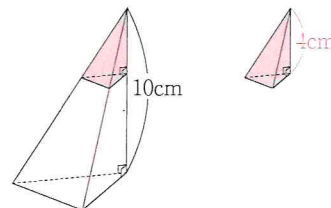
Warm Up

右の図のように、高さ10cmの角錐を高さ6cmのところ、底面に平行な平面で切ると、小さい角錐Pと立体Qができる。次の問いに答えなさい。

- (1) もとの角錐と角錐Pの、表面積の比と体積の比を求めなさい。
- (2) 角錐Pの体積が $\frac{64}{25} \text{ cm}^3$ のとき、もとの角錐の体積を求めなさい。
- (3) 角錐Pと立体Qの体積の比を求めなさい。

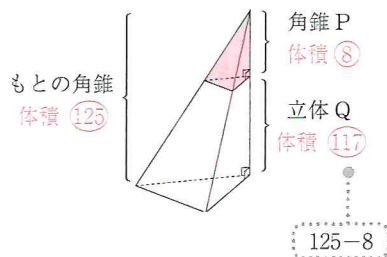


解説 (1) 「もとの角錐」と「角錐P」は相似であり、
高さについて、 $10:(10-6)=10:4=5:2$
よって、相似比は $5:2$ 、
表面積の比は $5^2:2^2=25:4$
体積の比は $5^3:2^3=125:8$



(2) もとの角錐の体積を $x \text{ cm}^3$ とする。
(1)より、「もとの角錐」と「角錐P」の体積の比は $125:8$ なので、
 $x:\frac{64}{25}=125:8$
これを解いて、 $x=40$ 40 cm^3

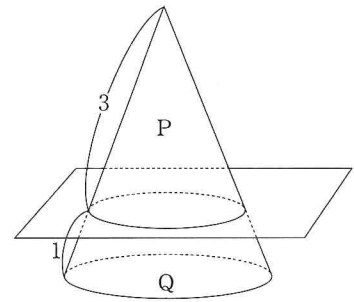
(3) 角錐Pと立体Qは相似ではないことに注意する。
「立体Q」は、「もとの角錐」から「角錐P」をのぞいた部分なので、
角錐Pの体積：立体Qの体積
= 角錐Pの体積：(もとの角錐の体積 - 角錐Pの体積)
= $8:(125-8)$
= $8:117$ $8:117$



Try

右の図のような円錐を、母線の長さの比が3:1になるように底面と平行な平面で2つの立体P, Qに分ける。次の問いに答えなさい。

- (1) もとの円錐と立体Pの表面積の比を求めなさい。
- (2) もとの円錐と立体Pの体積の比を求めなさい。
- (3) 立体Pと立体Qの体積の比を求めなさい。
- (4) もとの円錐の体積が 640cm^3 のとき、立体Qの体積を求めなさい。

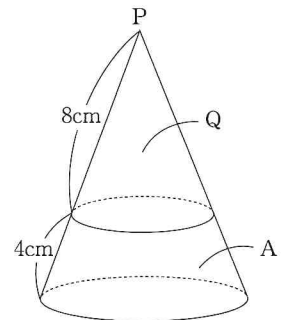


Exercise

次の問いに答えなさい。

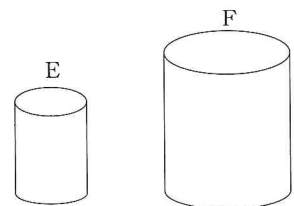
- (1) 右の図のように、円錐Pを底面に平行な平面で切り、円錐Qと、PからQを取りのぞいた立体Aに分ける。円錐Pの体積が $108\pi\text{cm}^3$ のとき、次の問いに答えなさい。

- ① 円錐Qと円錐Pの表面積の比を求めなさい。
- ② 円錐Qと円錐Pの体積の比を求めなさい。
- ③ 立体Aの体積を求めなさい。

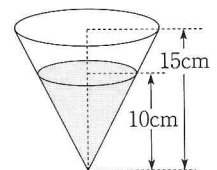


- (2) 相似な2つの円柱EとFがあり、その高さの比は、2:3である。次の問いに答えなさい。

- ① 円柱Fの表面積が 81cm^2 のとき、円柱Eの表面積を求めなさい。
- ② 円柱Eの体積が 80cm^3 のとき、円柱Fの体積を求めなさい。



- (3) 右の図のような円錐形の容器に 280cm^3 の水を入れ、水面と容器の上の面が平行になるようにして深さを測ると、10cmになった。水はあと何 cm^3 入るか求めなさい。

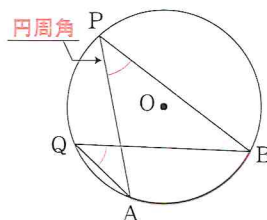


6-1 円周角と中心角①

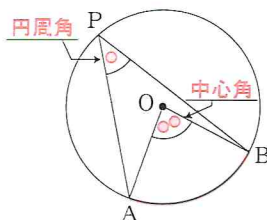
Point!

! 円周角の定理

- ・ 円Oで、 \widehat{AB} を除いた円周上に点Pをとるとき、 $\angle APB$ を \widehat{AB} に対する円周角 という。
- ・ 同じ弧に対する円周角は 等しい 。

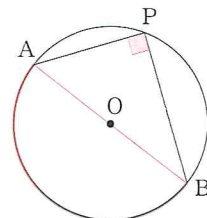


- ・ 頂点が円周上にある角は円周角、頂点が中心にある角は中心角である。
- ・ 1つの弧に対する円周角の大きさは、その弧に対する 中心角の大きさの半分 である。



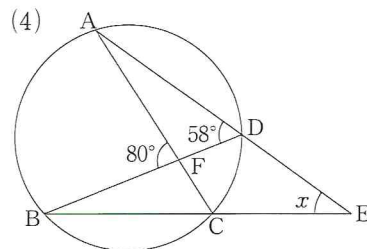
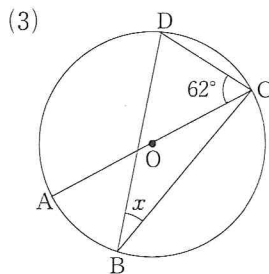
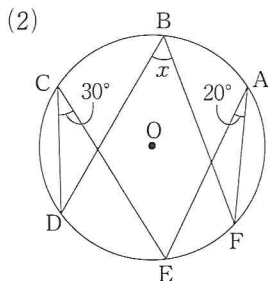
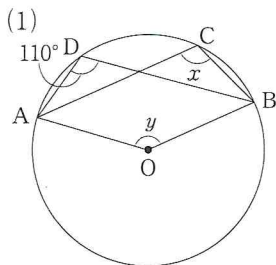
! 直径と円周角

- ・ 半円の弧に対する円周角は 90° である。
- ・ 図に 直径 があるときは、 90° の角を見つける。

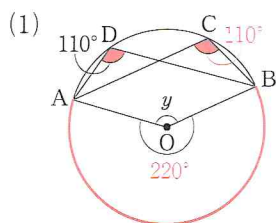


Warm Up

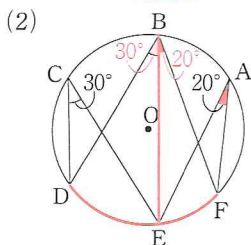
次の $\angle x$, $\angle y$ の大きさを求めなさい。



解説 円周角や中心角の問題は、必ず対応する弧を確認する。

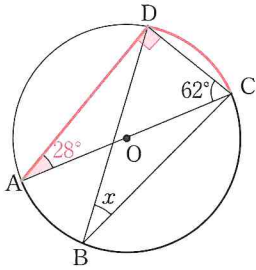


同じ弧に対する円周角が 110° なので、 $\angle x = 110^\circ$
 円周角の大きさは同じ弧に対する中心角の半分なので、
 中心角は、 $110^\circ \times 2 = 220^\circ$
 よって、 $\angle y = 360^\circ - 220^\circ$ $\angle y = 140^\circ$



補助線 BE をひいて考える。
 \widehat{DE} に対する円周角は 30° 、
 \widehat{EF} に対する円周角は 20° なので、
 $\angle x = 50^\circ$

(3)

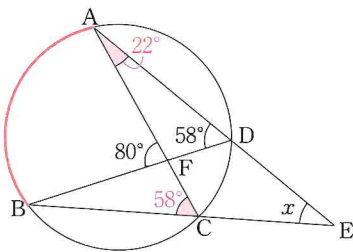


補助線 AD をひいて考える。●
 図に直径があるときは、 90° の角を見つける
 →ないときは補助線をひいて、 90° の角をつくる

半円の弧に対する円周角は 90° なので、
 $\angle ADC = 90^\circ$
 $\triangle ADC$ の内角について、
 $\angle DAC = 180^\circ - (62^\circ + 90^\circ)$
 $= 28^\circ$

\widehat{DC} に対する円周角が 28° なので、
 $\angle x = 28^\circ$

(4)



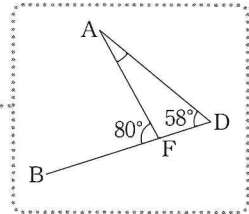
\widehat{AB} に対する円周角が 58° なので、
 $\angle ACB = 58^\circ$

$\triangle ADF$ に注目して、
 三角形の外角の性質より、
 $\angle AFB = \angle FAD + \angle ADF$
 $80^\circ = \angle FAD + 58^\circ$

これを解いて、 $\angle FAD = 22^\circ$

また、 $\triangle AEC$ に注目して、三角形の外角の性質より、
 $\angle ACB = \angle CAE + \angle AEC$

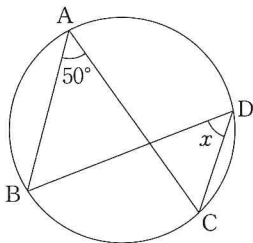
$58^\circ = 22^\circ + \angle x$ これを解いて、 $\angle x = 36^\circ$



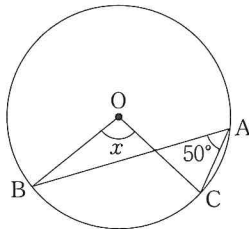
Try

次の $\angle x$ の大きさを求めなさい。

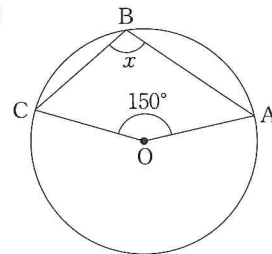
(1)



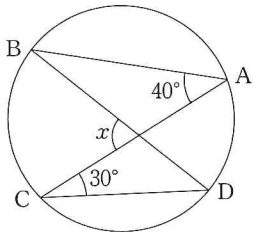
(2)



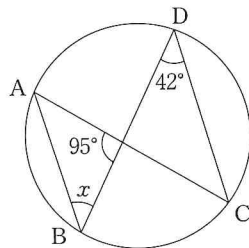
(3)



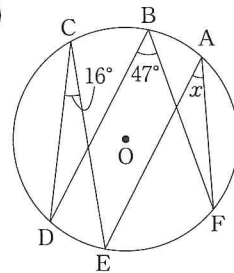
(4)



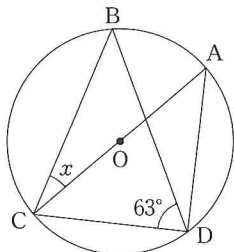
(5)



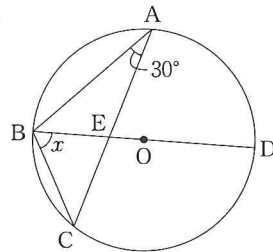
(6)



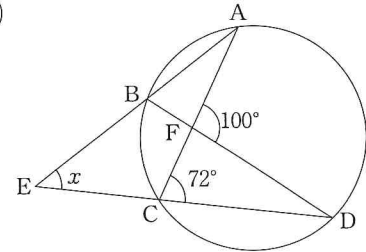
(7)



(8)



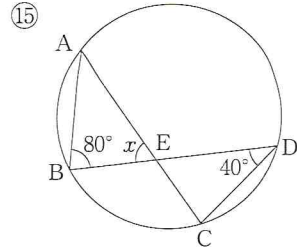
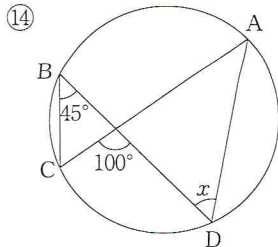
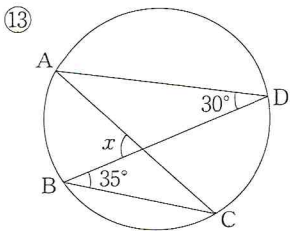
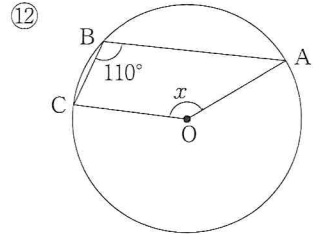
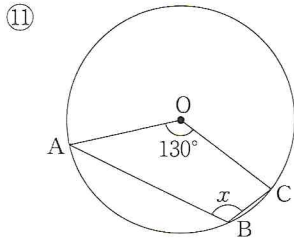
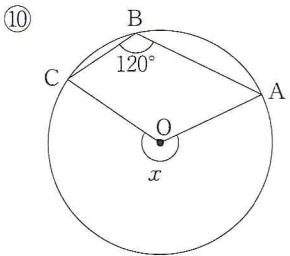
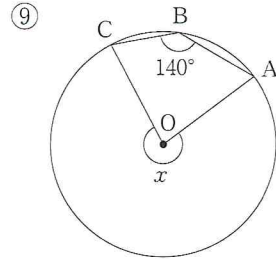
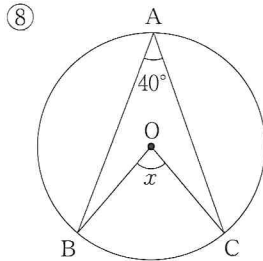
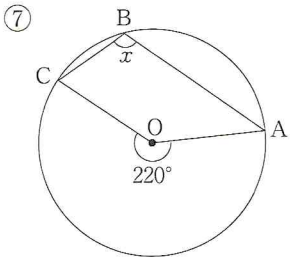
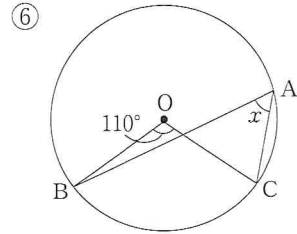
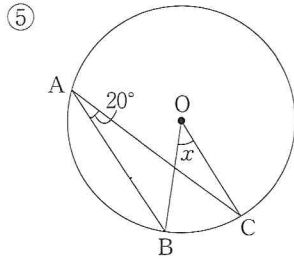
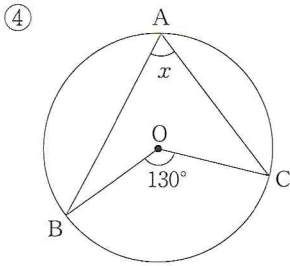
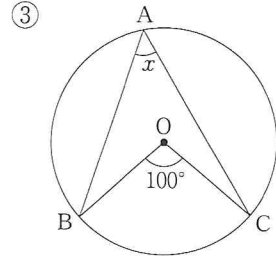
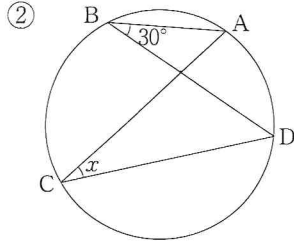
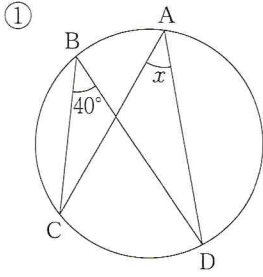
(9)



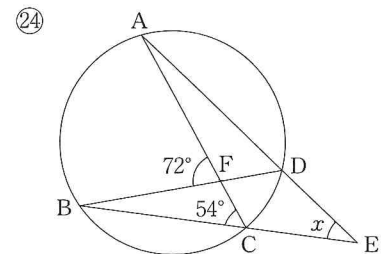
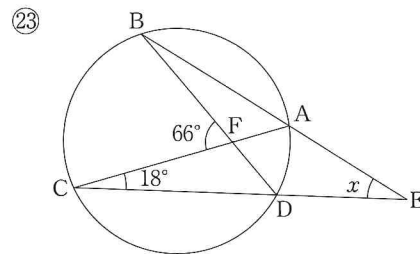
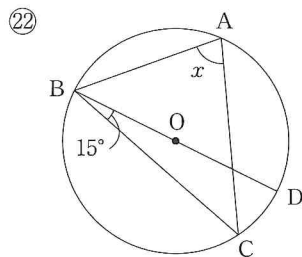
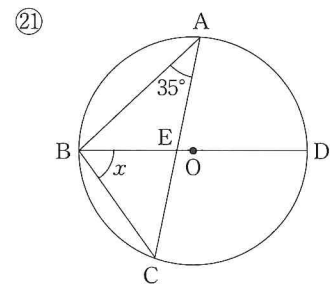
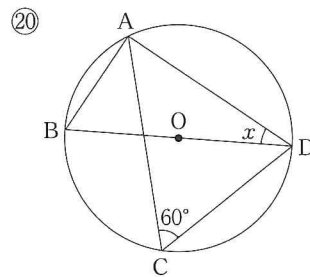
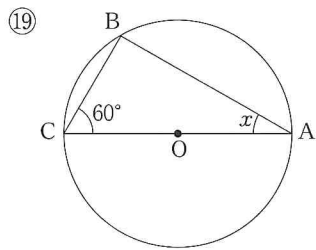
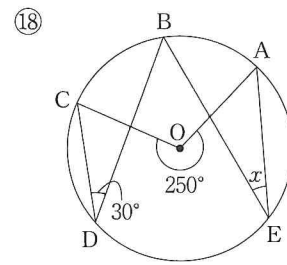
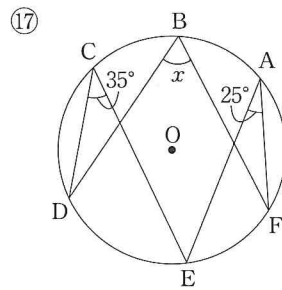
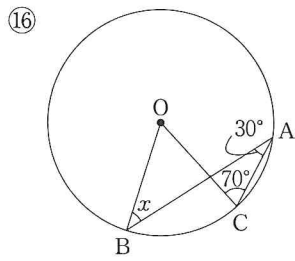
Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 次の $\angle x$ の大きさを求めなさい。

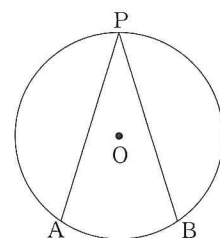


6
円



(2) 次の()にあてはまることばを書きなさい。

- ・右の図の円Oで、 $\angle APB$ を \widehat{AB} に対する(①)という。
- ・1つの弧に対する円周角の大きさは、その弧に対する中心角の大きさの(②)である。

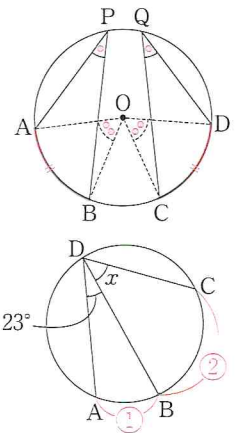


6-2 円周角と中心角②

Point!

! 円周角と弧

- ・1つの円で、長さが等しい弧に対する **円周角** の大きさは等しい。
- ・1つの円で、長さが等しい弧に対する **中心角** の大きさは等しい。☺



・円周角や中心角の大きさは、**弧の長さ** に比例する。

〈例〉右の図で、 $\widehat{AB} : \widehat{BC} = 1 : 2$ とすると、

$$23^\circ : \angle x = \underline{1 : 2} \quad \text{☺}$$

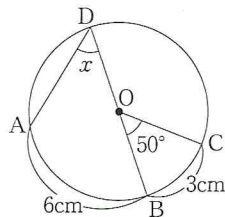
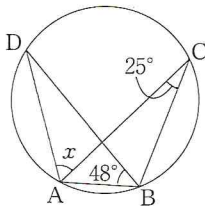
! 「円周を n 等分している点」の問題では、まず1つの弧に対する円周角を求める。

$$1 \text{ つの弧に対する円周角} = \underline{\frac{180^\circ}{n}} \quad \text{☺}$$

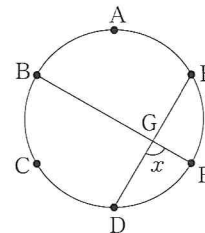
Warm Up

次の $\angle x$ の大きさを求めなさい。

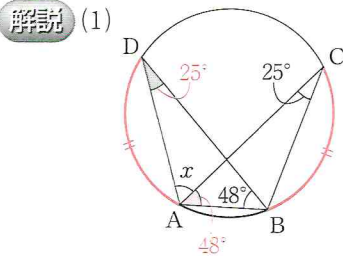
(1) $\widehat{AD} = \widehat{BC}$ (2)



(3) 点 A ~ F は円周を 6 等分する点



解説



長さが等しい弧に対する円周角の大きさは等しいので、

$$\angle BAC = \angle ABD = 48^\circ$$

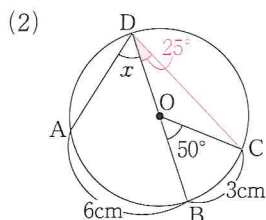
同じ弧に対する円周角が 25° なので、

$$\angle ADB = 25^\circ$$

$\triangle ADB$ の内角について、

$$\angle x = 180^\circ - (25^\circ + 48^\circ + 48^\circ)$$

$$\underline{\angle x = 59^\circ}$$



線分 DC をひくと、 $\angle BDC = 25^\circ$

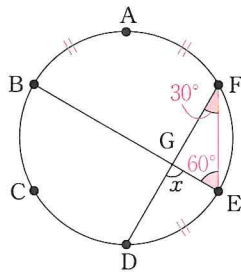
$$\widehat{AB} : \widehat{BC} = 6 : 3 = 2 : 1$$

円周角の大きさは弧の長さに比例するので、

$$\angle x : 25^\circ = 2 : 1$$

$$\text{これを解いて、} \underline{\angle x = 50^\circ}$$

(3)



1つの弧に対する円周角 $= \frac{180^\circ}{6} = 30^\circ$

線分 FE をひく。

$\angle DFE$ は、 \widehat{DE} に対する円周角なので、

$\angle DFE = 30^\circ$

$\widehat{DE} : \widehat{BF} = 1 : 2$ なので、

$30^\circ : \angle BEF = 1 : 2$

$\angle BEF = 60^\circ$

$\triangle GEF$ の外角より、

$\angle x = 30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$

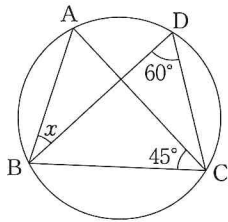
$\angle x = 90^\circ$

\widehat{DE} は円周を 6 等分したうちの 1 つの弧

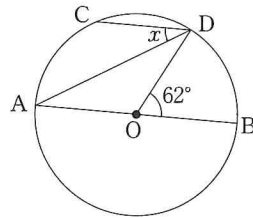
Try

次の $\angle x$ の大きさを求めなさい。

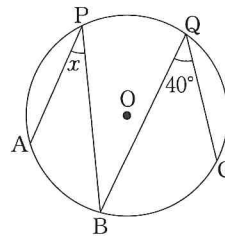
(1) $\widehat{AB} = \widehat{DC}$



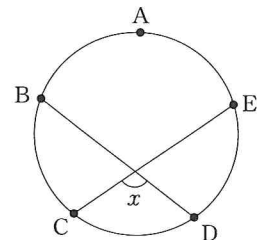
(2) $\widehat{CA} = \widehat{BD}$



(3) $\widehat{AB} = 9\text{cm}$,
 $\widehat{BC} = 12\text{cm}$



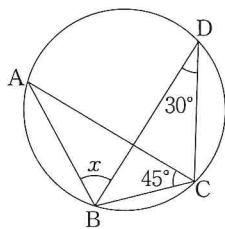
(4) 点 A ~ E は円周を 5 等分する点



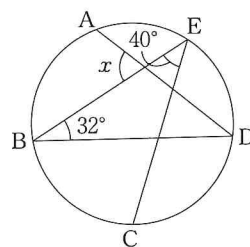
Exercise

次の $\angle x$, $\angle y$ の大きさを求めなさい。

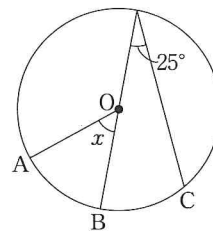
(1) $\widehat{AB} = \widehat{CD}$



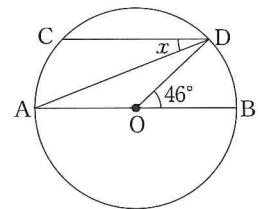
(2) $\widehat{AB} = \widehat{BC}$



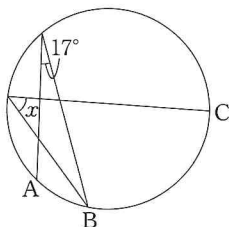
(3) $\widehat{AB} = \widehat{BC}$



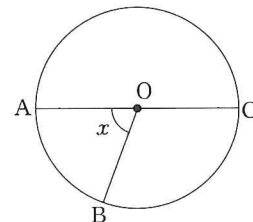
(4) $\widehat{CA} = \widehat{DB}$



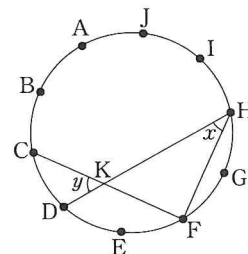
(5) $\widehat{AB} : \widehat{BC} = 1 : 3$



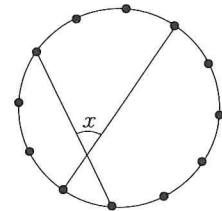
(6) $\widehat{AB} = 6\text{cm}$,
 $\widehat{BC} = 9\text{cm}$



(7) 点 A ~ J は円周を 10 等分する点



(8) 円周を 12 等分する点

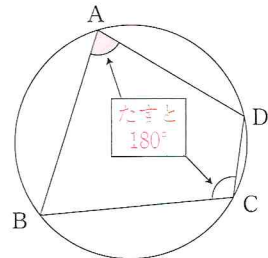


6-3 円周角と中心角③

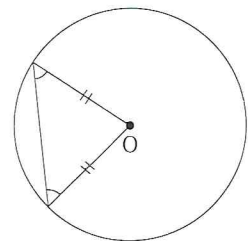
Point!

❗ 四角形の4つの頂点が1つの円周上にあるとき、この四角形は円に内接するという。

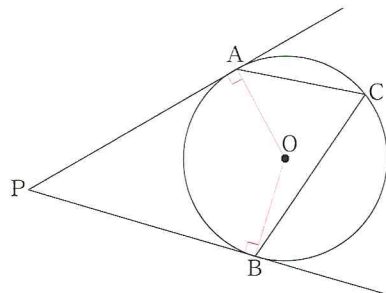
円に内接する四角形の対角の和は 180° である。



❗ 半径を2辺にもつ三角形は二等辺三角形になるので、底角が等しい ことを利用する。



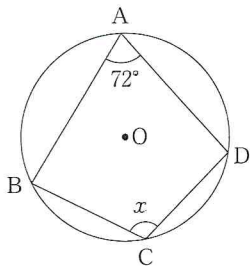
❗ 接線が出てくる問題では、中心から接点に補助線をひくと、接線との角度が 90° になる。☺



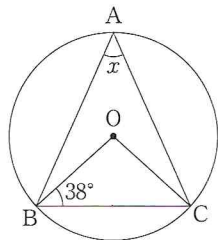
Warm Up

次の∠xの大きさを求めなさい。

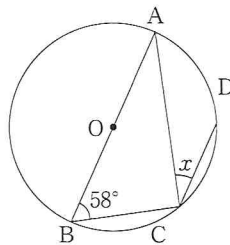
(1)



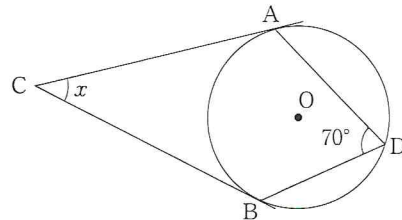
(2)



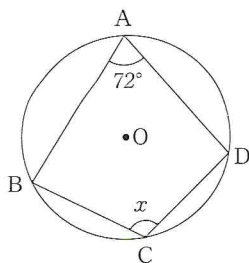
(3) AB // DC



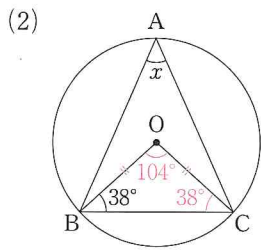
(4) AC, BCは円Oの接線



解説 (1)



円に内接する四角形の対角の和は180°なので、
 $72^\circ + \angle x = 180^\circ$
 $\angle x = 108^\circ$

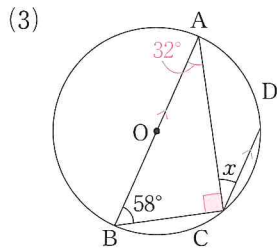


△OBC は二等辺三角形なので、
 $\angle BOC = 180^\circ - 38^\circ \times 2 = 104^\circ$

半径 OB, OC を 2 辺にもつ三角形

1 つの弧に対する円周角の大きさは、その弧に対する中心角の大きさの半分なので、

$\angle x = 104^\circ \div 2 \quad \underline{\angle x = 52^\circ}$

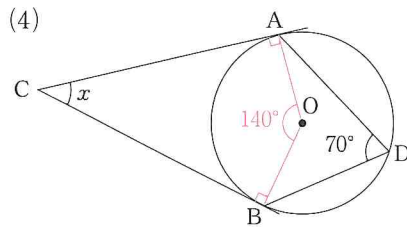


半円の弧に対する円周角は 90° なので、
 $\angle ACB = 90^\circ$

図に直径があるときは、 90° の角を見つける

△ABC の内角について、
 $\angle BAC = 180^\circ - (58^\circ + 90^\circ) = 32^\circ$

平行線の錯角は等しいので、
 $\underline{\angle x = 32^\circ}$

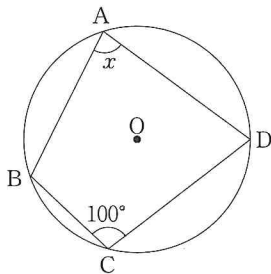


左の図のように補助線をひくと、
 $\angle OBC = \angle OAC = 90^\circ$
 中心角の大きさは同じ弧に対する円周角の 2 倍になるので、
 $\angle AOB = 70^\circ \times 2 = 140^\circ$
 四角形 AOBC について、内角の和は 360° なので、
 $\angle x = 360^\circ - (90^\circ + 90^\circ + 140^\circ) = 40^\circ \quad \underline{\angle x = 40^\circ}$

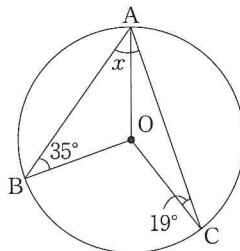
Try

次の $\angle x$ の大きさを求めなさい。

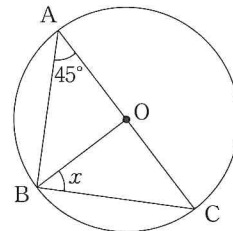
(1)



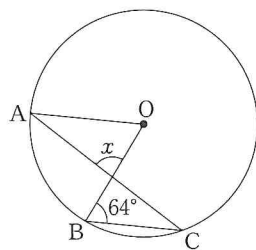
(2)



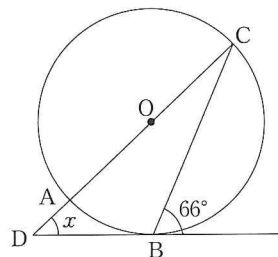
(3)



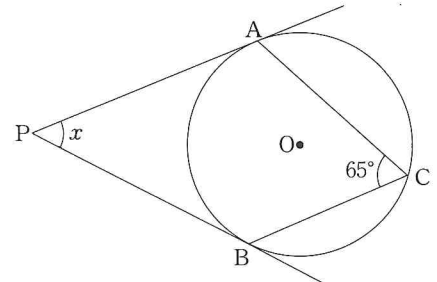
(4) $AO \parallel BC$



(5) DB は円 O の接線



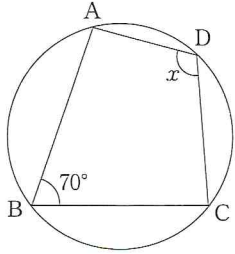
(6) PA, PB は円 O の接線



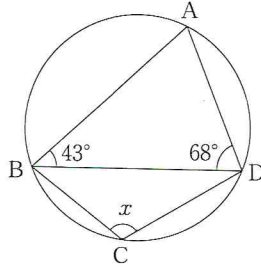
Exercise

次の $\angle x$ の大きさを求めなさい。

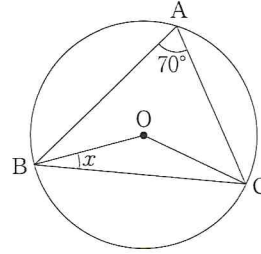
(1)



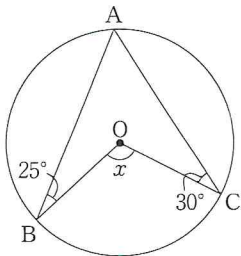
(2)



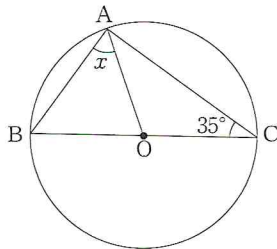
(3)



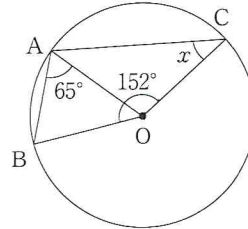
(4)



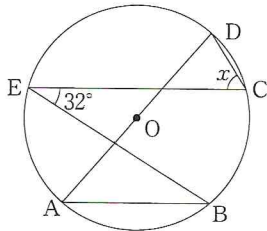
(5)



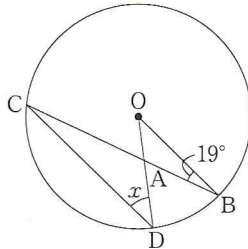
(6)



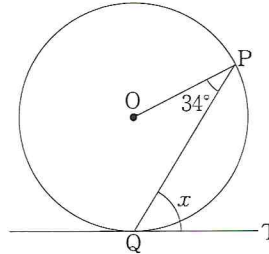
(7) $AB \parallel EC$



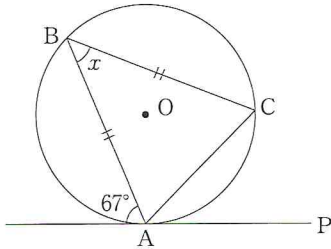
(8) $OB \parallel CD$



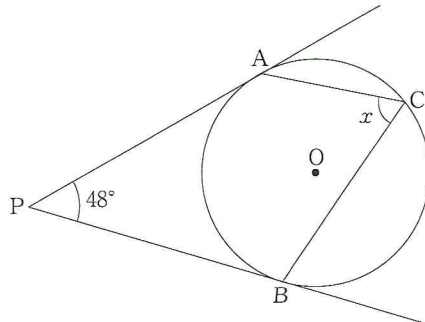
(9) TQ は点 Q における接線



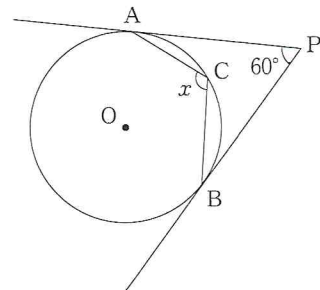
(10) AP は円 O の接線



(11) PA, PB は円 O の接線



(12) PA, PB は円 O の接線



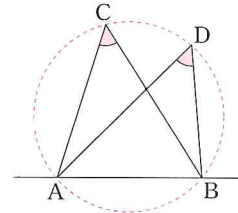
6
円

6-4 円周角の定理の逆

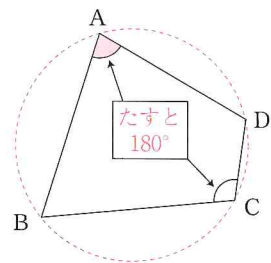
Point!

❗ 円周角の定理の逆

2点 C, D が直線 AB について同じ側
 (右の図では, 2点とも直線 AB の上側)にあるとき,
 $\angle ACB = \angle ADB$ ならば,
 4点 A, B, C, D は 同じ円周上 にある。



❗ 四角形 ABCD の 対角の和が 180° ならば,
 4点 A, B, C, D は同じ円周上にある。

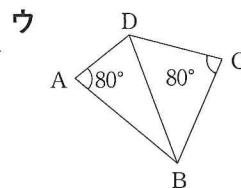
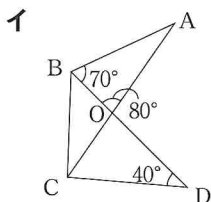
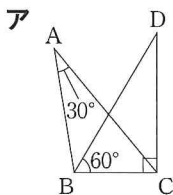


❗ 同じ円周上にある点の問題は, 円をかいて考える。🌀

Warm Up

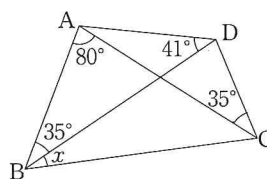
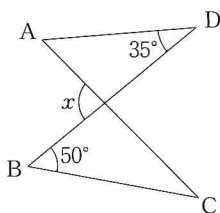
次の問いに答えなさい。

(1) 下の図で, 4点 A, B, C, D が同じ円周上にあるのはどれか, 記号で答えなさい。

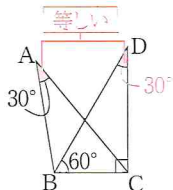


(2) 下の図で, $\angle x$ の大きさを求めなさい。

① 4点 A, B, C, D は同じ円周上にある ②

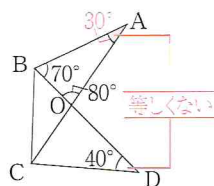


解説 (1) ア



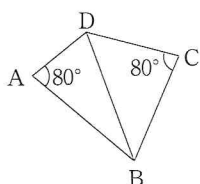
△BDC において
 $\angle BDC = 180^\circ - (60^\circ + 90^\circ)$
 $= 30^\circ$
 $\angle BAC = \angle BDC$ より、
 4点 A, B, C, D は同じ円周上にある。

イ



△ABO において
 $\angle OAB = 180^\circ - (70^\circ + 80^\circ)$
 $= 30^\circ$
 $\angle BAC \neq \angle BDC$ より、
 4点 A, B, C, D は同じ円周上にない。

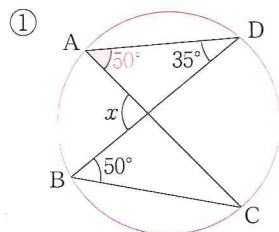
ウ



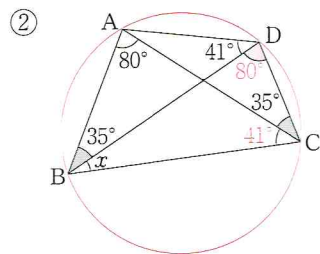
四角形 ABCD の対角について、
 $\angle DAB + \angle DCB = 160^\circ$
 よって、4点 A, B, C, D は同じ円周上にない。

よって、ア

(2) 同じ円周上にある点の問題は、円をかいて考える。



4点 A, B, C, D が同じ円周上にあるので、
 $\angle DAC = \angle DBC$ になる。
 よって、 $\angle DAC = 50^\circ$
 三角形の外角の性質より、
 $\angle x = 50^\circ + 35^\circ$
 $= 85^\circ$ $\angle x = 85^\circ$



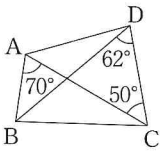
$\angle ABD = \angle ACD$ より、
 4点 A, B, C, D は同じ円周上にある。
 よって、 $\angle BDC = \angle BAC = 80^\circ$
 $\angle ACB = \angle ADB = 41^\circ$
 △DBC において
 $\angle x = 180^\circ - (80^\circ + 35^\circ + 41^\circ)$
 $\angle x = 24^\circ$

Try

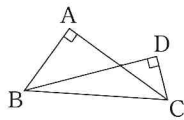
次の問いに答えなさい。

(1) 下の図のうち、4点 A, B, C, D が同じ円周上にあるのはどれか、すべて選び記号で答えなさい。

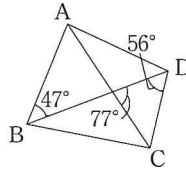
ア



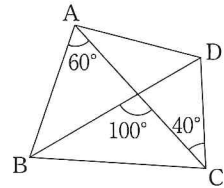
イ



ウ

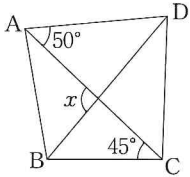


エ

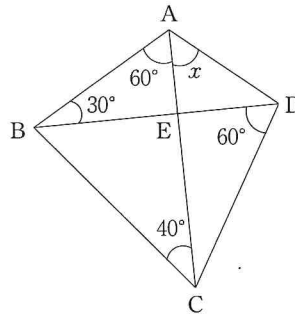


(2) 下の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

① 4点 A, B, C, D は同じ円周上にある



②

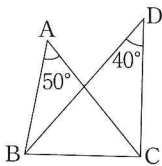


Exercise

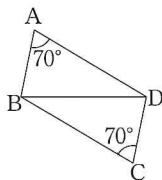
次の問いに答えなさい。

(1) 下のア～ウで、4点 A, B, C, D が同じ円周上にあるものを選び、記号で答えなさい。

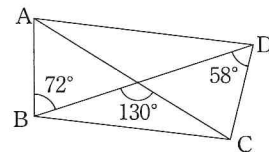
ア



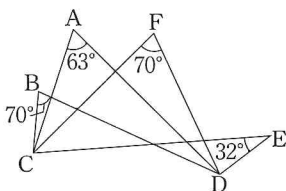
イ



ウ

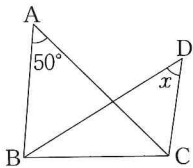


(2) 下の図で、2点 C, D を通る円をかいたら、4点 A, B, E, F のうち2点がこの円周上にあった。どの2点か答えなさい。

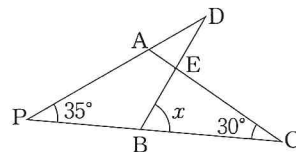


(3) 下の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

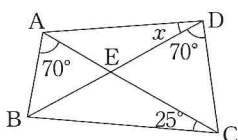
① 4点 A, B, C, D は同じ円周上にある



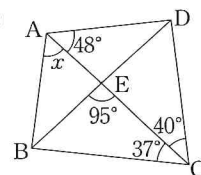
② 4点 A, B, C, D は同じ円周上にある



③



④

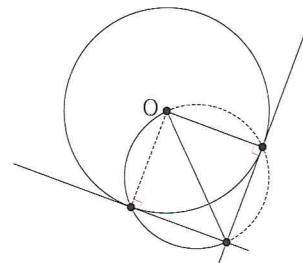


Point!

① 円の接線は、接点を通る半径に 垂直 である。

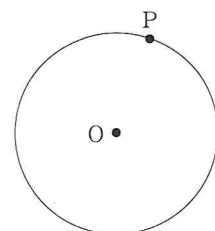
② 円の接線は、次のものを利用して作図する。

- ・接点を与えられているとき⇒ 垂線 の作図を利用する。
- ・接点を与えられていないとき
⇒接線が 通る点 と円の 中心 を直径とする円をかき、半円の弧に対する円周角が 90° であることを利用する。☺



Warm Up

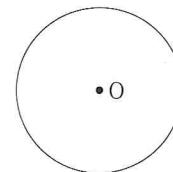
(1) 右の図で、点 P が接点となる円 O の接線を作図しなさい。



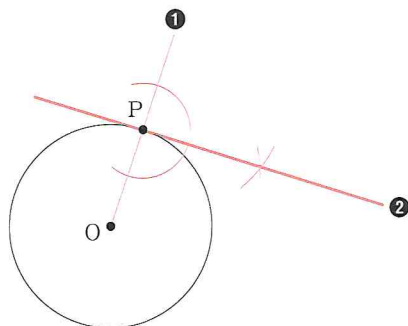
(2) 円 O と、この円の外部の点 A がある。

点 A を通る円 O の接線を作図しなさい。

A•



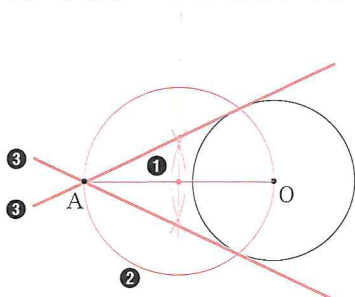
解説 (1) 接点を与えられているので、垂線の作図を利用する。



作図の手順

- ① 半直線 OP をひく。
 - ② 点 P を通る半直線 OP の垂線が、求める接線になる。
- *接線と、その接点を通る半径は垂直に交わる。

(2) 接点を与えられていないので、線分 AO を直径とする円をかき、 \widehat{AO} に対する円周角が 90° であることを利用する。



作図の手順

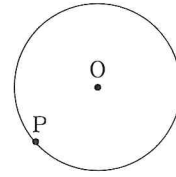
- ① 線分 AO の中点をとる。..... 垂直二等分線の作図を利用する
- ② ①でかいた中点を中心として、2点 O, A を通る円をかく。
- ③ 2つの円の交点と A を通る直線をそれぞれひく。..... 交点は2つあるので、接線を2本ひく

Try

次の問いに答えなさい。

- (1) 右の図で、点 P が接点となる円 O の接線を作図しなさい。

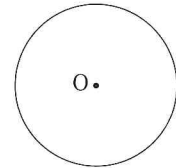
作図ページ



- (2) 右の図で、円 O の外の点 A を通る円 O の接線を作図しなさい。

作図ページ

A•

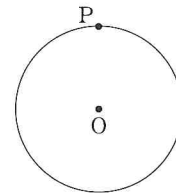


Exercise

次の問いに答えなさい。

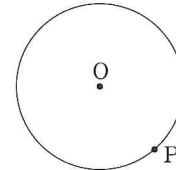
- (1) 右の図で、点 P が接点となる円 O の接線を作図しなさい。

作図ページ



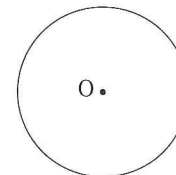
- (2) 右の図で、点 P が接点となる円 O の接線を作図しなさい。

作図ページ



- (3) 右の図で、円 O の外部の点 A から円 O に接線を作図しなさい。

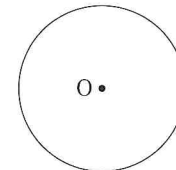
作図ページ



•A

- (4) 右の図で、円 O の外部の点 A を通る円 O の接線を作図しなさい。

作図ページ

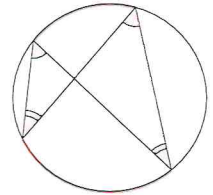


A•

Point!

円における相似の証明

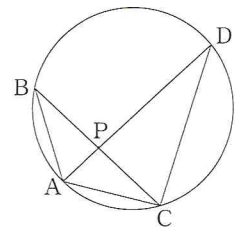
- ・「同じ弧に対する 円周角は等しい」を利用する。
- ・相似条件は、「2組の角がそれぞれ等しい」を使うことが多い。



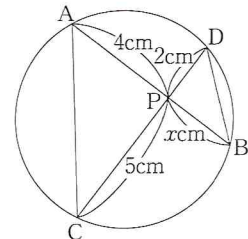
Warm Up

次の問いに答えなさい。

- (1) 右の図において、4点 A, B, C, D は1つの円周上にある。
弦 AD と弦 BC の交点を P とし、 $\widehat{AB} = \widehat{AC}$ とするとき、
 $\triangle ACP \sim \triangle ADC$ であることを証明しなさい。

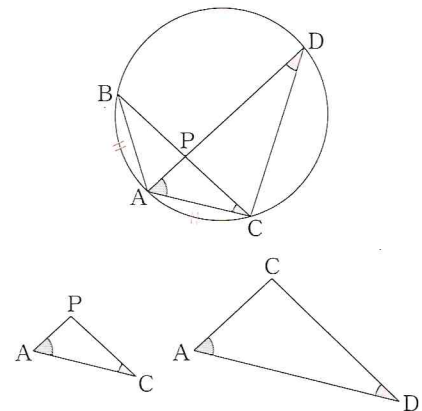


- (2) 右の図で、 x の値を求めなさい。

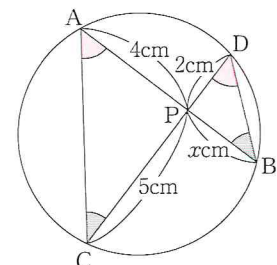


解説 (1) [証明]

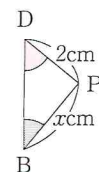
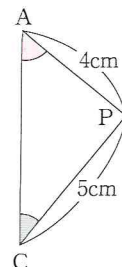
$\triangle ACP$ と $\triangle ADC$ において、
仮定より、 $\widehat{AB} = \widehat{AC}$
長さが等しい弧に対する円周角は等しいので、
 $\angle PCA = \angle CDA$ ……①
共通な角なので、
 $\angle CAP = \angle DAC$ ……②
①, ②より、2組の角がそれぞれ等しいので、
 $\triangle ACP \sim \triangle ADC$



- (2) $\triangle ACP$ と $\triangle DBP$ において、
 \widehat{CB} に対する円周角は等しいので、 $\angle CAP = \angle BDP$ ……①
 \widehat{AD} に対する円周角は等しいので、 $\angle ACP = \angle DBP$ ……②
①, ②より、2組の角がそれぞれ等しいので、
 $\triangle ACP \sim \triangle DBP$
よって、 $CP : BP = AP : DP$



よって、 $CP : BP = AP : DP$
 $5 : x = 4 : 2$
これを解いて、 $x = \frac{5}{2}$

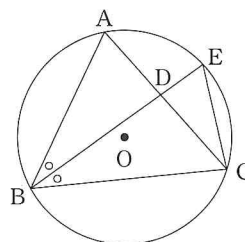


6
円

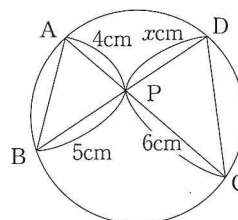
Try

次の問いに答えなさい。

- (1) 右の図で、 A, B, C は円 O の周上の点である。 $\angle ABC$ の二等分線と弦 AC 、円 O との交点をそれぞれ D, E とするとき、 $\triangle BCE$ と $\triangle CDE$ が相似であることを証明しなさい。



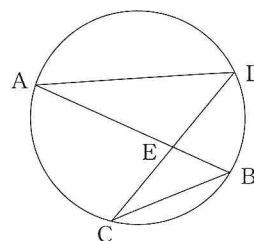
- (2) 右の図で、 x の値を求めなさい。



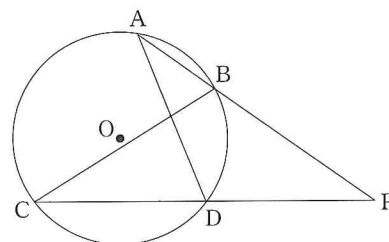
Exercise

次の問いに答えなさい。

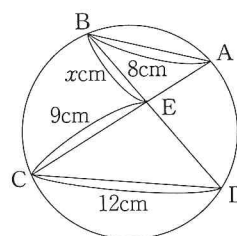
- (1) 右の図で、 A, B, C, D は円周上の点、 E は AB と CD の交点である。
このとき、 $\triangle AED \sim \triangle CEB$ であることを証明しなさい。



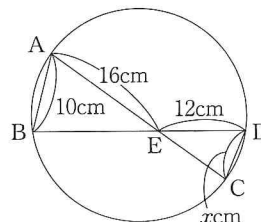
- (2) 右の図は円 O の弦 AB の延長線と弦 CD の延長線の交点を P としたものである。このとき、 $\triangle ADP \sim \triangle CBP$ であることを証明しなさい。



- (3) 右の図で、 x の値を求めなさい。



- (4) 右の図で、 x の値を求めなさい。



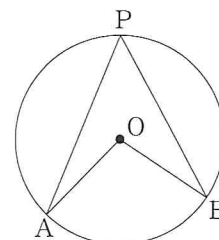
Point!

! 円周角と中心角の定理を証明するときは、**三角形の外角の性質**「三角形の外角は、これととなり合わない2つの内角の和に等しい」を使って証明するとよい。

Warm Up

右の図のように、中心 O が $\angle APB$ の内部にある場合、

$\angle APB = \frac{1}{2} \angle AOB$ であることを証明しなさい。



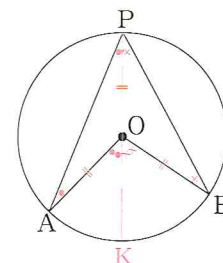
解説 [証明]

右の図のように、点 P を通る直径 POK をひくと、

$\triangle OPA$, $\triangle OPB$ は二等辺三角形になる。●..... 同じ円の半径はすべて等しい
三角形の外角の性質より、

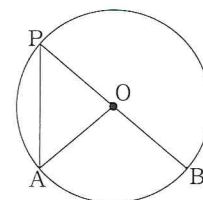
$$\begin{aligned} \angle AOB &= \angle AOK + \angle BOK \\ &= (\angle OPA + \angle OAP) + (\angle OPB + \angle OBP) \\ &= 2\angle OPA + 2\angle OPB \\ &= 2(\angle OPA + \angle OPB) \\ &= 2\angle APB \end{aligned}$$

よって、 $\angle APB = \frac{1}{2} \angle AOB$



Try

右の図のように、中心 O が $\angle APB$ の辺上にある場合、 $\angle APB = \frac{1}{2} \angle AOB$ であることを証明しなさい。

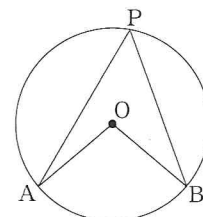


Exercise

次の問いに答えなさい。

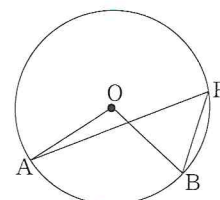
(1) 右の図のように、中心 O が $\angle APB$ の内部にある場合、

$\angle APB = \frac{1}{2} \angle AOB$ であることを証明しなさい。



(2) 右の図のように、中心 O が $\angle APB$ の外側にある場合、

$\angle APB = \frac{1}{2} \angle AOB$ であることを証明しなさい。



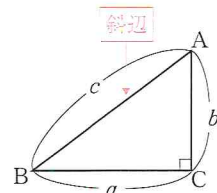
7-1 三平方の定理

Point!

❗ 三平方の定理

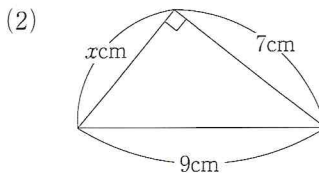
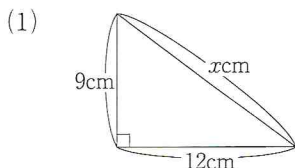
直角三角形の直角をはさむ2辺の長さを a , b , 斜辺の長さを c とすると,

$a^2 + b^2 = c^2$ という関係が成り立つ。👁



Warm Up

次の図の x の値を求めなさい。



解説

(1) 三平方の定理より,

$12^2 + 9^2 = x^2$ これを解いて, $x = \pm 15$

$x > 0$ なので,

$x = 15$

- ・ x は長さなので正
- ・ $x = -15$ は適さない

(2) 三平方の定理より,

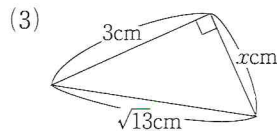
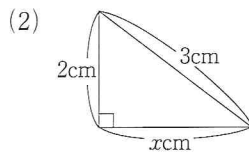
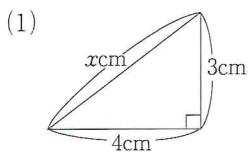
$7^2 + x^2 = 9^2$ これを解いて, $x = \pm 4\sqrt{2}$

$x > 0$ なので,

$x = 4\sqrt{2}$

Try

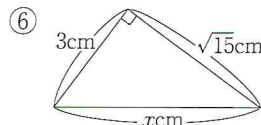
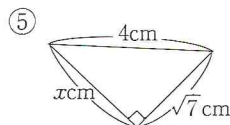
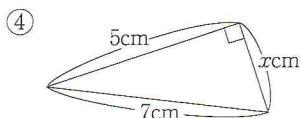
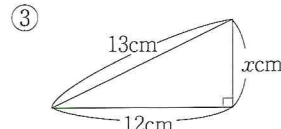
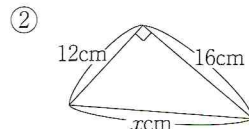
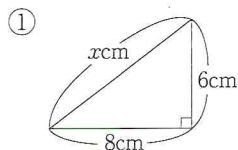
次の図の x の値を求めなさい。



Exercise

次の問いに答えなさい。

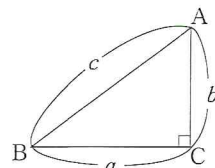
(1) 次の図の x の値を求めなさい。



(2) 次の () にあてはまる式を答えなさい。

直角三角形の直角をはさむ2辺の長さを a , b , 斜辺の長さを c とすると,

() という関係が成り立つ。

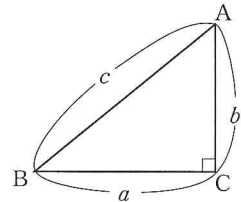


7-2 三平方の定理の逆

Point!

❗ 三平方の定理の逆

3 辺の長さが a, b, c の三角形で, $a^2 + b^2 = c^2$ が成り立つならば, その三角形は 長さ c の辺 を斜辺とする直角三角形になる。☺



Warm Up

3 辺の長さが 4cm, $\sqrt{6}$ cm, $\sqrt{10}$ cm である三角形は直角三角形といえるか答えなさい。

解説 3 辺の長さをそれぞれ 2 乗すると,

$$4^2 = 16 \quad (\sqrt{6})^2 = 6 \quad (\sqrt{10})^2 = 10$$

これより, $6 + 10 = 16$ が成り立つので,

直角三角形といえる

小さい 2 つの和と, もっとも大きいものが
等しいかを調べる

$a^2 + b^2 = c^2$ が成り立った

Try

次の長さを 3 辺とする三角形のうち, 直角三角形になるものをすべて選び, 記号で答えなさい。

ア 7cm, 8cm, 9cm

イ 3cm, 4cm, 5cm

ウ 2cm, 3cm, $\sqrt{5}$ cm

エ $\frac{4}{3}$ m, $\frac{2}{3}$ m, 1m

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 次の長さを 3 辺とする三角形のうち, 直角三角形になるものをすべて選び, 記号で答えなさい。

ア 2cm, 3cm, 4cm

イ 9cm, 40cm, 41cm

ウ 0.6cm, 0.8cm, 1cm

エ $\sqrt{3}$ cm, $\sqrt{5}$ cm, 2cm

(2) 次の長さを 3 辺とする三角形のうち, 直角三角形になるものをすべて選び, 記号で答えなさい。

ア 6cm, 8cm, 10cm

イ 15cm, 25cm, 30cm

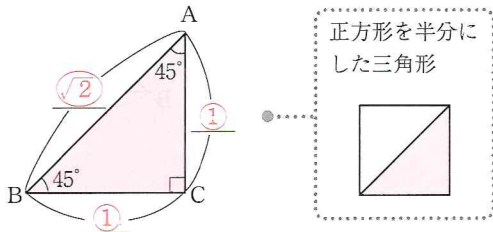
ウ $\sqrt{5}$ cm, $\sqrt{7}$ cm, $2\sqrt{3}$ cm

エ 3cm, 4cm, $\sqrt{7}$ cm

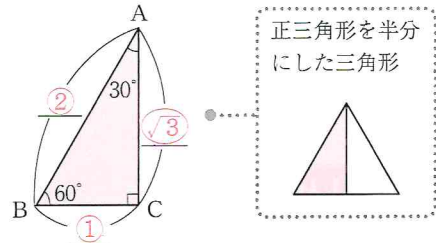
Point!

特別な直角三角形の辺の比

① $\angle A = \angle B = 45^\circ, \angle C = 90^\circ$



② $\angle A = 30^\circ, \angle B = 60^\circ, \angle C = 90^\circ$

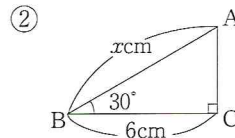
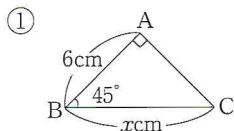


上の2つの特別な直角三角形では、三平方の定理ではなく、辺の比を利用する。

Warm Up

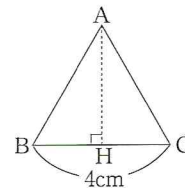
次の問いに答えなさい。

(1) 次の図の x の値を求めなさい。

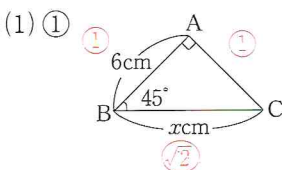


(2) 1 辺の長さが 4cm の正三角形について、次の問いに答えなさい。

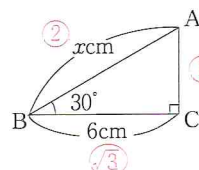
- ① 高さを求めなさい。
- ② 面積を求めなさい。



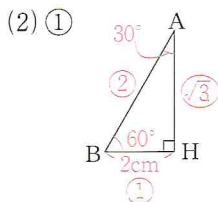
解説



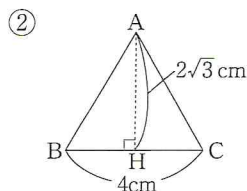
① $AB : BC = 1 : \sqrt{2}$ より、
 $6 : x = 1 : \sqrt{2}$
 これを解いて、
 $x = 6\sqrt{2}$



② $AB : BC = 2 : \sqrt{3}$ より、
 $x : 6 = 2 : \sqrt{3}$
 これを解いて、
 $x = 4\sqrt{3}$



$\triangle ABH$ に注目する。正三角形の高さ AH をふくむ直角三角形 $\triangle ABH$ は正三角形を半分にした三角形なので、
 $BH = 2\text{cm}$, $\angle ABH = 60^\circ$ である。
 $BH : AH = 1 : \sqrt{3}$ より、
 $2 : AH = 1 : \sqrt{3}$
 これを解いて、 $AH = 2\sqrt{3}$ $2\sqrt{3}\text{cm}$



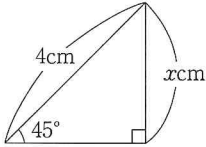
① より、
 $4 \times 2\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 4\sqrt{3}$ $4\sqrt{3}\text{cm}^2$

Try

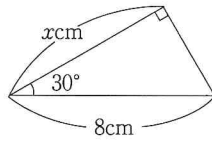
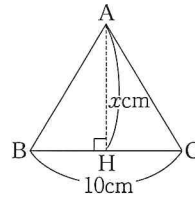
次の問いに答えなさい。

(1) 次の図の x の値を求めなさい。

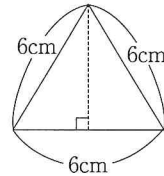
①



②

③ $\triangle ABC$ は正三角形

(2) 1 辺の長さが 6cm の正三角形の面積を求めなさい。

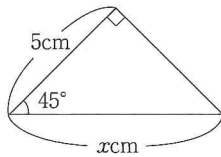


Exercise

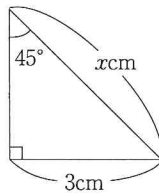
次の問いに答えなさい。

(1) 次の図の x の値を求めなさい。

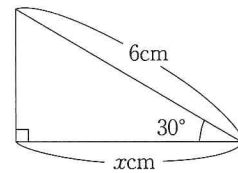
①



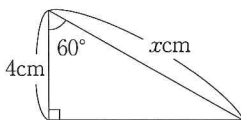
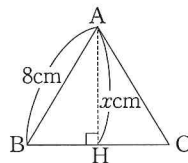
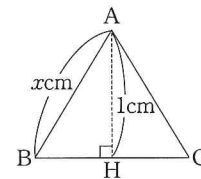
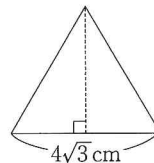
②



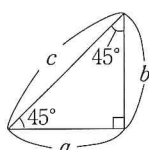
③



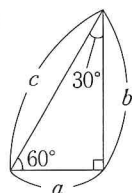
④

⑤ $\triangle ABC$ は正三角形⑥ $\triangle ABC$ は正三角形(2) 1 辺の長さが $4\sqrt{3}$ cm の正三角形の面積を求めなさい。(3) 1 辺の長さが $6\sqrt{3}$ cm の正三角形の面積を求めなさい。(4) 次の三角形で、 $a : b : c$ の比を答えなさい。

①



②



7-4 平面図形の応用

Point!

! 直角三角形の辺の長さを求めるときは、

- ・ $\begin{cases} 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ \text{の直角三角形} \\ 45^\circ, 45^\circ, 90^\circ \text{の直角二等辺三角形} \end{cases} \implies \text{辺の比を利用}$
- ・ それ以外の直角三角形 $\implies a^2 + b^2 = c^2$ を利用

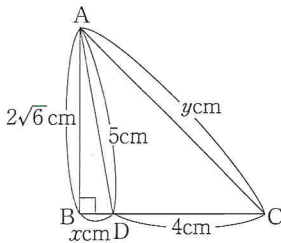
7-3 Point! 参照

! 補助線は、直角三角形をつくるようにひく。

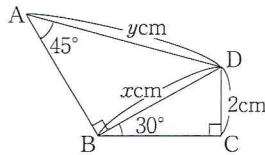
Warm Up

次の図の x, y の値を求めなさい。

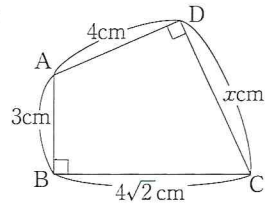
(1)



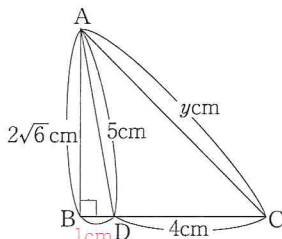
(2)



(3)

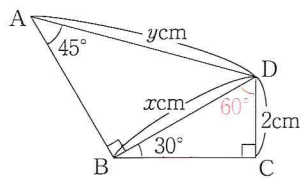


解説 (1)



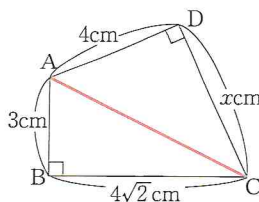
$\triangle ABD$ は直角三角形なので、
 $x^2 + (2\sqrt{6})^2 = 5^2$ これを解いて、 $x = \pm 1$
 $x > 0$ なので、 $x = 1$
 $\triangle ABC$ は直角三角形なので、
 $(2\sqrt{6})^2 + (1+4)^2 = y^2$ これを解いて、 $y = \pm 7$
 $y > 0$ なので、 $y = 7$

(2)



$\triangle BCD$ は $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ の直角三角形なので、
 $DC : BD = 1 : 2$
 $2 : x = 1 : 2$
 これを解いて、 $x = 4$
 $\triangle ABD$ は直角二等辺三角形なので、
 $BD : AD = 1 : \sqrt{2}$
 $4 : y = 1 : \sqrt{2}$
 これを解いて、 $y = 4\sqrt{2}$

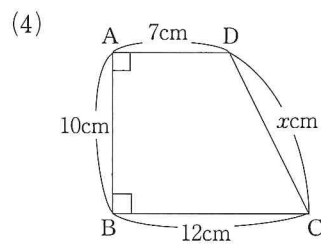
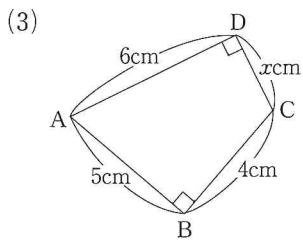
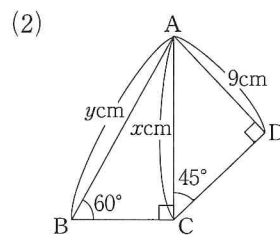
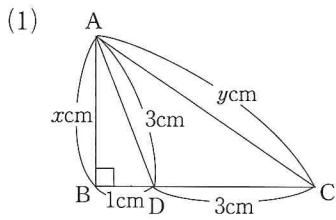
(3)



線分 AC をひく。 直角三角形をつくるようにひく
 $\triangle ABC$ は直角三角形なので、
 $AC^2 = 3^2 + (4\sqrt{2})^2$
 $= 41$ AC^2 のままにしておくと 次の計算が簡単になる
 $\triangle ACD$ は直角三角形なので、
 $4^2 + x^2 = 41$ これを解いて、 $x = \pm 5$
 $x > 0$ なので、 $x = 5$

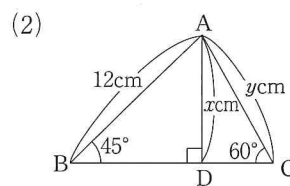
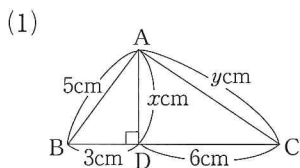
Try

次の図の x , y の値を求めなさい。

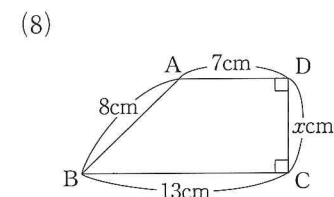
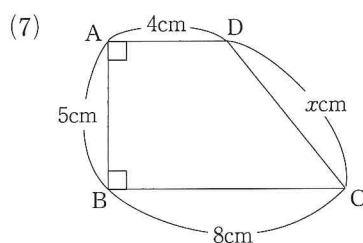
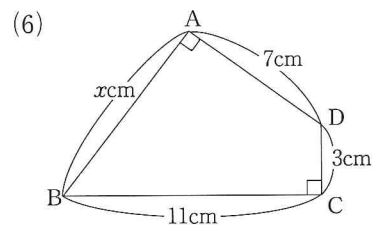
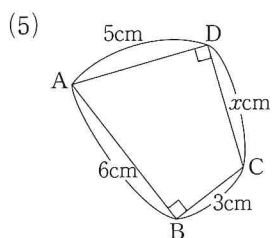
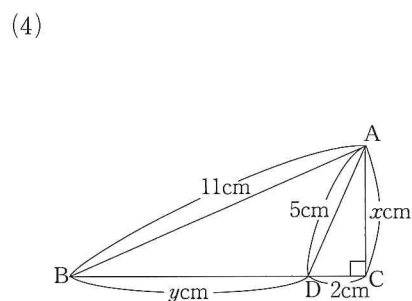
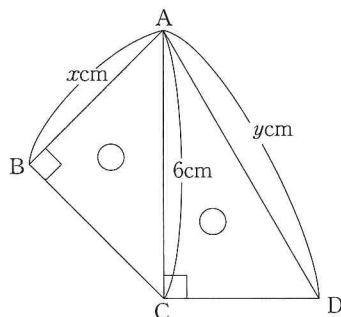


Exercise

次の図の x , y の値を求めなさい。

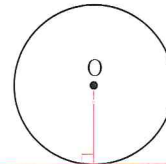


(3) 1組の三角定規

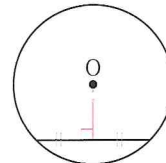


Point!

! 円の中心と接点を結んだ直線とその点における接線は 垂直 に交わる。



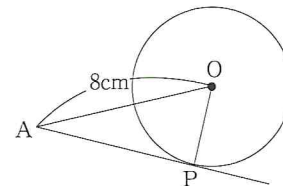
! 円の中心から弦に垂線をひくと、弦との交点は 弦の中点 になる。☺



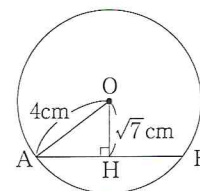
Warm Up

次の問いに答えなさい。

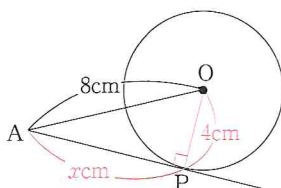
(1) 右の図で、AP は半径が 4cm の円 O の接線で、点 P は接点である。点 A が円 O の中心から 8cm はなれたところにあるとき、線分 AP の長さを求めなさい。



(2) 半径が 4cm の円 O で、中心との距離が $\sqrt{7}$ cm である弦 AB の長さを求めなさい。



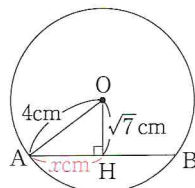
解説 (1)



AP = x cm とすると、
 $\triangle AOP$ は $\angle APO = 90^\circ$ の直角三角形だから、
 $x^2 + 4^2 = 8^2$ これを解いて、 $x = \pm 4\sqrt{3}$
 $x > 0$ なので、 $x = 4\sqrt{3}$

$4\sqrt{3}$ cm

(2)



AH = x cm とすると、
 $\triangle OAH$ は $\angle OHA = 90^\circ$ の直角三角形だから、
 $x^2 + (\sqrt{7})^2 = 4^2$ これを解いて、 $x = \pm 3$
 $x > 0$ なので、 $x = 3$

AB = 2AH より、
 AB = 2×3

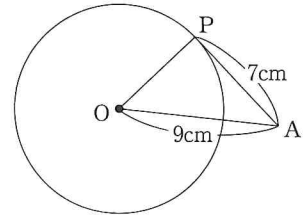
= 6 6 cm

7
三平方の定理

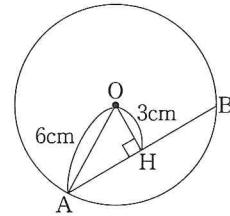
Try

次の問いに答えなさい。

- (1) 右の図で、 AP は P を接点とする円 O の接線である。この円の半径を求めなさい。



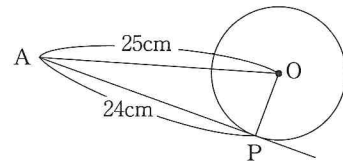
- (2) 半径が 6cm の円 O で、中心との距離が 3cm である弦 AB の長さを求めなさい。



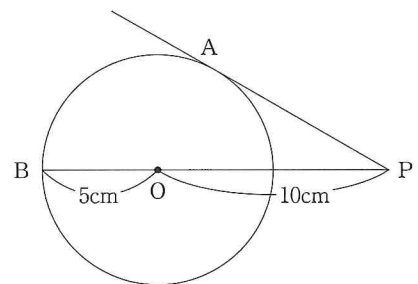
Exercise

次の問いに答えなさい。

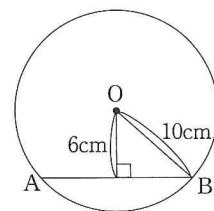
- (1) 右の図で、 AP は P を接点とする円 O の接線である。この円の半径を求めなさい。



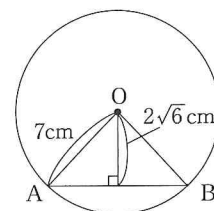
- (2) 右の図で、 AP は A を接点とする円 O の接線である。線分 AP の長さを求めなさい。



- (3) 半径が 10cm の円 O で、中心との距離が 6cm である弦 AB の長さを求めなさい。



- (4) 半径が 7cm の円 O で、中心との距離が $2\sqrt{6}\text{cm}$ である弦 AB の長さを求めなさい。



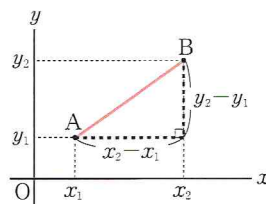
Point!

① 座標平面上の2点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 間の距離は

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

x 座標どうしの差 y 座標どうしの差

右の図で三平方の定理より
 $AB^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$



② どんな三角形になるかを定める手順

① 同じ長さの辺があるか調べる。

② 三平方の定理の逆が成り立つか調べる。

①だけ成り立つとき、**二等辺三角形**

②だけ成り立つとき、**直角三角形**

①, ②がどちらも成り立つとき、

直角二等辺三角形

③ 直方体の対角線の長さは、 $\sqrt{(\text{縦})^2 + (\text{横})^2 + (\text{高さ})^2}$

Warm Up

次の問いに答えなさい。

(1) 3点 $A(3, 2)$, $B(-1, 0)$, $C(5, -2)$ を頂点とする $\triangle ABC$ について、次の問いに答えなさい。

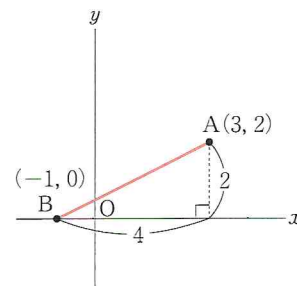
① AB , BC , CA の長さをそれぞれ求めなさい。

② $\triangle ABC$ はどんな三角形になるか答えなさい。

(2) 縦4cm, 横6cm, 高さ2cmの直方体の対角線の長さを求めなさい。

解説 (1) ① 2点 $A(3, 2)$, $B(-1, 0)$ の距離は、

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{\{(-1) - 3\}^2 + \{0 - 2\}^2} \\ &= \sqrt{(-4)^2 + (-2)^2} \\ &= \sqrt{20} \\ &= 2\sqrt{5} \end{aligned}$$



同様に、

$$BC = \sqrt{\{5 - (-1)\}^2 + \{(-2) - 0\}^2} \quad \text{これを計算して、} BC = 2\sqrt{10}$$

$$CA = \sqrt{\{3 - 5\}^2 + \{2 - (-2)\}^2} \quad \text{これを計算して、} CA = 2\sqrt{5}$$

よって、 $AB = 2\sqrt{5}$, $BC = 2\sqrt{10}$, $CA = 2\sqrt{5}$

② ①より、 $AB = CA$ ① 同じ長さの辺があるか調べる

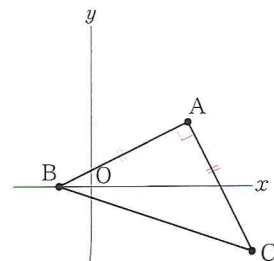
また、3辺の長さをそれぞれ2乗すると、② 三平方の定理の逆が成り立つか調べる

$$BC^2 = (2\sqrt{10})^2 = 40$$

$$AB^2 = CA^2 = (2\sqrt{5})^2 = 20$$

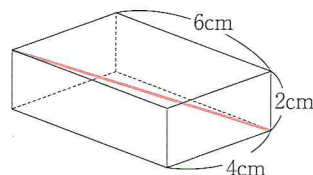
これより、 $AB^2 + CA^2 = BC^2$ ①, ②がどちらも成り立った

したがって、 $\triangle ABC$ は $\angle A = 90^\circ$ の直角二等辺三角形 BC が斜辺 $\rightarrow \angle A = 90^\circ$



(2) 求める対角線の長さは、

$$\begin{aligned} &\sqrt{4^2 + 6^2 + 2^2} \\ &= \sqrt{56} \\ &= 2\sqrt{14} \quad 2\sqrt{14} \text{ cm} \end{aligned}$$



Try

次の問いに答えなさい。

(1) 3点 $O(0, 0)$, $A(4, 3)$, $B(7, -1)$ を頂点とする $\triangle OAB$ について、次の問いに答えなさい。

① OA , OB , AB の長さをそれぞれ求めなさい。

• ② $\triangle OAB$ はどんな三角形になるか答えなさい。

(2) 1辺の長さが 4cm の立方体の対角線の長さを求めなさい。

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 次の2点 A , B 間の距離を求めなさい。

① $A(1, 4)$, $B(6, 2)$

② $A(-2, 5)$, $B(6, 1)$

③ $A(-3, 2)$, $B(1, 5)$

(2) 3点 $A(2, 5)$, $B(3, 2)$, $C(5, 4)$ を頂点とする $\triangle ABC$ について、次の問いに答えなさい。

① AB , BC , CA の長さをそれぞれ求めなさい。

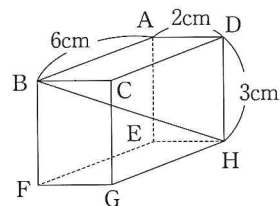
• ② $\triangle ABC$ はどんな三角形になるか答えなさい。

(3) 3点 $A(-5, 2)$, $B(7, 1)$, $C(5, 6)$ を頂点とする $\triangle ABC$ について、次の問いに答えなさい。

① AB , BC , CA の長さをそれぞれ求めなさい。

• ② $\triangle ABC$ はどんな三角形になるか答えなさい。

(4) 右の直方体の対角線の長さを求めなさい。

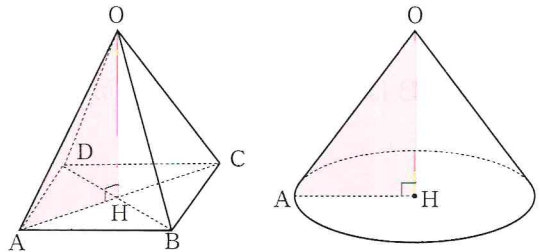


(5) 縦 3cm , 横 12cm , 高さ 4cm の直方体の対角線の長さを求めなさい。

(6) 1辺の長さが 5cm の立方体の対角線の長さを求めなさい。

Point!

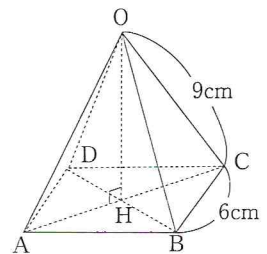
- ❗ ~錐の高さを求めるときは、高さを1辺とする直角三角形をさがし、三平方の定理を使う。
 〈例〉右の図では、△OAHに三平方の定理を使う。



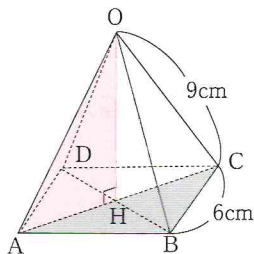
Warm Up

右の図の正四角錐について、次の問いに答えなさい。

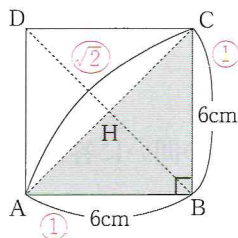
- (1) 正四角錐の高さを求めなさい。
- (2) 正四角錐の体積を求めなさい。



解説 (1)



正四角錐の高さを求めるには、まず底面に注目してAHの長さを求め、次に△OAHに注目してOHの長さを求める。



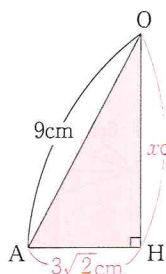
底面を真上から見た図

底面は左の図のようになる。●.....角錐では、まず底面の対角線の長さを求める

$AC : AB = \sqrt{2} : 1$

$AC : 6 = \sqrt{2} : 1$ これを解いて、 $AC = 6\sqrt{2}$

AHはACの半分なので、 $AH = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$



△OAHを真横から見た図

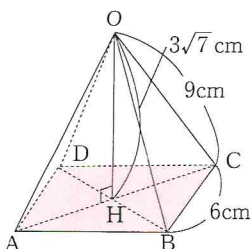
次にOHの長さをxcmとすると、△OAHは左の図のようになる。三平方の定理より、

$(3\sqrt{2})^2 + x^2 = 9^2$ これを解いて、 $x = \pm 3\sqrt{7}$

$x > 0$ なので、 $x = 3\sqrt{7}$

よって、求める高さは $3\sqrt{7}$ cm

(2)



底面積 = $6 \times 6 = 36$ ●.....まず、底面積を求める

(1)より、高さ = $3\sqrt{7}$

~錐の体積 = 底面積 × 高さ × $\frac{1}{3}$ なので、

体積 = $36 \times 3\sqrt{7} \times \frac{1}{3}$

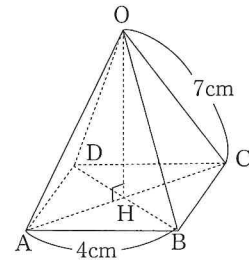
= $36\sqrt{7}$ $36\sqrt{7}$ cm³

Try

次の問いに答えなさい。

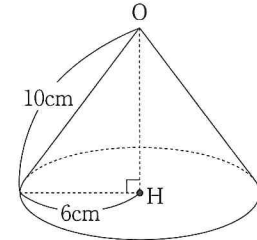
(1) 右の図の正四角錐について、次の問いに答えなさい。

- ① 正四角錐の高さ OH を求めなさい。
- ② 正四角錐の体積を求めなさい。



(2) 右の図の円錐について、次の問いに答えなさい。

- ① 円錐の高さ OH を求めなさい。
- ② 円錐の体積を求めなさい。

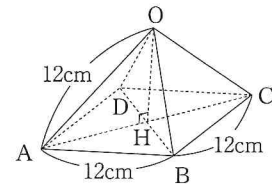


Exercise

次の問いに答えなさい。

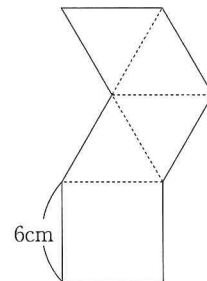
(1) 右の図の正四角錐について、次の問いに答えなさい。

- ① 正四角錐の高さ OH を求めなさい。
- ② 正四角錐の体積を求めなさい。



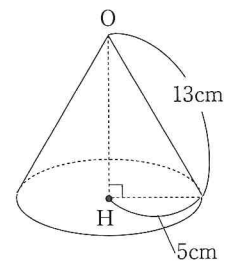
(2) 右の図は1辺の長さが6cmの正方形を底面とし、正三角形を側面とする正四角錐の展開図である。次の問いに答えなさい。

- ① 正四角錐の高さを求めなさい。
- ② 正四角錐の体積を求めなさい。

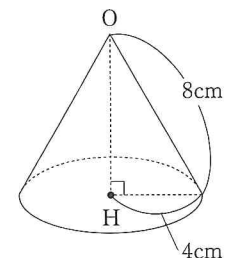


(3) 右の図の円錐について、次の問いに答えなさい。

- ① 円錐の高さ OH を求めなさい。
- ② 円錐の体積を求めなさい。



(4) 右の図の円錐の体積を求めなさい。

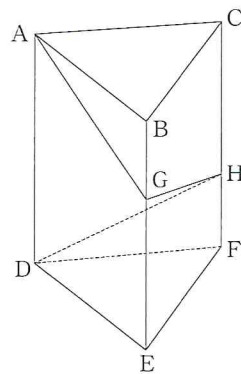


Point!

- ❗ もっとも短くなる時の長さは、展開図を利用して求める。
- ❗ 展開図をかくときは、求める部分が1つの直線になるようにする。
- ❗ 展開図には、わかる長さをすべて書き入れる。

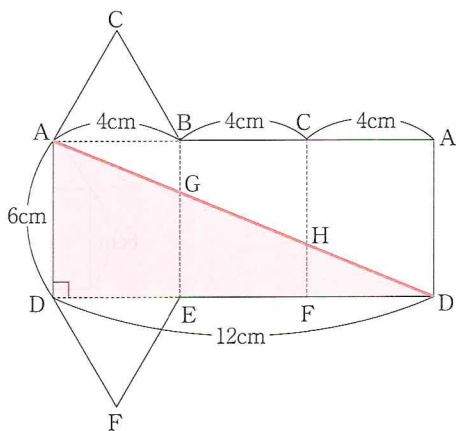
Warm Up

右の図は底面の1辺が4cm、高さが6cmの正三角柱に、頂点Aから辺BE, CFを通して、Dまで糸をまきつけたところを示している。まきつけた糸の長さがもっとも短くなる時の糸の長さを求めなさい。



解説 展開図をかいて考える。

糸が1つの直線になるようにかく



糸の長さがもっとも短くなるのは、展開図の線分ADと重なるときである。

展開図には、わかる長さをすべて書き入れる

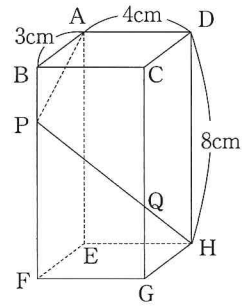
上の色のついた三角形は直角三角形だから、求める長さを x cm とすると、

$$6^2 + 12^2 = x^2 \quad \text{これを解いて、} \quad x = \pm 6\sqrt{5}$$

$$x > 0 \text{ なので、} \quad x = 6\sqrt{5} \quad \underline{6\sqrt{5} \text{ cm}}$$

Try

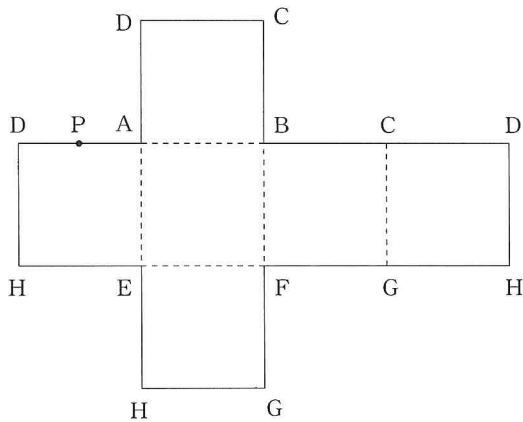
右の図のように、 $AB=3\text{cm}$ 、 $AD=4\text{cm}$ 、 $DH=8\text{cm}$ の直方体の辺 BF 上に点 P 、辺 CG 上に点 Q をとる。 $AP+PQ+QH$ の長さがもっとも短くなる位置に点 P 、 Q をとったとき、 $AP+PQ+QH$ の長さを求めなさい。



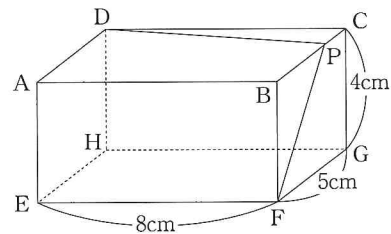
Exercise

次の問いに答えなさい。

- (1) 右の図の立方体で、点 P は AD の中点である。点 P から辺 AE 、 BF を通り点 G まで糸をかけてもっとも短くなるような線を展開図にかき、その長さを求めなさい。 作図ページ



- (2) 右の図のように、縦、横、高さがそれぞれ 5cm 、 8cm 、 4cm の直方体がある。頂点 D から頂点 F まで、面 $ABCD$ を横切り、辺 BC 上を通るようにひもをかけた。このひもの長さがもっとも短くなる時、 $DP+PF$ の長さを求めなさい。

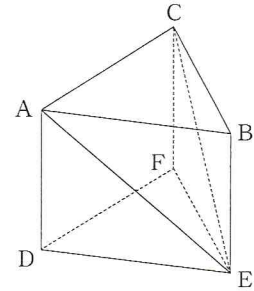


Point!

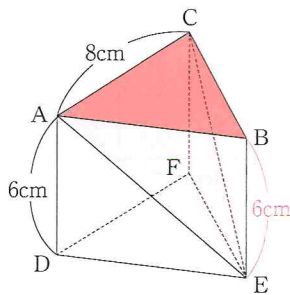
Warm Up

右の図のような正三角柱があり、 $AC=8\text{cm}$ 、 $AD=6\text{cm}$ のとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 三角錐 $ABCE$ の体積を求めなさい。
- (2) $\triangle AEC$ の面積を求めなさい。
- (3) 頂点 B から $\triangle AEC$ に下ろした垂線の長さを求めなさい。



解説 (1)



$\triangle ABC$ を底面として考える。…… BE が三角錐 $ABCE$ の高さになる

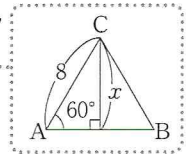
$\triangle ABC$ は正三角形なので、高さを $x\text{cm}$ とすると、

$$8 : x = 2 : \sqrt{3} \text{ より, } x = 4\sqrt{3}$$

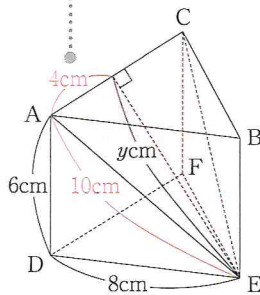
$$\triangle ABC \text{ の面積は, } 8 \times 4\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 16\sqrt{3}$$

よって、三角錐 $ABCE$ の体積は、

$$16\sqrt{3} \times 6 \times \frac{1}{3} = 32\sqrt{3} \qquad \underline{32\sqrt{3} \text{ cm}^3}$$



- (2) 二等辺三角形の頂角の二等分線は、底辺を垂直に2等分する



$\triangle AEC$ は、 $AE=CE$ の二等辺三角形である。

AC を底辺とした高さを求めるために、 AE の長さを求める。

$\triangle ADE$ は直角三角形なので、

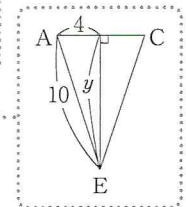
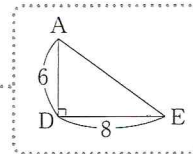
$$AE^2 = 6^2 + 8^2 \text{ より, } AE = 10$$

$\triangle AEC$ の AC を底辺とし、高さを $y\text{cm}$ とすると、

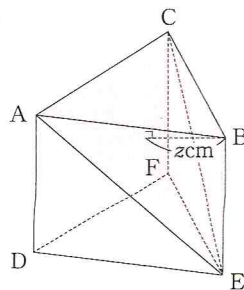
$$y^2 + 4^2 = 10^2 \text{ より, } y = 2\sqrt{21}$$

よって、 $\triangle AEC$ の面積は、

$$8 \times 2\sqrt{21} \times \frac{1}{2} = 8\sqrt{21} \qquad \underline{8\sqrt{21} \text{ cm}^2}$$



- (3)



求める垂線の長さを $z\text{cm}$ とする。

$\triangle AEC$ を底面として、三角錐 $ABCE$ の体積を考えると、(1)、(2)より、

$$\underline{8\sqrt{21}} \times \underline{z} \times \frac{1}{3} = 32\sqrt{3}$$

底面 AEC の面積 \times 高さ

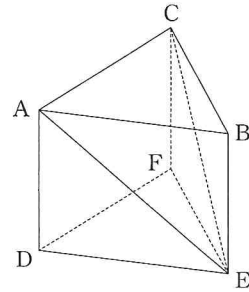
これを解いて、 $z = \frac{12\sqrt{7}}{7}$

$\underline{\frac{12\sqrt{7}}{7} \text{ cm}}$

Try

右の図のような正三角柱 $ABC-DEF$ があり, $AD=3\text{cm}$, $AC=4\text{cm}$ のとき, 次の問いに答えなさい。

- (1) 三角錐 $ABCE$ の体積を求めなさい。
- (2) $\triangle AEC$ の面積を求めなさい。
- (3) 頂点 B から $\triangle AEC$ に下ろした垂線の長さを求めなさい。

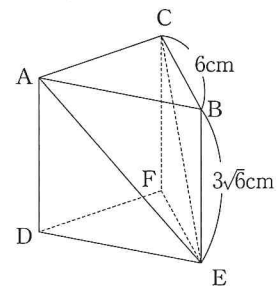


Exercise

次の問いに答えなさい。

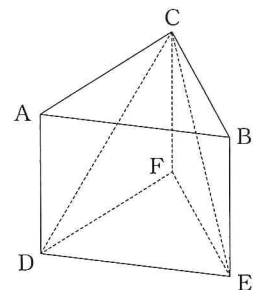
(1) 右の図は, 底面が1辺 6cm の正三角形で, 高さが $3\sqrt{6}\text{cm}$ の正三角柱である。次の問いに答えなさい。

- ① 三角錐 $ABCE$ の体積を求めなさい。
- ② $\triangle AEC$ の面積を求めなさい。
- ③ 頂点 B から $\triangle AEC$ に下ろした垂線の長さを求めなさい。



(2) 右の図は, 底面が1辺 10cm の正三角形で, 高さが $\sqrt{69}\text{cm}$ の正三角柱である。次の問いに答えなさい。

- ① 三角錐 $CDEF$ の体積を求めなさい。
- ② $\triangle CDE$ の面積を求めなさい。
- ③ 頂点 F から $\triangle CDE$ に下ろした垂線の長さを求めなさい。

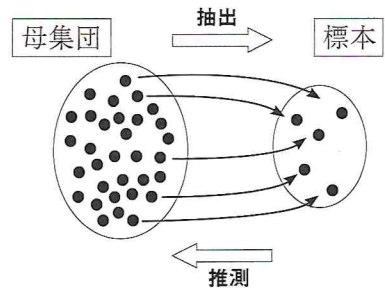


Point!

❗ ある集団について何かを調べるとき、その集団の全部について調べることを 全数調査 という。これに対し、集団の全体の様子を推測するために、もとの集団の一部を取り出して調べることを 標本調査 という。🗣️

❗ 標本調査をするとき、調査のために取り出した一部を 標本 という。また、もとの集団全体を 母集団 という。

❗ 母集団から標本を取り出すことを 抽出 という。🗣️



Warm Up

次の調査をするときは、全数調査と標本調査のどちらが適切か答えなさい。

- (1) 学校で行う体力テスト (2) 缶づめの品質調査

解説 (1) 全数調査

(2) 標本調査

Try

次の調査をするときは、全数調査と標本調査のどちらが適切か答えなさい。

- (1) レモンにふくまれているビタミンCの量の調査 (2) ある沼の水質調査
 (3) ある中学校での進路調査 (4) テレビ番組の視聴率調査

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 次の調査をするときは、全数調査と標本調査のどちらが適切か答えなさい。

- ① 電池の寿命調査 ② タイヤの耐久調査 ③ 学校で行うスポーツテスト

(2) 次の調査をするときは、全数調査と標本調査のどちらが適切か答えなさい。

- ① ある学校の入学試験 ② 蛍光灯の寿命の調査 ③ 卵の品質調査

(3) 次の()にあてはまることばを書きなさい。

- ・ある集団について何かを調べるとき、その集団の全部について調べることを(①)という。これに対し、集団の全体の様子を推測するために、もとの集団の一部を取り出して調べることを(②)という。
- ・(②)をするとき、調査のために取り出した一部を(③)という。また、もとの集団全体を(④)という。

8-2 標本調査の方法

Point!

❗ 母集団からかたよりにくく標本を選ぶことを 無作為に抽出 するという。🗣️

Warm Up

次の標本調査について、標本の選び方として、適切なものはどれか、記号で答えなさい。

ア：国民全体の1日の読書時間を調べるのに、中学生30人を選ぶ。

イ：ある中学校で睡眠時間を調査するために、くじびきで全校生徒から100人を選ぶ。

解説 標本調査をするときは、標本の選び方にかたよりがないかを考える。

アは、国民全体の1日の読書時間を調べるのに、中学生だけを選んでいるので、適切ではない。

イは、無作為に選んでいるので、適切である。

イ

Try

次の標本調査について、標本の選び方として、適切なものはどれか、記号で答えなさい。

ア：ある中学校の生徒の1日の睡眠時間を調べるのに、生徒20人をくじびきで選ぶ。

イ：ある県で、日本のサッカーチームのうち、どのチームの人气が高いかを調べるのに、回答をよびかけた自分のホームページを見てくれた人に回答してもらう。

ウ：日本に住んでいる人はどんな菓子が好きかを調べるために、若者の集まる場所で、集まった人に対してアンケート調査をする。

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 次の標本調査について、標本の選び方として、適切なものはどれか、記号で答えなさい。

ア：中学生全体の1日のテレビを見る時間を調べるのに、知り合いの男子生徒10人にアンケート調査をする。

イ：ある町での空き缶の再利用状況を調査するために、町民から20人をくじびきで選ぶ。

ウ：国民全体の1か月に読む本の冊数を調べるのに、中学生50人を選ぶ。

(2) ある地域の中学3年の男子生徒820人について、50m走の記録の平均値を求めるため、標本調査で全体の平均値を推測することにした。次のア～エのうち、標本の選び方として適切でないものすべてを選び、記号で答えなさい。

ア：陸上部員だけ選ぶ。

イ：80人を無作為に抽出する。

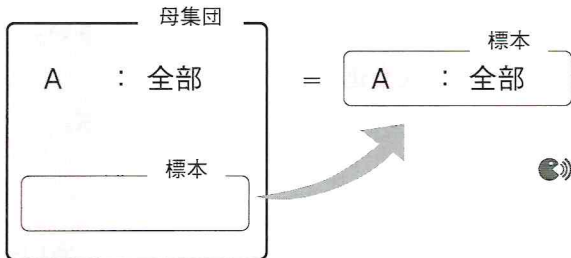
ウ：くじびきで200人選ぶ。

エ：身長の高い生徒から順に100人選ぶ。

Point!

❶ 母集団と標本で、ある A の比率は同じと考えてよいから、個数は次の比例式で推測できる。

母集団の A : 母集団の 全部 = 標本の A : 標本の 全部



Warm Up

袋の中に白い碁石ごいしと黒い碁石が合わせて 160 個入っている。これをよくかきまぜて 24 個の碁石を取り出したところ、その中に黒い碁石が 15 個入っていた。袋の中に黒い碁石はおよそ何個入っていると考えられるか答えなさい。

解説 袋の中の黒い碁石の数を x 個とする。

母集団は「袋の中の碁石」、標本は「取り出した碁石」なので、次の式が成り立つ。

$$\frac{x}{160} = \frac{15}{24} \quad \text{簡単な整数比になおす}$$

$$\frac{x}{160} = \frac{5}{8}$$

これを解いて、 $x=100$ およそ 100 個 「およそ～」で答える

Try

袋の中に赤い玉と青い玉が合わせて 400 個入っている。これをよくかきまぜて 96 個の玉を取り出したところ、その中に青い玉が 36 個入っていた。袋の中に青い玉はおよそ何個入っていると考えられるか答えなさい。

Exercise

次の問いに答えなさい。

- (1) ある工場で作った製品の中から、100 個の製品を無作為に抽出して調べたら、その中の 5 個が不良品だった。この工場で作った 2 万個の製品の中には、およそ何個の不良品がふくまれていると考えられるか答えなさい。
- (2) ある池で、魚の数を推定するために、あみですくうと 75 匹がとれた。この 75 匹に印をつけて放流し、何日かして再びあみですくうと、52 匹がとれてそのうち 5 匹に印がついていた。この池にはおよそ何匹の魚がいると考えられるか答えなさい。

6-1 次の()にあてはまることばを書きなさい。

起こりうる場合が同じ程度に期待できるとき、それらは(**同様に確からしい**)という。

次の()にあてはまることばを書きなさい。

- 7-1(1) データの散らばり方を大まかに5つの数で表す方法がある。5つの数とは、データの大きさの順で並べたときの両端の値である(① **最小値**)と(② **最大値**)、データを4分割したときの3つの区切りの値である(③ **四分位数**)をいう。(③)は、値の小さいほうから、(④ **第1四分位数**)、(⑤ **第2四分位数**)、(⑥ **第3四分位数**)という。(⑤)は(⑦ **中央値**)である。
(①②)順不同)
- 7-2(2) 第3四分位数と第1四分位数の差を(**四分位範囲**)という。

1-1 **1** 次の()にあてはまることばを書きなさい。

単項式や多項式の積の形をした式を、かっこをはずして単項式の和の形に表すことを、もとの式を(展開)するという。

1-5 **2** 次の□にあてはまる式を書きなさい。

$(x+a)^2 =$

$(x-a)^2 =$

$(x+a)(x-a) =$

$(x+a)(x+b) =$

1-6 **3** 次の()にあてはまることばを書きなさい。

多項式をいくつかの因数の積で表すことを(因数分解)するという。

1-6 **4** 次の□にあてはまる式を書きなさい。

$x^2-a^2 =$

$x^2+2ax+a^2 =$

$x^2-2ax+a^2 =$

$x^2+(a+b)x+ab =$

KWT Key Words TEST

2^{-1} 次の()にあてはまることばや数を書きなさい。

- ・ 2乗すると a になる数を a の(① 平方根)という。
- ・ 正の数の平方根は2つあり, 負の数の平方根は(② ない)。
- ・ 0の平方根は(③ 0)である。
- ・ 正の数 a の平方根は, 記号 $\sqrt{\quad}$ を用いて(④ $\pm\sqrt{a}$)と表し, 記号 $\sqrt{\quad}$ を(⑤ 根号)という。

3-4 次の () にあてはまる式を書きなさい。

2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解は $\left(x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)$ である。

1 次の()にあてはまることばを書きなさい。

4-3 (1) $y=ax^2$ のグラフを(① **放物線**)といい、グラフの軸は(② **y軸**)であり、頂点は(③ **原点**)である。

$y=ax^2$ のグラフの特徴は、(④ **原点**)を通り、(⑤ **y軸**)について対称な曲線である。

4-4 (2) $y=ax^2$ のグラフは、 a の絶対値が大きいほど、グラフの開きが(① **小さく**)なる。

また、 a の絶対値が等しく異符号のグラフは、(② **x軸**)について対称になる。

4-5 (3) $y=ax^2$ のグラフは、 $a>0$ のとき、(① **上**)に開いたグラフで、 x の値が増加すると、

$x<0$ の範囲では y の値は(② **減少**)し、 $x>0$ の範囲では y の値は(③ **増加**)する。

$y=ax^2$ のグラフは、 $a<0$ のとき、(④ **下**)に開いたグラフで、 x の値が増加すると、

$x<0$ の範囲では y の値は(⑤ **増加**)し、 $x>0$ の範囲では y の値は(⑥ **減少**)する。

4-8 **2** 下の表は、 $y=ax+b$ と $y=ax^2$ の特徴をまとめたものである。表を完成させなさい。

		$y=ax+b$	$y=ax^2$
グラフの形		① 直線	② 放物線
xの値が増加したときの yの値の変化	$a>0$ のとき	③ 常に増加	④ $x<0$ では 減少 , $x>0$ では 増加
	$a<0$ のとき	⑤ 常に減少	⑥ $x<0$ では 増加 , $x>0$ では 減少
変化の割合		⑦ 一定でaに等しい	⑧ 一定ではない

* の部分は、教科書の表現と異なる場合があります。教科書ごとの表現は P.204 を確認して下さい。

5-1 **1** 次の()にあてはまることばを書きなさい。
 2つの図形があって、一方の図形を拡大または縮小したものと、他方の図形が合同であるとき、この2つの図形を(相似)であるという。

5-2 **2** 三角形の相似条件を3つ書きなさい。ただし、教科書通りの文のみ正解とする。

(① 3組の辺の比がすべて等しい)

(② 2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい)

(③ 2組の角がそれぞれ等しい)

(①②③順不同)

5-5 **3** 次の()にあてはまることばを書きなさい。
 縮小した図を(① 縮図), 拡大した図を(② 拡大図)という。

5-11 **4** 次の()にあてはまるものを書きなさい。

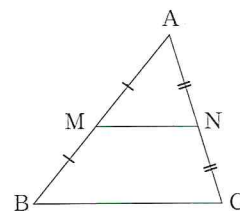
・中点連結定理

△ABCにおいて、M、Nがそれぞれ辺AB、ACの中点のとき、

(① MN) // (② BC)

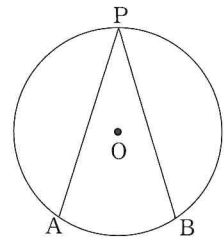
(③ MN) = (④ $\frac{1}{2}BC$)

(①と②, ③と④それぞれ順不同)



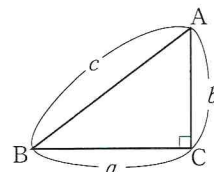
6-1 次の()にあてはまることばを書きなさい。

- ・右の図の円Oで、 $\angle APB$ を \widehat{AB} に対する(① 円周角)という。
- ・1つの弧に対する円周角の大きさは、その弧に対する中心角の大きさの(② 半分)である。



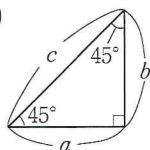
7-1 **1** 次の()にあてはまる式を答えなさい。

直角三角形の直角をはさむ2辺の長さを a , b , 斜辺の長さを c とすると,
 ($a^2 + b^2 = c^2$) という関係が成り立つ。



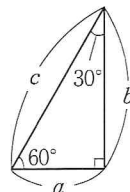
7-3 **2** 次の三角形で, $a : b : c$ の比を答えなさい。

(1)



(1 : 1 : $\sqrt{2}$)

(2)



(1 : $\sqrt{3}$: 2)

B-1 次の()にあてはまることばを書きなさい。

- ・ある集団について何かを調べるとき、その集団の全部について調べることを(① **全数調査**)という。これに対し、集団の全体の様子を推測するために、もとの集団の一部を取り出して調べることを(② **標本調査**)という。
- ・(②)をするとき、調査のために取り出した一部を(③ **標本**)という。また、もとの集団全体を(④ **母集団**)という。

三角形の相似条件

★は本文中の表記と同じ

【東京書籍】

- ① 3組の辺の比がすべて等しい ★
- ② 2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい ★
- ③ 2組の角がそれぞれ等しい ★

【啓林館】

- ① 3組の辺の比が、すべて等しいとき
- ② 2組の辺の比とその間の角が、それぞれ等しいとき
- ③ 2組の角が、それぞれ等しいとき

【学校図書】

- ① 3組の辺の比がすべて等しい ★
- ② 2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい ★
- ③ 2組の角がそれぞれ等しい ★

【日本文教出版】

- ① 3組の辺の比がすべて等しい ★
- ② 2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい ★
- ③ 2組の角がそれぞれ等しい ★

【大日本図書】

- ① 3組の辺の比がすべて等しい ★
- ② 2組の辺の比が等しく、その間の角が等しい
- ③ 2組の角がそれぞれ等しい ★

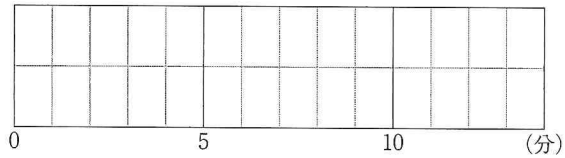
【教育出版】

- ① 3組の辺の比がすべて等しい ★
- ② 2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい ★
- ③ 2組の角がそれぞれ等しい ★

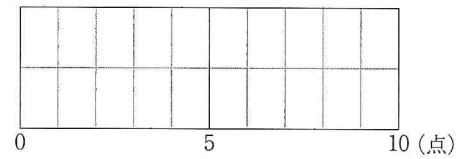
【数研出版】

- ① 3組の辺の比がすべて等しい ★
- ② 2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい ★
- ③ 2組の角がそれぞれ等しい ★

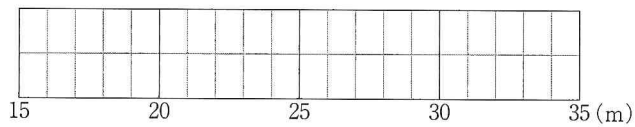
P.21 [2年生] 第7章 7-2 Try (2)



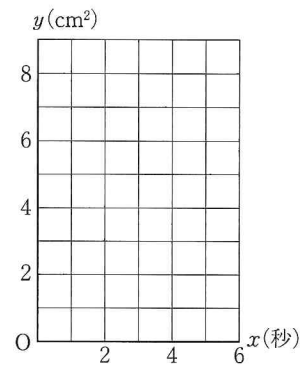
P.21 [2年生] 第7章 7-2 Exercise (1) ③



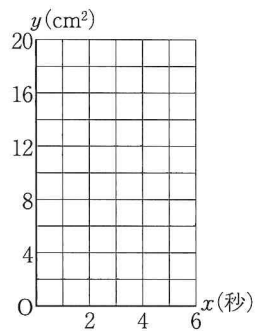
P.21 [2年生] 第7章 7-2 Exercise (2) ②



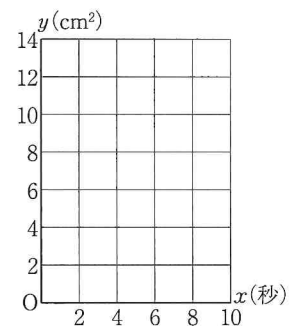
P.120 第4章 4-10 Try (3)



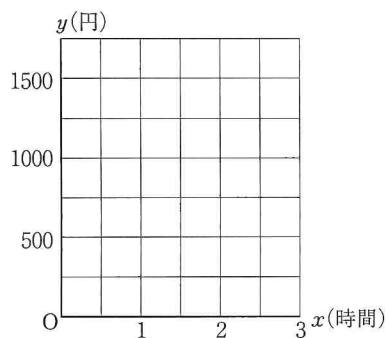
P.120 第4章 4-10 Exercise (1) ③



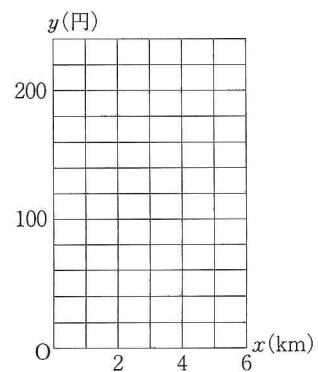
P.120 第4章 4-10 Exercise (2) ③



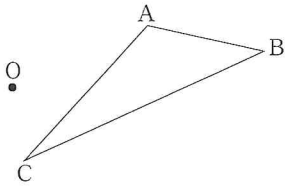
P.125 第4章 4-12 Try (2)



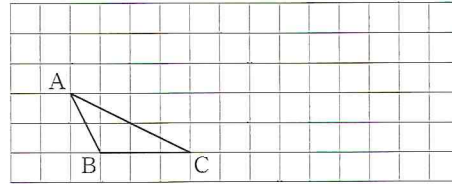
P.125 第4章 4-12 Exercise (2) ①



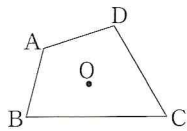
P.139 第5章 5-6 Try (1)



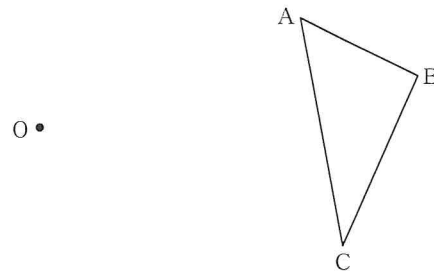
P.139 第5章 5-6 Try (2)



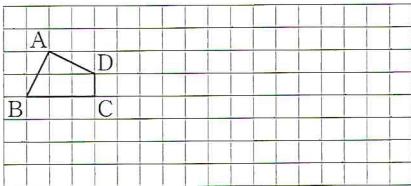
P.139 第5章 5-6 Exercise (1)



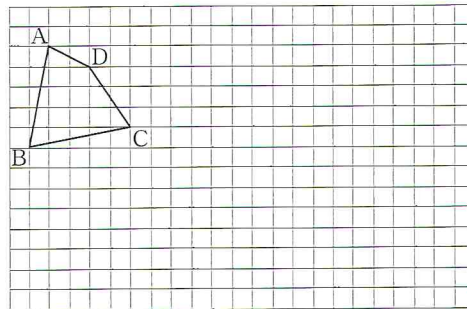
P.139 第5章 5-6 Exercise (2)



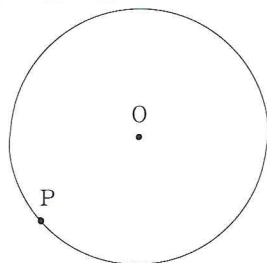
P.139 第5章 5-6 Exercise (3)



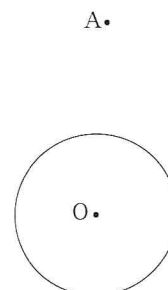
P.139 第5章 5-6 Exercise (4)



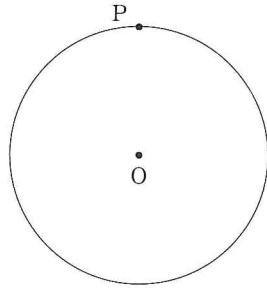
P.169 第6章 6-5 Try (1)



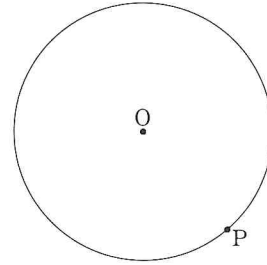
P.169 第6章 6-5 Try (2)



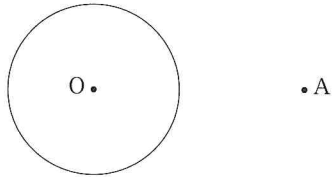
P.169 第6章 6-5 Exercise (1)



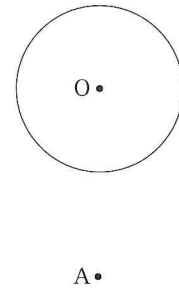
P.169 第6章 6-5 Exercise (2)



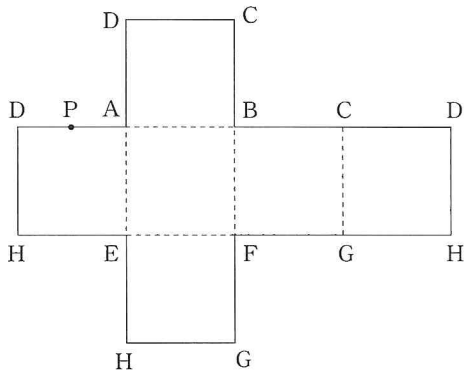
P.169 第6章 6-5 Exercise (3)



P.169 第6章 6-5 Exercise (4)



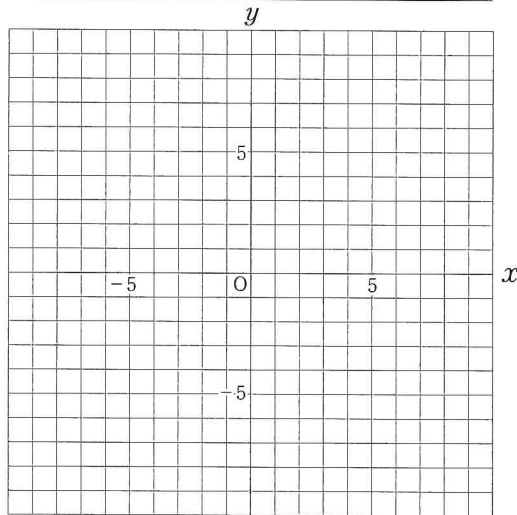
P.187 第7章 7-8 Exercise (1)



キリトリ ✂

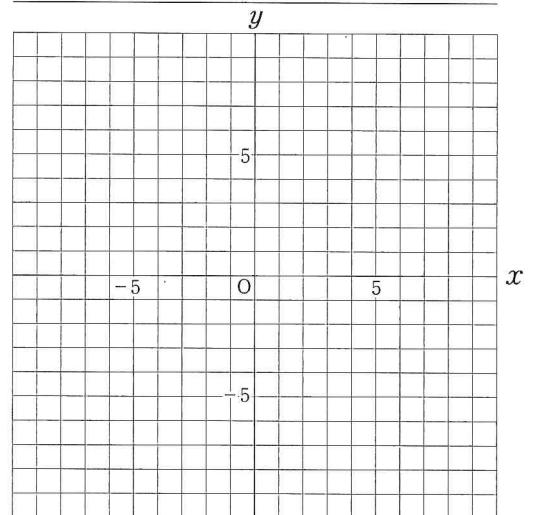
P.

Try
 Exercise



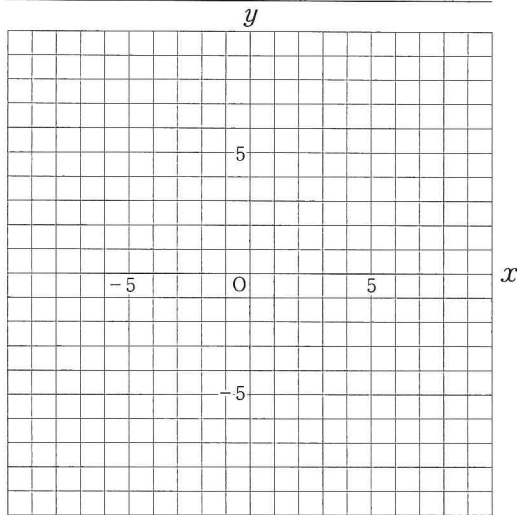
P.

Try
 Exercise



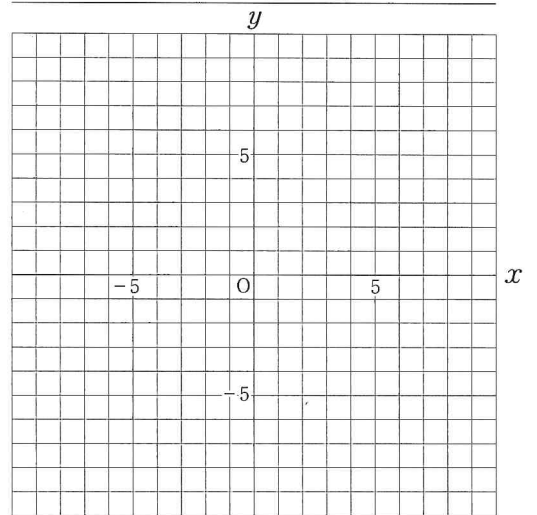
P.

Try
 Exercise



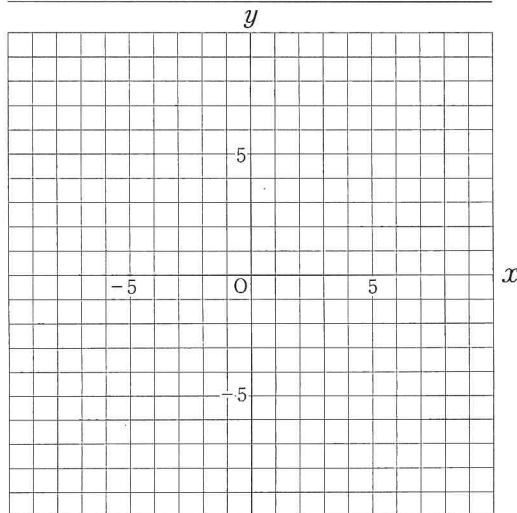
P.

Try
 Exercise



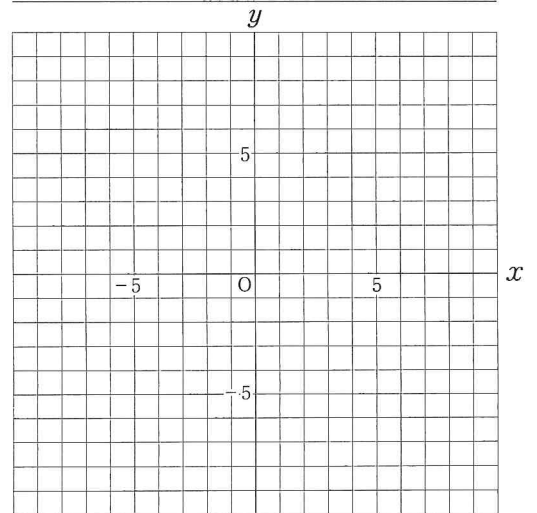
P.

Try
 Exercise



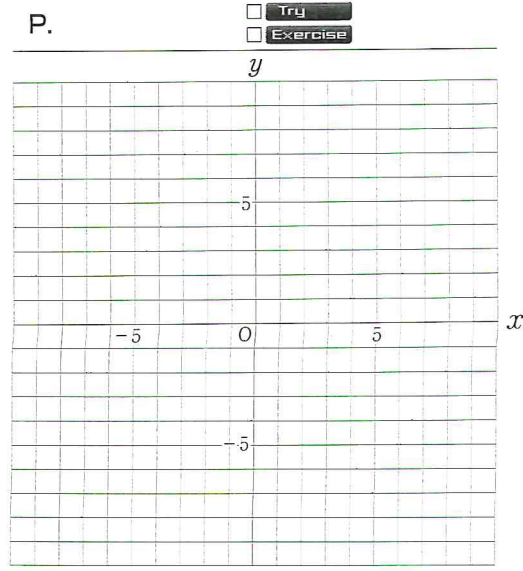
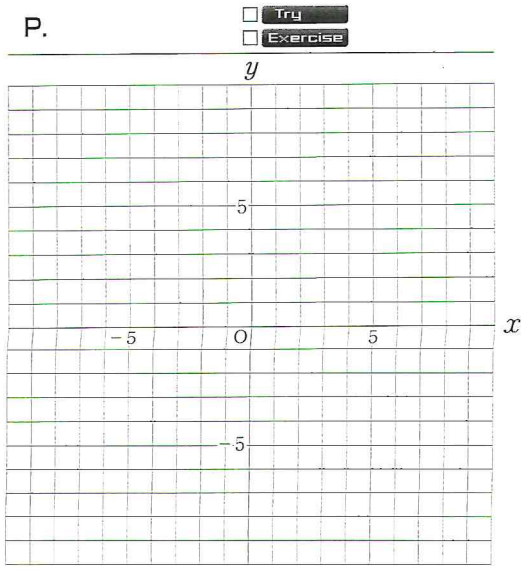
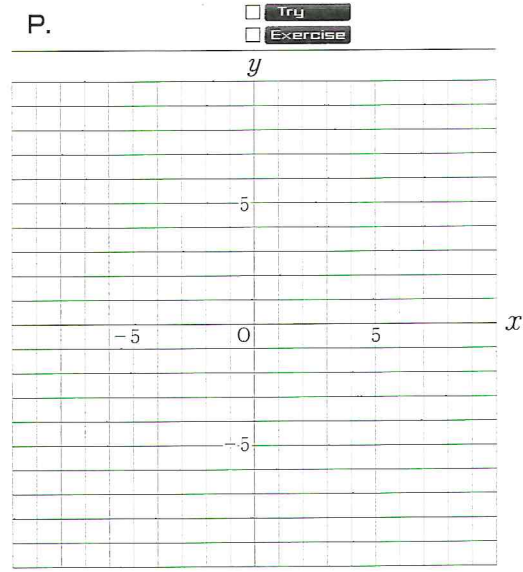
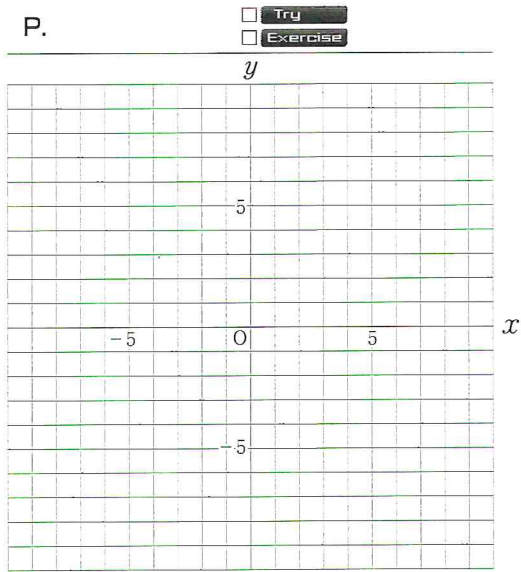
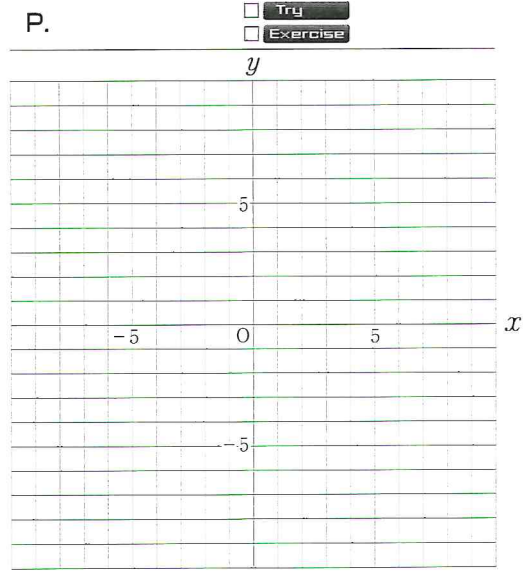
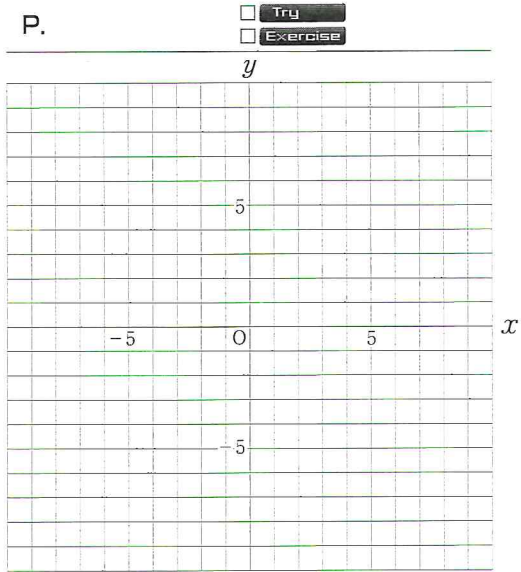
P.

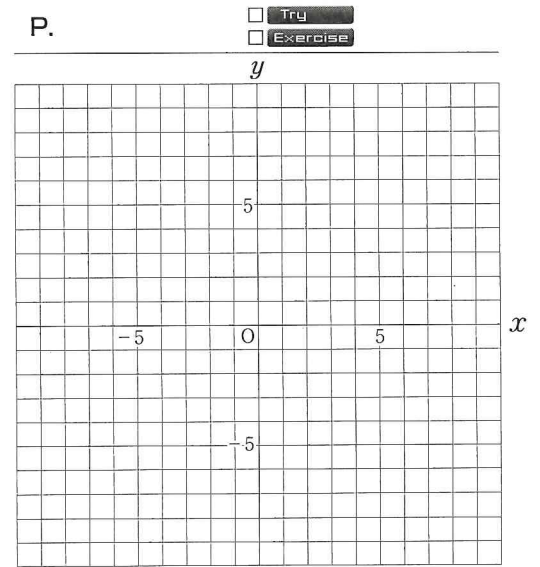
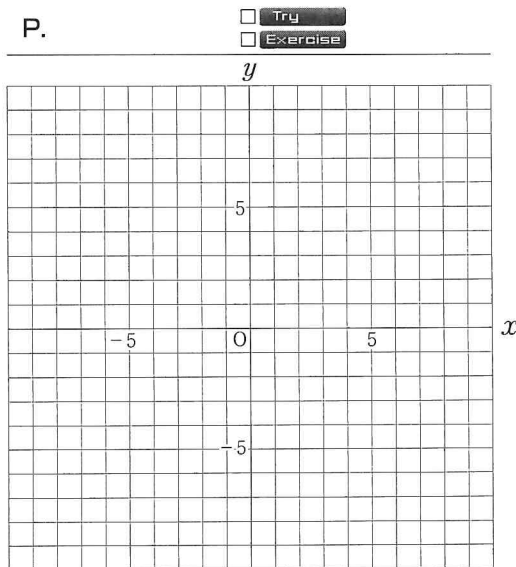
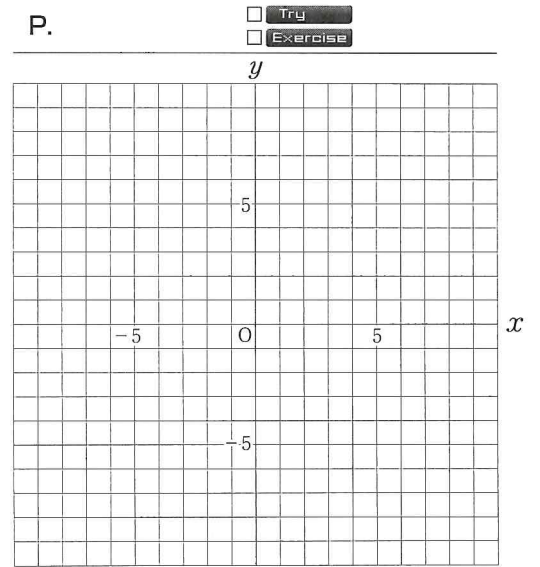
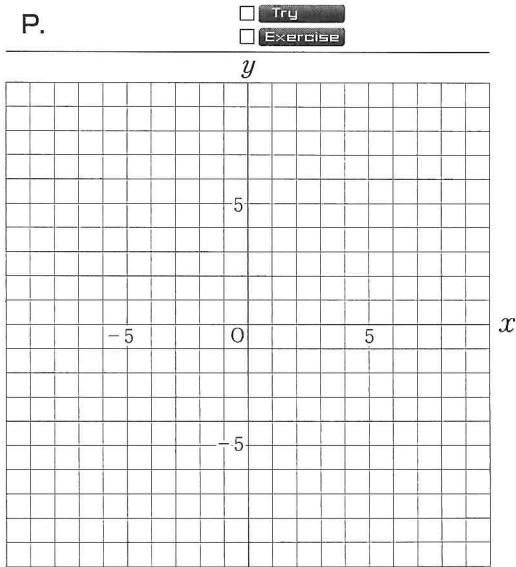
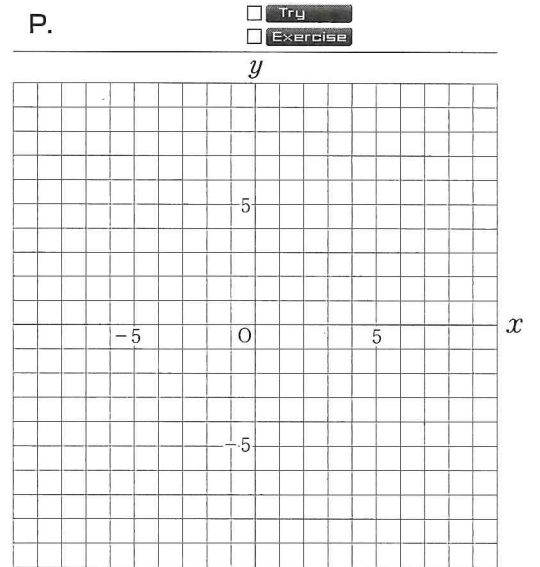
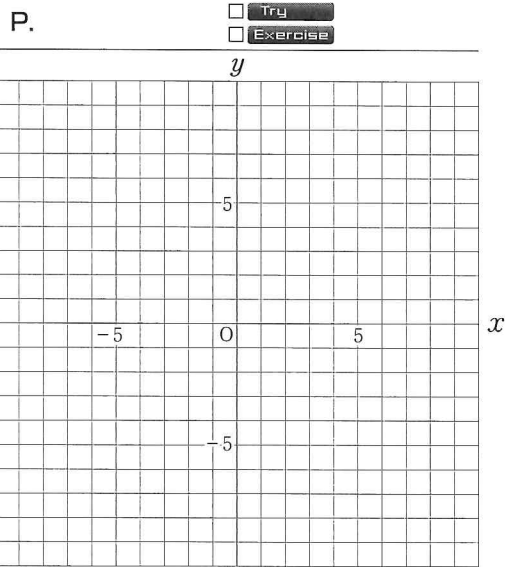
Try
 Exercise



キリトリ ✂

キ
コ
ク
ケ
カ
✂

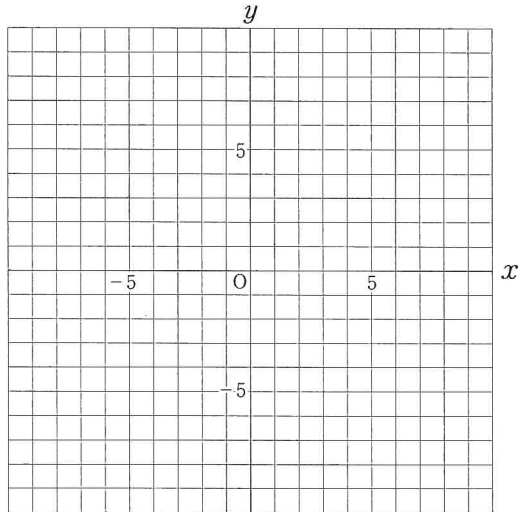




キリトリ ✂

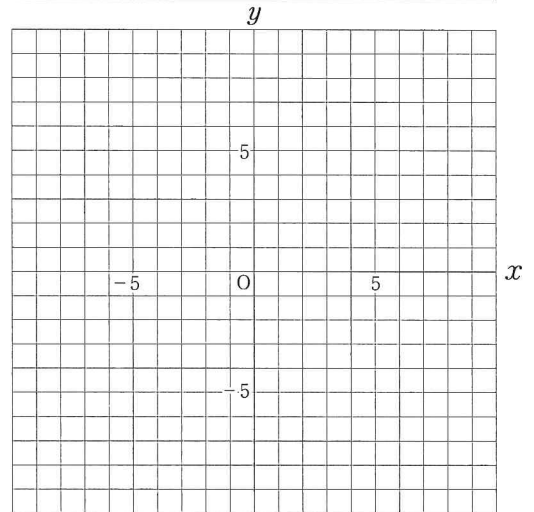
P.

Try
 Exercise



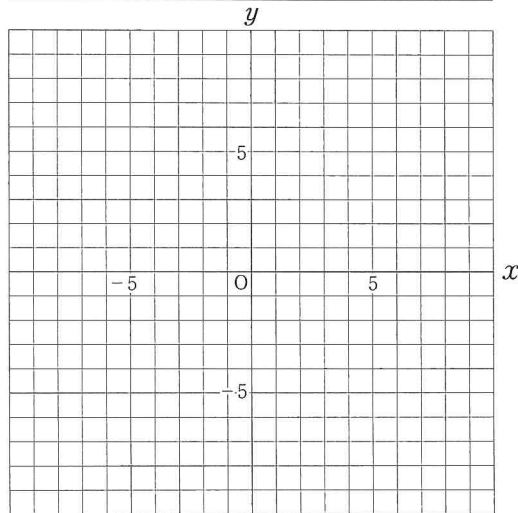
P.

Try
 Exercise



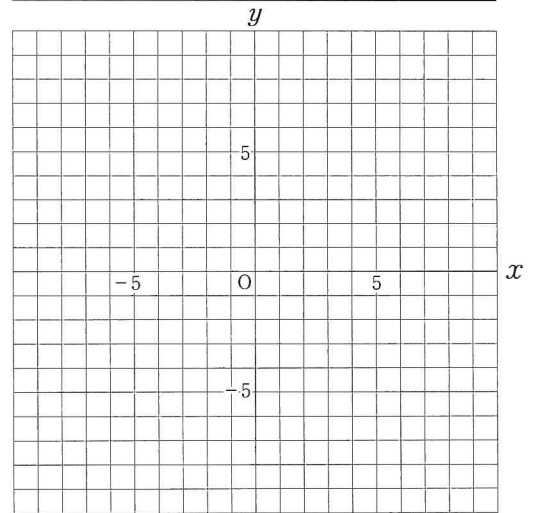
P.

Try
 Exercise



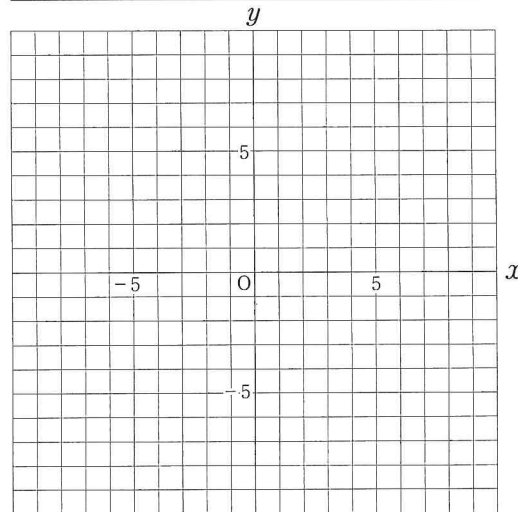
P.

Try
 Exercise



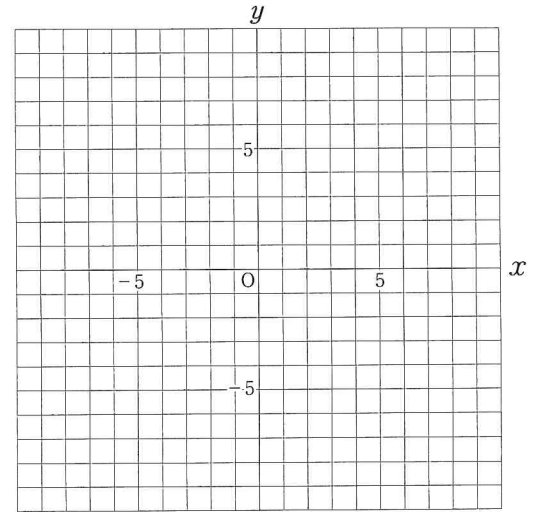
P.

Try
 Exercise



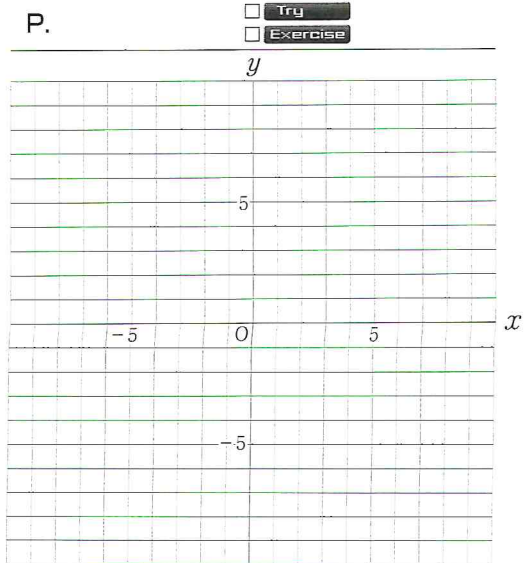
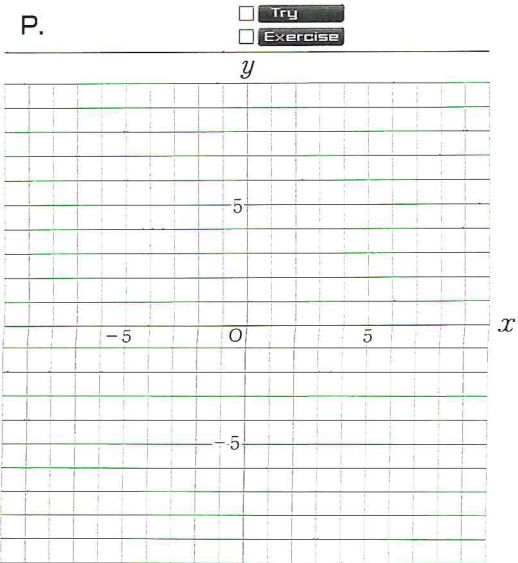
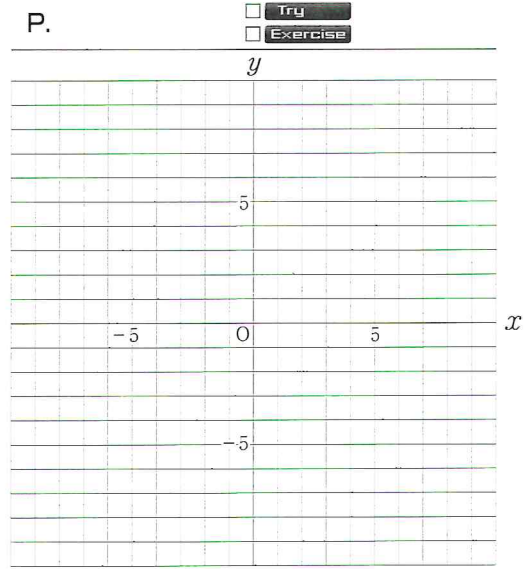
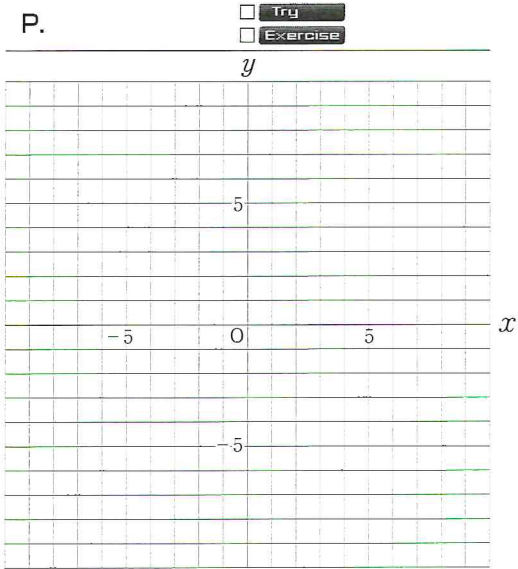
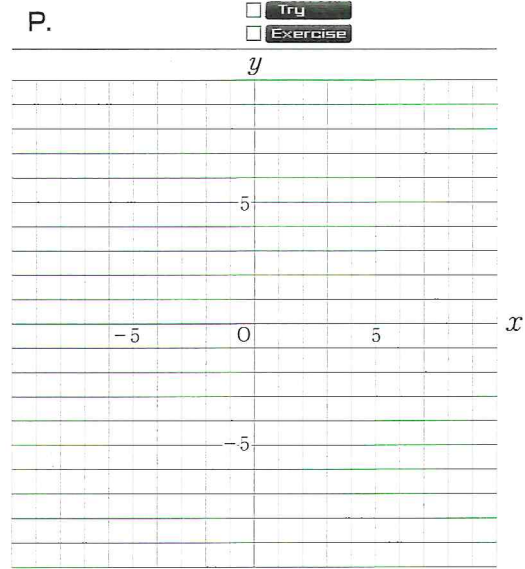
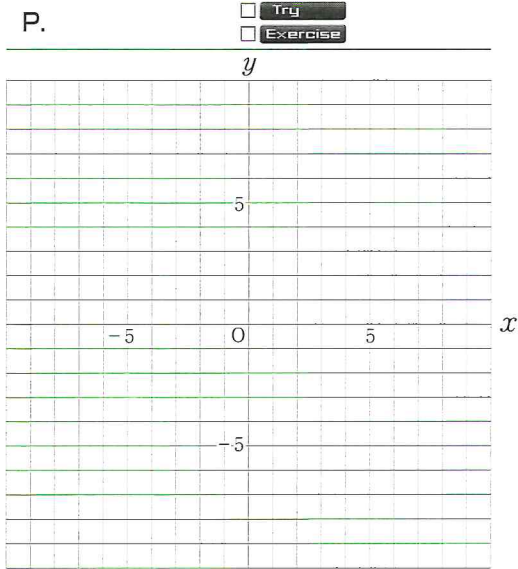
P.

Try
 Exercise



キリムシ

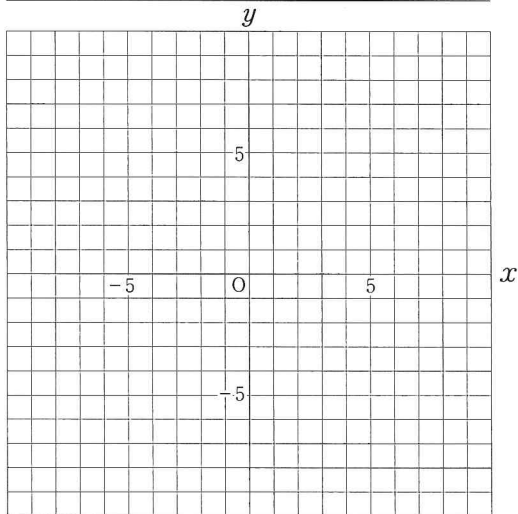




ハ
シ
リ
キ
✂

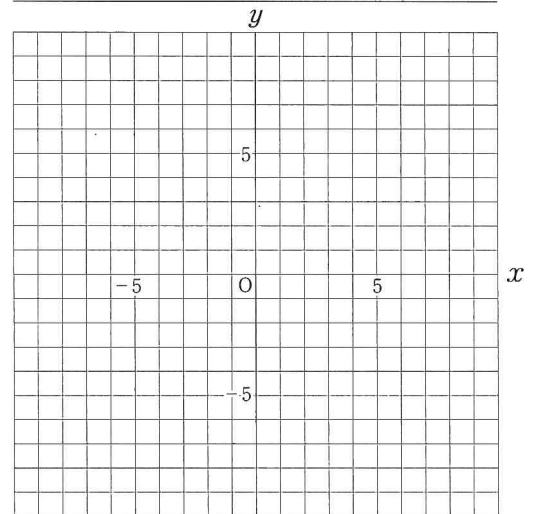
P.

Try
 Exercise



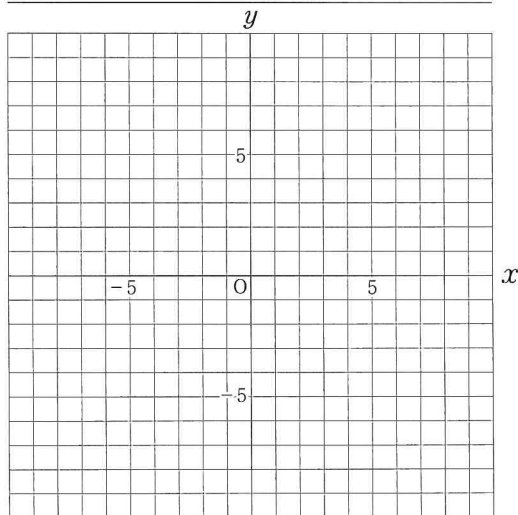
P.

Try
 Exercise



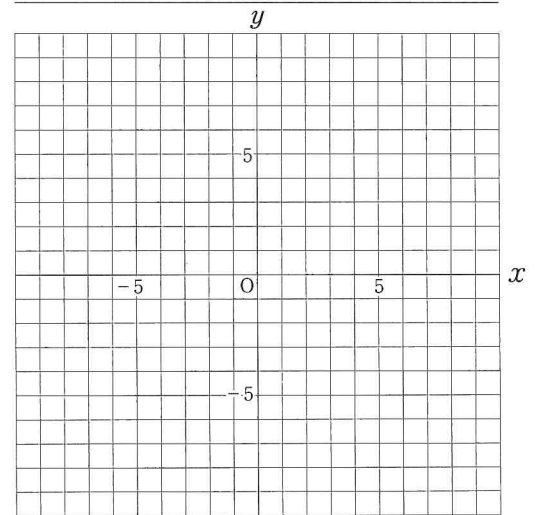
P.

Try
 Exercise



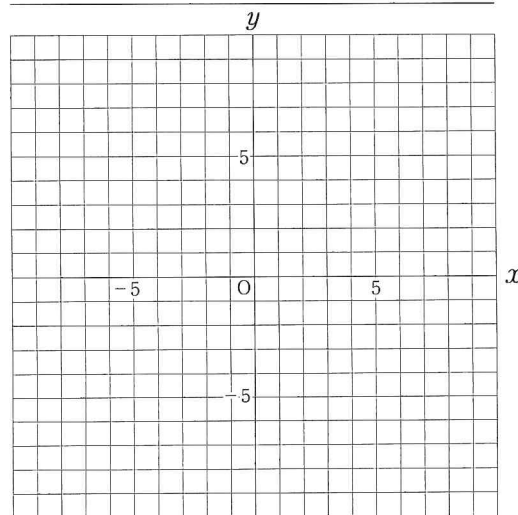
P.

Try
 Exercise



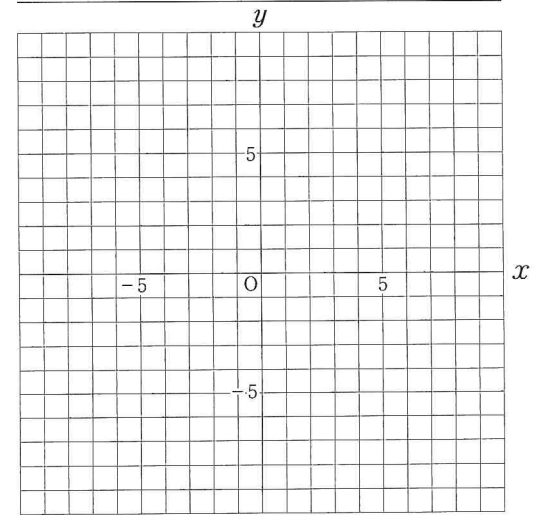
P.

Try
 Exercise



P.

Try
 Exercise



キ
リ
シ
リ
シ
キ
✂

宿題シート

●宿題が終わったら、「終了チェック」に✓を入れてください。

月 日

宿題の内容	ページ	終了 チェック	先生 チェック
1. Tryの赤×解き直し		✓	✓
2. Exercise		✓	
3. 宿題の赤×解き直し		✓	
4. Key Words TEST暗記		✓	
5. 仕上げテスト		✓	
6. その他		✓	

月 日

宿題の内容	ページ	終了 チェック	先生 チェック
1. Tryの赤×解き直し		✓	✓
2. Exercise		✓	
3. 宿題の赤×解き直し		✓	
4. Key Words TEST暗記		✓	
5. 仕上げテスト		✓	
6. その他		✓	

月 日

宿題の内容	ページ	終了 チェック	先生 チェック
1. Tryの赤×解き直し		✓	✓
2. Exercise		✓	
3. 宿題の赤×解き直し		✓	
4. Key Words TEST暗記		✓	
5. 仕上げテスト		✓	
6. その他		✓	

月 日

宿題の内容	ページ	終了 チェック	先生 チェック
1. Tryの赤×解き直し		✓	✓
2. Exercise		✓	
3. 宿題の赤×解き直し		✓	
4. Key Words TEST暗記		✓	
5. 仕上げテスト		✓	
6. その他		✓	

月 日

宿題の内容	ページ	終了 チェック	先生 チェック
1. Tryの赤×解き直し		✓	✓
2. Exercise		✓	
3. 宿題の赤×解き直し		✓	
4. Key Words TEST暗記		✓	
5. 仕上げテスト		✓	
6. その他		✓	

月 日

宿題の内容	ページ	終了 チェック	先生 チェック
1. Tryの赤×解き直し		✓	✓
2. Exercise		✓	
3. 宿題の赤×解き直し		✓	
4. Key Words TEST暗記		✓	
5. 仕上げテスト		✓	
6. その他		✓	

月 日

宿題の内容	ページ	終了 チェック	先生 チェック
1. Tryの赤×解き直し		✓	✓
2. Exercise		✓	
3. 宿題の赤×解き直し		✓	
4. Key Words TEST暗記		✓	
5. 仕上げテスト		✓	
6. その他		✓	

月 日

宿題の内容	ページ	終了 チェック	先生 チェック
1. Tryの赤×解き直し		✓	✓
2. Exercise		✓	
3. 宿題の赤×解き直し		✓	
4. Key Words TEST暗記		✓	
5. 仕上げテスト		✓	
6. その他		✓	

宿題シート

●宿題が終わったら、「終了チェック」に✓を入れてください。

月 日

宿題の内容	ページ	終了 チェック	先生 チェック
1. Tryの赤×解き直し		✓	✓
2. Exercise		✓	
3. 宿題の赤×解き直し		✓	
4. Key Words TEST暗記		✓	
5. 仕上げテスト		✓	
6. その他		✓	

月 日

宿題の内容	ページ	終了 チェック	先生 チェック
1. Tryの赤×解き直し		✓	✓
2. Exercise		✓	
3. 宿題の赤×解き直し		✓	
4. Key Words TEST暗記		✓	
5. 仕上げテスト		✓	
6. その他		✓	

月 日

宿題の内容	ページ	終了 チェック	先生 チェック
1. Tryの赤×解き直し		✓	✓
2. Exercise		✓	
3. 宿題の赤×解き直し		✓	
4. Key Words TEST暗記		✓	
5. 仕上げテスト		✓	
6. その他		✓	

月 日

宿題の内容	ページ	終了 チェック	先生 チェック
1. Tryの赤×解き直し		✓	✓
2. Exercise		✓	
3. 宿題の赤×解き直し		✓	
4. Key Words TEST暗記		✓	
5. 仕上げテスト		✓	
6. その他		✓	

月 日

宿題の内容	ページ	終了 チェック	先生 チェック
1. Tryの赤×解き直し		✓	✓
2. Exercise		✓	
3. 宿題の赤×解き直し		✓	
4. Key Words TEST暗記		✓	
5. 仕上げテスト		✓	
6. その他		✓	

月 日

宿題の内容	ページ	終了 チェック	先生 チェック
1. Tryの赤×解き直し		✓	✓
2. Exercise		✓	
3. 宿題の赤×解き直し		✓	
4. Key Words TEST暗記		✓	
5. 仕上げテスト		✓	
6. その他		✓	

月 日

宿題の内容	ページ	終了 チェック	先生 チェック
1. Tryの赤×解き直し		✓	✓
2. Exercise		✓	
3. 宿題の赤×解き直し		✓	
4. Key Words TEST暗記		✓	
5. 仕上げテスト		✓	
6. その他		✓	

月 日

宿題の内容	ページ	終了 チェック	先生 チェック
1. Tryの赤×解き直し		✓	✓
2. Exercise		✓	
3. 宿題の赤×解き直し		✓	
4. Key Words TEST暗記		✓	
5. 仕上げテスト		✓	
6. その他		✓	

宿題シート

月 日

宿題の内容	ページ	終了 チェック	先生 チェック
1. Tryの赤×解き直し		✓	✓
2. Exercise		✓	
3. 宿題の赤×解き直し		✓	
4. Key Words TEST暗記		✓	
5. 仕上げテスト		✓	
6. その他		✓	

月 日

宿題の内容	ページ	終了 チェック	先生 チェック
1. Tryの赤×解き直し		✓	✓
2. Exercise		✓	
3. 宿題の赤×解き直し		✓	
4. Key Words TEST暗記		✓	
5. 仕上げテスト		✓	
6. その他		✓	

月 日

宿題の内容	ページ	終了 チェック	先生 チェック
1. Tryの赤×解き直し		✓	✓
2. Exercise		✓	
3. 宿題の赤×解き直し		✓	
4. Key Words TEST暗記		✓	
5. 仕上げテスト		✓	
6. その他		✓	

月 日

宿題の内容	ページ	終了 チェック	先生 チェック
1. Tryの赤×解き直し		✓	✓
2. Exercise		✓	
3. 宿題の赤×解き直し		✓	
4. Key Words TEST暗記		✓	
5. 仕上げテスト		✓	
6. その他		✓	

月 日

宿題の内容	ページ	終了 チェック	先生 チェック
1. Tryの赤×解き直し		✓	✓
2. Exercise		✓	
3. 宿題の赤×解き直し		✓	
4. Key Words TEST暗記		✓	
5. 仕上げテスト		✓	
6. その他		✓	

月 日

宿題の内容	ページ	終了 チェック	先生 チェック
1. Tryの赤×解き直し		✓	✓
2. Exercise		✓	
3. 宿題の赤×解き直し		✓	
4. Key Words TEST暗記		✓	
5. 仕上げテスト		✓	
6. その他		✓	

月 日

宿題の内容	ページ	終了 チェック	先生 チェック
1. Tryの赤×解き直し		✓	✓
2. Exercise		✓	
3. 宿題の赤×解き直し		✓	
4. Key Words TEST暗記		✓	
5. 仕上げテスト		✓	
6. その他		✓	

月 日

宿題の内容	ページ	終了 チェック	先生 チェック
1. Tryの赤×解き直し		✓	✓
2. Exercise		✓	
3. 宿題の赤×解き直し		✓	
4. Key Words TEST暗記		✓	
5. 仕上げテスト		✓	
6. その他		✓	

宿題シート

●宿題が終わったら、「終了チェック」に✓を入れてください。

月 日

宿題の内容	ページ	終了 チェック	先生 チェック
1. Tryの赤×解き直し		✓	✓
2. Exercise		✓	
3. 宿題の赤×解き直し		✓	
4. Key Words TEST暗記		✓	
5. 仕上げテスト		✓	
6. その他		✓	

月 日

宿題の内容	ページ	終了 チェック	先生 チェック
1. Tryの赤×解き直し		✓	✓
2. Exercise		✓	
3. 宿題の赤×解き直し		✓	
4. Key Words TEST暗記		✓	
5. 仕上げテスト		✓	
6. その他		✓	

月 日

宿題の内容	ページ	終了 チェック	先生 チェック
1. Tryの赤×解き直し		✓	✓
2. Exercise		✓	
3. 宿題の赤×解き直し		✓	
4. Key Words TEST暗記		✓	
5. 仕上げテスト		✓	
6. その他		✓	

月 日

宿題の内容	ページ	終了 チェック	先生 チェック
1. Tryの赤×解き直し		✓	✓
2. Exercise		✓	
3. 宿題の赤×解き直し		✓	
4. Key Words TEST暗記		✓	
5. 仕上げテスト		✓	
6. その他		✓	

月 日

宿題の内容	ページ	終了 チェック	先生 チェック
1. Tryの赤×解き直し		✓	✓
2. Exercise		✓	
3. 宿題の赤×解き直し		✓	
4. Key Words TEST暗記		✓	
5. 仕上げテスト		✓	
6. その他		✓	

月 日

宿題の内容	ページ	終了 チェック	先生 チェック
1. Tryの赤×解き直し		✓	✓
2. Exercise		✓	
3. 宿題の赤×解き直し		✓	
4. Key Words TEST暗記		✓	
5. 仕上げテスト		✓	
6. その他		✓	

月 日

宿題の内容	ページ	終了 チェック	先生 チェック
1. Tryの赤×解き直し		✓	✓
2. Exercise		✓	
3. 宿題の赤×解き直し		✓	
4. Key Words TEST暗記		✓	
5. 仕上げテスト		✓	
6. その他		✓	

月 日

宿題の内容	ページ	終了 チェック	先生 チェック
1. Tryの赤×解き直し		✓	✓
2. Exercise		✓	
3. 宿題の赤×解き直し		✓	
4. Key Words TEST暗記		✓	
5. 仕上げテスト		✓	
6. その他		✓	

宿題シート

月 日

宿題の内容	ページ	終了 チェック	先生 チェック
1. Tryの赤×解き直し		✓	✓
2. Exercise		✓	
3. 宿題の赤×解き直し		✓	
4. Key Words TEST暗記		✓	
5. 仕上げテスト		✓	
6. その他		✓	

月 日

宿題の内容	ページ	終了 チェック	先生 チェック
1. Tryの赤×解き直し		✓	✓
2. Exercise		✓	
3. 宿題の赤×解き直し		✓	
4. Key Words TEST暗記		✓	
5. 仕上げテスト		✓	
6. その他		✓	

月 日

宿題の内容	ページ	終了 チェック	先生 チェック
1. Tryの赤×解き直し		✓	✓
2. Exercise		✓	
3. 宿題の赤×解き直し		✓	
4. Key Words TEST暗記		✓	
5. 仕上げテスト		✓	
6. その他		✓	

月 日

宿題の内容	ページ	終了 チェック	先生 チェック
1. Tryの赤×解き直し		✓	✓
2. Exercise		✓	
3. 宿題の赤×解き直し		✓	
4. Key Words TEST暗記		✓	
5. 仕上げテスト		✓	
6. その他		✓	

月 日

宿題の内容	ページ	終了 チェック	先生 チェック
1. Tryの赤×解き直し		✓	✓
2. Exercise		✓	
3. 宿題の赤×解き直し		✓	
4. Key Words TEST暗記		✓	
5. 仕上げテスト		✓	
6. その他		✓	

月 日

宿題の内容	ページ	終了 チェック	先生 チェック
1. Tryの赤×解き直し		✓	✓
2. Exercise		✓	
3. 宿題の赤×解き直し		✓	
4. Key Words TEST暗記		✓	
5. 仕上げテスト		✓	
6. その他		✓	

月 日

宿題の内容	ページ	終了 チェック	先生 チェック
1. Tryの赤×解き直し		✓	✓
2. Exercise		✓	
3. 宿題の赤×解き直し		✓	
4. Key Words TEST暗記		✓	
5. 仕上げテスト		✓	
6. その他		✓	

月 日

宿題の内容	ページ	終了 チェック	先生 チェック
1. Tryの赤×解き直し		✓	✓
2. Exercise		✓	
3. 宿題の赤×解き直し		✓	
4. Key Words TEST暗記		✓	
5. 仕上げテスト		✓	
6. その他		✓	

宿題シート

●宿題が終わったら、「終了チェック」に✓を入れてください。

月 日

宿題の内容	ページ	終了 チェック	先生 チェック
1. Tryの赤×解き直し		✓	✓
2. Exercise		✓	
3. 宿題の赤×解き直し		✓	
4. Key Words TEST暗記		✓	
5. 仕上げテスト		✓	
6. その他		✓	

月 日

宿題の内容	ページ	終了 チェック	先生 チェック
1. Tryの赤×解き直し		✓	✓
2. Exercise		✓	
3. 宿題の赤×解き直し		✓	
4. Key Words TEST暗記		✓	
5. 仕上げテスト		✓	
6. その他		✓	

月 日

宿題の内容	ページ	終了 チェック	先生 チェック
1. Tryの赤×解き直し		✓	✓
2. Exercise		✓	
3. 宿題の赤×解き直し		✓	
4. Key Words TEST暗記		✓	
5. 仕上げテスト		✓	
6. その他		✓	

月 日

宿題の内容	ページ	終了 チェック	先生 チェック
1. Tryの赤×解き直し		✓	✓
2. Exercise		✓	
3. 宿題の赤×解き直し		✓	
4. Key Words TEST暗記		✓	
5. 仕上げテスト		✓	
6. その他		✓	

月 日

宿題の内容	ページ	終了 チェック	先生 チェック
1. Tryの赤×解き直し		✓	✓
2. Exercise		✓	
3. 宿題の赤×解き直し		✓	
4. Key Words TEST暗記		✓	
5. 仕上げテスト		✓	
6. その他		✓	

月 日

宿題の内容	ページ	終了 チェック	先生 チェック
1. Tryの赤×解き直し		✓	✓
2. Exercise		✓	
3. 宿題の赤×解き直し		✓	
4. Key Words TEST暗記		✓	
5. 仕上げテスト		✓	
6. その他		✓	

月 日

宿題の内容	ページ	終了 チェック	先生 チェック
1. Tryの赤×解き直し		✓	✓
2. Exercise		✓	
3. 宿題の赤×解き直し		✓	
4. Key Words TEST暗記		✓	
5. 仕上げテスト		✓	
6. その他		✓	

月 日

宿題の内容	ページ	終了 チェック	先生 チェック
1. Tryの赤×解き直し		✓	✓
2. Exercise		✓	
3. 宿題の赤×解き直し		✓	
4. Key Words TEST暗記		✓	
5. 仕上げテスト		✓	
6. その他		✓	

宿題シート

月 日

宿題の内容	ページ	終了 チェック	先生 チェック
1. Tryの赤×解き直し		✓	✓
2. Exercise		✓	
3. 宿題の赤×解き直し		✓	
4. Key Words TEST暗記		✓	
5. 仕上げテスト		✓	
6. その他		✓	

月 日

宿題の内容	ページ	終了 チェック	先生 チェック
1. Tryの赤×解き直し		✓	✓
2. Exercise		✓	
3. 宿題の赤×解き直し		✓	
4. Key Words TEST暗記		✓	
5. 仕上げテスト		✓	
6. その他		✓	

月 日

宿題の内容	ページ	終了 チェック	先生 チェック
1. Tryの赤×解き直し		✓	✓
2. Exercise		✓	
3. 宿題の赤×解き直し		✓	
4. Key Words TEST暗記		✓	
5. 仕上げテスト		✓	
6. その他		✓	

月 日

宿題の内容	ページ	終了 チェック	先生 チェック
1. Tryの赤×解き直し		✓	✓
2. Exercise		✓	
3. 宿題の赤×解き直し		✓	
4. Key Words TEST暗記		✓	
5. 仕上げテスト		✓	
6. その他		✓	

月 日

宿題の内容	ページ	終了 チェック	先生 チェック
1. Tryの赤×解き直し		✓	✓
2. Exercise		✓	
3. 宿題の赤×解き直し		✓	
4. Key Words TEST暗記		✓	
5. 仕上げテスト		✓	
6. その他		✓	

月 日

宿題の内容	ページ	終了 チェック	先生 チェック
1. Tryの赤×解き直し		✓	✓
2. Exercise		✓	
3. 宿題の赤×解き直し		✓	
4. Key Words TEST暗記		✓	
5. 仕上げテスト		✓	
6. その他		✓	

月 日

宿題の内容	ページ	終了 チェック	先生 チェック
1. Tryの赤×解き直し		✓	✓
2. Exercise		✓	
3. 宿題の赤×解き直し		✓	
4. Key Words TEST暗記		✓	
5. 仕上げテスト		✓	
6. その他		✓	

月 日

宿題の内容	ページ	終了 チェック	先生 チェック
1. Tryの赤×解き直し		✓	✓
2. Exercise		✓	
3. 宿題の赤×解き直し		✓	
4. Key Words TEST暗記		✓	
5. 仕上げテスト		✓	
6. その他		✓	

