1-1 式の乗法と除法

Point!

- 単項式や多項式の積の形をした式を，かっこをはずして単項式の和の形に表すことを，もとの式を＿展開＿するという。
- 多項式と多項式の乗法は，分配法則を使ってかっこをはずす。

$$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$$

- わり算は，÷ を＿×＿にかえて，÷ の右の数を＿逆数＿にかえる。

Warm Up

次の問いに答えなさい。

(1) 次の計算をしなさい。

① $-3x(5x-2y)$　② $(12a^2b^2-8a^2b)\div\frac{4}{3}ab$ よくあるまちがい

(2) 次の式を展開しなさい。

① $(3x+y)(2x-5y)$ よくあるまちがい　② $(x-y-6)(x-y+8)$

解説 (1) ① $-3x(5x-2y)$

$=-15x^2+6xy$

② よくあるまちがい

正

$(12a^2b^2-8a^2b)\div\frac{4}{3}ab$ 　$\frac{4}{3}ab=\frac{4ab}{3}$

$=(12a^2b^2-8a^2b)\times\frac{3}{4ab}$ 　分数のかけ算は途中式を必ず書く

$=\frac{{}^{3}12a^2b^2\times3}{1\times4_1a_1b_1}-\frac{{}^{2}8a^2b^1\times3}{1\times4_1a_1b_1}$ 　約分して残ったものに○をつける

$=9ab-6a$

誤

$(12a^2b^2-8a^2b)\div\frac{4}{3}ab$

$=(12a^2b^2-8a^2b)\times\frac{3}{4}ab$

逆数をまちがえている

(2) ① よくあるまちがい

正

$(3x+y)(2x-5y)$

$=6x^2-15xy+2xy-5y^2$ 　同類項はまとめる

$=6x^2-13xy-5y^2$

誤

$(3x+y)(2x-5y)$

$=6x^2-15xy+2xy-5y^2$

同類項をまとめていない

② $(x-y-6)(x-y+8)$

$=x^2-xy+8x-xy+y^2-8y-6x+6y-48$ 　同類項はまとめる

$=x^2-2xy+2x+y^2-2y-48$

Try

次の問いに答えなさい。

(1) 次の計算をしなさい。

① $4x(x+2y)$　　② $-3x(5-x)-4x(1+x)$

③ $(24a^2+6a)\div 6a$　　④ $(12a^2b-4ab^2)\div\left(-\frac{2}{3}ab\right)$

(2) 次の式を展開しなさい。

① $(x-2)(y+4)$　　② $(3a+2b)(2a-b)$

③ $(x-2y)(x+2y-2)$　　④ $(x+y-1)(x+y-2)$

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 次の計算をしなさい。

① $-6x(x-2y)$　　② $(4a-b)\times(-2a)$　　③ $4x(x-3y-2)$

④ $2x(x-3)-3x(2x-1)$　　⑤ $a(a+2b)-2a(a+9b)$　　⑥ $-x(x+3)-2x(3x-6)$

⑦ $(6x^2y^2-3xy)\div 3xy$　　⑧ $(4a^2b-2ab)\div(-2ab)$　　⑨ $(12x^3y^2-15x^2y^3)\div(-3x^2y^2)$

⑩ $(9xy+12y^2)\div\frac{3}{5}y$　　⑪ $(8xy^2-4xy)\div\frac{4}{3}xy$　　⑫ $(2x^2-4xy)\div\left(-\frac{2}{3}x\right)$

(2) 次の式を展開しなさい。

① $(a+3)(b-4)$　　② $(a-b)(c+d)$　　③ $(a+b)(x+y)$

④ $(x+4)(2x-3)$　　⑤ $(2x+1)(3x+4)$　　⑥ $(2x+3y)(3x-y)$

⑦ $(x+3)(x-2y-1)$　　⑧ $(4x-y)(3x+2y-1)$　　⑨ $(x+3y)(x-3y+1)$

⑩ $(x+y-7)(x-y+7)$　　⑪ $(a-2b+3)(a-2b-4)$　　⑫ $(a-b+4)(a-b-4)$

(3) 次の(　　)にあてはまることばを書きなさい。

単項式や多項式の積の形をした式を，かっこをはずして単項式の和の形に表すことを，もとの式を(　　　　)するという。

1-2 乗法公式①($(x+a)^2$, $(x-a)^2$)

Point!

乗法公式① ( )^{2}の展開に使う公式

$(x+a)^2 =$ $x^2+2ax+a^2$

$(x-a)^2 =$ $x^2-2ax+a^2$

Warm Up

次の式を展開しなさい。

(1) $(x+4)^2$　(2) $(a-5b)^2$　(3) $(4x-3)^2$ よくあるまちがい

解説 (1) $(x+4)^2$

$= x^2+8x+16$

❶ 前の項を2乗
❷ 前の項と後ろの項をかけて2倍
❸ 後ろの項を2乗

(2) $(a-5b)^2$

$= a^2-10ab+25b^2$

❶ 前の項を2乗
❷ 前の項と後ろの項をかけて2倍
❸ 後ろの項を2乗

(3) よくあるまちがい

正 $(4x-3)^2$

$= (4x)^2-4x\times3\times2+3^2$

$= 16x^2-24x+9$

❶ 前の項を2乗
❷ 前の項と後ろの項をかけて2倍
❸ 後ろの項を2乗

誤 $(4x-3)^2$

$= (4x)^2-6x+3^2$

前の項は$4x$なのに，xとして公式を使っている

Try

次の式を展開しなさい。

(1) $(x+8)^2$　(2) $(a-3)^2$　(3) $(a-4b)^2$

(4) $(3x+2)^2$　(5) $(5a-3b)^2$　(6) $\left(2x+\frac{1}{2}y\right)^2$

Exercise

次の式を展開しなさい。

(1) $(x+1)^2$　(2) $(a+2)^2$　(3) $(a-6)^2$

(4) $(x-1)^2$　(5) $(a+3b)^2$　(6) $(x+7y)^2$

(7) $(x-y)^2$　(8) $(a-9b)^2$　(9) $(2a+5)^2$

(10) $(5x-4)^2$　(11) $(3x-4y)^2$　(12) $(2x+3y)^2$

(13) $\left(x+\frac{3}{2}\right)^2$　(14) $\left(2a-\frac{1}{4}\right)^2$　(15) $\left(6x+\frac{1}{3}y\right)^2$

1-3 乗法公式②（$(x+a)(x-a)$）

Point!

乗法公式②

$(x+a)(x-a)=$ x^2-a^2

（　）（　）で真ん中の符号だけ違う式の展開に使う公式

Warm Up

次の式を展開しなさい。

(1) $(x+3)(x-3)$

(2) $(7x+5y)(7x-5y)$

解説 (1) $(x+3)(x-3)$

$=x^2-9$

前の項の２乗 − 後ろの項の２乗

(2) $(7x+5y)(7x-5y)$

$=49x^2-25y^2$

Try

次の式を展開しなさい。

(1) $(x+4)(x-4)$

(2) $(a+b)(a-b)$

(3) $(2x+9)(2x-9)$

(4) $(5x+6y)(5x-6y)$

(5) $\left(x+\frac{1}{7}\right)\left(x-\frac{1}{7}\right)$

(6) $\left(a+\frac{3}{8}\right)\left(a-\frac{3}{8}\right)$

Exercise

次の式を展開しなさい。

(1) $(x+1)(x-1)$

(2) $(a+8)(a-8)$

(3) $(a+4b)(a-4b)$

(4) $(x+3y)(x-3y)$

(5) $(3x+7)(3x-7)$

(6) $(6a+1)(6a-1)$

(7) $(9x+8y)(9x-8y)$

(8) $(2x+7y)(2x-7y)$

(9) $\left(a+\frac{1}{6}\right)\left(a-\frac{1}{6}\right)$

(10) $\left(x+\frac{1}{9}\right)\left(x-\frac{1}{9}\right)$

(11) $\left(x+\frac{2}{5}y\right)\left(x-\frac{2}{5}y\right)$

(12) $\left(a+\frac{4}{5}b\right)\left(a-\frac{4}{5}b\right)$

1-4 乗法公式③ $((x+a)(x+b))$

Point!

乗法公式③

$(x+a)(x+b)=$ $x^2+(a+b)x+ab$

(　)(　)で前の項が同じ式の展開に使う公式

Warm Up

次の式を展開しなさい。

(1) $(x+2)(x+4)$　(2) $(a-6b)(a+b)$　(3) $(4x-1)(4x+6)$ よくあるまちがい

解説 (1) $(x+2)(x+4)$

$=x^2+6x+8$

❶ 前の項を2乗
❷ 後ろの項をたして前の項をかける
❸ 後ろの項をかける

(2) $(a-6b)(a+b)$

$=a^2-5ab-6b^2$

❶ 前の項を2乗
❷ 後ろの項をたして前の項をかける
❸ 後ろの項をかける

(3) よくあるまちがい

正 $(4x-1)(4x+6)$

$=(4x)^2+5\times 4x-6$

$=16x^2+20x-6$

❶ 前の項を2乗
❷ 後ろの項をたして前の項をかける
❸ 後ろの項をかける

誤 $(4x-1)(4x+6)$

$=(4x)^2+5x-6$

前の項は $4x$ なのに，x として公式を使っている

Try

次の式を展開しなさい。

(1) $(x+3)(x+2)$　(2) $(a-4)(a-6)$　(3) $(2x+9)(2x-5)$

(4) $(5x+6y)(5x-4y)$　(5) $\left(x-\frac{1}{8}\right)\left(x-\frac{5}{8}\right)$　(6) $\left(a-\frac{1}{3}b\right)\left(a+\frac{3}{2}b\right)$

Exercise

次の式を展開しなさい。

(1) $(x+1)(x+6)$　(2) $(x+4)(x+2)$　(3) $(a+2)(a-8)$

(4) $(x-3)(x+7)$　(5) $(a-5)(a-3)$　(6) $(x-2)(x-6)$

(7) $(2x+1)(2x+3)$　(8) $(3x-1)(3x-5)$　(9) $(2x+3)(2x-7)$

(10) $(2x+7y)(2x-3y)$　(11) $(4a+b)(4a-2b)$　(12) $\left(a-\frac{1}{2}\right)\left(a+\frac{3}{2}\right)$

(13) $\left(x-\frac{1}{4}\right)\left(x-\frac{5}{4}\right)$　(14) $\left(x-\frac{1}{2}y\right)\left(x+\frac{3}{4}y\right)$　(15) $\left(a-\frac{2}{3}b\right)\left(a+\frac{1}{4}b\right)$

1-5 乗法公式を利用する計算

Point!

❗ 乗法公式① $(x+a)^2=$ $x^2+2ax+a^2$ 　$(x-a)^2=$ $x^2-2ax+a^2$

乗法公式② $(x+a)(x-a)=$ x^2-a^2

乗法公式③ $(x+a)(x+b)=$ $x^2+(a+b)x+ab$

❗ 展開する式の前に マイナス や 数字 がある場合は，展開した式にかっこをつける。

Warm Up

次の計算をしなさい。

$3(a+2)(a-4)-(a-3)^2$ よくあるまちがい

解説

よくあるまちがい

正

$$3(a+2)(a-4)-(a-3)^2$$
$$=3(a^2-2a-8)-(a^2-6a+9)$$
$$=3a^2-6a-24-a^2+6a-9$$
$$=2a^2-33$$

展開する式の前にマイナスや数字がある場合は，**展開した式にかっこをつける**

誤

$$3(a+2)(a-4)-(a-3)^2$$
$$=3a^2-2a-8-a^2-6a+9$$
$$=2a^2-8a+1$$

展開した式にかっこをつけていないので，計算ミスをしている

Try

次の計算をしなさい。

(1) $(x-1)(x+6)-(x+4)(x-4)$

(2) $(x-5)(x+1)-(x-2)^2$

(3) $(x+4)(x-4)-2(x-4)^2$

(4) $2(x+2)(x-3)-(2x-3)^2$

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 次の計算をしなさい。

① $(a+3)^2-(a+1)(a-1)$

② $(x+5)(x-6)-(x+6)(x-7)$

③ $(x+y)^2-(x-y)^2$

④ $(2x+1)(2x-1)-(3x+1)(x-2)$

⑤ $(2x+3)^2-4(x+1)(x-5)$

⑥ $(a+2)(a+4)-2(a-2)^2$

⑦ $4(a-1)^2-(2a+1)(2a-3)$

⑧ $2(x-1)^2-(2x-1)^2$

(2) 次の $\boxed{}$ にあてはまる式を書きなさい。

・$(x+a)^2=$ $\boxed{①}$

・$(x-a)^2=$ $\boxed{②}$

・$(x+a)(x-a)=$ $\boxed{③}$

・$(x+a)(x+b)=$ $\boxed{④}$

mathematics

1-6 乗法公式による因数分解

Point!

- $x^2+3x+2=(x+1)(x+2)$ のように多項式を積の形で表したとき，$x+1$ と $x+2$ を x^2+3x+2 の因数という。
- 多項式をいくつかの因数の積で表すことを **因数分解** するという。

$$x^2+3x+2 \underset{\text{展開}}{\overset{\text{因数分解}}{\rightleftarrows}} \underbrace{(x+1)}_{\text{因数}}\underbrace{(x+2)}_{\text{因数}}$$

- 公式を使った因数分解
  - ① $x^2-a^2 = (x+a)(x-a)$
  - ② $x^2+2ax+a^2 = (x+a)^2$
  - $x^2-2ax+a^2 = (x-a)^2$
  - ③ $x^2+(a+b)x+ab = (x+a)(x+b)$
- 1～8 の 2 乗の数は暗記する。
  1，4，9，16，25，36，49，64

Warm Up

次の式を因数分解しなさい。

(1) $49x^2-36y^2$　(2) $x^2+10x+25$　(3) $9x^2-24xy+16y^2$

(4) $x^2-7x+10$　(5) x^2-x-6

解説 (1) $\underset{(7x)^2}{49x^2}-\underset{(6y)^2}{36y^2}$　●^{2}−■^{2} の形

$=(7x+6y)(7x-6y)$

(2) $\underset{x^2}{x^2}+10x+\underset{5^2}{25}$　最初と最後が 2 乗の数

たしかめる　$x\times5\times2$　真ん中はかけて 2 倍

$=(x+5)^2$　真ん中の項の符号をつける

(3) $\underset{(3x)^2}{9x^2}-24xy+\underset{(4y)^2}{16y^2}$　最初と最後が 2 乗の数

たしかめる　$(3x)\times(4y)\times2$　真ん中はかけて 2 倍

$=(3x-4y)^2$　真ん中の項の符号をつける

(4) x^2+●$x+$■ の形の因数分解の手順

❶ 積が■になる 2 つの数の組をさがす。
　■が正のとき→同符号　■が負のとき→異符号

❷ さがした組のうち，和が●のものをみつける。

❸ みつけた 2 つの数を，$(x+a)(x+b)$ の a と b に代入する。

$x^2\underset{和}{-7}x\underset{積}{+10}$

$=(x-2)(x-5)$

みつけた数を x の後ろに書く

x^2+●$x+$■の形
積が +10 になる 2 つの数の組のうち，和が −7 のものをみつける

積が +10		和
+1，+10	→	+11
−1，−10	→	−11
+2，+5	→	+7
−2，−5	→	−7 ○

(5) $\underset{和}{\underset{\sim}{-x}}\underset{積}{\underset{\sim}{-6}}$

x^2-x-6

$=(x+2)(x-3)$

みつけた数を x の後ろに書く

$x^2+●x+■$の形

積が -6 になる 2 つの数の組のうち，和が -1 のものをみつける

積が -6		和	
$+1,\ -6$	→	-5	
$-1,\ +6$	→	$+5$	
$+2,\ -3$	→	-1	○
$-2,\ +3$	→	$+1$	

Try

次の式を因数分解しなさい。

(1) x^2-25　(2) $9x^2-4y^2$　(3) $x^2+14x+49$

(4) $16x^2-24x+9$　(5) $9x^2-30xy+25y^2$　(6) x^2+5x+6

(7) $x^2-10x+16$　(8) $x^2+2x-15$　(9) $x^2-2x-63$

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 次の式を因数分解しなさい。

① x^2-1　② a^2-81　③ $9a^2-25b^2$

④ $4x^2-49y^2$　⑤ x^2+6x+9　⑥ $a^2+8a+16$

⑦ $a^2-10a+25$　⑧ $x^2-14x+49$　⑨ $25x^2+10xy+y^2$

⑩ $4a^2-12a+9$　⑪ x^2+6x+8　⑫ x^2+5x+4

⑬ $a^2-15a-16$　⑭ $x^2-20x+36$　⑮ x^2-5x-6

⑯ $a^2-2a-24$　⑰ a^2+a-90　⑱ a^2+a-56

(2) 次の式を因数分解しなさい。

① $x^2+2x-35$　② $16x^2+8x+1$　③ $x^2-12x+36$

④ $x^2-3x-18$　⑤ y^2-64　⑥ $9x^2-12xy+4y^2$

⑦ y^2-5y+4　⑧ $9a^2-16b^2$　⑨ x^2+x-30

⑩ $x^2-13x+36$　⑪ x^2+7x+6　⑫ a^2+5a-6

(3) 次の(　　)にあてはまることばや式を書きなさい。

・多項式をいくつかの因数の積で表すことを(①　　)するという。

・$x^2-a^2=$(②　　　　　　　)

・$x^2+2ax+a^2=$(③　　　　　　　)

・$x^2-2ax+a^2=$(④　　　　　　　)

・$x^2+(a+b)x+ab=$(⑤　　　　　　　)

mathematics

1-7 共通因数でくくる因数分解

Point!

共通因数…すべての項に共通してふくまれ，くくり出せる**文字**や**数**

・文字…すべての項に共通してある文字

〈例〉 $am+an$ …… 共通因数は a

$=a(m+n)$ …… 共通因数をかっこの外に，残りをかっこの中に書く

・数…すべての項の数の最大公約数(約分する数)

〈例〉 $12x-18$ …… 12 と 18 の最大公約数(約分する数)は 6

$=6\times2\times x-6\times3$ …… 共通因数は 6

$=6(2x-3)$ …… 共通因数をかっこの外に，残りをかっこの中に書く

因数分解の手順

❶ 共通因数 があればくくり出す。

❷ (　　)の中を乗法公式を使って因数分解する。

Warm Up

次の式を因数分解しなさい。

(1) $8xy-4y^2$ よくあるまちがい

(2) $9x^2y-18x^2y^2+9xy$

(3) $36a^2-4b^2$ よくあるまちがい

(4) $2x^2y-6xy-8y$

解説 (1) **よくあるまちがい**

正 $8xy-4y^2$

$=4y(2x-y)$

係数の最大公約数(約分する数)をくくり出す

誤 $8xy-4y^2$

$=2y(4x-2y)$

かっこの中にまだくくり出せるものが残っている

(2) $9x^2y-18x^2y^2+9xy$ …… ・数の共通因数は 9 ・文字の共通因数は xy

$=9xy(x-2xy+\underline{1})$

共通因数ですべてくくり出された項は，1 になることに注意

(3) **よくあるまちがい**

正 $36a^2-4b^2$ …… 共通因数をくくり出す

$=4(9a^2-b^2)$

$=4(3a+b)(3a-b)$

誤 $36a^2-4b^2$

$=(6a+2b)(6a-2b)$ …… 共通因数をくくり出していない

(4)　$2x^2y-6xy-8y$
$=2y(x^2-3x-4)$
$=2y(x+1)(x-4)$

Try

次の式を因数分解しなさい。

(1) $ax+ay$　(2) $12x^2y-8x$　(3) $4x^2y-6xy^2+2xy$

(4) $x^3y-16x^2y+64xy$　(5) $4a^2-36b^2$　(6) $2ax^2+4ax-30a$

Exercise

次の式を因数分解しなさい。

(1) $ax+bx$　(2) $4x^2-12$　(3) $mx-2m$

(4) $9x^2-18x$　(5) $8a^2-2a$　(6) $4x^2y-6xy^2$

(7) $6a^2b+18b^2-12b$　(8) $2ax+8axy+10ay$　(9) $6ab+12b^2-9bc$

(10) $4a^2x-9x$　(11) $mx^2-8mx+16m$　(12) a^3-5a^2+4a

(13) $4x^2-24x+36$　(14) $2x^2-2x-60$　(15) $9x^2-36$

(16) $2a^2b-8ab-64b$　(17) $2x^3-20x^2y+50xy^2$　(18) $16a^2c-4b^2c$

1 多項式

1-8 いろいろな式の因数分解

Point!

項を並べかえたり，マイナスをくくり出したりすると，公式が使える場合がある。

因数分解の手順

❶ 共通因数があればくくり出す。

❷ (　　)の中を乗法公式を使って因数分解する。

Warm Up

次の式を因数分解しなさい。

(1) $2x-24+x^2$　(2) $24ax-4ax^2-36a$　(3) $(x+3)^2-(x+5)$ よくあるまちがい

解説 (1)

$$2x-24+x^2$$
・共通因数→ない
・項を並べかえて，公式が使える形にする

$$=x^2+2x-24$$
$$=(x-4)(x+6)$$

(2)

$$24ax-4ax^2-36a$$
共通因数→ある→くくり出す

$$=4a(6x-x^2-9)$$
項を並べかえて，公式が使える形にする

$$=4a(-x^2+6x-9)$$
マイナスをくくり出して，公式が使える形にする

$$=-4a(x^2-6x+9)$$
$$=-4a(x-3)^2$$

(3)

よくあるまちがい

正

$$(x+3)^2-(x+5)$$
まず式を展開し，整理する

$$=x^2+6x+9-x-5$$
$$=x^2+5x+4$$
・共通因数→ない
・公式を使う

$$=(x+1)(x+4)$$

誤

$$(x+3)^2-(x+5)$$
$$=x^2+6x+9-x-5$$
$$=x^2+5x+4$$
展開しただけで終わりにしている

Try

次の式を因数分解しなさい。

(1) $-8x+16+x^2$　(2) $-3x^2+18x-27$　(3) $26a-2a^2-24$

(4) $-4a^2b+20ab-24b$　(5) $x(x-2)-24$　(6) $2(3x-1)-(x+1)^2$

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 次の式を因数分解しなさい。

① $-10x+9+x^2$　② $-4a+a^2-12$　③ $-3a^2-12a+15$

④ $-2x^2+10x+12$　⑤ $20x-24-4x^2$　⑥ $36xy-27x^2-12y^2$

⑦ $-2x^2y+26xy-72y$　⑧ $80y+24xy-8x^2y$　⑨ $x(x+2)-15$

⑩ $x(x+1)-3(x+5)$　⑪ $(x-8)(x+3)+3x$　⑫ $2(x+10)-(x-2)^2$

(2) 次の式を因数分解しなさい。

① $25x^2-49$　② $2ax^2-10ax-12a$　③ $4x^2-12xy+9y^2$

④ $4xy^2+8xy-96x$　⑤ $a^2-10a+9$　⑥ $6ab-2a^2b+8b$

⑦ $2x^2y+4xy-70y$　⑧ $-12x^2-12x-3$　⑨ $5x-6-x^2$

⑩ $x^2-13x+36$　⑪ $9a^2x-27axy+18ax$　⑫ $3x^2-24x+48$

⑬ $18x^2-50y^2$　⑭ $49a^2-28ab+4b^2$　⑮ $6x^2y+9xy+12xy^2$

⑯ $27x^2y-12yz^2$　⑰ $5a^2-4a-a^3$　⑱ $16a^2c-4b^2c$

1-9 おきかえを利用する因数分解

Point!

式の中の共通な部分は1**つの文字におきかえて**因数分解する。

$(\quad)^2-(\quad)^2$ の形も，(　　)の中をそれぞれ別の文字におきかえて因数分解する。

項が4つの式での，共通な部分のつくり方

❶ 前の2つの項を共通因数でくくる。

❷ 後ろの2つの項を変形して❶でできたかっこと同じものをつくる。

〈例〉

$ax+ay-2x-2y$

$=a(x+y)-2x-2y$

$=a(x+y)\boxed{}(x+y)$

ここに何が入るか考える

$=a(x+y)-2(x+y)$

Warm Up

次の式を因数分解しなさい。

(1) $(x-4)^2-2(x-4)-35$　　(2) $(x+3)^2-(x-2)^2$　　(3) $ax-2x-a+2$

解説 (1) $x-4=A$ とおくと，

$(x-4)^2-2(x-4)-35$

$=A^2-2A-35$

$=(A+5)(A-7)$

おきかえた部分に，もとの式をかっこをつけて代入する

$=\{(x-4)+5\}\{(x-4)-7\}$

$=(x-4+5)(x-4-7)$

$=(x+1)(x-11)$

(2) $x+3=A$，$x-2=B$ とおくと，

(　　)の中をそれぞれ別の文字におきかえる

$(x+3)^2-(x-2)^2$

$=A^2-B^2$

$=(A+B)(A-B)$

$=\{(x+3)+(x-2)\}\{(x+3)-(x-2)\}$

$=(x+3+x-2)(x+3-x+2)$

$=(2x+1)\times5$

$=5(2x+1)$

(3) $ax-2x-a+2$

❶ 前の2つの項を共通因数でくくる

$=x(a-2)-a+2$

❷ 後ろの2つの項を変形して $(a-2)$ をつくる

$x(a-2)\boxed{}(a-2)$

ここに何が入るか考える

$=x(a-2)-(a-2)$

ここで，$a-2=A$ とおくと，

$x(a-2)-(a-2)$

$=xA-A$

$=A(x-1)$

$=(a-2)(x-1)$

Try

次の式を因数分解しなさい。

(1) $(x+y)^2-(x+y)-12$

(2) $(x+2)^2-6(x+2)-16$

(3) $(2a+5)^2-(a-7)^2$

(4) $a(b+2)-3(b+2)$

(5) $xy+x+y+1$

(6) $ax-ay-bx+by$

Exercise

次の式を因数分解しなさい。

(1) $(x-y)^2+(x-y)-12$

(2) $(a+b)^2-5(a+b)+6$

(3) $(x-3)^2+5(x-3)-6$

(4) $(x-1)^2-3(x-1)-10$

(5) $x^2-(y-2)^2$

(6) $(a-b)^2-16$

(7) $(4x-1)^2-(3x+2)^2$

(8) $(x-4)^2-(x+3)^2$

(9) $x(y-2)-5(y-2)$

(10) $3a(b+1)+2(b+1)$

(11) $mx-x+m-1$

(12) $xy+x+y+1$

(13) $ax+bx+ay+by$

(14) $ab-bc+a^2-ac$

(15) $ab+ac-3b-3c$

(16) $3ax-x-12a+4$

(17) $xy-5y-x+5$

(18) $xy+2x-y-2$

1-10 式の計算の利用

Point!

展開や因数分解を利用する数の計算

・和や差がふくまれる形 ⟶ 因数分解 を利用する。

・和や差がない形 ⟶ きりのいい数 を使い，展開 を利用する。

Warm Up

次の式をくふうして計算しなさい。ただし，そのくふうがわかるような途中式を書くこと。

(1) 98^2　(2) 41×39　(3) $567^2+2\times567\times33+33^2$　(4) $102^2\times0.5-98^2\times0.5$

解説 (1)

98^2 ……和や差がない形→きりのいい数を使って式を書きなおす

$=(100-2)^2$ ……展開する

$=100^2-100\times2\times2+2^2$

$=10000-400+4$

$=9604$

(2)

41×39 ……和や差がない形→きりのいい数を使って式を書きなおす

$=(40+1)(40-1)$ ……展開する

$=40^2-1^2$

$=1600-1$

$=1599$

(3)

$567^2+2\times567\times33+33^2$ ……和がふくまれる形→因数分解をする

$=(567+33)^2$ ……かっこの中を計算する

$=600^2$ ……0の数に注意する

$=360000$

(4)

$102^2\times0.5-98^2\times0.5$ ……・差がふくまれる形→因数分解をする　・まず共通因数でくくる

$=0.5(102^2-98^2)$

$=0.5(102+98)(102-98)$ ……かっこの中を計算する

$=0.5\times200\times4$ ……(　)と(　)の間には × が省略されている

$=400$

Try

次の式をくふうして計算しなさい。ただし，そのくふうがわかるような途中式を書くこと。

(1) 103^2

(2) 69^2

(3) 48×52

(4) 67^2-33^2

(5) $3919^2-2\times3919\times3916+3916^2$

(6) $1.5^2\times6.31-0.5^2\times6.31$

Exercise

次の式をくふうして計算しなさい。ただし，そのくふうがわかるような途中式を書くこと。

(1) 62^2

(2) 101^2

(3) 202^2

(4) 47^2

(5) 89^2

(6) 198^2

(7) 53×47

(8) 98×102

(9) 304×296

(10) 79^2-21^2

(11) 28^2-22^2

(12) 1001^2-999^2

(13) $207^2-2\times207\times205+205^2$

(14) $52^2+2\times52\times48+48^2$

(15) $83\times83-2\times83\times81+81\times81$

(16) $5.5^2\times3.14-4.5^2\times3.14$

(17) $5.1^2\times2.5-4.9^2\times2.5$

(18) $55^2\times1.23-45^2\times1.23$

1-11 式の値

Point!

式の値を求めるときは，展開や因数分解して，簡単な式になおしてから代入する。

x^2+y^2 をふくみ因数分解できない式は，x^2+y^2 を $(x+y)^2-2xy$ におきかえる。

Warm Up

次の式の値を求めなさい。

(1) $x=203$ のとき，x^2-6x+9

(2) $a=\frac{1}{3}$，$b=-2$ のとき，$(a+2b)(a-8b)-(a+4b)(a-4b)$

(3) $x+y=4$，$xy=3$ のとき，x^2+xy+y^2

解説 (1) x^2-6x+9 因数分解する

$=(x-3)^2$ 簡単な式になったので，代入する

$=(203-3)^2$

$=200^2$

$=40000$

(2) $(a+2b)(a-8b)-(a+4b)(a-4b)$

・展開する
・展開する式の前にマイナスがある場合は，展開した式にかっこをつける

$=a^2-6ab-16b^2-(a^2-16b^2)$

$=a^2-6ab-16b^2-a^2+16b^2$

$=-6ab$ 簡単な式になったので，代入する

$=-6\times\frac{1}{3}\times(-2)$

$=4$

(3) x^2+xy+y^2 x^2+y^2 をふくみ因数分解できないので，x^2+y^2 を $(x+y)^2-2xy$ におきかえる

$=x^2+y^2+xy$

$=(x+y)^2-2xy+xy$

$=(x+y)^2-xy$

$=4^2-3$

$=16-3$

$=13$

Try

次の式の値を求めなさい。

(1) $x=47$ のとき，x^2+6x+9

(2) $a=27$，$b=-7$ のとき，$a^2+2ab+b^2$

(3) $a=\dfrac{2}{3}$，$b=-\dfrac{1}{5}$ のとき，$(a-4b)(4a+b)-4(a+b)(a-b)$

(4) $a+b=5$，$ab=4$ のとき，$a^2+3ab+b^2$

Exercise

次の式の値を求めなさい。

(1) $x=13$ のとき，$x^2+3x-18$

(2) $x=198$ のとき，x^2+4x+4

(3) $x=-14$，$y=-18$ のとき，$x^2-2xy+y^2$

(4) $a=25$，$b=-50$ のとき，$4a^2+4ab+b^2$

(5) $x=2$，$y=-1$ のとき，$x(x+2y)-(x+y)(x-y)$

(6) $x=3$，$y=-5$ のとき，$x(x+3y)-(x+y)^2$

(7) $x=2$，$y=-\dfrac{1}{4}$ のとき，$(x+y)(x-9y)-(x+3y)(x-3y)$

(8) $x=3$，$y=-\dfrac{1}{2}$ のとき，$(x-2y)^2-(x+2y)(x-2y)$

(9) $a=2.25$，$b=2.75$ のとき，$a^2+2ab+b^2$

(10) $x=3.5$，$y=0.5$ のとき，x^2-9y^2

(11) $x+y=5$，$xy=6$ のとき，$x^2+4xy+y^2$

(12) $x+y=1$，$xy=-3$ のとき，x^2-xy+y^2

1 多項式

1-12 式による証明①

Point!

整数 n を使った数の表し方

連続する 3 つの整数 → n, $n+1$, $n+2$

連続する 2 つの偶数 → $2n$, $2n+2$

連続する 2 つの奇数 → $2n+1$, $2n+3$

証明の手順

❶ 使う文字の説明をする。

証明は n を整数とすると から始める。

❷ 証明したいことがらを式にし，問題にあわせて変形する。

平方(2 乗)になることを証明するとき→ $(\quad)^2$

4 の倍数になることを証明するとき→ $4(\quad)$

❸ 理由と，証明したことがらを書く。

Warm Up

連続する 2 つの奇数で，大きい数の平方から小さい数の平方をひいた差は 8 の倍数になることを証明しなさい。

解説 [証明]

n を整数とすると，
連続する 2 つの奇数は $2n+1$，$2n+3$ と表せる。

❶ 使う文字の説明をする

$(2n+3)^2-(2n+1)^2$
$=4n^2+12n+9-(4n^2+4n+1)$
$=4n^2+12n+9-4n^2-4n-1$
$=8n+8$
$=8(n+1)$

❷ 証明したいことがらを式にする
8 の倍数になることを証明するので，8(　　)の形にする

$\underbrace{n+1}_{\text{かっこの中の式}}$ は整数なので，$\underbrace{8(n+1)}_{\text{最後の式}}$ は $\underbrace{8 \text{ の倍数になる}}_{\text{問題文の後半}}$。

よって，連続する 2 つの奇数で，大きい数の平方から小さい数の平方をひいた差は 8 の倍数になる。

❸ 理由と，証明したことがらを書く

Try

次の問いに答えなさい。

(1) 連続する 2 つの整数の積に大きいほうの数を加えた和は，大きいほうの数の 2 乗に等しくなることを次のように証明した。□にあてはまることばや式を入れなさい。ただし，証明をすべてノートに書くこと。

［証明］

□，
□は□と表せる。　❶ 使う文字の説明をする

□
＝□
＝□　❷ 証明したいことがらを式にする　大きいほうの数の 2 乗の形にする

□は大きいほうの数なので，□は大きいほうの数の 2 乗になる。
よって，□　❸ 理由と，証明したことがらを書く

(2) 2 つの続いた偶数について次の問いに答えなさい。

① 大きい数の平方から小さい数の平方をひいた差は□の倍数になる。
□にあてはまるもっとも大きい数を答えなさい。

② ①になることを証明しなさい。

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 連続する 3 つの整数で，最大の数の平方から最小の数の平方をひいた差は中央の数の 4 倍に等しくなることを，次のように証明した。□にあてはまる式を答えなさい。

［証明］

n を整数とすると，連続する 3 つの整数は
n，［ア］，［イ］と表せる。
(［イ］)$^2-n^2$
＝［ウ］$-n^2$
＝［エ］
＝［オ］

となるから，連続する 3 つの整数で，最大の数の平方から最小の数の平方をひいた差は中央の数の 4 倍に等しくなる。

(2) 3 つの続いた整数で，最小の数と最大の数の積と 1 との和は，中央の数の平方に等しくなることを証明しなさい。

(3) 連続する 3 つの偶数について，もっとも小さい数ともっとも大きい数の積は 4 の倍数になることを証明しなさい。

(4) 連続する 2 つの奇数について次の問いに答えなさい。

① 大きい数の平方から小さい数の平方をひいた差は□の倍数になる。
□にあてはまるもっとも大きい数を答えなさい。

② ①になることを証明しなさい。

式による証明②

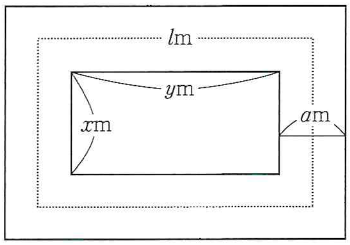
Point!

$S=al$ を示す手順

❶ ＿S＿を式で表し，計算する。…… ①
❷ ＿l＿を式で表し，計算する。
❸ ＿al＿を計算する。…… ②
❹ ①と②が同じ式になるので，$S=al$

Warm Up

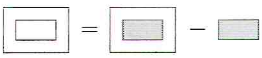
縦の長さ xm，横の長さ ym の長方形の花だんのまわりに，右の図のように幅 am の道がついている。この道の面積を Sm²，道の真ん中を通る線の長さを lm とすると，$S=al$ となることを証明しなさい。

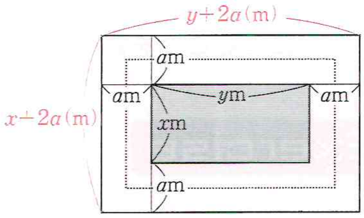


解説 ［証明］

$$S=(x+2a)(y+2a)-xy$$
$$=xy+2ax+2ay+4a^2-xy$$
$$=2ax+2ay+4a^2 \cdots\cdots ①$$

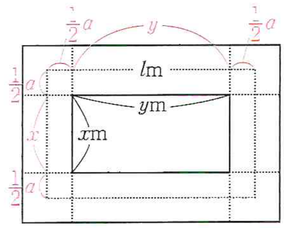
❶ 道の面積を式で表し，計算する





$$l=\left(x+\frac{1}{2}a\times2\right)\times2+\left(y+\frac{1}{2}a\times2\right)\times2$$
$$=(x+a)\times2+(y+a)\times2$$
$$=2x+2a+2y+2a$$
$$=2x+2y+4a$$

❷ l を式で表し，計算する



$$al=a(2x+2y+4a)$$
$$=2ax+2ay+4a^2 \cdots\cdots ②$$

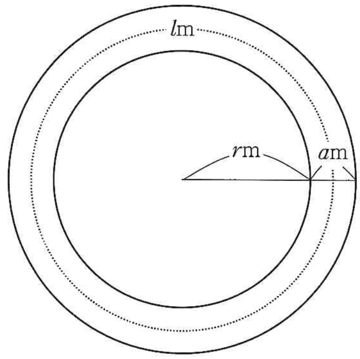
❸ al を計算する

①と②が同じ式になるので，$S=al$ となる。

❹ $S=al$ が成り立つことを書く

Try

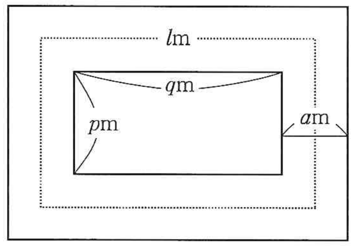
半径 rm の円形の土地の周囲に，幅 am の道がある。この道の面積を Sm^2，道の真ん中を通る円周の長さを lm とするとき，$S=al$ となることを証明しなさい。



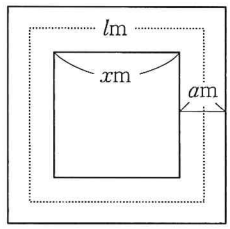
Exercise

次の問いに答えなさい。

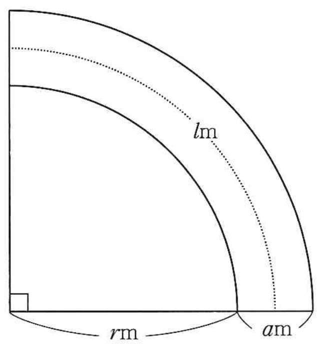
(1) 縦 pm，横 qm の長方形の土地の周囲に，幅 am の道がついている。この道の面積を Sm^2，道の真ん中を通る線の長さを lm とするとき，$S=al$ となる。このことを証明しなさい。



(2) 右の図のように，1 辺の長さが xm の正方形の土地の周囲に，幅 am の道がある。この道の面積を Sm^2，道の真ん中を通る線の長さを lm とするとき，$S=al$ となることを証明しなさい。



(3) 右の図のように，半径 rm，中心角 90° のおうぎ形の花だんの弧にそって，幅 am の道がある。この道の面積を Sm^2，道の真ん中を通るおうぎ形の弧の長さを lm とするとき，$S=al$ となることを証明しなさい。



(4) 右の図のように，1 辺の長さが p の正方形の土地のまわりに，角が円の一部になった幅 a の道がある。この道の面積を S，道の真ん中を通る線の長さを l とするとき，$S=al$ となることを証明しなさい。