

Point!

❗ (左辺)=0の形に整理したとき、(2次式)=0になる方程式を 2次方程式 という。

❗ 2次方程式を成り立たせる x の値を、その方程式の解という。☺

Warm Up

次の問いに答えなさい。

(1) 次のア～エの方程式のうち、2次方程式をすべて選び、記号で答えなさい。

ア $x^2-3x+4=0$ イ $x^2=8$ ウ $x^2+2x-4=x^2$ エ $(x-4)(x+2)=x^2$

(2) 次のア～エの方程式のうち、-3が解であるものをすべて選び、記号で答えなさい。

ア $x^2+3x-4=0$ イ $4x^2+2x=x^2+21$ ウ $(x+5)(x-2)=0$ エ $x^2-9=0$

解説 (1) (左辺)=0の形に整理して、 x^2 の項があるものを選ぶ。

ア $x^2-3x+4=0$ ○

イ $x^2=8$

$x^2-8=0$ ○

ウ $x^2+2x-4=x^2$

$x^2+2x-4-x^2=0$

$2x-4=0$ ×

エ $(x-4)(x+2)=x^2$

$x^2-2x-8=x^2$

$x^2-2x-8-x^2=0$

$-2x-8=0$ ×

よって、ア, イ

(2) それぞれの方程式の(左辺)と(右辺)に $x=-3$ を代入して、(左辺)=(右辺)となるものを選ぶ。

ア $x^2+3x-4=0$

(左辺) $=(-3)^2+3 \times (-3)-4$

$=-4$

(右辺) $=0$

(左辺) \neq (右辺) ×

イ $4x^2+2x=x^2+21$

(左辺) $=4 \times (-3)^2+2 \times (-3)$

$=30$

(右辺) $=(-3)^2+21$

$=30$

(左辺) $=$ (右辺) ○

ウ $(x+5)(x-2)=0$

(左辺) $=\{(-3)+5\}\{(-3)-2\}$

$=2 \times (-5)$

$=-10$

(右辺) $=0$

(左辺) \neq (右辺) ×

エ $x^2-9=0$

(左辺) $=(-3)^2-9$

$=9-9$

$=0$

(右辺) $=0$

(左辺) $=$ (右辺) ○

代入する数が負のときはかっこをつける

よって、イ, エ

Try

次の問いに答えなさい。

(1) 次のア～エの方程式のうち、2次方程式をすべて選び、記号で答えなさい。

ア $x^2+4x-4=0$

イ $x^2-4x=x^2+5$

ウ $(x+5)(x-2)=x^2$

エ $x^2-6=0$

(2) 次のア～エの方程式のうち、 -3 が解であるものをすべて選び、記号で答えなさい。

ア $(x-3)(x+1)=0$

イ $x^2-5x-6=0$

ウ $x^2+x=-2x$

エ $x^2=9$

3

2次方程式

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 次のア～オの方程式のうち、2次方程式をすべて選び、記号で答えなさい。

ア $x^2+x-12=0$

イ $x^2+3x-8=0$

ウ $x^2+2x=x^2+3$

エ $2x^2=(x-1)(x-3)$

オ $(x+3)(x-7)=x^2-4$

(2) 次のア～オの方程式のうち、2次方程式をすべて選び、記号で答えなさい。

ア $2x^2-8x+8=0$

イ $x^2+5x=-6$

ウ $-3x+5=0$

エ $x^2-1=x^2+x+3$

オ $(x-3)^2=36$

(3) 次のア～エの方程式のうち、2が解であるものをすべて選び、記号で答えなさい。

ア $x^2=3$

イ $(x-3)^2=1$

ウ $(x-3)(x-2)=0$

エ $x^2+x=5x-3$

(4) 次のア～オの方程式のうち、 -2 が解であるものをすべて選び、記号で答えなさい。

ア $x^2-2=0$

イ $(x-4)^2=2x$

ウ $(x+2)^2=0$

エ $(x-2)(x+3)=0$

オ $x^2+7x+10=0$

3-2

2次方程式の解き方① (平方根の利用①)

Point!

❗ (左辺)=0の形に整理したとき、(2次式)=0になる方程式を 2次方程式 という。

❗ 「平方根の利用」による解き方

$x^2-5=0$ や $(x+3)^2-5=0$ のように、2乗の部分と数字だけのときに使う。

① $x^2 = \boxed{\text{数字}}$ または $(x+a)^2 = \boxed{\text{数字}}$ の形にする。

② (左辺)の 2乗をとって、(右辺)に $\pm\sqrt{\quad}$ をつける。☺

❗ 計算の答え方のきまり

・ $\sqrt{\quad}$ の中に 2乗の数 があるときは、すべて $\sqrt{\quad}$ の外に出す。

・ 分母 に $\sqrt{\quad}$ がない形にする。☺

Warm Up

次の方程式を解きなさい。

(1) $x^2-20=0$

(2) $4x^2-11=0$ よくあるまちがい

(3) $(x-6)^2-12=0$

(4) $2(x+1)^2-8=0$ よくあるまちがい

解説

(1) $x^2-20=0$

$x^2=20$

$x = \pm\sqrt{20}$

$x = \pm 2\sqrt{5}$

① $x^2 = \boxed{\text{数字}}$ の形にする

② (左辺)の2乗をとって、(右辺)に $\pm\sqrt{\quad}$ をつける

2乗の数は $\sqrt{\quad}$ の外に出す

(2) よくあるまちがい

正 $4x^2-11=0$

$4x^2=11$

$x^2 = \frac{11}{4}$

$x = \pm\sqrt{\frac{11}{4}}$

$x = \pm\frac{\sqrt{11}}{\sqrt{4}}$

$x = \pm\frac{\sqrt{11}}{2}$

① $x^2 = \boxed{\text{数字}}$ の形にする

② (左辺)の2乗をとって、(右辺)に $\pm\sqrt{\quad}$ をつける

分母と分子を分けて考える

2乗の数は $\sqrt{\quad}$ の外に出す

誤 $4x^2-11=0$

$4x^2=11$

$4x = \pm\sqrt{11}$

$x = \pm\frac{\sqrt{11}}{4}$

$x^2 = \boxed{\text{数字}}$ の形にしていない

(3) $(x-6)^2-12=0$

$(x-6)^2=12$

$x-6=\pm\sqrt{12}$

$x-6=\pm 2\sqrt{3}$

$x=6\pm 2\sqrt{3}$

① $(x+a)^2=$ [数字] の形にする② (左辺)の2乗をとって、(右辺)に $\pm\sqrt{\quad}$ をつける $x=$ の形にする

(4) よくあるまちがい

$2(x+1)^2-8=0$

$2(x+1)^2=8$

正 $(x+1)^2=4$

$x+1=\pm\sqrt{4}$

$x+1=\pm 2$

$x=-1\pm 2$

$x=1, -3$

 $\sqrt{\quad}$ がなくなったので、
 $-1+2$ と $-1-2$ は、
まだ計算できる

誤 $(x+1)^2=4$

$x+1=\pm\sqrt{4}$

$x+1=\pm 2$

$x=-1\pm 2$

計算して
いない

Try

次の方程式を解きなさい。

(1) $x^2-18=0$

(2) $2x^2-32=0$

(3) $5x^2-8=0$

(4) $(x-3)^2-12=0$

(5) $(x-1)^2-4=0$

(6) $5(x+3)^2-45=0$

Exercise

次の方程式を解きなさい。

(1) $x^2-5=0$

(2) $x^2-27=0$

(3) $x^2-81=0$

(4) $9x^2-45=0$

(5) $4x^2-48=0$

(6) $3x^2-8=0$

(7) $6x^2-128=0$

(8) $4x^2-7=0$

(9) $4x^2-9=0$

(10) $(x+8)^2-27=0$

(11) $(x-7)^2-12=0$

(12) $(x+2)^2-50=0$

(13) $(x+3)^2=25$

(14) $(x+5)^2-1=0$

(15) $(x-5)^2-64=0$

(16) $2(x-4)^2-12=0$

(17) $3(x+5)^2-24=0$

(18) $2(x+3)^2-54=0$

(19) $2(x+4)^2-18=0$

(20) $3(x+1)^2-3=0$

(21) $4(x-1)^2-144=0$

Point!

❗ 「因数分解」による解き方

方程式を (左辺)=0 の形にして、(左辺)が因数分解できるときに使う。

・ $(x+a)(x+b)=0$ の解は

$x = -a, -b$
符号をかえる

〈例〉 $(x-1)(x+2)=0$ の解は

$x = \underline{1, -2}$

・ $(x+a)^2=0$ の解は

$x = -a$
符号をかえる

〈例〉 $(x+8)^2=0$ の解は

$x = \underline{-8}$

()²=0 の形では、
解は1つだけ

・ $x(x+a)=0$ の解は

$x = 0, -a$
(x-0)(x+a) と考える
符号をかえる

〈例〉 $x(x+2)=0$ の解は

$x = \underline{0, -2}$

・ $(ax+b)(cx-d)=0$ の解は

$x = -\frac{b}{a}, \frac{d}{c}$
符号をかえ、xの係数を分母にする

〈例〉 $(2x+5)(3x-2)=0$ の解は

$x = \underline{-\frac{5}{2}, \frac{2}{3}}$

❗ (左辺)を因数分解する前に方程式を簡単にする。

・ x^2 の係数が負のときは、両辺の符号をすべてかえる。

・ 数の共通因数があるときは、両辺をその数でわる。☺

Warm Up

次の方程式を解きなさい。

(1) $(x+2)(5x-3)=0$

(2) $-3x^2+15x-18=0$

(3) $-5x^2+8x=0$ よくあるまちがい

(4) $2(x+1)^2=x^2-2x-7$

解説 (1) $(x+2)(5x-3)=0$

$x = -2, \frac{3}{5}$

(2) $-3x^2+15x-18=0$

$3x^2-15x+18=0$

$x^2-5x+6=0$

$(x-2)(x-3)=0$

$x = \underline{2, 3}$

x^2 の係数が負→両辺の符号をすべてかえる

数の共通因数3がある→両辺を3でわる

(左辺)を因数分解する

(3) よくあるまちがい

$$\boxed{\text{正}} \quad -5x^2 + 8x = 0$$

$$5x^2 - 8x = 0$$

$$x(5x - 8) = 0$$

$$x = 0, \frac{8}{5}$$

 x^2 の係数が負 → 両辺の符号をすべてかえる

(左辺) を因数分解する

$$\boxed{\text{誤}} \quad -5x^2 + 8x = 0$$

$$5x^2 - 8x = 0$$

$$5x - 8 = 0$$

両辺を x でわっている

$$(4) \quad 2(x+1)^2 = x^2 - 2x - 7 \quad \text{まず展開して(左辺)=0の形にする}$$

$$2(x^2 + 2x + 1) = x^2 - 2x - 7$$

$$2x^2 + 4x + 2 - x^2 + 2x + 7 = 0$$

$$x^2 + 6x + 9 = 0 \quad \text{(左辺)を因数分解する}$$

$$(x+3)^2 = 0$$

$$x = -3$$

Try

次の方程式を解きなさい。

(1) $(x-3)(3x+4)=0$

(2) $x^2 - 10x + 25 = 0$

(3) $3x^2 - 12x = 0$

(4) $-3x^2 - 12x + 15 = 0$

(5) $(26-x)(35-x) = 850$

★(6) $3(x-10)(x-2) = 252$

★★(7) $\frac{1}{2}(10-x)(10-2x) = 24$

Exercise

次の方程式を解きなさい。

(1) $(x+4)(x-7) = 0$

(2) $(x+3)(2x-3) = 0$

(3) $(3x+1)(x-5) = 0$

(4) $x^2 - 16x + 64 = 0$

(5) $x^2 - 5x + 6 = 0$

(6) $x^2 - 35x + 96 = 0$

(7) $2x^2 + 18x + 40 = 0$

(8) $-4x^2 + 24x = 36$

(9) $-2x^2 + 6x + 108 = 0$

(10) $x^2 - 5x = 0$

(11) $-x^2 - 4x = 0$

(12) $-6x^2 + 8x = 0$

(13) $(x-1)^2 - 5(x-1) - 6 = 0$

(14) $x(18-x) = 56$

★(15) $2(15-x)(18-x) = 360$

★(16) $3(x-6)(x-1) = 108$

★★(17) $\frac{1}{2}x(20-2x) = 16$

★★(18) $\frac{1}{2}(10-2x)(10-x) = 6$

Point!

❗ 「解の公式」による解き方

方程式を (左辺)=0 の形にして, (左辺)が因数分解できないときに使う。

❗ 解の公式

2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解は

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Warm Up

次の方程式を解きなさい。

(1) $x^2+7x+8=0$

(2) $5x^2+3x-2=0$

(3) $x^2-4x-1=0$ よくあるまちがい

解説

(1) $x^2+7x+8=0$ (左辺)が因数分解できない

$$\begin{aligned} & \begin{matrix} \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ a & b & c \end{matrix} \\ x &= \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \times 1 \times 8}}{2 \times 1} \\ x &= \frac{-7 \pm \sqrt{17}}{2} \end{aligned}$$

(2) $5x^2+3x-2=0$

$$\begin{aligned} & \begin{matrix} \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ a & b & c \end{matrix} \\ x &= \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 5 \times (-2)}}{2 \times 5} \\ x &= \frac{-3 \pm \sqrt{49}}{10} \\ x &= \frac{-3 \pm 7}{10} \\ x &= \frac{4}{10}, -\frac{10}{10} \\ x &= \frac{2}{5}, -1 \end{aligned}$$

..... $\sqrt{\quad}$ がなくなったので
 $\frac{-3+7}{10}$ と $\frac{-3-7}{10}$ をそれぞれ計算する
 約分する

3
2次方程式

(3) よくあるまちがい

正 $x^2-4x-1=0$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2 \times 1}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{20}}{2} \quad \text{2乗の数は}\sqrt{\quad}\text{の外に出す}$$

$$x = \frac{{}^2_4 \pm {}^1_2\sqrt{5}}{2_1} \quad \text{{}^2_4 \pm {}^1_2\sqrt{5} \text{と同じ}}$$

$$x = 2 \pm \sqrt{5}$$

誤 $x^2-4x-1=0$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2 \times 1}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{20}}{2}$$

$$x = \frac{{}^2_4 \pm {}^1_2\sqrt{5}}{1_2} \quad \text{分子の片方の項だけ約分している}$$

$$x = 2 \pm 2\sqrt{5}$$

Try

次の方程式を解きなさい。

(1) $x^2+5x+3=0$

(2) $3x^2-5x-2=0$

(3) $3x^2-12x+2=0$

(4) $2(x+1)^2=6-x^2$

Exercise

(1) 次の方程式を解きなさい。

① $x^2+3x+1=0$

② $x^2+5x-2=0$

③ $3x^2+7x+1=0$

④ $2x^2+5x+1=0$

⑤ $x^2-4x-6=0$

⑥ $x^2-10x+7=0$

⑦ $3x^2+6x+2=0$

⑧ $2x^2+3x+1=0$

⑨ $3x^2+x-2=0$

⑩ $5x^2-2x-3=0$

⑪ $(x+1)^2+(x-2)^2=(x-3)^2$

⑫ $(x-1)^2=3(2x+3)$

(2) 次の()にあてはまる式を書きなさい。

2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解は()である。

Point!

❗ 2次方程式を解くときは、次の順でどの方法で解くか考える。

- ① $x^2 = \text{数字}$, $(x+a)^2 = \text{数字}$ の形にできるとき → 平方根の利用
 そうでないときは、(左辺)=0 の形にする。かっこがあれば展開する。
- ② (左辺)が因数分解できるとき → 因数分解
- ③ (左辺)が因数分解できないとき → 解の公式

Warm Up

次の方程式を解きなさい。

- (1) $9x^2 - 4 = 0$
- (2) $(x+5)^2 = 16$
- (3) $x^2 - 8x + 3 = 0$
- (4) $(8-2x)(5-x) = 4$
- (5) $(3x-2)(2x+1) = 0$

解説 (1) $9x^2 - 4 = 0$

$$9x^2 = 4$$

$$x^2 = \frac{4}{9}$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{4}{9}}$$

$$x = \pm \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}}$$

$$x = \pm \frac{2}{3}$$

① $x^2 = \text{数字}$ の形にできる
→ 平方根の利用

(2) $(x+5)^2 = 16$

$$x+5 = \pm \sqrt{16}$$

$$x+5 = \pm 4$$

$$x = -5 \pm 4$$

$$x = -1, -9$$

① $(x+a)^2 = \text{数字}$ の形にできる
→ 平方根の利用

(3) $x^2 - 8x + 3 = 0$

$$x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \times 1 \times 3}}{2 \times 1}$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 12}}{2}$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{52}}{2}$$

$$x = \frac{8 \pm 2\sqrt{13}}{2}$$

$$x = 4 \pm \sqrt{13}$$

③ (左辺)が因数分解できない
→ 解の公式

(4) $(8-2x)(5-x) = 4$

$$40 - 8x - 10x + 2x^2 = 4$$

$$40 - 18x + 2x^2 - 4 = 0$$

$$2x^2 - 18x + 36 = 0$$

$$x^2 - 9x + 18 = 0$$

$$(x-3)(x-6) = 0$$

$$x = 3, 6$$

① $(x+a)^2 = \text{数字}$ の形にできない
→ 展開して(左辺)=0 の形にする

両辺を2でわる

② (左辺)が因数分解できる
→ 因数分解

(5) $(3x-2)(2x+1) = 0$

$$x = \frac{2}{3}, -\frac{1}{2}$$

すでに因数分解されている

Try

次の方程式を解きなさい。

(1) $x^2=7x$

(2) $(x+1)(3x-2)=0$

(3) $x^2-6x+8=0$

(4) $4x^2=9$

(5) $(x-3)^2=25$

(6) $2x^2+5x-7=0$

(7) $(11-x)(10-2x)=-18$

★(8) $4(x-2)(x-10)=336$

★★(9) $\frac{1}{2}(10-x)(10-2x)=36$

Exercise

次の方程式を解きなさい。

(1) $x(x-5)=0$

(2) $x^2-3x-28=0$

(3) $x^2=9$

(4) $x^2=3x$

(5) $x^2-12x=-4$

(6) $2x^2-8x-10=0$

(7) $3x^2=12$

(8) $(10-x)(12-2x)=90$

(9) $(x+5)^2-28=0$

(10) $2x^2-5x-3=0$

(11) $(x-4)^2+10(x-4)+24=0$

(12) $x^2+35x+96=0$

(13) $x^2+18x+72=0$

(14) $x^2+3x-2=0$

(15) $5x^2-3x=0$

(16) $x^2-4x-1=0$

(17) $(x+3)^2-2(x+3)-24=0$

(18) $4x^2-3=0$

(19) $(x+6)^2-12=0$

(20) $(2x+3)(x-1)=0$

(21) $(26-2x)(15-x)=240$

(22) $2(x-3)^2-50=0$

(23) $2x^2-18=0$

(24) $2x^2+1=x^2+6x-8$

★(25) $3(x-6)(x-2)=96$

★(26) $4(x-8)^2=196$

★(27) $5(x-10)(x-2)=420$

★★(28) $\frac{1}{2}x(10-x)=8$

★★(29) $\frac{1}{2}x(20-2x)=24$

★★(30) $\frac{1}{2}(10-2x)(10-x)=14$

Point!

! どんな2次方程式も、 $(x+m)^2=n$ の形にして解くことができる。
ただし、計算が複雑なので、問題で指示されていないときは、**3-2**～**3-4**の解き方で解く。

! $(x+m)^2=n$ の形に変形する手順

- ① 数の項を(右辺)に移項する。
- ② x の係数の **半分の2乗** を **両辺にたす**。
- ③ (左辺)を $(x+m)^2$ の形にし、(右辺)を計算する。

〈例〉

$$x^2+12x+21=0$$

$$x^2+12x=-21$$

$$x^2+12x+36=-21+36$$

$$(x+6)^2=15$$

①

②

③

Warm Up

$x^2+10x-16=0$ を $(x+m)^2=n$ の形に変形して解きなさい。

解説 $x^2+10x-16=0$ ① 数の項を(右辺)に移項する

$$x^2+10x=16$$
 ② x の係数の半分の2乗を両辺にたす
$$x^2+10x+25=16+25$$
 ③ (左辺)を $(x+m)^2$ の形にし、(右辺)を計算する
$$(x+5)^2=41$$
 「平方根の利用」で方程式を解く
$$x+5=\pm\sqrt{41}$$

$$x=-5\pm\sqrt{41}$$

Try

次の問いに答えなさい。

(1) 方程式 $x^2+8x+10=0$ を次のようにして解いた。□にあてはまる数を答えなさい。

$$x^2+8x+10=0$$

$$x^2+8x=\text{ア}$$

$$x^2+8x+\text{イ}=\text{ア}+\text{ウ}$$

$$(x+\text{エ})^2=\text{オ}$$

$$x+\text{カ}=\text{キ}$$

$$x=\text{ク}$$

(2) $x^2-6x+3=0$ を $(x+m)^2=n$ の形に変形して解きなさい。

Exercise

次の問いに答えなさい。

- (1) 方程式 $x^2+6x-5=0$ を次のようにして解いた。□にあてはまる数を答えなさい。

$$\begin{aligned} x^2+6x-5 &= 0 \\ x^2+6x &= \text{ア} \\ x^2+6x+\text{イ} &= \text{ア}+\text{ウ} \\ (x+\text{エ})^2 &= \text{オ} \\ x+\text{カ} &= \text{キ} \\ x &= \text{ク} \end{aligned}$$

- (2) 方程式 $x^2+8x+3=0$ を次のようにして解いた。□にあてはまる数を答えなさい。

$$\begin{aligned} x^2+8x+3 &= 0 \\ x^2+8x &= \text{ア} \\ x^2+8x+\text{イ} &= \text{ア}+\text{ウ} \\ (x+\text{エ})^2 &= \text{オ} \\ x+\text{カ} &= \text{キ} \\ x &= \text{ク} \end{aligned}$$

- (3) 方程式 $x^2-10x+15=0$ を次のようにして解いた。□にあてはまる数を答えなさい。

$$\begin{aligned} x^2-10x+15 &= 0 \\ x^2-10x &= \text{ア} \\ x^2-10x+\text{イ} &= \text{ア}+\text{ウ} \\ (x-\text{エ})^2 &= \text{オ} \\ x-\text{カ} &= \text{キ} \\ x &= \text{ク} \end{aligned}$$

- (4) 方程式 $x^2-12x+13=0$ を次のようにして解いた。□にあてはまる数を答えなさい。

$$\begin{aligned} x^2-12x+13 &= 0 \\ x^2-12x &= \text{ア} \\ x^2-12x+\text{イ} &= \text{ア}+\text{ウ} \\ (x-\text{エ})^2 &= \text{オ} \\ x-\text{カ} &= \text{キ} \\ x &= \text{ク} \end{aligned}$$

- (5) 次の方程式を $(x+m)^2=n$ の形に変形して解きなさい。

- ① $x^2-4x=-2$
- ② $x^2+8x=1$
- ③ $x^2-2x-4=0$
- ④ $x^2+6x+6=0$

Point!

❗ 1つの解が与えられたときは、解を x に代入 する。

❗ 2つの解が与えられたときは、因数分解による解き方を利用する。

〈例〉 $x=2, 3$ が解となる2次方程式は、

$(x-2)(x-3)=0$

符号をかえる

Warm Up

次の問いに答えなさい。

(1) 2次方程式 $x^2+ax+2a-4=0$ の解の1つが5であるとき、 a の値を求めなさい。また、他の解を求めなさい。

(2) 2次方程式 $x^2+ax+b=0$ の解が -3 と 9 であるとき、 a, b の値を求めなさい。

解説 (1) $x=5$ を代入して、 a を求める。

1つの解が与えられたときは、その解を x に代入する

$$x^2+ax+2a-4=0$$

$$5^2+a \times 5+2a-4=0$$

これを解いて、 $a=-3$

$a=-3$ を $x^2+ax+2a-4=0$ に代入して、他の解を求める。

$$x^2+(-3) \times x+2 \times (-3)-4=0$$

負の数を代入するときはかっこをつける

$$x^2-3x-10=0$$

$$(x+2)(x-5)=0$$

$$x=-2, 5$$

問題より、解の1つは5とわかっている

よって、 $a=-3$ 、他の解は -2

(2) 解が -3 と 9 のとき、もとの2次方程式の左辺は、

2つの解が与えられたときは、因数分解による解き方を利用する

$(x+3)(x-9)=0$ と因数分解できる。

符号をかえる

左辺を展開すると、

$$(x+3)(x-9)=0$$

$$x^2-6x-27=0$$

$\begin{matrix} \uparrow & \uparrow \\ a & b \end{matrix}$

よって、 $a=-6, b=-27$

マイナスの符号もふくめて、答えにする

Try

次の問いに答えなさい。

(1) 2次方程式 $x^2+ax-3a-13=0$ の1つの解が $x=2$ であるとき、 a の値を求めなさい。また、他の解を求めなさい。

(2) 2次方程式 $x^2+ax+b=0$ の解が -3 と 7 であるとき、 a と b の値を求めなさい。

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 2次方程式 $x^2+ax-12=0$ の解の1つが -4 であるとき、 a の値を求めなさい。また、他の解を求めなさい。

(2) 2次方程式 $x^2-ax-a-6=0$ の解の1つが -2 であるとき、 a の値を求めなさい。また、他の解を求めなさい。

(3) 2次方程式 $x^2+2x+a=0$ の解の1つが -5 であるとき、 a の値を求めなさい。また、他の解を求めなさい。

(4) 2次方程式 $x^2+ax-5a-1=0$ の1つの解が 3 であるとき、 a の値を求めなさい。また、他の解を求めなさい。

(5) 2次方程式 $x^2+ax+b=0$ の解が 2 と 3 であるとき、 a と b の値を求めなさい。

(6) 2次方程式 $x^2+ax+b=0$ の解が -3 と 5 であるとき、 a と b の値を求めなさい。

Point!

① **求めるもの** を x とする。

求めるものが2つ以上あるときは、片方を x とおき、もう一方を x を使って表す。

〈例〉大小2つの整数があり、その差は5

→小さいほうの整数を x , 大きいほうの整数を $x+5$ とする。

② 方程式の解が、**問題に適しているかどうか** を確認して答えを書く。☹

Warm Up

次の問いに答えなさい。

(1) ある数に2を加えて2乗した数は、もとの数に8を加えて3倍した数に等しい。もとの数を求めなさい。

(2) 連続した3つの自然数がある。大きいほうの2つの数の積は、もっとも小さい数の2乗の2倍より8小さい。この3つの自然数を求めなさい。

解説 (1) もとの数を x とする。

$$(x+2)^2 = (x+8) \times 3$$

$$(x+2)^2 = 3(x+8)$$

これを解いて、 $x=4, -5$

よって、求めるもとの数は 4, -5

ある数に2を加えて2乗した数は、もとの数に8を加えて3倍した数
 $(x+2)^2 = (x+8) \times 3$

x に条件はないので、どちらの解も問題に適している

(2) 連続した3つの自然数を $x, x+1, x+2$ とする。

$$(x+1)(x+2) = 2x^2 - 8$$

これを解いて、 $x=-2, 5$

x は自然数なので、 $x>0$ より、 $x=-2$ は問題に適さない。

よって、 $x=5$

したがって、求める3つの自然数は、5, 6, 7

もっとも小さい数は5

3つの自然数をきかれているので、必ず3つの数を答える

Try

次の問いに答えなさい。

- (1) ある数を2乗して8を加えた数と、もとの数に8を加えてから2倍した数は等しくなる。もとの数を求めなさい。

- (2) 大小2つの自然数がある。その差は2で、積は48になる。大小2つの自然数を求めなさい。

- (3) 連続した3つの自然数がある。もっとも小さい数の2乗は、残りの2つの数の和に等しい。この3つの自然数を求めなさい。

Exercise

次の問いに答えなさい。

- (1) ある数の2倍に3をたして2乗した数と、もとの数の2乗を2倍して9をたした数が等しくなる。もとの数を求めなさい。

- (2) ある数に4を加えて2乗すると、もとの数より60大きくなった。もとの数を求めなさい。

- (3) 大小2つの自然数がある。その差は6で、小さいほうの数の2乗は、大きいほうの数の2倍に3を加えた数に等しい。この2つの数を求めなさい。

- (4) 連続した2つの自然数がある。それぞれを2乗した数の和が2つの数の積より13大きくなる時、これら2つの自然数を求めなさい。

- (5) 連続した3つの自然数がある。もっとも小さい数ともっとも大きい数の積は、真ん中の数の4倍より44大きい。この3つの自然数を求めなさい。

- (6) 連続した3つの自然数がある。それぞれの自然数を2乗して、それらの和を計算すると77になった。この3つの自然数を求めなさい。

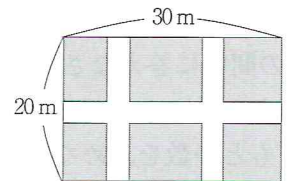
Point!

- ❗ 求めるもの を x とする (はじめに単位をつけて書く)。
- ❗ わかっている長さを図に書き入れる。
- ❗ 方程式の解が, 問題に適しているかどうか を確認してから答えを書く。☞

Warm Up

次の問いに答えなさい。

- (1) 周の長さが 30cm で, 面積が 36cm^2 の長方形がある。この長方形の横の長さは縦より長い。この長方形の横の長さを求めなさい。
- (2) 縦が 20m, 横が 30m の長方形の形をした花だんがある。花だんの中に縦方向に 2 本, 横方向に 1 本の同じ幅の道をつくと, 花だんの面積は 408m^2 になった。つくった道の幅は何 m か求めなさい。



解説 (1) 横の長さを $x\text{cm}$ とする。

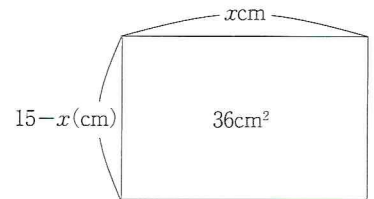
周の長さが 30cm なので, 縦と横の長さの和は 15cm になるから, 縦の長さは $15-x(\text{cm})$

$$x(15-x)=36$$

これを解いて, $x=3, 12$

$\frac{15}{2} < x < 15$ より, $x=3$ は問題に適さない。●... 横は縦より長く, その和は 15cm なので, $\frac{15}{2} < x < 15$

よって, $x=12$ 12cm



(2) 道の幅を $x\text{m}$ とする。

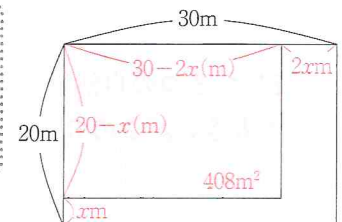
$$(20-x)(30-2x)=408$$

これを解いて, $x=3, 32$

$0 < x < 15$ より, $x=32$ は問題に適さない。●... 道の幅は正の数であり, 右の図より, $2x$ は 30 より小さいので, $0 < x < 15$

よって, $x=3$ 3m

道を移動させて考える

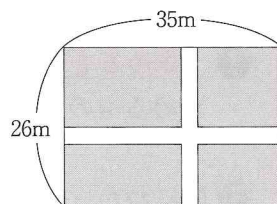


Try

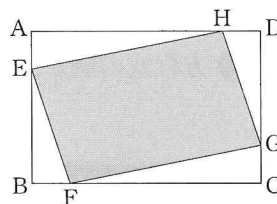
次の問いに答えなさい。

(1) 周の長さが 36cm で、面積が 72cm^2 の長方形がある。この長方形の横の長さは縦より長い。この長方形の横の長さを求めなさい。

(2) 縦の長さが 26m 、横の長さが 35m の長方形の畑がある。これに右の図のように、縦と横に同じ幅の道をつくり、残った畑の面積が 850m^2 になるようにする。道の幅を何 m にすればよいか求めなさい。



❖ (3) $AB=8\text{cm}$ 、 $AD=12\text{cm}$ の長方形 $ABCD$ がある。この長方形の4つの辺上に、点 E 、 F 、 G 、 H を $AE=BF=CG=DH$ となるようにとる。四角形 $EFGH$ の面積が 48cm^2 のとき、 AE の長さを求めなさい。



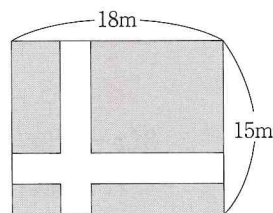
Exercise

次の問いに答えなさい。

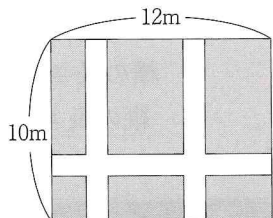
(1) 周の長さが 24cm で面積が 35cm^2 の長方形がある。この長方形の横の長さは縦より長い。この長方形の横の長さを求めなさい。

(2) 周の長さが 36cm で面積が 56cm^2 の長方形がある。この長方形の縦の長さは横より長い。この長方形の縦と横の長さを求めなさい。

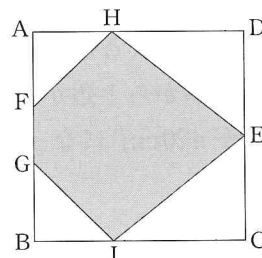
(3) 縦が 15m 、横が 18m の長方形の土地に、右の図のように、縦、横に同じ幅の道をつくり、残りを花だんにする。花だんの面積が 180m^2 になるようにしたい。道の幅を何 m にすればよいか求めなさい。



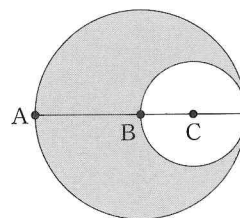
(4) 縦 10m 、横 12m の長方形の土地がある。右の図のように、縦に2本、横に1本の同じ幅の道をつくり、残りの部分を花だんにすることにした。花だんの面積が 90m^2 になるようにするには、道の幅を何 m にすればよいか求めなさい。



❖ (5) 1 辺の長さが 8cm の正方形 $ABCD$ がある。 CD の中点を E とし、辺 AB 、 AD 、 BC 上に点 F 、 G 、 H 、 I を $AF=BG=AH=BI$ となるようにとる。五角形 $EHFGE$ の面積が 35cm^2 のとき、 AF の長さを求めなさい。



❖ (6) 右の図のように、 AB 、 BC をそれぞれ半径とする2つの円がある。色のついた部分の面積が $24\pi\text{cm}^2$ のとき、 BC の長さを求めなさい。

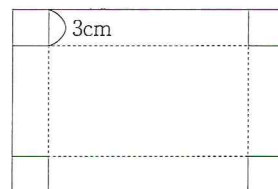


Point!

- ❗ 求めるもの を x とする (はじめに単位をつけて書く)。
求めるものが2つ以上あるときは、小さいほうを x とする。
- ❗ 図にわかっている長さを書き入れる。
- ❗ 方程式の解が、問題に適しているかどうか を確認してから答えを書く。☞

Warm Up

横の長さが縦の長さより 5cm 長い長方形の紙がある。この紙の四隅から 1 辺が 3cm の正方形を切り取り、直方体の容器をつくと、容積は 150cm^3 になった。はじめの紙の縦と横の長さを求めなさい。



解説 はじめの紙の縦の長さを $x\text{cm}$ 、横の長さを $x+5(\text{cm})$ とする。
図にわかっている長さを書き入れる。

$$(x-6) \times (x-1) \times 3 = 150$$



$$3(x-6)(x-1) = 150$$

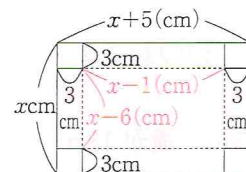
これを解いて、 $x = -4, 11$

$x > 6$ より、 $x = -4$ は問題に適さない。●

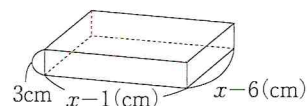
よって、 $x = 11$ ● 縦の長さが 11cm

横の長さは、 $11 + 5 = 16(\text{cm})$

縦の長さ 11cm, 横の長さ 16cm

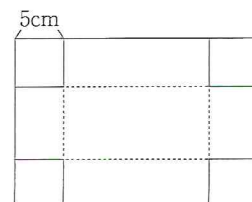


四隅から 3cm ずつ切り取るので長方形の縦、横ともに 6cm より長い



Try

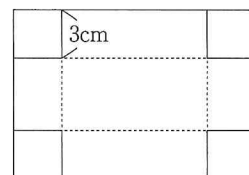
右の図のような横の長さが縦の長さより 8cm 長い長方形の紙がある。この紙の四隅から 1 辺が 5cm の正方形を切り取り、直方体の容器をつくったら、容積が 420cm^3 になった。もとの紙の縦と横の長さを求めなさい。



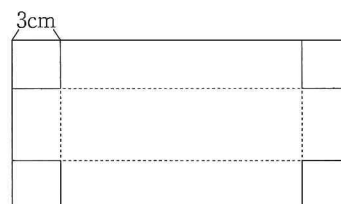
Exercise

次の問いに答えなさい。

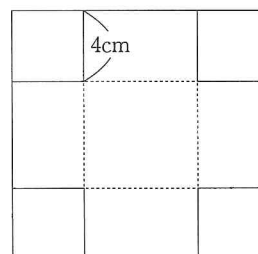
- (1) 横が縦より4cm長い長方形の紙がある。この紙の四隅から1辺が3cmの正方形を切り取り、直方体の容器をつくったら、容積が 96cm^3 になった。紙の縦と横の長さを求めなさい。



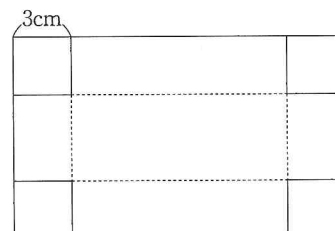
- (2) 右の図のような横の長さが縦の長さの2倍の長方形の紙がある。この紙の四隅から1辺が3cmの正方形を切り取り、直方体の容器をつくったら、容積が 168cm^3 になった。この紙の縦と横の長さを求めなさい。



- (3) 右の図のように、正方形の紙の四隅から、1辺が4cmの正方形を切り取り、直方体の容器をつくったら、容積が 196cm^3 になった。もとの正方形の紙の1辺の長さを求めなさい。



- (4) 横が縦より5cm長い長方形の紙がある。この紙の四隅から1辺が3cmの正方形を切り取り、直方体の容器をつくったら、容積が 108cm^3 になった。この紙の縦と横の長さを求めなさい。

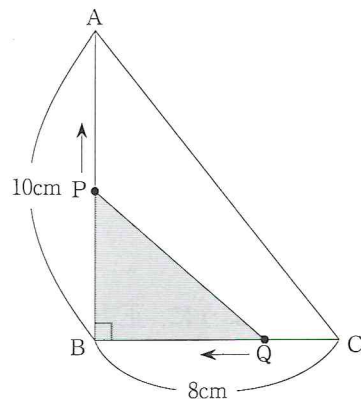


Point!

- ❗ 求めるもの を x とする (はじめに単位をつけて書く)。
- ❗ 点が動く問題は、 x 秒後の点が 動いた距離 を x で表し、図に書き入れる。
 秒速 1cm → 1 秒後は 1cm, 2 秒後は 2cm, 3 秒後は 3cm, …と進むから
 x 秒後は x cm 進む
 秒速 2cm → 1 秒後は 2cm, 2 秒後は 4cm, 3 秒後は 6cm, …と進むから
 x 秒後は $2x$ cm 進む
- ❗ 方程式の解が, 問題に適しているかどうか を確認してから答えを書く。☹️

Warm Up

右の図のような直角三角形 ABC がある。点 P は B を出発して辺 BA 上を、秒速 2cm で A まで動く。点 Q は C を出発して辺 CB 上を、秒速 1cm で動き、点 P が A に着くと同時に止まる。点 P, Q はそれぞれ B, C を同時に出発する。△PBQ の面積が 12cm^2 になるのは、点 P, Q が出発してから何秒後か求めなさい。



解説 点 P, Q が出発してから x 秒後とする。

図にわかっている長さを書き入れる。

$BP = 2x\text{cm}$

$CQ = x\text{cm}$ なので, $BQ = 8 - x(\text{cm})$

よって, △PBQ は底辺 $8 - x(\text{cm})$,

高さ $2x\text{cm}$ だから,

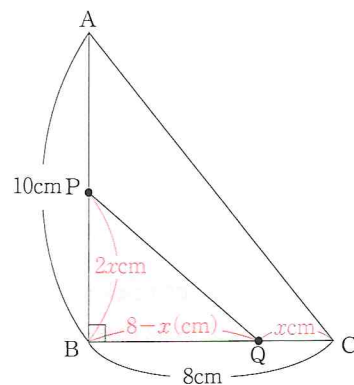
$$(8 - x) \times 2x \times \frac{1}{2} = 12$$

$$x(8 - x) = 12$$

これを解いて, $x = 2, 6$

$0 \leq x \leq 5$ より, $x = 6$ は問題に適さない。

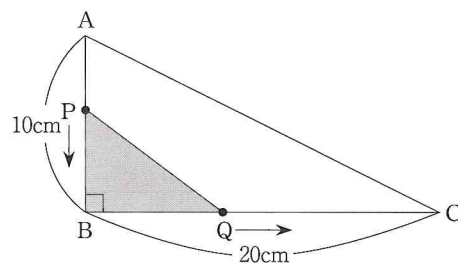
よって, $x = 2$ 2 秒後



点 P が A に着くと点 Q は止まる
 点 P について, $2x$ は 0 以上 10 以下

Try

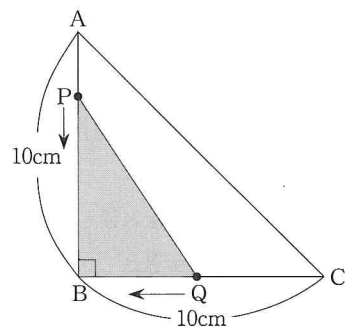
右の図のように、 $AB=10\text{cm}$ 、 $BC=20\text{cm}$ 、 $\angle B=90^\circ$ の直角三角形ABCがある。点Pは毎秒 1cm の速さで辺AB上をAからBまで動く。また、点Qは点Pと同時に出発して、毎秒 2cm の速さで辺BC上をBからCまで動く。 $\triangle PBQ$ の面積が 21cm^2 になるのは、点P、Qが出発してから何秒後か、すべて求めなさい。



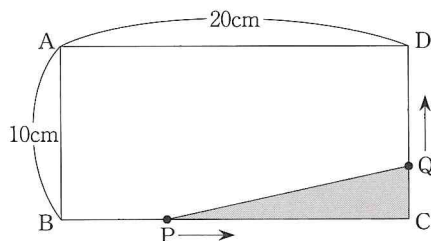
Exercise

次の問いに答えなさい。

- (1) 右の図のような直角二等辺三角形ABCがある。点PはAを出発して辺AB上をBまで秒速 1cm で動き、点QはCを出発して辺CB上をBまで秒速 2cm で動く。P、Qが同時に出発したとき、 $\triangle PBQ$ の面積が 14cm^2 になるのは、出発してから何秒後か求めなさい。



- (2) 右の図のような長方形ABCDで、点PはBを出発して辺BC上を毎秒 2cm の速さでCまで動き、点Qは点PがBを出発するのと同時にCを出発して辺CD上を毎秒 1cm の速さでDまで動く。点P、Qが出発してから何秒後に $\triangle PCQ$ の面積が 24cm^2 になるか、すべて求めなさい。



- (3) 1辺の長さが 10cm の正方形ABCDがある。点PはAを出発して、辺AB上を毎秒 1cm の速さでBまで動く。また、点Qは点Pと同時にBを出発して、辺BC上を点Pと同じ速さでCまで動く。 $\triangle PBQ$ の面積が 8cm^2 になるのは、点P、Qが出発してから何秒後か、すべて求めなさい。

