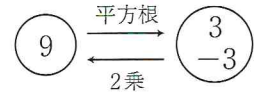


Point!

*このページの a は正の数とする。

❗ 2乗すると a になる数を a の平方根 という。

〈例〉2乗すると9になる数は、9の平方根
 →9の平方根は、3と-3
 以後、3と-3をまとめて ± 3 と書く。



⋯「プラスマイナス3」と読む

- ・正の数の平方根は 2つ ある。 ⋯ 正の平方根は ± がつく
- ・0の平方根は 0 ⋯ 2乗して0になる数は0だけ
- ・負の数の平方根は ない。 ⋯ 2乗して負になる数はない

❗ a の平方根は、 $\pm\sqrt{a}$ と表す (記号 $\sqrt{\quad}$ を 根号 という)。 Ⓜ

⋯「プラスマイナスルート a 」と読む

❗ $\sqrt{\quad}$ の中の数が 2乗の数 になっているときは、 $\sqrt{\quad}$ がはずせる。

$\sqrt{a^2} = \underline{a}$ ⋯
 〈例〉 $\sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3$ $\sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4$

2乗といっしょにルートをとる

$$\sqrt{a^2} = a$$

$$(\sqrt{a})^2 = a$$

❗ $\sqrt{\quad}$ 全体の2乗も、 $\sqrt{\quad}$ がはずせる。

$(\sqrt{a})^2 = \underline{a}$ ⋯
 〈例〉 $(\sqrt{3})^2 = 3$ Ⓜ

❗ 負の数の2乗は、まず正の数の2乗になおす。 $(-\blacksquare)^2 = \blacksquare^2$

〈例〉 $(-3)^2 = 3^2$ $(-\sqrt{2})^2 = (\sqrt{2})^2$ $\sqrt{(-4)^2} = \sqrt{4^2}$

❗ 1～13の2乗の数は暗記する。

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144, 169 Ⓜ

Warm Up

次の問いに答えなさい。

(1) 次の数の平方根を答えなさい。

- ① 11 ② 36 ③ 0.16 よくあるまちがい

(2) 次の数を $\sqrt{\quad}$ を使わないで表しなさい。

- ① $\sqrt{144}$ ② $(-\sqrt{7})^2$ ③ $\sqrt{(-5)^2}$ ④ $-\sqrt{(-3)^2}$

(3) 次のことがらについて、正しければ○を書き、誤りがあれば下線部を正しくおしなさい。

- ① $\sqrt{9}$ は ± 3 である。 ② $(-\sqrt{2})^2$ は 2 である。

解説 (1) ① 11 に $\pm\sqrt{\quad}$ をつけて、

$$\pm\sqrt{11}$$

11 は 2 乗の数ではないのでこれで終わり

② 36 に $\pm\sqrt{\quad}$ をつけて、

$$\pm\sqrt{36}$$

$$= \pm\sqrt{6^2}$$

$$= \pm 6$$

36 は 2 乗の数

2 乗といっしょにルートをとる

③ よくあるまちがい

正 0.16 に $\pm\sqrt{\quad}$ をつけて、

誤 ± 0.04

$$\pm\sqrt{0.16}$$

小数は分数になおす

$$= \pm\sqrt{\frac{16}{100}}$$

分母と分子に分けて $\sqrt{\quad}$ をつける

$$= \pm\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{100}}$$

分母と分子を別々に考える

$$= \pm\frac{\sqrt{4^2}}{\sqrt{10^2}}$$

$$= \pm\frac{4}{10}$$

$$= \pm\frac{2}{5}$$

(2) ① $\sqrt{144}$

$$= \sqrt{12^2}$$

$$= 12$$

144 は 2 乗の数

2 乗といっしょに
ルートをとる

② $(-\sqrt{7})^2$

$$= (\sqrt{7})^2$$

$$= 7$$

$(-\square)^2 = \square^2$

2 乗といっしょにルートをとる

③ $\sqrt{(-5)^2}$

$$= \sqrt{5^2}$$

$$= 5$$

$(-\square)^2 = \square^2$

④ $-\sqrt{(-3)^2}$

$$= -\sqrt{3^2}$$

$$= -3$$

$(-\square)^2 = \square^2$

(3) 正誤問題は、下線部をかくして考える。

① $\sqrt{9}$ は 3 である。

$$\sqrt{9}$$

$$= \sqrt{3^2}$$

$$= 3$$

よって、下線部は誤っている。

3

② $(-\sqrt{2})^2$ は 2 である。

$$(-\sqrt{2})^2$$

$$= (\sqrt{2})^2$$

$$= 2$$

よって、下線部は正しい。 ○

$(-\square)^2 = \square^2$

Try

次の問いに答えなさい。

(1) 次の数の平方根を答えなさい。

① 7

② 169

③ 0

④ $\frac{1}{16}$

⑤ 0.09

(2) 次の数を $\sqrt{\quad}$ を使わないで表しなさい。

① $\sqrt{25}$

② $-\sqrt{\frac{4}{81}}$

③ $\sqrt{0.49}$

④ $-\sqrt{1.44}$

⑤ $(\sqrt{7})^2$

⑥ $(-\sqrt{9})^2$

⑦ $\sqrt{(-6)^2}$

⑧ $-\sqrt{(-4)^2}$

(3) 次のことがらについて、正しければ○を書き、誤りがあれば下線部を正しくなおしなさい。

① $\sqrt{36}$ は ± 6 である。

② $-\sqrt{121}$ は -11 である。

③ $\sqrt{(-5)^2}$ は -5 である。

④ $(-\sqrt{8})^2$ は 8 である。

⑤ 25の平方根は 5 である。

⑥ -16 の平方根は -4 である。

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 次の数の平方根を答えなさい。

- | | | |
|--------------------|--------|------------------|
| ① 5 | ② 10 | ③ 9 |
| ④ 100 | ⑤ 49 | ⑥ 144 |
| ⑦ 0 | ⑧ 1 | ⑨ $\frac{4}{25}$ |
| ⑩ $\frac{25}{169}$ | ⑪ 0.04 | ⑫ 1.21 |

(2) 次の数を $\sqrt{\quad}$ を使わないで表しなさい。

- | | | | |
|--------------------------|---------------------------|--------------------------|----------------------------|
| ① $\sqrt{49}$ | ② $\sqrt{9}$ | ③ $-\sqrt{81}$ | ④ $-\sqrt{36}$ |
| ⑤ $\sqrt{\frac{16}{25}}$ | ⑥ $\sqrt{\frac{121}{49}}$ | ⑦ $-\sqrt{\frac{81}{4}}$ | ⑧ $-\sqrt{\frac{64}{169}}$ |
| ⑨ $\sqrt{0.36}$ | ⑩ $\sqrt{1.44}$ | ⑪ $-\sqrt{0.09}$ | ⑫ $-\sqrt{0.16}$ |
| ⑬ $(\sqrt{6})^2$ | ⑭ $(\sqrt{2})^2$ | ⑮ $(-\sqrt{13})^2$ | ⑯ $(-\sqrt{4})^2$ |
| ⑰ $\sqrt{(-3)^2}$ | ⑱ $\sqrt{(-16)^2}$ | ⑲ $-\sqrt{(-8)^2}$ | ⑳ $-\sqrt{(-6)^2}$ |

(3) 次のことがらについて、正しければ○を書き、誤りがあれば下線部を正しくなおしなさい。

- | | |
|--|--|
| ① $\sqrt{(-6)^2}$ は <u>-6</u> である。 | ② $(-\sqrt{10})^2$ は <u>-10</u> である。 |
| ③ $\sqrt{4}$ は <u>± 2</u> である。 | ④ $-\sqrt{49}$ は <u>-7</u> である。 |
| ⑤ 0の平方根は <u>0</u> である。 | ⑥ 36の平方根は <u>6</u> である。 |
| ⑦ $\sqrt{(-3)^2}$ は <u>-3</u> である。 | ⑧ $\sqrt{400}$ は <u>± 20</u> である。 |
| ⑨ -49の平方根は <u>-7</u> である。 | ⑩ $(-\sqrt{6})^2$ = <u>6</u> である。 |
| ⑪ $-\sqrt{\frac{9}{100}}$ は <u>$-\frac{3}{10}$</u> である。 | ⑫ 3の平方根は <u>$\sqrt{3}$</u> である。 |

(4) 次の()にあてはまることばや数を書きなさい。

- ・ 2乗すると a になる数を a の(①)という。
- ・ 正の数の平方根は2つあり、負の数の平方根は(②)。
- ・ 0の平方根は(③)である。
- ・ 正の数 a の平方根は、記号 $\sqrt{\quad}$ を用いて(④)と表し、記号 $\sqrt{\quad}$ を(⑤)という。

2-2 平方根の大小

Point!

❗ 正の数 a, b で, $a > b$ ならば, $\sqrt{a} > \sqrt{b}$ $-\sqrt{a} < -\sqrt{b}$

〈例〉5と3では, $5 > 3$ で
 $\sqrt{5} > \sqrt{3}$ $-\sqrt{5} < -\sqrt{3}$

❗ $\sqrt{\quad}$ のついていない数は, **2乗して $\sqrt{\quad}$ をつけて** から比べる。

〈例〉 $3 = \sqrt{3^2} = \sqrt{9}$

$-3 = -\sqrt{3^2} = -\sqrt{9}$

数の部分だけ2乗して $\sqrt{\quad}$ をつける
 (マイナスはそのまま)

Warm Up

次の問いに答えなさい。

(1) 次の各組の数の大小を, 不等号を使って表しなさい。

① $3, \sqrt{10}$

② $-\sqrt{17}, -4$

③ $5, \sqrt{21}, \sqrt{23}$ よくあるまちがい

❖ (2) $8.7 < \sqrt{a} < 9.1$ をみたす整数 a の値をすべて求めなさい。

❖ (3) $\sqrt{7} < x < \sqrt{29}$ をみたす整数 x の値をすべて求めなさい。

解説 (1) ① $3 = \sqrt{3^2} = \sqrt{9}$

$\sqrt{9} < \sqrt{10}$ なので,

$3 < \sqrt{10}$

もとの形に戻して答える

② $-4 = -\sqrt{4^2} = -\sqrt{16}$

$-\sqrt{17} < -\sqrt{16}$ なので,

$-\sqrt{17} < -4$

③ よくあるまちがい

正 3つ以上の数の大小を不等号を使って表すときは, 数を小さい順に並べかえ, 数と数の間に, 不等号 $<$ を入れる。

$5, \sqrt{21}, \sqrt{23}$

$\sqrt{25}, \sqrt{21}, \sqrt{23}$

④ $<$ ⑤ $<$ ⑥ に並べる

$\sqrt{21} < \sqrt{23} < \sqrt{25}$

もとの形に戻して答える

$\sqrt{21} < \sqrt{23} < 5$

誤 $\sqrt{25} > \sqrt{21} < \sqrt{23}$

・不等号の向きがそろっていない
 ・ $\sqrt{25}$ をもとの形に戻していない

(2) $8.7 = \sqrt{8.7^2} = \sqrt{75.69}$, $9.1 = \sqrt{9.1^2} = \sqrt{82.81}$ なので, $\sqrt{75.69} < \sqrt{a} < \sqrt{82.81}$
 $75.69 < a < 82.81$ をみたす整数 a を求めて, $a = 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82$

$\sqrt{\quad}$ の中
 を比べる

(3) $x = \sqrt{x^2}$ なので, $\sqrt{7} < \sqrt{x^2} < \sqrt{29}$

$7 < x^2 < 29$ をみたす2乗の数 x^2 は, 9, 16, 25だから,

もとの数 x は, $x = 3, 4, 5$

もとの数	1	2	3	4	5	6	...
2乗の数	1	4	9	16	25	36	...

Try

次の問いに答えなさい。

(1) 次の各組の数の大小を、不等号を使って表しなさい。

① $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$

② $-\sqrt{13}$, $-\sqrt{15}$

③ 5 , $\sqrt{23}$

④ -3 , $-\sqrt{10}$

⑤ 2 , 3 , $\sqrt{5}$

⑥ -6 , $-\sqrt{38}$, $-\sqrt{35}$

★(2) $3 < \sqrt{x} < 3.8$ をみたす整数 x の値をすべて求めなさい。

★(3) $\sqrt{5} < a < \sqrt{60}$ をみたす整数 a の値をすべて求めなさい。

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 次の各組の数の大小を、不等号を使って表しなさい。

① $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$

② $\sqrt{11}$, $\sqrt{14}$

③ $-\sqrt{3}$, $-\sqrt{2}$

④ $-\sqrt{6}$, $-\sqrt{10}$

⑤ 4 , $\sqrt{15}$

⑥ $\sqrt{7}$, 3

⑦ $-\sqrt{41}$, -6

⑧ -2 , $-\sqrt{3}$

⑨ 7 , $\sqrt{51}$, $\sqrt{46}$

⑩ 4 , $\sqrt{10}$, $\sqrt{17}$

⑪ $-\sqrt{23}$, $-\sqrt{26}$, -5

⑫ $-\sqrt{33}$, -4 , $-\sqrt{55}$

★(2) $4 < \sqrt{a} < 5$ をみたす整数 a の値をすべて求めなさい。

★(3) $2 < \sqrt{x} < 3$ をみたす整数 x の値をすべて求めなさい。

★(4) $2.5 < \sqrt{a} < 3$ をみたす整数 a の値をすべて求めなさい。

★(5) $4.8 < \sqrt{x} < 5.2$ をみたす整数 x の値をすべて求めなさい。

★(6) $5 < n < \sqrt{60}$ をみたす整数 n の値をすべて求めなさい。

★(7) $\sqrt{10} < n < \sqrt{100}$ をみたす整数 n の値をすべて求めなさい。

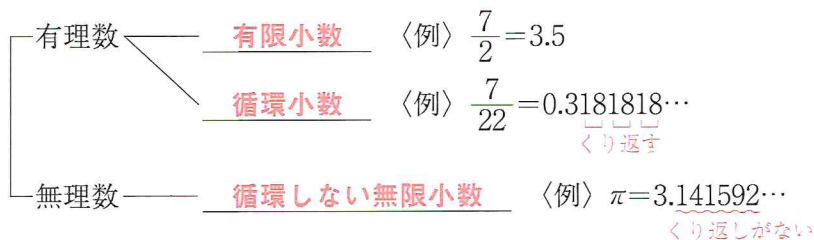
Point!

❗ 分数で表すことができる数を **有理数**，分数で表すことができない数を **無理数** という。

❗ 無理数の見分け方

無理数は π と $\sqrt{\quad}$ をふくむ数。それ以外は有理数になる。☺

❗ 数を小数で表すと，次のような小数になる。



❗ 循環小数は，次のように表すことができる。

〈例〉 $0.666\cdots = 0.\dot{6}$ $0.3181818\cdots = 0.3\dot{1}8$ $1.234234234\cdots = 1.2\dot{3}4$ ☺

Warm Up

次の問いに答えなさい。

(1) 次の数を有理数と無理数に分けなさい。

$-\sqrt{17}$, $\sqrt{64}$, 1.5 , $\frac{2}{3}$, $\sqrt{\frac{25}{16}}$, $\frac{\sqrt{2}}{2}$, π , $\sqrt{0.4}$

(2) π , $0.\dot{3}0\dot{2}$, $\sqrt{\frac{4}{121}}$, $\sqrt{10}$, $\sqrt{0.36}$ を小数に表したとき，有限小数，循環小数，循環しない無限小数のどれになるか分類しなさい。

解説 (1) 無理数は π と $\sqrt{\quad}$ をふくむ数。それ以外は有理数。

$\sqrt{\quad}$ がついているものは，はずせるかどうか考える。

$-\sqrt{17} \rightarrow$ 無理数 $\sqrt{64} = \sqrt{8^2} = 8 \rightarrow$ 有理数 $1.5 \rightarrow$ 有理数

$\frac{2}{3} \rightarrow$ 有理数 $\sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{16}} = \frac{\sqrt{5^2}}{\sqrt{4^2}} = \frac{5}{4} \rightarrow$ 有理数 $\frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow$ 無理数

$\pi \rightarrow$ 無理数 $\sqrt{0.4} = \sqrt{\frac{4}{10}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{10}} = \frac{2}{\sqrt{10}} \rightarrow$ 無理数

よって， 有理数 : $\sqrt{64}$, 1.5 , $\frac{2}{3}$, $\sqrt{\frac{25}{16}}$ 無理数 : $-\sqrt{17}$, $\frac{\sqrt{2}}{2}$, π , $\sqrt{0.4}$

(2) 無理数は循環しない無限小数。

有理数は、有限小数、循環小数のどちらになるのかを計算して調べる。

π → 無理数 → 循環しない無限小数

$0.\dot{3}0\dot{2}$ → 循環小数

$$\sqrt{\frac{4}{121}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{121}} = \frac{2}{11} = 2 \div 11 = 0.\underline{1}8\underline{1}8\underline{1}8\cdots \rightarrow \text{循環小数}$$

$\sqrt{10}$ → 無理数 → 循環しない無限小数

$$\sqrt{0.36} = \sqrt{\frac{36}{100}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{100}} = \frac{6}{10} = 6 \div 10 = 0.6 \rightarrow \text{有限小数}$$

よって、有限小数： $\sqrt{0.36}$ 循環小数： $0.\dot{3}0\dot{2}$ 、 $\sqrt{\frac{4}{121}}$ 循環しない無限小数： π 、 $\sqrt{10}$

Try

次の問いに答えなさい。

(1) 次の数を有理数と無理数に分けなさい。

$$\sqrt{0.01}, \sqrt{5}, \pi, \sqrt{100}, \frac{\sqrt{2}}{3}, \sqrt{\frac{4}{9}}, -3, \frac{1}{2}, -\sqrt{0.9}, \sqrt{8}$$

(2) 次の数を小数に表したとき、有限小数、循環小数、循環しない無限小数のどれになるか分類しなさい。

$$\sqrt{\frac{1}{9}}, \pi, \sqrt{3}, 0.\dot{2}\dot{3}, \sqrt{0.49}, \sqrt{\frac{1}{4}}, \frac{9}{11}$$

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 次の数を有理数と無理数に分けなさい。

$$-\frac{\sqrt{5}}{2}, \sqrt{\frac{1}{16}}, -\sqrt{9}, \sqrt{\frac{25}{9}}, -\sqrt{\frac{81}{25}}, \sqrt{11}, \sqrt{2}, \sqrt{12}$$

(2) 次の数を有理数と無理数に分けなさい。

$$\frac{\sqrt{3}}{2}, \sqrt{49}, \sqrt{\frac{4}{25}}, 0, \sqrt{7}, -\sqrt{\frac{9}{4}}, -\frac{\sqrt{64}}{9}, \frac{5}{6}, \pi, \sqrt{20}$$

(3) 次の数を小数に表したとき、有限小数、循環小数、循環しない無限小数のどれになるか分類しなさい。

$$-\sqrt{\frac{49}{16}}, \sqrt{\frac{25}{121}}, -\sqrt{7}, 1.\dot{7}\dot{3}, \frac{1}{8}, -\sqrt{0.49}$$

(4) 次の数を小数に表したとき、有限小数、循環小数、循環しない無限小数になるものをそれぞれ選びなさい。

$$\pi+2, -\sqrt{0.4}, \sqrt{0.16}, 0.\dot{1}5\dot{4}, \sqrt{\frac{81}{121}}, -\sqrt{\frac{9}{16}}$$

Point!


- ❗ 四捨五入をした値や円周率など, 真の値(正確な値)ではないが, それに近い値を近似値きんじちという。
- ❗ 近似値と真の値との差を 誤差 という。
- ❗ 近似値を表す数のうち, 意味のある数字を 有効数字 という。🔊
- ❗ 有効数字をはっきりさせたいときは, **整数部分が1けたの小数 × 10の累乗** の形にする。
 〈例〉 16785 g の品物の重さを, 有効数字3けたで表す。

1.6785×10^4 ● 整数部分が1けたになるように, 小数点をずらし, ずらした数を10の指数にする
ずらしたのは4けた
 ↓
 1.6785×10^4 ● 有効数字の1つ下の位を四捨五入する
3けた残す
 ↓
 $1.68 \times 10^4 \text{ g}$ ● 単位をつけて答える

Warm Up

次の問いに答えなさい。

- (1) ある数 a の小数第1位を四捨五入したら25になった。次の問いに答えなさい。
 - ① a の値の範囲を不等号を使って表しなさい。
 - ② 誤差の絶対値は大きくてもどのくらいか答えなさい。
- (2) ある品物の重さをはかったところ, 2900 g だった。有効数字が2, 9, 0 のとき, この重さを(整数部分が1けたの数) × (10の累乗) の形で表しなさい。
- (3) テニスコートの面積は 1375 m^2 である。有効数字を3けたとすると, 有効数字をはっきりわかる形で表しなさい。

解説 (1) ① $24.5 \leq a < 25.5$ ● 小数第1位を四捨五入して25になる値は, 下の図の範囲

 ② 四捨五入した値 - もっとも小さい値 を計算する。
 ①より, $25 - 24.5 = 0.5$ 0.5

(2) 有効数字の2, 9, 0 を残した状態で書くことに注意する。 ● 有効数字の0は省略しない
 $2.90 \times 10^3 \text{ g}$

(3) 1375 ● 整数部分を1けたにする
 ↓
 1.375×10^3 ● 3けた残す
 ↓
 1.38×10^3 $1.38 \times 10^3 \text{ m}^2$

2
平方根

Try

次の問いに答えなさい。

- (1) ある数 a の小数第 2 位を四捨五入したら 2.2 になった。次の問いに答えなさい。
 - ① a の値の範囲を不等号を使って表しなさい。
 - ② 誤差の絶対値は大きくてもどのくらいか答えなさい。
- (2) ある都市の人口は約 1250000 人である。有効数字が 1, 2, 5, 0 であるとして, この人口を(整数部分が 1 けたの数) \times (10 の累乗) の形で表しなさい。
- (3) 富士山の標高 3776m を, 有効数字 3 けたで表しなさい。

Exercise

次の問いに答えなさい。

- (1) ある数 a の小数第 3 位を四捨五入したら 7.64 になった。次の問いに答えなさい。
 - ① a の値の範囲を不等号を使って表しなさい。
 - ② 誤差の絶対値は大きくてもどのくらいか答えなさい。
- (2) ある数 a の十の位を四捨五入したら, 1200 になった。次の問いに答えなさい。
 - ① a の値の範囲を不等号を使って表しなさい。
 - ② 誤差の絶対値は大きくてもどのくらいか答えなさい。
- (3) ある品物の重さをはかったら 2360g だった。有効数字が 2, 3, 6 であるとして, この品物の重さを(整数部分が 1 けたの数) \times (10 の累乗) の形で表しなさい。
- (4) 地球と太陽の平均距離は約 149600000km だといわれている。有効数字が 1, 4, 9, 6 であるとして, この距離を(整数部分が 1 けたの数) \times (10 の累乗) の形で表しなさい。
- (5) ある野菜の収穫量 6735624kg を, 有効数字 2 けたで表しなさい。
- (6) 東京ドームの広さ 46755m^2 を, 有効数字 3 けたで表しなさい。

②

よくあるまちがい

正

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{32}}{2} \quad \text{分母も}\sqrt{\quad}\text{の形にする} \\ &= \frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2^2}} \quad \text{全体の}\sqrt{\quad}\text{にする} \\ &= \sqrt{\frac{32}{2^2}} \\ &= \sqrt{\frac{32^8}{4_1}} \quad \sqrt{\quad}\text{の中どうして約分する} \\ &= \sqrt{8} \end{aligned}$$

誤

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{32^{16}}}{2_1} \quad \sqrt{\quad}\text{の中と外で約分している} \\ &= \sqrt{16} \end{aligned}$$

(3) すべての数を \sqrt{a} の形にして比べる。

$$\begin{aligned} & \sqrt{51}, 7, 5\sqrt{2} \quad \begin{array}{l} \cdot 7 = \sqrt{7^2} = \sqrt{49} \\ \cdot 5\sqrt{2} = \sqrt{5^2 \times 2} = \sqrt{50} \end{array} \\ & \sqrt{51}, \sqrt{49}, \sqrt{50} \quad \text{④ < ③ < ⑤の順に並べる} \\ & \sqrt{49} < \sqrt{50} < \sqrt{51} \quad \text{もとの形に戻す} \\ & \underline{7 < 5\sqrt{2} < \sqrt{51}} \end{aligned}$$

Try

次の問いに答えなさい。

(1) 次の数を変形して、 $a\sqrt{b}$ の形にしなさい。

① $\sqrt{45}$

② $\sqrt{24}$

③ $\sqrt{180}$

④ $\sqrt{\frac{5}{16}}$

(2) 次の数を変形して、 \sqrt{a} の形にしなさい。

① $2\sqrt{5}$

② $5\sqrt{2}$

③ $\frac{\sqrt{18}}{3}$

(3) 次の数の大小を、不等号を使って表しなさい。

4, $2\sqrt{3}$, $3\sqrt{2}$

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 次の数を変形して、 $a\sqrt{b}$ の形にしなさい。

① $\sqrt{28}$

② $\sqrt{40}$

③ $\sqrt{72}$

④ $\sqrt{48}$

⑤ $\sqrt{108}$

⑥ $\sqrt{588}$

⑦ $\sqrt{\frac{15}{64}}$

⑧ $\sqrt{\frac{3}{25}}$

(2) 次の数を変形して、 \sqrt{a} の形にしなさい。

① $5\sqrt{3}$

② $3\sqrt{2}$

③ $4\sqrt{5}$

④ $3\sqrt{3}$

⑤ $\frac{\sqrt{27}}{3}$

⑥ $\frac{\sqrt{125}}{5}$

(3) 次の数の大小を、不等号を使って表しなさい。

$\sqrt{26}$, $2\sqrt{6}$, 5

(4) 次の数の大小を、不等号を使って表しなさい。

$\sqrt{10}$, $3\sqrt{2}$, 4

2-6 乗法

Point!

! $\sqrt{\quad}$ をふくむ数のかけ算の手順

① $\sqrt{\quad}$ の中を素因数分解し, **2乗の数** は $\sqrt{\quad}$ の外に出す。

② $\sqrt{\quad}$ の中 どうし, $\sqrt{\quad}$ の外 どうし をかける。

ただし $\sqrt{\quad}$ の中はまだ計算しない。

③ $\sqrt{\quad}$ の中に **2乗の数** ができたら $\sqrt{\quad}$ の外に出す。

$$\begin{aligned} & \sqrt{12} \times \sqrt{270} \\ &= 2\sqrt{3} \times 3\sqrt{2 \times 3 \times 5} \\ &= 6\sqrt{3 \times 2 \times 3 \times 5} \\ &= 6\sqrt{2 \times 3^2 \times 5} \\ &= 6 \times 3\sqrt{2 \times 5} \\ &= 18\sqrt{10} \end{aligned}$$

Warm Up

次の計算をなさい。

(1) $\sqrt{6} \times \sqrt{7}$

(2) $\sqrt{45} \times \sqrt{5}$

(3) $\sqrt{8} \times (-3\sqrt{14})$

解説

(1) $\sqrt{6} \times \sqrt{7}$

$= \sqrt{2 \times 3} \times \sqrt{7}$

$= \sqrt{2 \times 3 \times 7}$

$= \sqrt{42}$

① $\sqrt{\quad}$ の中を素因数分解する

② $\sqrt{\quad}$ の中どうしをかける

③ 2乗の数はない

(2) $\sqrt{45} \times \sqrt{5}$

$= 3\sqrt{5} \times \sqrt{5}$

$= 3\sqrt{5^2}$

$= 3 \times 5$

$= 15$

① $\sqrt{\quad}$ の中を素因数分解し, 2乗の数は $\sqrt{\quad}$ の外に出す

② $\sqrt{\quad}$ の中どうしをかける

③ 2乗の数を $\sqrt{\quad}$ の外に出す

(3) $\sqrt{8} \times (-3\sqrt{14})$

$= 2\sqrt{2} \times (-3\sqrt{2 \times 7})$

$= -6\sqrt{2^2 \times 7}$

$= -6 \times 2\sqrt{7}$

$= -12\sqrt{7}$

① $\sqrt{\quad}$ の中を素因数分解し, 2乗の数は $\sqrt{\quad}$ の外に出す

② $\sqrt{\quad}$ の中どうし, $\sqrt{\quad}$ の外どうしをかける

③ 2乗の数を $\sqrt{\quad}$ の外に出す

2
平方根

Try

次の計算をなさい。

(1) $\sqrt{3} \times \sqrt{7}$

(2) $\sqrt{5} \times (-\sqrt{5})$

(3) $\sqrt{2} \times \sqrt{8}$

(4) $(-\sqrt{6}) \times \sqrt{18}$

(5) $\sqrt{8} \times \sqrt{12}$

(6) $-2\sqrt{15} \times (-3\sqrt{10})$

(7) $4\sqrt{2} \times (-\sqrt{12}) \times 2\sqrt{3}$

Exercise

次の計算をなさい。

(1) $\sqrt{3} \times \sqrt{5}$

(2) $\sqrt{2} \times (-\sqrt{3})$

(3) $-\sqrt{7} \times (-\sqrt{5})$

(4) $\sqrt{3} \times \sqrt{3}$

(5) $\sqrt{15} \times (-\sqrt{15})$

(6) $-\sqrt{9} \times \sqrt{9}$

(7) $\sqrt{5} \times (-\sqrt{20})$

(8) $\sqrt{3} \times \sqrt{12}$

(9) $-\sqrt{28} \times (-\sqrt{7})$

(10) $\sqrt{27} \times \sqrt{6}$

(11) $\sqrt{3} \times (-\sqrt{15})$

(12) $-\sqrt{10} \times \sqrt{45}$

(13) $-\sqrt{32} \times \sqrt{12}$

(14) $\sqrt{20} \times \sqrt{18}$

(15) $\sqrt{45} \times (-\sqrt{8})$

(16) $3\sqrt{6} \times 2\sqrt{3}$

(17) $3\sqrt{5} \times (-\sqrt{10})$

(18) $-3\sqrt{14} \times (-2\sqrt{21})$

(19) $\sqrt{3} \times \sqrt{5} \times \sqrt{6}$

(20) $2\sqrt{5} \times (-\sqrt{45}) \times (-\sqrt{24})$

(21) $-3\sqrt{3} \times (-\sqrt{12}) \times (-2\sqrt{6})$

Point!

❗ 分母に√がある数は、分母・分子に同じ数をかけて、分母の√をなくす。

(この変形を、「分母の有理化」という)

$$\frac{b}{\sqrt{a}} = \frac{b \times \sqrt{a}}{\sqrt{a} \times \sqrt{a}} = \frac{b\sqrt{a}}{a}$$

$\sqrt{a} \times \sqrt{a} = \sqrt{a^2} = a$
 同じ√をかけると、√がとれる

〈例〉 $\frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

❗ 分母の有理化をする前に、√の中に **2乗の数** があるときは、すべて√の外に出す。

❗ √をふくむ分数では、√の中どうし、√の外どうしで約分する。☺

Warm Up

次の数を分母に√をふくまない形に変形しなさい。

(1) $\frac{8}{\sqrt{2}}$

(2) $\frac{10}{3\sqrt{5}}$

(3) $\frac{12}{\sqrt{18}}$

解説 (1) $\frac{8}{\sqrt{2}} \dots\dots\dots$ 分母・分子に√2をかける

$$= \frac{8 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$$

$$= \frac{8\sqrt{2}}{2} \dots\dots\dots$$
 √の外どうしで約分する

$$= 4\sqrt{2}$$

(2) $\frac{10}{3\sqrt{5}} \dots\dots\dots$ 分母・分子に√5をかける

$$= \frac{10 \times \sqrt{5}}{3\sqrt{5} \times \sqrt{5}}$$

$$= \frac{10\sqrt{5}}{3 \times 5}$$

$$= \frac{2\sqrt{5}}{3}$$

(3) $\frac{12}{\sqrt{18}} \dots\dots\dots$ 2乗の数を√の外に出す

$$= \frac{12}{3\sqrt{2}}$$

$$= \frac{12 \times \sqrt{2}}{3\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$$

$$= \frac{12\sqrt{2}}{3 \times 2}$$

$$= 2\sqrt{2}$$

Try

次の数を分母に $\sqrt{\quad}$ をふくまない形に変形しなさい。

(1) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$

(2) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

(3) $\frac{20}{\sqrt{5}}$

(4) $\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{3}}$

(5) $\frac{8}{3\sqrt{2}}$

(6) $\frac{8}{\sqrt{32}}$

Exercise

次の数を分母に $\sqrt{\quad}$ をふくまない形に変形しなさい。

(1) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$

(2) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

(3) $\frac{4}{\sqrt{7}}$

(4) $\frac{4}{\sqrt{5}}$

(5) $\frac{6}{\sqrt{3}}$

(6) $\frac{2}{\sqrt{6}}$

(7) $\frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}$

(8) $\frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{7}}$

(9) $\frac{5}{2\sqrt{5}}$

(10) $\frac{6}{5\sqrt{3}}$

(11) $\frac{3}{5\sqrt{6}}$

(12) $\frac{3}{2\sqrt{15}}$

(13) $\frac{6}{\sqrt{45}}$

(14) $\frac{5}{\sqrt{18}}$

(15) $\frac{2}{\sqrt{8}}$

(16) $\frac{8}{\sqrt{24}}$

(17) $\frac{18}{\sqrt{54}}$

(18) $\frac{8}{\sqrt{72}}$

Point!

① $\sqrt{\quad}$ をふくむ数のわり算は、まず符号を決め、**分数の形に表す**。

$$\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad \sqrt{a} \div \sqrt{b} \div \sqrt{c} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b} \times \sqrt{c}} \quad \sqrt{a} \div \sqrt{b} \times \sqrt{c} = \frac{\sqrt{a} \times \sqrt{c}}{\sqrt{b}}$$

次に、 $\sqrt{\quad}$ の中どうし、 $\sqrt{\quad}$ の外どうしで **約分** する。☺

② 計算の答え方のきまり

- ・ $\sqrt{\quad}$ の中に **2乗の数** があるときは、すべて $\sqrt{\quad}$ の外に出す。
- ・ **分母** に $\sqrt{\quad}$ がいない形にする。☺

Warm Up

次の計算をしなさい。

(1) $\sqrt{72} \div \sqrt{6}$

(2) $4\sqrt{3} \div (-\sqrt{54})$

(3) $\sqrt{48} \div 10\sqrt{3} \times 5\sqrt{2}$

解説

(1) $\sqrt{72} \div \sqrt{6}$ ● 符号を決め、分数の形に表す

$$= \frac{\sqrt{72}^{12}}{\sqrt{6}_1}$$

● $\sqrt{\quad}$ の中どうし約分する

$$= \sqrt{12}$$

● 2乗の数を $\sqrt{\quad}$ の外に出す

$$= 2\sqrt{3}$$

(2) $4\sqrt{3} \div (-\sqrt{54})$ ● 符号を決め、分数の形に表す

$$= -\frac{4\sqrt{3}^1}{\sqrt{54}_{18}}$$

● $\sqrt{\quad}$ の中どうし約分する

$$= -\frac{4}{\sqrt{18}}$$

● 2乗の数を $\sqrt{\quad}$ の外に出す

$$= -\frac{4}{3\sqrt{2}}$$

● 分母の $\sqrt{\quad}$ をなくす

$$= -\frac{4 \times \sqrt{2}}{3\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$$

● 最後に約分できるか確認する

$$= -\frac{2^2 4 \sqrt{2}}{3 \times 2_1}$$

$$= -\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

(3) $\sqrt{48} \div 10\sqrt{3} \times 5\sqrt{2}$ ● 分数の形に表す

$$= \frac{\sqrt{48}^{16} \times 5\sqrt{2}^1}{2 \cdot 10\sqrt{3}_1}$$

● $\sqrt{\quad}$ の中どうし、外どうしで約分する

$$= \frac{\sqrt{16} \times \sqrt{2}}{2}$$

● 2乗の数を $\sqrt{\quad}$ の外に出す

$$= \frac{2^2 4 \times \sqrt{2}}{2_1}$$

● 最後に約分できるか確認する

$$= 2\sqrt{2}$$

2
平方根

Try

次の計算をなさい。

(1) $-\sqrt{56} \div \sqrt{7}$

(2) $\sqrt{15} \div (-\sqrt{40})$

(3) $-\sqrt{48} \div (-2\sqrt{3})$

(4) $3\sqrt{10} \div \sqrt{15} \div \sqrt{6}$

(5) $-\sqrt{8} \times \sqrt{6} \div (-\sqrt{30})$

(6) $5\sqrt{10} \div (-\sqrt{75}) \times \sqrt{6}$

Exercise

次の計算をなさい。

(1) $\sqrt{12} \div \sqrt{6}$

(2) $-\sqrt{36} \div \sqrt{6}$

(3) $\sqrt{24} \div (-\sqrt{2})$

(4) $-\sqrt{96} \div \sqrt{3}$

(5) $\sqrt{45} \div \sqrt{5}$

(6) $\sqrt{54} \div (-\sqrt{6})$

(7) $\sqrt{5} \div \sqrt{10}$

(8) $-\sqrt{75} \div \sqrt{45}$

(9) $2\sqrt{21} \div \sqrt{3}$

(10) $-\sqrt{32} \div 2\sqrt{2}$

(11) $-5\sqrt{3} \div \sqrt{15}$

(12) $-7\sqrt{2} \div (-\sqrt{28})$

(13) $\sqrt{84} \div (-\sqrt{6}) \div \sqrt{21}$

(14) $5\sqrt{10} \div 3\sqrt{15} \div \sqrt{6}$

(15) $\sqrt{54} \times 4\sqrt{3} \div (-2\sqrt{6})$

(16) $(-2\sqrt{2}) \times \sqrt{15} \div (-\sqrt{20})$

(17) $(-\sqrt{21}) \div \sqrt{6} \times \sqrt{2}$

(18) $\sqrt{24} \div 2\sqrt{3} \times (-\sqrt{2})$

Try

$\sqrt{3}=1.732$, $\sqrt{30}=5.477$ として, 次の値を求めなさい。

(1) $\sqrt{12}$

(2) $\frac{3}{2\sqrt{3}}$

(3) $\sqrt{300}$

(4) $\sqrt{3000}$

(5) $\sqrt{0.03}$

(6) $\sqrt{0.3}$

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) $\sqrt{2}=1.414$, $\sqrt{20}=4.472$ として, 次の値を求めなさい。

① $\sqrt{18}$

② $\frac{2}{5\sqrt{2}}$

③ $\sqrt{200}$

④ $\sqrt{2000}$

⑤ $\sqrt{0.02}$

⑥ $\sqrt{0.2}$

(2) $\sqrt{7}=2.646$, $\sqrt{70}=8.367$ として, 次の値を求めなさい。

① $\sqrt{63}$

② $\frac{1}{\sqrt{7}}$

③ $\sqrt{700}$

④ $\sqrt{7000}$

⑤ $\sqrt{0.07}$

⑥ $\sqrt{0.7}$

Try

次の問いに答えなさい。

- (1) $\sqrt{56n}$ が自然数となるような、もっとも小さい自然数 n の値を求めなさい。
- (2) $\sqrt{\frac{48n}{5}}$ が自然数となるような、もっとも小さい自然数 n の値を求めなさい。
- ★★ (3) $\sqrt{17-x}$ の値が自然数となるような自然数 x の値をすべて求めなさい。

Exercise

次の問いに答えなさい。

- (1) $\sqrt{24n}$ の値が自然数となるような、もっとも小さい自然数 n の値を求めなさい。
- (2) $\sqrt{54n}$ の値が自然数となるような、もっとも小さい自然数 n の値を求めなさい。
- (3) $\sqrt{\frac{28n}{3}}$ が自然数となるような、もっとも小さい自然数 n の値を求めなさい。
- (4) $\sqrt{\frac{80n}{7}}$ が自然数となるような、もっとも小さい自然数 n の値を求めなさい。
- ★★ (5) $\sqrt{8-n}$ の値が自然数となるような自然数 n の値をすべて求めなさい。
- ★★ (6) $\sqrt{20-a}$ の値が自然数となるような自然数 a の値をすべて求めなさい。

2-11 加法と減法

Point!

! $\sqrt{\quad}$ をふくむ数の加減は、文字式と同じように考えて計算する。

- ・ $\sqrt{\quad}$ の外の数 だけ計算する。

〈例〉 $6\sqrt{3} + \sqrt{3} = 7\sqrt{3}$ $6a + a = 7a$

- ・ $\sqrt{\quad}$ の中の数が異なる ときは、計算できない。

〈例〉 $3\sqrt{3} + 3\sqrt{2} - 4\sqrt{3} = -\sqrt{3} + 3\sqrt{2}$ $3a + 3b - 4a = -a + 3b$

! 加減の前の準備

- ・ $\sqrt{\quad}$ の中に 2乗の数 があるときは、すべて $\sqrt{\quad}$ の外に出す。
- ・ 分母 に $\sqrt{\quad}$ がない形にする。☺

! 次のよく使われる変形は暗記する。

$\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ ☺

Warm Up

次の計算をしなさい。

(1) $4\sqrt{2} - \sqrt{2}$ よくあるまちがい

(2) $4\sqrt{11} + 5\sqrt{6} - 2\sqrt{6} - 8\sqrt{11}$ よくあるまちがい

(3) $3\sqrt{12} + \sqrt{75} - 2\sqrt{27}$

(4) $\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{24}}{5}$

解説

(1) よくあるまちがい

<p>正 $4\sqrt{2} - \sqrt{2}$ $= 3\sqrt{2}$</p>	<p>文字式と同じように考える $4a - a = 3a$</p>	<p>誤 $4\sqrt{2} - \sqrt{2}$ $= 4$</p>
--	--	--

(2) よくあるまちがい

<p>正 $4\sqrt{11} + 5\sqrt{6} - 2\sqrt{6} - 8\sqrt{11}$ $= -4\sqrt{11} + 3\sqrt{6}$ これ以上計算できない</p>	<p>誤 $4\sqrt{11} + 5\sqrt{6} - 2\sqrt{6} - 8\sqrt{11}$ $= -4\sqrt{11} + 3\sqrt{6}$ $= -\sqrt{17}$ √の中の数が異なるのに、計算している</p>
---	---

(3) $3\sqrt{12} + \sqrt{75} - 2\sqrt{27}$ 2乗の数を√の外に出す
 $= 3 \times 2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 2 \times 3\sqrt{3}$
 $= 6\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 6\sqrt{3}$
 $= 5\sqrt{3}$

(4) $\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{24}}{5}$ 分母の√をなくす
2乗の数を√の外に出す
 $= \frac{4\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} - \frac{2\sqrt{6}}{5}$
 $= \frac{4\sqrt{6}}{2} - \frac{2\sqrt{6}}{5}$ 約分する
 $= 2\sqrt{6} - \frac{2\sqrt{6}}{5}$ 通分する
 $= \frac{10\sqrt{6}}{5} - \frac{2\sqrt{6}}{5}$
 $= \frac{8\sqrt{6}}{5}$

Try

次の計算をなさい。

(1) $3\sqrt{5} + 2\sqrt{5}$

(2) $4\sqrt{6} - \sqrt{6}$

(3) $4\sqrt{7} - \sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 2\sqrt{7}$

(4) $\sqrt{8} + \sqrt{18}$

(5) $\sqrt{24} - \sqrt{54}$

(6) $2\sqrt{20} - 3\sqrt{24} + \sqrt{54} - \sqrt{45}$

(7) $\sqrt{12} + \sqrt{27} - \frac{12}{\sqrt{3}}$

(8) $\frac{\sqrt{24}}{3} - \frac{1}{\sqrt{6}}$

Exercise

次の計算をなさい。

(1) $2\sqrt{3} + 4\sqrt{3}$

(2) $3\sqrt{6} + \sqrt{6}$

(3) $8\sqrt{2} - 6\sqrt{2}$

(4) $5\sqrt{3} - \sqrt{3}$

(5) $4\sqrt{3} - 5\sqrt{7} + 3\sqrt{7} - 6\sqrt{3}$

(6) $2\sqrt{5} + \sqrt{3} + 3\sqrt{5} - 5\sqrt{3}$

(7) $\sqrt{12} + \sqrt{75}$

(8) $\sqrt{48} + \sqrt{12}$

(9) $\sqrt{27} - \sqrt{12}$

(10) $\sqrt{18} - \sqrt{8}$

(11) $\sqrt{28} - \sqrt{54} - \sqrt{24} + \sqrt{63}$

(12) $\sqrt{72} + \sqrt{24} - \sqrt{18} - \sqrt{96}$

(13) $\sqrt{45} - 4\sqrt{3} - \sqrt{20} + \sqrt{12}$

(14) $4\sqrt{12} + \sqrt{20} - \sqrt{75} - 2\sqrt{45}$

(15) $5\sqrt{2} + \frac{4}{\sqrt{2}}$

(16) $\sqrt{45} + \sqrt{5} + \frac{10}{\sqrt{5}}$

(17) $-\frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{50}}{4}$

(18) $\frac{5}{\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{24}}{4}$

Point!

- ❗ √をふくむ加減乗除も、かけ算・わり算を先に計算する。分配法則も利用できる。
- ❗ 計算の答え方のきまり
 - ・√の中に **2乗の数** があるときは、すべて√の外に出す。
 - ・ **分母** に√がない形にする。☺

Warm Up

次の計算をしなさい。

(1) $\frac{7}{\sqrt{7}} - \sqrt{2} \times \sqrt{14}$

(2) $(3\sqrt{8} - 3\sqrt{2}) \div \sqrt{3}$

(3) $\sqrt{3}(2\sqrt{6} - \sqrt{27})$

解説 (1) $\frac{7}{\sqrt{7}} - \sqrt{2} \times \sqrt{14}$ かけ算を計算する

$$= \frac{7}{\sqrt{7}} - \sqrt{2} \times \sqrt{2 \times 7}$$

$$= \frac{7}{\sqrt{7}} - \sqrt{2^2 \times 7}$$

$$= \frac{7}{\sqrt{7}} - 2\sqrt{7}$$
 分母の√をなくす

$$= \frac{7 \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} - 2\sqrt{7}$$

$$= \frac{7\sqrt{7}}{7} - 2\sqrt{7}$$

$$= \sqrt{7} - 2\sqrt{7}$$

$$= -\sqrt{7}$$

(2) $(3\sqrt{8} - 3\sqrt{2}) \div \sqrt{3}$

$$= (3 \times 2\sqrt{2} - 3\sqrt{2}) \div \sqrt{3}$$
 カッコの中を計算する

$$= (6\sqrt{2} - 3\sqrt{2}) \div \sqrt{3}$$

$$= 3\sqrt{2} \div \sqrt{3}$$

$$= \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{3\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$$

$$= \frac{3\sqrt{6}}{3}$$

$$= \sqrt{6}$$

(3) $\sqrt{3}(2\sqrt{6} - \sqrt{27})$

$$= \sqrt{3}(2\sqrt{6} - 3\sqrt{3})$$
 カッコの中が計算できないので分配法則を使う

$$= \sqrt{3} \times 2\sqrt{6} - \sqrt{3} \times 3\sqrt{3}$$

$$= \sqrt{3} \times 2\sqrt{2 \times 3} - \sqrt{3} \times 3\sqrt{3}$$

$$= 2\sqrt{2} \times 3 - 3 \times 3$$

$$= 2 \times 3\sqrt{2} - 9$$

$$= 6\sqrt{2} - 9$$

Try

次の計算をなさい。

(1) $\sqrt{32} - \sqrt{10} \times \sqrt{5}$

(2) $\frac{12}{\sqrt{3}} - \sqrt{6} \times \sqrt{18}$

(3) $-\frac{\sqrt{27}}{9} - \sqrt{6} \div (-\sqrt{8})$

(4) $(7\sqrt{3} - 2\sqrt{12}) \div \sqrt{5}$

(5) $\sqrt{3}(\sqrt{2} + \sqrt{12})$

(6) $\sqrt{2}(\sqrt{2} - 3) + 3(\sqrt{2} + 3)$

Exercise

次の計算をなさい。

(1) $5\sqrt{3} - 3\sqrt{2} \times \sqrt{6}$

(2) $5\sqrt{2} + \sqrt{6} \times \sqrt{3}$

(3) $\frac{10}{\sqrt{5}} + \sqrt{15} \times \sqrt{3}$

(4) $\frac{6}{\sqrt{3}} - 3\sqrt{6} \times \sqrt{8}$

(5) $\sqrt{12} - \sqrt{54} \div \sqrt{2}$

(6) $\sqrt{18} + \sqrt{96} \div \sqrt{3}$

(7) $\frac{12}{\sqrt{3}} + \sqrt{72} \div \sqrt{6}$

(8) $\frac{\sqrt{8}}{4} - \sqrt{27} \div \sqrt{6}$

(9) $(5\sqrt{2} - 2\sqrt{8}) \div \sqrt{3}$

(10) $(\sqrt{27} - 3\sqrt{12}) \div \sqrt{5}$

(11) $(\sqrt{50} - \sqrt{8}) \div \sqrt{6}$

(12) $\sqrt{6}(\sqrt{3} + \sqrt{2})$

(13) $\sqrt{3}(2\sqrt{6} - \sqrt{12})$

(14) $\sqrt{2}(\sqrt{6} - \sqrt{8})$

(15) $\sqrt{3}(2 + \sqrt{6}) - \sqrt{2}(3 - \sqrt{6})$

(16) $\sqrt{2}(3\sqrt{14} - 5\sqrt{2}) - \sqrt{3}(\sqrt{27} - \sqrt{12})$

Point!

! $\sqrt{\quad}$ をふくむ計算でも、乗法公式や分配法則が利用できる。

$(\quad + \quad)^2$ の形 $\rightarrow (x+a)^2 = \underline{x^2 + 2ax + a^2}$

$(\quad - \quad)^2$ の形 $\rightarrow (x-a)^2 = \underline{x^2 - 2ax + a^2}$

$(\bullet + \square)(\bullet - \square)$ の形 $\rightarrow (x+a)(x-a) = \underline{x^2 - a^2}$

$(\bullet \quad)(\bullet \quad)$ の形 $\rightarrow (x+a)(x+b) = \underline{x^2 + (a+b)x + ab}$

公式が使えない形 $\rightarrow (a+b)(c+d) = \underline{ac + ad + bc + bd}$ ☹

Warm Up

次の計算をなさい。

(1) $(2\sqrt{7}+3)(\sqrt{7}-1)$

(2) $(4\sqrt{3}-\sqrt{6})^2$

(3) $(\sqrt{5}+\sqrt{11})(\sqrt{5}-3\sqrt{11})$

解説

(1) $(2\sqrt{7}+3)(\sqrt{7}-1)$

..... 乗法公式が使えないので、分配法則を使う

$= 2\sqrt{7} \times \sqrt{7} - 2\sqrt{7} + 3\sqrt{7} - 3$
 $= 14 - 2\sqrt{7} + 3\sqrt{7} - 3$
 $= 11 + \sqrt{7}$

(2) $(4\sqrt{3}-\sqrt{6})^2$

..... $(\quad - \quad)^2$ の形 $\rightarrow x^2 - 2ax + a^2$

$= \underline{(4\sqrt{3})^2} - 2 \times \underline{4\sqrt{3}} \times \underline{\sqrt{6}} + \underline{(\sqrt{6})^2}$
 $x^2 \quad x \quad a \quad a^2$
 $= 16 \times 3 - 2 \times 4\sqrt{3} \times 2 \times 3 + 6$
 $= 48 - 24\sqrt{2} + 6$
 $= 54 - 24\sqrt{2}$

(3) $(\sqrt{5}+\sqrt{11})(\sqrt{5}-3\sqrt{11})$

..... $(\bullet \quad)(\bullet \quad)$ の形 $\rightarrow x^2 + (a+b)x + ab$

$= \underline{(\sqrt{5})^2} - \underline{2\sqrt{11}} \times \underline{\sqrt{5}} + \underline{\sqrt{11}} \times \underline{(-3\sqrt{11})}$
 $x^2 \quad + (a+b) \quad x \quad a \quad b$
 $= 5 - 2\sqrt{11} \times 5 - 3 \times 11$
 $= 5 - 2\sqrt{55} - 33$
 $= -28 - 2\sqrt{55}$

..... この途中式は省略してもよい

Try

次の計算をなさい。

(1) $(2\sqrt{3}+5)(\sqrt{3}-1)$

(2) $(\sqrt{2}-4\sqrt{3})(\sqrt{2}+3\sqrt{3})$

(3) $(\sqrt{3}-2\sqrt{5})^2$

(4) $(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)$

(5) $(3\sqrt{2}-2)(3\sqrt{2}+5)-(4\sqrt{2}+3)^2$

Exercise

次の計算をなさい。

(1) $(\sqrt{2}+1)(\sqrt{3}+2)$

(2) $(3\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}-3)$

(3) $(\sqrt{2}-3)(\sqrt{2}+5)$

(4) $(2\sqrt{3}+6)(2\sqrt{3}-7)$

(5) $(\sqrt{6}-2\sqrt{3})(\sqrt{6}+\sqrt{3})$

(6) $(4\sqrt{3}-2\sqrt{6})(4\sqrt{3}+\sqrt{6})$

(7) $(\sqrt{2}+1)^2$

(8) $(2\sqrt{3}+\sqrt{5})^2$

(9) $(\sqrt{3}+\sqrt{6})^2$

(10) $(\sqrt{3}-4)^2$

(11) $(\sqrt{5}-\sqrt{2})^2$

(12) $(2\sqrt{3}-\sqrt{2})^2$

(13) $(4+2\sqrt{3})(4-2\sqrt{3})$

(14) $(2\sqrt{3}+2\sqrt{2})(2\sqrt{3}-2\sqrt{2})$

(15) $(\sqrt{3}+2)^2-\sqrt{48}$

(16) $(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})+\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{12}}$

(17) $(3\sqrt{3}+1)(1-\sqrt{3})-(1-\sqrt{3})^2$

(18) $(4-\sqrt{2})^2-(\sqrt{5}-2\sqrt{3})(\sqrt{5}+2\sqrt{3})$

Point!

❗ 式の数値は、因数分解してから代入する。

❗ 式を代入するときは、必ず かっこをつける。☞

Warm Up

次の問いに答えなさい。

(1) $x = \sqrt{2} + 5$ のとき、 $x^2 - 10x + 16$ の式の数値を求めなさい。

(2) $x = \sqrt{6} + 2$ 、 $y = \sqrt{6} - 2$ のとき、 $x^2 - y^2$ の式の数値を求めなさい。

解説 (1) $x^2 - 10x + 16$ ●..... 代入する前に因数分解する

$$= (x - 2)(x - 8) \quad \bullet \dots\dots\dots \text{式を代入するときは、かっこをつける}$$

$$= \{(\sqrt{2} + 5) - 2\} \{(\sqrt{2} + 5) - 8\}$$

$$= (\sqrt{2} + 5 - 2)(\sqrt{2} + 5 - 8)$$

$$= (\sqrt{2} + 3)(\sqrt{2} - 3)$$

$$= (\sqrt{2})^2 - 3^2$$

$$= 2 - 9$$

$$= -7$$

(2) $x^2 - y^2$

$$= (x + y)(x - y)$$

$$= \{(\sqrt{6} + 2) + (\sqrt{6} - 2)\} \{(\sqrt{6} + 2) - (\sqrt{6} - 2)\}$$

$$= (\sqrt{6} + 2 + \sqrt{6} - 2)(\sqrt{6} + 2 - \sqrt{6} + 2)$$

$$= 2\sqrt{6} \times 4 \quad \bullet \dots\dots\dots () \text{ と } () \text{ の間には } \times \text{ が省略されている}$$

$$= 8\sqrt{6}$$

2
平方根

Try

次の問いに答えなさい。

(1) $x = \sqrt{7} + 3$ のとき, $x^2 - 6x + 5$ の式の値を求めなさい。

(2) $x = \sqrt{5} + \sqrt{2}$, $y = \sqrt{5} - \sqrt{2}$ のとき, 次の式の値を求めなさい。

① $x^2 - y^2$

② $x^2 - 2xy + y^2$

③ $xy^2 - x^2y$

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) $x = \sqrt{3} - 2$ のとき, $x^2 + 4x - 12$ の式の値を求めなさい。

(2) $x = 3\sqrt{2} - 1$ のとき, $x^2 + 2x + 1$ の式の値を求めなさい。

(3) $x = \sqrt{7} + 3$, $y = \sqrt{7} - 3$ のとき, 次の式の値を求めなさい。

① $x^2 - y^2$

② $x^2 + 2xy + y^2$

③ $x^2 - 2xy + y^2$

④ $x^2 - xy$

(4) $x = 2 + \sqrt{3}$, $y = 2 - \sqrt{3}$ のとき, 次の式の値を求めなさい。

① $x^2 - xy$

② $x^2 + 2xy + y^2$

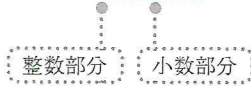
③ $x^2 - 2xy + y^2$

④ $xy^2 - x^2y$

Point!

! 小数で、小数点より左側の数を**整数部分**、右側の数を**小数部分**という。

〈例〉 $\sqrt{3} = 1.7320\dots$ $\sqrt{3}$ の整数部分は1、小数部分は0.7320...



! \sqrt{x} の整数部分は、 x を2乗の数ではさんで求める。

\sqrt{x} の小数部分は、 $\sqrt{x} - \text{整数部分}$ と表せる。

〈例〉 $\sqrt{3}$ の場合

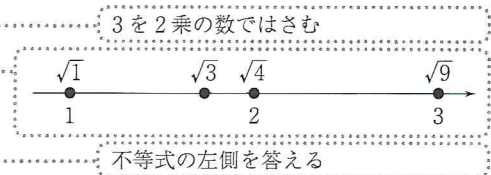
$1 < 3 < 4$ より、

$\sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4}$ つまり、

$1 < \sqrt{3} < 2$

よって、整数部分は 1

したがって、小数部分は $\sqrt{3} - 1$



Warm Up

$\sqrt{15}$ の整数部分を a 、小数部分を b とするとき、 $a^2 + 4ab + 4b^2$ の値を求めなさい。

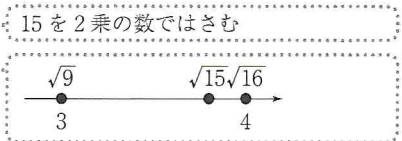
解説 まず、整数部分を求める。

$9 < 15 < 16$ より、

$\sqrt{9} < \sqrt{15} < \sqrt{16}$ つまり、

$3 < \sqrt{15} < 4$

よって、整数部分は3。したがって、 $a=3$



次に、小数部分を求める。

$b = \sqrt{15} - 3$

小数部分 = $\sqrt{x} - \text{整数部分}$

求めた a, b を代入する。

$a^2 + 4ab + 4b^2$

代入する前に因数分解する

$= (a + 2b)^2$

式を代入するときは、かっこをつける

$= \{ \underbrace{3}_a + 2(\underbrace{\sqrt{15}-3}_b) \}^2$

$= (3 + 2\sqrt{15} - 6)^2$

$= (-3 + 2\sqrt{15})^2$

$= (-3)^2 + 2 \times (-3) \times 2\sqrt{15} + (2\sqrt{15})^2$

$= 9 - 12\sqrt{15} + 4 \times 15$

$= 9 - 12\sqrt{15} + 60$

$= 69 - 12\sqrt{15}$

Try

次の問いに答えなさい。

(1) $\sqrt{5}$ の整数部分を求めなさい。

(2) $\sqrt{7}$ の小数部分を a とするとき、 a^2+4a の値を求めなさい。

(3) $\sqrt{10}$ の整数部分を a 、小数部分を b とするとき、 a^2-b^2 の値を求めなさい。

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 次の数の整数部分を求めなさい。

① $\sqrt{10}$

② $\sqrt{24}$

③ $\sqrt{60}$

(2) $\sqrt{5}$ の小数部分を x とするとき、 x^2+6x-7 の値を求めなさい。

(3) $\sqrt{10}$ の小数部分を a とするとき、 a^2+2a-3 の値を求めなさい。

(4) $\sqrt{6}$ の整数部分を a 、小数部分を b とするとき、 $a^2+2ab+b^2$ の値を求めなさい。

(5) $\sqrt{5}$ の整数部分を x 、小数部分を y とするとき、 $x^2-2xy+y^2$ の値を求めなさい。