4 次の計算をしなさい。

(1) $(\sqrt{3}+\sqrt{5})(3\sqrt{3}-\sqrt{5})$ 〈三重〉　(2) $(\sqrt{5}+4)(\sqrt{5}-1)$ 〈島根〉　(3) $(\sqrt{3}+1)^2$ 〈青森〉

演習 4

(4) $(\sqrt{7}+1)(\sqrt{7}-2)$ 〈秋田〉　(5) $(\sqrt{5}+3)^2$ 〈宮城〉　(6) $(\sqrt{6}+5)(\sqrt{6}-2)$ 〈東京〉

(7) $(\sqrt{2}-\sqrt{5})^2$ 〈千葉〉　(8) $(\sqrt{7}+\sqrt{3})(\sqrt{7}-\sqrt{3})$ 〈島根〉　(9) $(3+\sqrt{8})(2\sqrt{2}-3)$ 〈宮崎〉

(10) $(2\sqrt{3}+\sqrt{5})\left(\dfrac{6}{\sqrt{3}}-\sqrt{5}\right)$ 〈愛知〉　(11) $\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)+\sqrt{8}$ 〈香川〉　(12) $\sqrt{3}(\sqrt{3}-5)+\sqrt{48}$ 〈静岡〉

(13) $\sqrt{6}(\sqrt{2}+\sqrt{6})-\dfrac{27}{\sqrt{3}}$ 〈愛媛〉　(14) $(\sqrt{2}+1)^2-\sqrt{8}$ 〈滋賀〉　(15) $(2-\sqrt{3})^2+\sqrt{12}$ 〈山形〉

(16) $(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2+\sqrt{24}$ 〈愛知〉　(17) $\dfrac{9}{\sqrt{3}}+(\sqrt{3}-1)^2$ 〈愛媛〉　(18) $(2-\sqrt{3})^2+\dfrac{27}{\sqrt{3}}$ 〈長崎〉

5 次の問いに答えなさい。

(1) $x=3+\sqrt{3}$，$y=2\sqrt{3}$ のとき，x^2-xy の値を求めなさい。 〈茨城〉

演習 5

(2) $a=2+\sqrt{6}$，$b=2-\sqrt{6}$ のとき，a^2-b^2 の値を求めなさい。 〈滋賀〉

(3) $x=3-2\sqrt{5}$ のとき，x^2-6x-3 の値を求めなさい。 〈大阪〉

(4) $\dfrac{\sqrt{72n}}{7}$ が自然数となるような整数 n のうち，最も小さい値を求めなさい。 〈秋田〉

(5) $\sqrt{51-7a}$ が自然数となるような自然数 a のうち，最も小さい数を求めなさい。 〈香川〉

6 木星と太陽の平均距離は，778300000km であるといわれている。有効数字が 7，7，8，3 であるものとして，この距離を右の形に表しなさい。　(整数部分が 1 けたの数)×(10 の累乗) 〈山梨〉

まとめ 6

20 2次方程式

まとめ 1 2次方程式の解き方 $(x+a)^2=b$

1 平方根の考えを使った2次方程式の解き方

例 (1) $(x+1)^2=5$

$x+1=\pm\sqrt{5}$ ← 平方根をとる。

$x=-1\pm\sqrt{5}$ ← 1を移項する。

$(x+a)^2=b$ $\quad x+a=\pm\sqrt{b}$, $x=-a\pm\sqrt{b}$

(2) $(x+3)^2=4$

$x+3=\pm2$ ← 平方根をとる。

$x+3=2$ より，$x=-1$

$x+3=-2$ より，$x=-5$

よって，$x=-1$，-5

確認 1 次の方程式を解きなさい。

(1) $x^2=50$ (2) $3x^2-60=0$ (3) $(x+6)^2=2$

(4) $(x+1)^2=8$ (5) $(x+2)^2=49$ (6) $(x-1)^2=9$

(7) $(x+6)^2=81$ (8) $(x+5)^2-12=0$ (9) $(x-7)^2-25=0$

まとめ 2 2次方程式の解き方・因数分解

1 因数分解の考えを使った2次方程式の解き方

例 (1) $x^2-2x-3=0$

$(x+1)(x-3)=0$ ← 左辺を因数分解する。

$x=-1$，3

$AB=0$ ならば，$A=0$ または $B=0$

(2) $x^2+4x+4=0$

$(x+2)^2=0$ ← 左辺を因数分解する。

$x+2=0$

$x=-2$ ← 解が1つになることもある。

確認 2 次の方程式を解きなさい。

(1) $x^2+5x-14=0$ (2) $x^2+2x-15=0$ (3) $x^2-10x+9=0$

(4) $x^2+10x+24=0$ (5) $x^2-15x+56=0$ (6) $x^2-2x-8=0$

(7) $x^2+6x-7=0$ (8) $x^2+12x+27=0$ (9) $x^2-2x-48=0$

(10) $x^2-5x=0$ (11) $x^2+8x+16=0$ (12) $x^2-16x+64=0$

まとめ 3　解の公式

1　2次方程式の解の公式

例題　$3x^2+6x+1=0$ を解きなさい。

▶解の公式に $a=3$，$b=6$，$c=1$ を代入して，

$$x=\frac{-6\pm\sqrt{6^2-4\times3\times1}}{2\times3}=\frac{-6\pm\sqrt{24}}{6}=\frac{-6\pm2\sqrt{6}}{6}=\frac{-3\pm\sqrt{6}}{3}$$

2次方程式の解の公式
2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解は，

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

確認 3　次の方程式を解きなさい。

(1)　$x^2+5x+2=0$　　(2)　$x^2+3x-6=0$　　(3)　$x^2+7x+3=0$

(4)　$x^2-x-4=0$　　(5)　$2x^2-3x-4=0$　　(6)　$3x^2+5x-1=0$

(7)　$x^2-4x-6=0$　　(8)　$x^2+2x-4=0$　　(9)　$3x^2+2x-2=0$

(10)　$2x^2+6x+1=0$　　(11)　$3x^2-x-4=0$　　(12)　$2x^2+x-6=0$

まとめ 4　いろいろな2次方程式

1　いろいろな2次方程式

式を $ax^2+bx+c=0$ の形に整理してから解く。

例
$(x+3)(x+5)=x+9$
$x^2+8x+15=x+9$　（かっこをはずす。）
$x^2+7x+6=0$　（$ax^2+bx+c=0$ の形に整理する。）
$(x+1)(x+6)=0$
$x=-1,\ -6$

確認 4　次の方程式を解きなさい。

(1)　$x^2+6x=2x+21$　　(2)　$x^2-4x=3x-10$　　(3)　$x^2-14=-6x+13$

(4)　$x^2+5x+5=x+2$　　(5)　$x^2+8x-10=9x+20$　　(6)　$x^2+6x+7=-x-1$

(7)　$(x+1)(x+4)=-2$　　(8)　$(x-2)(x+5)=18$　　(9)　$(x+4)^2=-2x$

(10)　$(x+2)(x+3)=5$　　(11)　$(x-1)(x-8)=-7x+23$　　(12)　$(x+4)(x+8)=2x+7$

(13)　$(x-2)(x-8)=3x-20$　　(14)　$(x+3)(x+5)=5x+17$　　(15)　$(x+3)(x-7)=-3x-14$

まとめ 5　2次方程式の利用

1　解が与えられた2次方程式

2次方程式に与えられた解を代入し，a についての1次方程式または a，b についての連立方程式として解く。

例題　(1)　**x についての2次方程式 $x^2-12x+a=0$ の解の1つが $x=4$ のとき，a の値を求めなさい。また，もう1つの解を求めなさい。**

▶ $x^2-12x+a=0$ に $x=4$ を代入して，$4^2-12\times4+a=0$　　$16-48+a=0$　　$a=32$

もとの方程式に $a=32$ を代入して，$x^2-12x+32=0$　　$(x-4)(x-8)=0$　　$x=4,\ 8$

よって，もう1つの解は，$x=8$

(2)　**x についての2次方程式 $x^2+ax+b=0$ の解が $x=1,\ 3$ のとき，a，b の値を求めなさい。**

▶ $x^2+ax+b=0$ に $x=1,\ 3$ をそれぞれ代入して，$\begin{cases}1+a+b=0\\9+3a+b=0\end{cases}$

これを解くと，$a=-4$，$b=3$

> $x=p$，q を解とする2次方程式の1つは，$(x-p)(x-q)=0$

2　2次方程式の利用

例題　**横の長さが縦の長さより3cm長い長方形がある。この長方形の縦と横の長さをそれぞれ2cm長くしたら，面積が 70cm^2 になった。このとき，もとの長方形の縦の長さを求めなさい。**

▶もとの長方形の縦の長さを $x$cm とすると，$(x+2)(x+3+2)=70$

これを解くと，$x=5,\ -12$　　$x>0$ だから，$x=5$　　よって，5cm

確認 5　次の問いに答えなさい。

(1)　x についての2次方程式 $x^2-8x+a=0$ の解の1つが $x=3$ のとき，a の値を求めなさい。また，もう1つの解を求めなさい。

(2)　x についての2次方程式 $x^2+ax-8=0$ の解の1つが $x=8$ のとき，a の値を求めなさい。また，もう1つの解を求めなさい。

(3)　x についての2次方程式 $x^2+ax+b=0$ の解が $x=1,\ 7$ のとき，a，b の値を求めなさい。

(4)　x についての2次方程式 $x^2+ax+b=0$ の解が $x=-2,\ -4$ のとき，a，b の値を求めなさい。

確認 6　横の長さが縦の長さより4cm長い長方形がある。この長方形の縦と横の長さをそれぞれ3cm長くしたら，面積が 117cm^2 になった。このとき，もとの長方形の縦の長さを求めなさい。

確認 7　大小2つの自然数がある。その差は4で，それぞれを2乗した数の和は58である。このとき，小さい方の自然数を求めなさい。

演習問題

1 次の方程式を解きなさい。

(1) $(x-2)^2=6$ 〈京都〉 (2) $(x+1)^2=64$ 〈静岡〉 (3) $(x+3)^2-16=0$ 〈山口〉

まとめ 1

2 次の方程式を解きなさい。

(1) $x^2+x-12=0$ 〈群馬〉 (2) $x^2-6x+5=0$ 〈鳥取〉 (3) $x^2-7x-8=0$ 〈宮崎〉

(4) $x^2+6x-16=0$ 〈宮城〉 (5) $x^2-3x-18=0$ 〈兵庫〉 (6) $x^2-10x+25=0$

まとめ 2

3 次の方程式を解きなさい。

(1) $x^2+x-1=0$ 〈岡山〉 (2) $x^2+7x+5=0$ 〈佐賀〉 (3) $x^2+5x-3=0$ 〈東京〉

(4) $x^2-3x-2=0$ 〈島根〉 (5) $2x^2+5x+1=0$ 〈山梨〉 (6) $3x^2-5x+1=0$ 〈茨城・新潟〉

まとめ 3

4 次の方程式を解きなさい。

(1) $x^2=3x$ 〈青森〉 (2) $x^2=x+2$ 〈愛媛〉 (3) $x^2+7x=2x-1$ 〈熊本〉

(4) $x^2+2x=3(x+1)$ 〈愛知〉 (5) $(x+1)(x-6)+9=0$ 〈大分〉 (6) $x(x+6)=5(2x+1)$ 〈福岡〉

まとめ 4

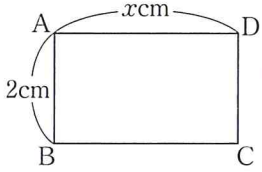
5 次の問いに答えなさい。

(1) 2次方程式 $x^2-x+a=0$ の解の1つが3のとき，a の値を求めなさい。 〈石川〉

(2) 方程式 $x^2+ax+8=0$ の解の1つが4のとき，a の値を求めなさい。また，もう1つの解も求めなさい。 〈秋田改〉

まとめ 5

6 右の図のような AB＝2cm，AD＝$x$cm の長方形 ABCD がある。この長方形を，直線 AB を軸として1回転させてできる立体の表面積は $96\pi\text{cm}^2$ であった。このとき，x の方程式をつくり，辺 AD の長さを求めなさい。ただし，π は円周率である。 〈栃木〉



まとめ 5

実戦問題

1 次の方程式を解きなさい。

(1) $(x-3)^2=5$ 〈富山〉 (2) $(x-2)^2=81$ 〈青森〉 (3) $x^2+4x+4=5$ 〈福井〉

演習 1

2 次の方程式を解きなさい。

(1) $x^2+5x-6=0$ 〈東京〉 (2) $x^2-6x-16=0$ 〈山梨〉 (3) $x^2+5x-24=0$ 〈大阪〉

演習 2

(4) $x^2-x-12=0$ 〈愛媛〉 (5) $x^2+8x-20=0$ 〈宮崎〉 (6) $x^2-9x=0$ 〈和歌山〉

3 次の方程式を解きなさい。

(1) $x^2+x-5=0$ 〈新潟〉 (2) $x^2+7x+1=0$ 〈茨城〉 (3) $x^2+3x-5=0$ 〈長崎〉

演習 3

(4) $x^2+7x+9=0$ 〈長野〉 (5) $x^2-5x-1=0$ 〈兵庫〉 (6) $x^2+5x+5=0$ 〈長崎〉

(7) $3x^2-x-1=0$ 〈石川〉 (8) $2x^2-x-2=0$ 〈香川〉 (9) $2x^2+x-5=0$ 〈三重〉

(10) $5x^2-3x-1=0$ 〈神奈川〉 (11) $3x^2+9x+5=0$ 〈東京〉 (12) $3x^2+5x+1=0$ 〈栃木・沖縄〉

(13) $3x^2-7x+3=0$ 〈福島・神奈川〉 (14) $x^2-2x-1=0$ 〈岩手改〉 (15) $3x^2-8x+2=0$ 〈神奈川〉

4 次の方程式を解きなさい。

(1) $x^2=8-x$ 〈愛知〉 (2) $x^2-4x=x-3$ 〈静岡〉 (3) $(x+3)(x-3)=2x-1$ 〈長崎〉

演習 4

(4) $x(x-1)=4(x+6)$ 〈福岡〉 (5) $(x-8)(x+2)=2(x+2)$ 〈愛知〉 (6) $(x-1)(x+2)=7(x-1)$ 〈大分〉

(7) $(x-7)(x+4)=4x-10$ 〈秋田改〉 (8) $(x+3)(x-8)+4(x+5)=0$ 〈愛知〉

(9) $(2x-5)(x+1)-(x-1)^2=0$ 〈大阪〉 (10) $(4x-3)(x-2)=3(x-2)^2-3$ 〈長崎〉