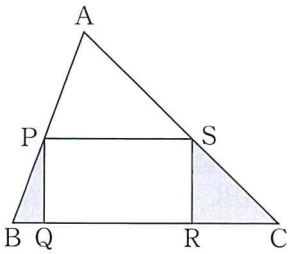
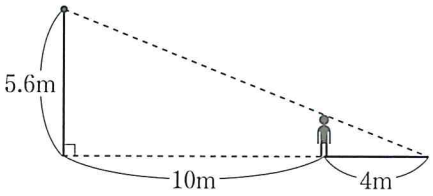
5 右の図のように，△ABC の辺 AB 上に点 P，辺 BC 上に点 Q，R，辺 CA 上に点 S を，四角形 PQRS が長方形となるようにとる。影をつけた 2 つの三角形が相似になるのは，△ABC についてどのようなことがいえるときか，すべて答えなさい。〈福井〉



演習 1, 2

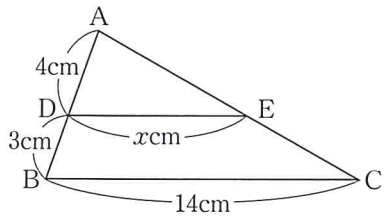
6 右の図のように，高さ 5.6m の照明灯の真下から 10m 離れたところに太郎さんが立っている。太郎さんの影の長さは 4m であった。このとき，太郎さんの身長は何 m か求めなさい。〈富山〉

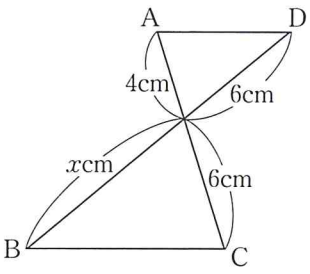


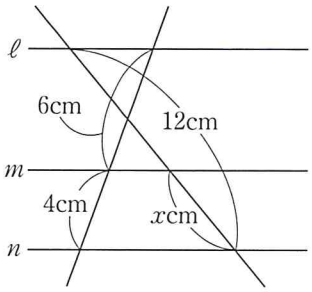
演習 3

7 次の図で，x の値を求めなさい。

(1) DE // BC 〈沖縄〉 (2) AD // BC 〈新潟〉 (3) ℓ // m // n 〈秋田〉

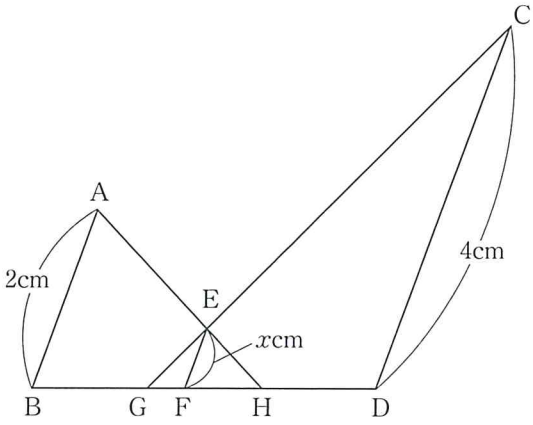






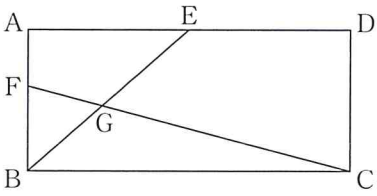
演習 4

8 右の図において，AB // CD，AB // EF，BG＝GH＝HD，AB＝2cm，CD＝4cm とし，EF＝$x$cm とする。x の値を求めなさい。〈沖縄〉



演習 5

9 右の図で，四角形 ABCD は長方形である。点 E は辺 AD の中点，点 F は辺 AB 上の点で，AF：FB＝2：3 である。線分 BE と線分 CF との交点を G とするとき，CG：GF を求めなさい。〈秋田〉



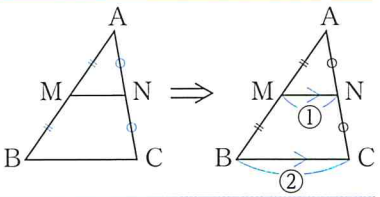
演習 5

25 中点連結定理／面積比と体積比

まとめ 1 中点連結定理

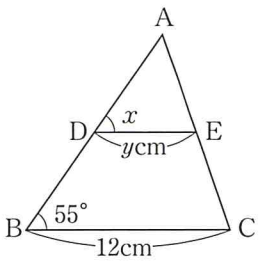
△ABC の 2 辺 AB，AC の中点をそれぞれ M，N とすると，

$MN /\!/ BC$，$MN = \frac{1}{2}BC$

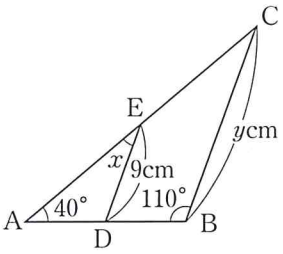


確認 1 次の図の △ABC で，点 D，E はそれぞれ辺 AB，AC の中点である。$\angle x$ の大きさと y の値を求めなさい。

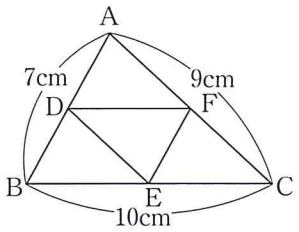
(1)



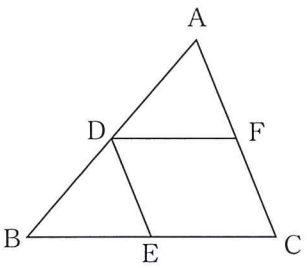
(2)



確認 2 右の図の △ABC で，辺 AB，BC，CA の中点をそれぞれ D，E，F とする。このとき，△DEF の周の長さを求めなさい。



確認 3 右の図の △ABC で，辺 AB，BC，CA の中点をそれぞれ D，E，F とする。このとき，四角形 DECF が平行四辺形であることを次のように証明した。空らんをうめて，証明を完成させなさい。



［証明］ △ABC において，D は辺 AB の中点，F は辺 AC の中点だから，

［ア］より，$DF /\!/$［イ］，$DF = \frac{1}{2}$［イ］ …①

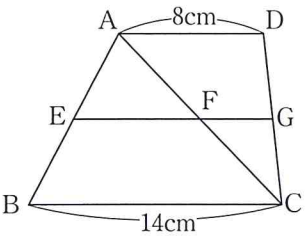
E は辺 BC の中点だから，$EC = \frac{1}{2}$［イ］ …②

①，②より，$DF /\!/$［ウ］，$DF =$［ウ］

よって，［エ］から，四角形 DECF は平行四辺形である。

確認 4 右の図の四角形 ABCD は $AD /\!/ BC$ の台形である。辺 AB，対角線 AC の中点をそれぞれ E，F とし，線分 EF の延長と辺 DC との交点を G とする。このとき，次の線分の長さを求めなさい。

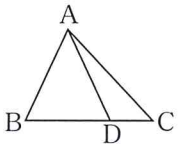
(1) 線分 EF　　(2) 線分 EG



まとめ 2　辺の比と面積比／相似な図形の面積比

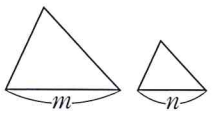
1　辺の比と面積比

高さが等しい三角形では，
面積比は底辺の比と等しい。
△ABD：△ADC＝BD：DC



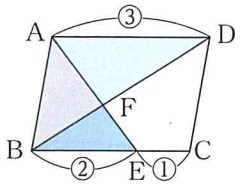
2　相似な図形の面積比

相似な平面図形では，
相似比が $m:n$ のとき，
① 周の長さの比は，$m:n$
② 面積比は，$m^2:n^2$



例　右の図の平行四辺形 ABCD で，BE：EC＝2：1 のとき，

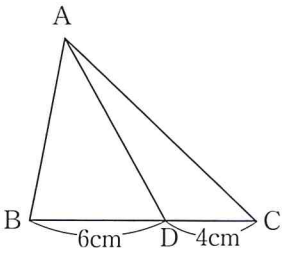
・AD // BC より，BF：FD＝BE：AD＝2：3
　よって，△ABF：△AFD＝BF：FD＝2：3　← 高さが等しいから，面積比は底辺の比
・△AFD ∽ △EFB で，相似比は AD：EB＝3：2
　よって，△AFD：△EFB＝$3^2:2^2$＝9：4　← 相似だから，面積比は相似比の 2 乗



確認 5　右の図の △ABC について，次の問いに答えなさい。

(1)　△ABD と △ADC の面積比を求めなさい。

(2)　△ABC の面積が 20cm² のとき，△ABD の面積を求めなさい。

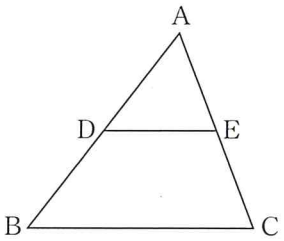


確認 6　相似比が 4：5 の相似な 2 つの図形 P，Q がある。次の問いに答えなさい。

(1)　P と Q の面積比を求めなさい。

(2)　Q の面積が 100cm² のとき，P の面積を求めなさい。

確認 7　右の図の △ABC で，辺 AB，AC の中点をそれぞれ D，E とする。このとき，△ADE と四角形 DBCE の面積比を求めなさい。

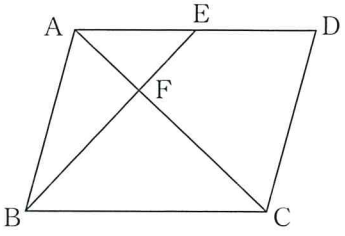


ガイド
四角形 DBCE ＝ △ABC－△ADE
まず，△ADE と △ABC の面積比を考える。

確認 8　右の図の平行四辺形 ABCD で，辺 AD の中点を E とし，対角線 AC と線分 BE との交点を F とする。次の問いに答えなさい。

(1)　△ABF と △AFE の面積比を求めなさい。

(2)　平行四辺形 ABCD の面積が 48cm² のとき，△ABE，△AFE，△CFB の面積をそれぞれ求めなさい。

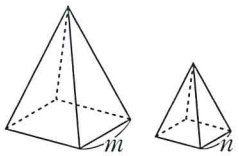


まとめ 3　相似な立体の表面積比と体積比

相似な立体では，相似比が $m:n$ のとき，

① 表面積比は，$m^2:n^2$

② 体積比は，$m^3:n^3$



● ガイド ●

相似な立体

1つの立体を形を変えずに，拡大したり縮小したりした立体は，もとの立体と相似である。

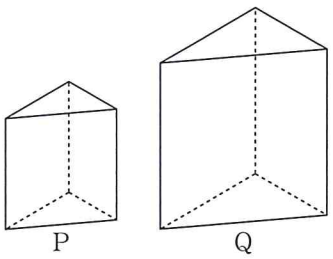
確認 9　相似比が 3：4 の相似な 2 つの立体 P，Q がある。次の問いに答えなさい。

(1)　P と Q の表面積比と体積比を求めなさい。

(2)　P の表面積が 27cm^2 のとき，Q の表面積を求めなさい。

(3)　Q の体積が 320cm^3 のとき，P の体積を求めなさい。

確認 10　右の図のように，相似な 2 つの三角柱 P，Q があり，表面積比は 4：9 である。次の問いに答えなさい。

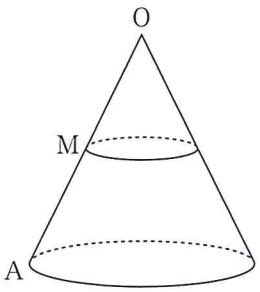


(1)　P と Q の高さの比を求めなさい。

(2)　P の体積が 80cm^3 のとき，Q の体積を求めなさい。

確認 11　球の半径を 5 倍にすると，体積は何倍になるか求めなさい。

確認 12　右の図のような円錐で，母線 OA の中点を M とする。M を通り底面に平行な平面でこの円錐を切って，2つの立体にわける。次の問いに答えなさい。



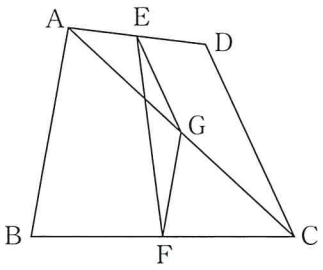
(1)　OM を母線とする円錐と，OA を母線とする円錐の，底面積の比を求めなさい。

(2)　OM を母線とする円錐と，OA を母線とする円錐の，体積比を求めなさい。

(3)　OA を母線とする円錐の体積が $72\pi\text{cm}^3$ のとき，2 つにわけた立体のうち，体積が大きい方の立体の体積を求めなさい。

演習問題

1 下の図のように，AB＝DC である四角形 ABCD があり，辺 AD，BC，対角線 AC の中点をそれぞれ E，F，G とする。このとき，△EFG が二等辺三角形であることを右のように証明した。［　　］に証明の続きを書き，証明を完成させなさい。



［証明］ △ACD において，E は辺 AD の中点，G は辺 AC の中点だから，中点連結定理より，

$EG=\frac{1}{2}DC$ …①

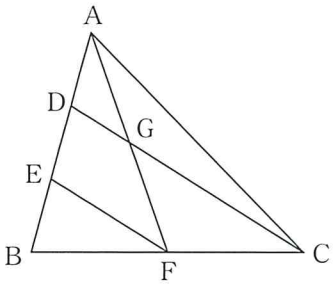
同様に，△ABC において，

まとめ 1

2 右の図の △ABC で，辺 AB を 3 等分する点を A に近い方から D，E とし，辺 BC の中点を F とする。また，線分 AF と線分 DC との交点を G とする。EF＝6cm のとき，次の問いに答えなさい。

(1) 線分 DC の長さを求めなさい。

(2) 線分 GC の長さを求めなさい。



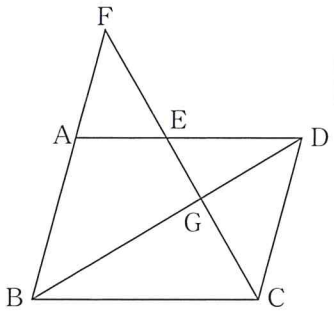
まとめ 1

3 右の図の平行四辺形 ABCD で，辺 AD 上に点 E を AE：ED＝2：3 となるようにとり，辺 BA の延長と線分 CE の延長との交点を F とする。また，対角線 BD と線分 CE との交点を G とする。次の問いに答えなさい。

(1) △EGD と △CGB の面積比を求めなさい。

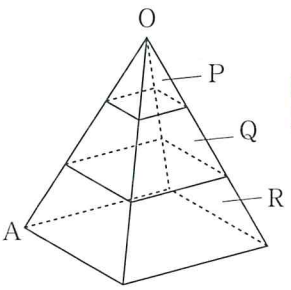
(2) △FAE と四角形 ABCE の面積比を求めなさい。

(3) △FAE の面積は，平行四辺形 ABCD の面積の何倍か求めなさい。



まとめ 2

4 右の図のような正四角錐を，辺 OA を 3 等分する点を通り底面に平行な平面で切って，3 つの立体にわけ，上から順に P，Q，R とする。P，Q，R の体積比を最も簡単な整数の比で表しなさい。

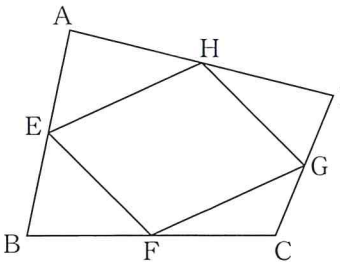


まとめ 3

実戦問題

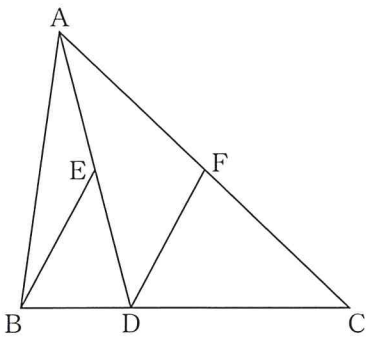
1 四角形 ABCD について，点 E，F，G，H は，それぞれ辺 AB，BC，CD，DA の中点である。四角形 EFGH が平行四辺形になることの証明を下の文に続けて完成させなさい。〈秋田〉

［証明］　対角線 AC をひき，△DAC と △BCA にわける。



演習 1

2 右の図のように，△ABC の辺 BC 上に BD：DC＝1：2 となる点 D をとる。また，線分 AD，辺 AC の中点をそれぞれ E，F とする。このとき，BE＝DF となることを証明しなさい。〈福島〉

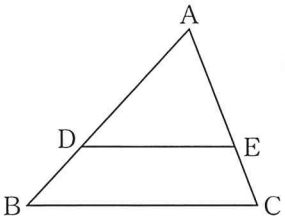


演習 1

3 相似比が 5：2 の相似な 2 つの図形 F，G がある。F の面積が 400cm^2 のとき，G の面積は何 cm^2 か，求めなさい。〈愛知〉

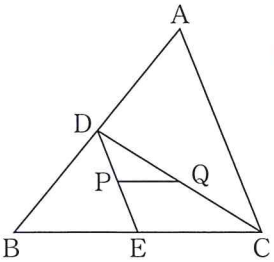
演習 3

4 右の図の △ABC において，D，E はそれぞれ辺 AB，AC 上の点で，DE // BC，AD：DB＝2：1 である。△ADE の面積が 12cm^2 のとき，△ABC の面積は何 cm^2 か，求めなさい。〈兵庫〉



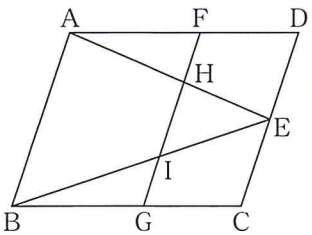
演習 3

5 右の図のように，△ABC で，2 辺 AB，BC の中点をそれぞれ D，E とし，DE，DC の中点をそれぞれ P，Q とする。このとき，△ABC の面積は △DPQ の面積の何倍になるか求めなさい。〈福井〉



演習 3

6 右の図のような平行四辺形 ABCD があり，辺 CD の中点を E とする。また，辺 AD 上に点 F を AF：FD＝4：3 となるようにとり，辺 BC 上に点 G を AB // FG となるようにとる。線分 AE と線分 FG との交点を H，線分 BE と線分 FG との交点を I とする。このとき，三角形 BGI と三角形 EHI の面積の比を最も簡単な整数の比で表しなさい。〈神奈川〉



演習 3