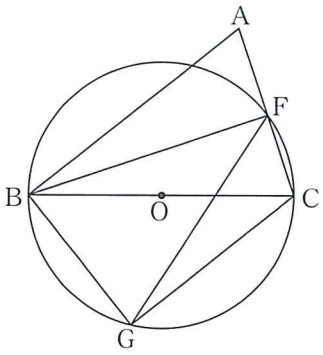
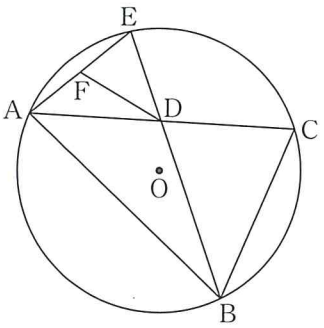
5 右の図において，円Oは，△ABCの辺BCを直径とする円である。Fは辺ACと円Oとの交点のうちCと異なる点である。FとBとを結ぶ。Gは，Cを通り辺ABに平行な直線と円Oとの交点のうちCと異なる点である。GとB，GとFとをそれぞれ結ぶ。△ABC∽△BFGであることを証明しなさい。 〈大阪抜粋〉



演習 2

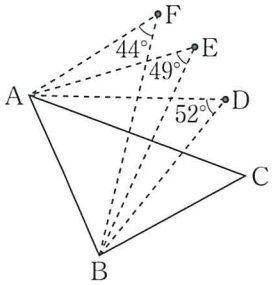
★**6** 右の図のように，円Oの周上に3点A，B，Cを AB＞BC となるようにとり，線分ACの中点をDとする。また，線分BDの延長と円Oとの交点で点Bとは異なる点をEとし，線分AEの中点をFとする。このとき，三角形ABCと三角形DFEが相似であることを証明しなさい。 〈神奈川〉



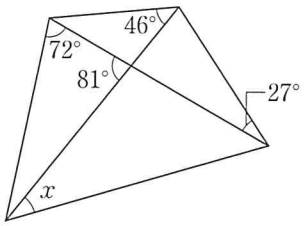
演習 2

7 次の問いに答えなさい。

(1) 下の図において，∠BAC＝46°，∠CBA＝85°とする。このとき，3点A，B，Cと同じ円周上にある点は3点D，E，Fのどれか。 〈鹿児島〉



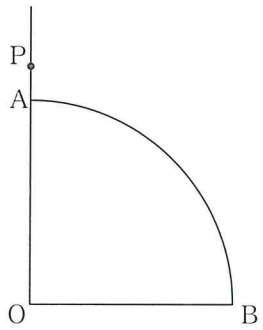
(2) 下の図で，∠xの大きさを求めなさい。 〈京都〉



演習 3

8 次の作図をしなさい。

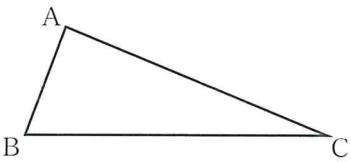
(1) 直線OA上の点Pを通る $\overset{\frown}{AB}$ の接線 〈沖縄〉



(2) 次の①，②をともに満たす点P 〈山形〉

① 線分APの長さは，辺ABの長さと等しい。

② ∠APC＝90°であり，線分APは辺BCと交わらない。



演習 3

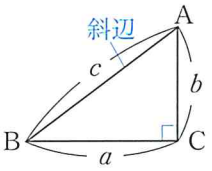
27 三平方の定理

まとめ 1 三平方の定理

1 三平方の定理

右の図の △ABC で，

$\angle C = 90^\circ \Rightarrow a^2+b^2=c^2$

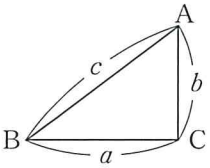


2 三平方の定理の逆

右の図の △ABC で，

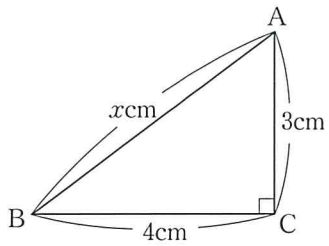
$a^2+b^2=c^2 \Rightarrow \angle C = 90^\circ$

最も長い辺の長さを c とする。

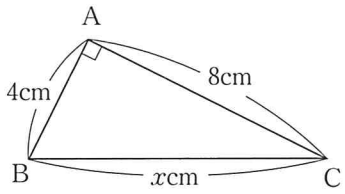


確認 1 次の図の直角三角形 ABC で，x の値を求めなさい。

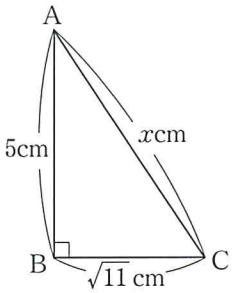
(1)



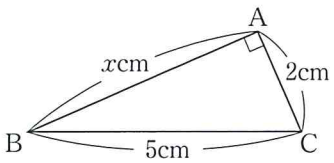
(2)



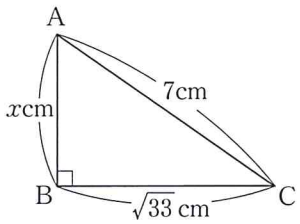
(3)



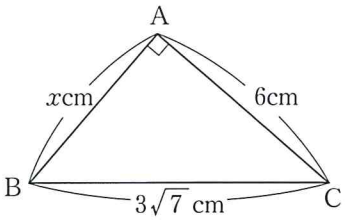
(4)



(5)

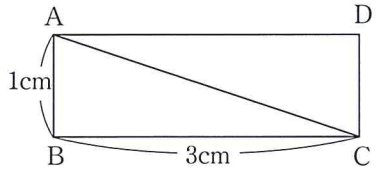


(6)

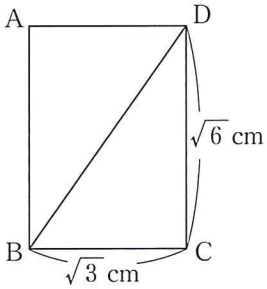


確認 2 次の図の長方形 ABCD で，対角線の長さを求めなさい。

(1)



(2)



確認 3 次の長さを 3 辺とする三角形について，直角三角形であるときは○，そうでないときは×を書きなさい。

(1) 2cm，3cm，4cm

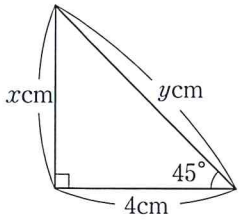
(2) 5cm，12cm，13cm

(3) 1cm，$\sqrt{2}$ cm，$\sqrt{3}$ cm

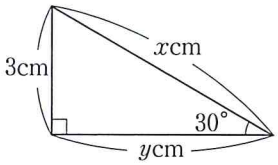
(4) 3cm，4cm，$\sqrt{7}$ cm

確認 4 次の図で，x，y の値をそれぞれ求めなさい。

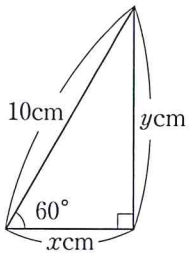
(1)



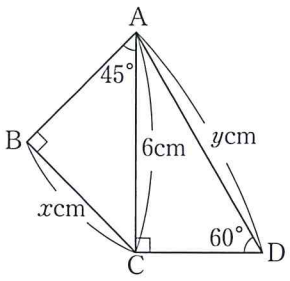
(2)



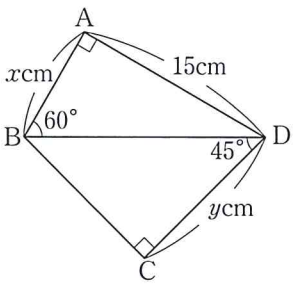
(3)



(4)

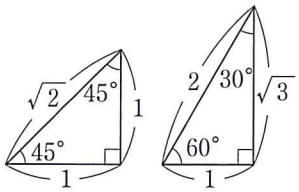


(5)



ガイド

特別な直角三角形の辺の比



まとめ 2 三平方の定理の利用

1 二等辺三角形・正三角形の高さ

例 右の図で，A から BC に垂線 AH をひくと，

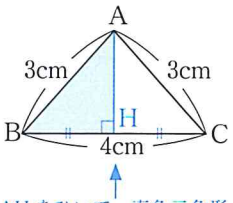
$BH = CH = 2$cm

△ABH で，三平方の定理より，

$AH^2 + BH^2 = AB^2$

$AH^2 = AB^2 - BH^2 = 3^2 - 2^2 = 5$

$AH > 0$ より，$AH = \sqrt{5}$ cm



垂線 AH をひいて，直角三角形をつくる。△ABH と △ACH の合同な直角三角形ができる。

2 2 点間の距離

例 2 点 A(−4, 1)，B(2, 6) 間の距離

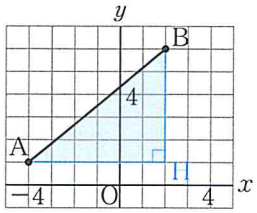
AB が斜辺，他の 2 辺が座標軸に平行な直角三角形 AHB をつくる。

$AH = 2-(-4) = 6$,

$BH = 6-1 = 5$

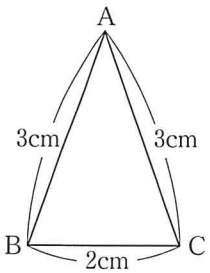
$AB^2 = AH^2 + BH^2 = 6^2 + 5^2 = 61$

$AB > 0$ より，$AB = \sqrt{61}$

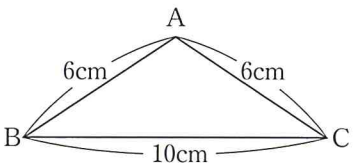


確認 5 次の図の二等辺三角形や正三角形で，辺 BC を底辺とみたときの高さをそれぞれ求めなさい。

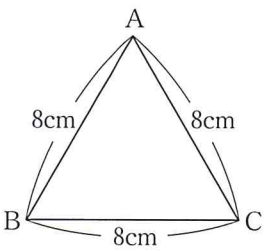
(1)



(2)

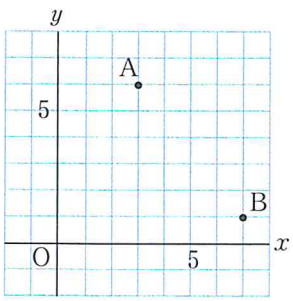


(3)

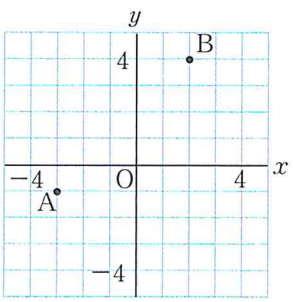


確認 6 次の図で，2 点 A，B 間の距離を求めなさい。ただし，1 目盛りを 1cm とする。

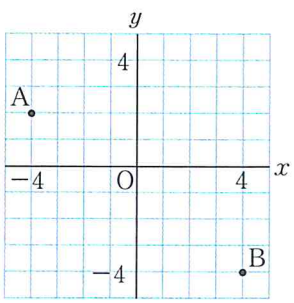
(1) A(3, 6)，B(7, 1)



(2) A(−3, −1)，B(2, 4)



(3) A(−4, 2)，B(4, −4)

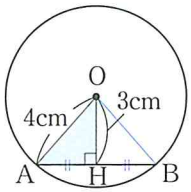


まとめ 3　円と三平方の定理

1　弦の長さ

例題　半径 4cm の円 O で，中心 O からの距離が 3cm である弦 AB の長さを求めなさい。

▶△OAB は二等辺三角形だから，O から AB に垂線 OH をひくと，H は弦 AB の中点になる。



△OAH で，

三平方の定理より，

$AH^2+OH^2=OA^2$

$AH^2=OA^2-OH^2=4^2-3^2=7$

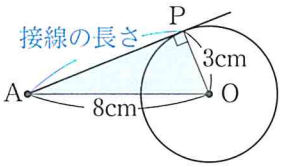
$AH>0$ より，$AH=\sqrt{7}$ cm

よって，$AB=2AH=2\times\sqrt{7}=2\sqrt{7}$ (cm)

2　接線の長さ

例題　半径 3cm の円 O と，中心 O から 8cm の距離に点 A がある。A から円 O へ接線をひくとき，この接線の長さを求めなさい。

▶接点の 1 つを P とする。接線は接点を通る半径に垂直だから，



$\angle OPA=90°$

△AOP で，

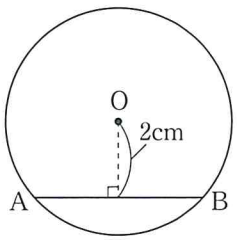
$AP^2+OP^2=AO^2$

$AP^2=AO^2-OP^2=8^2-3^2=55$

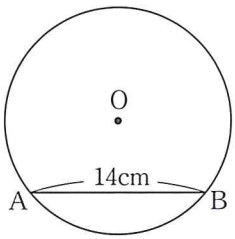
$AP>0$ より，$AP=\sqrt{55}$ cm

確認 7　次の問いに答えなさい。

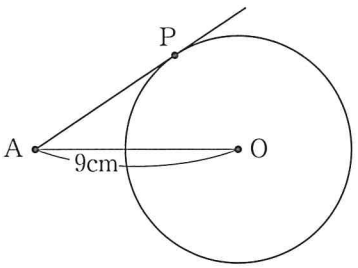
(1)　半径 3cm の円 O で，中心 O からの距離が 2cm である弦 AB の長さを求めなさい。



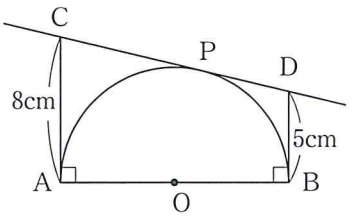
(2)　半径 9cm の円 O で，弦 AB の長さが 14cm のとき，中心 O から弦 AB までの距離を求めなさい。



確認 8　半径 5cm の円 O と，中心 O から 9cm の距離に点 A がある。A から円 O へ接線をひくとき，この接線の長さを求めなさい。



確認 9　右の図のように，線分 AB を直径とする半円 O と $\overset{\frown}{AB}$ 上の点 P を接点とする接線がある。この接線上に 2 点 C，D を $\angle CAO=\angle DBO=90°$ となるようにとる。AC＝8cm，BD＝5cm のとき，次の問いに答えなさい。



(1)　線分 CD の長さを求めなさい。

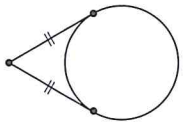
(2)　直径 AB の長さを求めなさい。

● ガイド ●	D から AC に垂線 DH をひくと，△CHD は直角三角形，四角形 HABD は長方形になる。

● ガイド ●

円外の 1 点からの接線

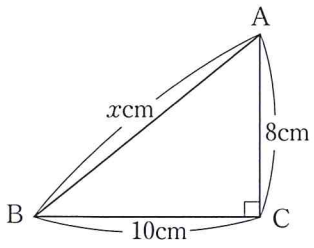
円外の 1 点から，その円にひいた 2 つの接線の長さは等しい。



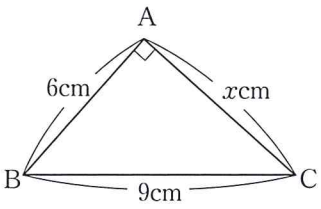
演習問題

1　次の図の直角三角形 ABC で，x の値を求めなさい。

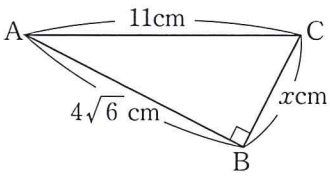
(1)



(2)



(3)



まとめ 1

2　周の長さが 70cm の直角三角形がある。最も短い辺の長さが 20cm のとき，残りの 2 辺の長さを求めなさい。

ガイド
斜辺の長さを $x$cm として，三平方の定理を使って方程式をつくる。

まとめ 1

3　次のア～エの長さを 3 辺とする三角形のうち，直角三角形であるものをすべて選び，記号を書きなさい。

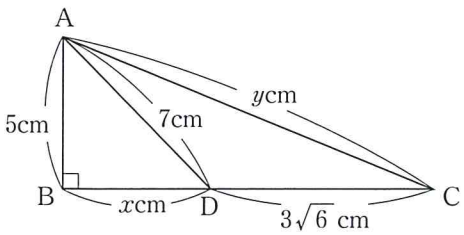
ア　3cm，5cm，7cm　　イ　$\sqrt{3}$ cm，$\sqrt{7}$ cm，$\sqrt{10}$ cm

ウ　0.8cm，1.5cm，1.7cm　　エ　2cm，3cm，$\sqrt{2}$ cm

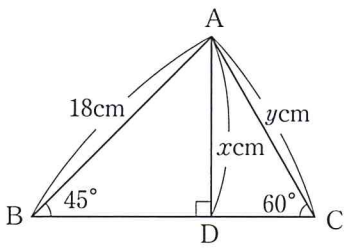
まとめ 1

4　次の図で，x，y の値をそれぞれ求めなさい。

(1)



(2)



まとめ 1

5　次の問いに答えなさい。

(1)　1 辺が 14cm の正三角形の高さと面積を求めなさい。

(2)　2 点 A(7, 6)，B(−3, 2) 間の距離を求めなさい。

まとめ 2

6　次の問いに答えなさい。

(1)　半径 8cm の円 O で，中心 O からの距離が 6cm である弦 AB の長さを求めなさい。

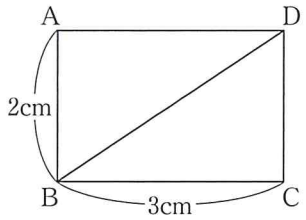
(2)　半径 12cm の円 O で，弦 AB の長さが 20cm のとき，中心 O から弦 AB までの距離を求めなさい。

まとめ 3

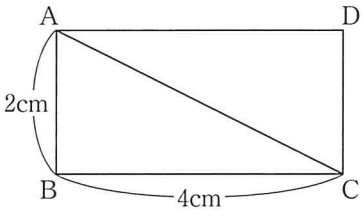
実戦問題

1 次の長方形の対角線の長さを求めなさい。

(1) 対角線 BD 〈北海道〉



(2) 対角線 AC 〈長崎〉



演習 1

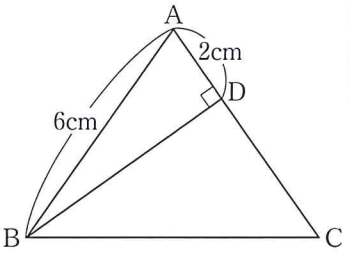
2 連続する 3 つの整数を 3 辺の長さとする直角三角形 ABC がある。$\angle ABC = 90°$，$AB < BC < CA$ とするとき，次の問いに答えなさい。 〈佐賀抜粋〉

演習 2

(1) 辺 AB の長さを x とするとき，辺 CA の長さを x を用いて表しなさい。

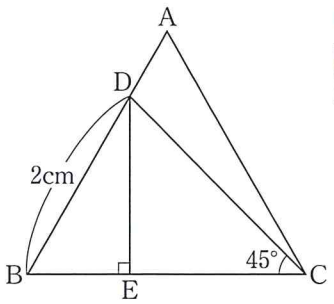
(2) △ABC の 3 辺の長さをそれぞれ求めなさい。ただし，「辺 □ の長さを x とすると」の □ に辺を書き入れ，その x についての方程式をつくり，答えを求めるまでの過程も書きなさい。

3 右の図のような，$\angle BAC$ が鋭角で，$AB = AC = 6cm$ である二等辺三角形 ABC がある。頂点 B から辺 AC に垂線 BD をひくと，$AD = 2cm$ となった。このとき，BC の長さを求めなさい。 〈栃木改〉



演習 4

4 右の図の △ABC は正三角形であり，辺 AB 上に $\angle BCD = 45°$ となるように点 D をとると，$BD = 2cm$ となった。また，辺 BC 上に $DE \perp BC$ となるように点 E をとる。次の問いに答えなさい。 〈島根抜粋〉

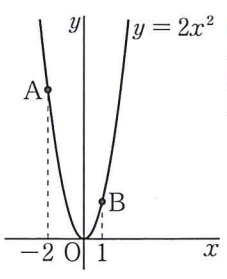


演習 4

(1) 線分 DE の長さを求めなさい。

(2) 線分 CD の長さを求めなさい。

5 右の図は，関数 $y = 2x^2$ のグラフである。このグラフ上に 2 点 A，B があり，x 座標はそれぞれ -2，1 である。このとき，線分 AB の長さを求めなさい。 〈富山抜粋〉



演習 5