7　右の図１のような立方体があり，３点 A，B，C を通る平面で，この立方体を２つに切る。図１の立方体の展開図が図２のようになるとき，図１の頂点 C に対応する点が，図２には２点ある。点 C を表す文字 C と，線分 AB，BC，CA をかきなさい。〈長野抜粋〉

図１

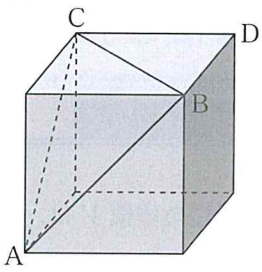
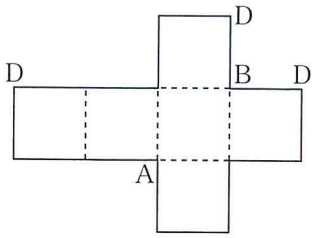
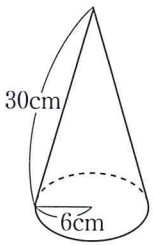


図２



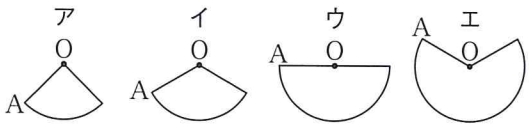
演習 3

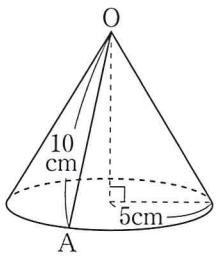
8　右の図は，底面の半径が 6cm，母線の長さが 30cm の円錐である。この円錐の展開図をかいたとき，側面になるおうぎ形の中心角を求めなさい。〈青森〉



演習 5

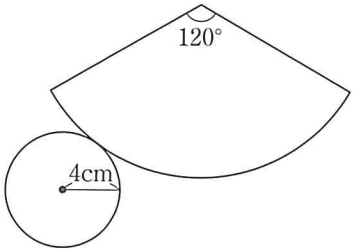
9　右の図は，線分 OA を母線とする，底面の半径が 5cm，母線の長さが 10cm の円錐である。この円錐の側面を，線分 OA で切って開いたとき，側面の展開図として最も適切なものを，下のア～エから１つ選び，記号で答えなさい。〈山形〉





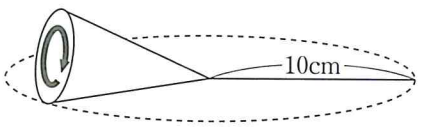
演習 5

10　右の図は円錐の展開図であり，側面のおうぎ形の中心角は 120° で，底面の円の半径は 4cm である。このとき，側面のおうぎ形の半径を求めなさい。〈和歌山〉



演習 5

11　鉄でできた円錐の形をしたおもりがある。右の図のようにおもりを倒し，すべらないように平面上を転がしたところ，おもりは５回転して半径 10cm の円をちょうど３周した。このとき，次の問いに答えなさい。〈沖縄抜粋〉



演習 5

(1)　半径 10cm の円の円周の長さを求めなさい。

(2)　このおもりの底面の半径を求めなさい。

14 立体の体積と表面積

まとめ 1 立体の体積

1 角柱・円柱の体積

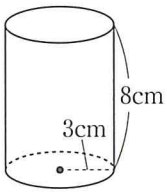
底面積 S，高さ h の角柱や円柱の体積 V は，

$V = Sh$

例 底面の半径が 3cm，高さが 8cm の円柱の体積は，

$\underline{\pi \times 3^2}\times\underline{8} = 72\pi\,(\mathrm{cm}^3)$

底面積　高さ



2 角錐・円錐の体積

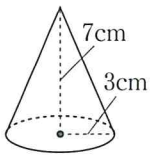
底面積 S，高さ h の角錐や円錐の体積 V は，

$V = \frac{1}{3}Sh$

例 底面の半径が 3cm，高さが 7cm の円錐の体積は，

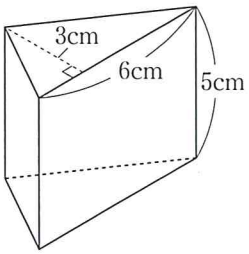
$\frac{1}{3}\times\underline{\pi \times 3^2}\times\underline{7} = 21\pi\,(\mathrm{cm}^3)$

底面積　高さ

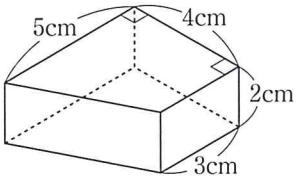


確認 1 次の立体の体積を求めなさい。

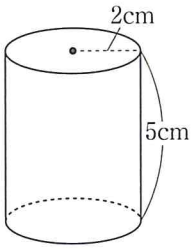
(1) 三角柱



(2) 四角柱

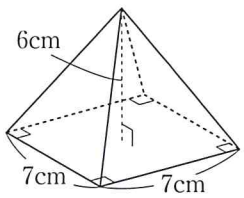


(3) 円柱

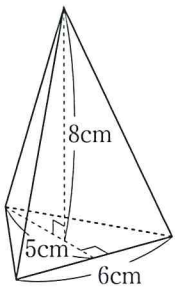


確認 2 次の立体の体積を求めなさい。

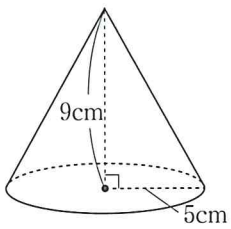
(1) 正四角錐



(2) 三角錐

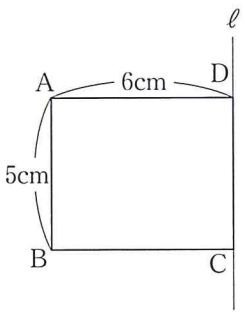


(3) 円錐

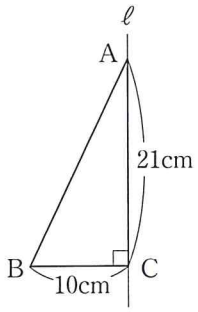


確認 3 次の図形を，直線 ℓ を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。

(1) 長方形 ABCD



(2) 直角三角形 ABC

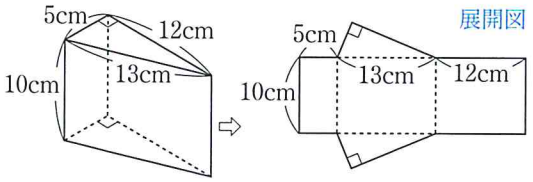


まとめ 2　角柱・円柱・角錐の表面積

1　角柱・円柱の表面積

表面積＝底面積×2＋側面積
（底面積：1つの底面の面積，側面積：側面全体の面積）

例　三角柱



底面積は，$\frac{1}{2}\times5\times12=30(\text{cm}^2)$

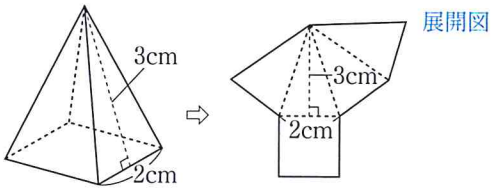
側面積は，$10\times(5+13+12)=300(\text{cm}^2)$
（側面の展開図は長方形）

表面積は，$30\times2+300=360(\text{cm}^2)$

2　角錐の表面積

表面積＝底面積＋側面積

例　正四角錐



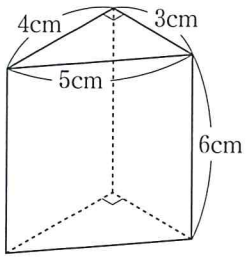
底面積は，$2\times2=4(\text{cm}^2)$

側面積は，$\left(\frac{1}{2}\times2\times3\right)\times4=12(\text{cm}^2)$
（側面は合同な二等辺三角形が4つ）

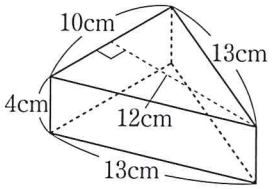
表面積は，$4+12=16(\text{cm}^2)$

確認 4　次の立体の表面積を求めなさい。

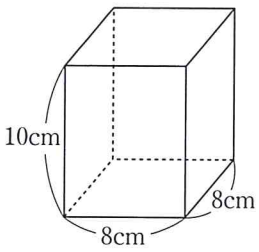
(1)　三角柱



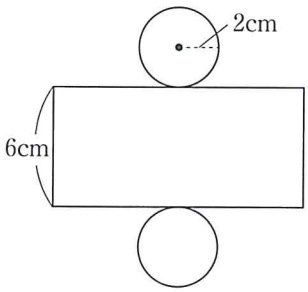
(2)　三角柱



(3)　正四角柱



確認 5　右の図は，底面の円の半径が2cm，高さが6cmの円柱の展開図である。この円柱について，次の問いに答えなさい。



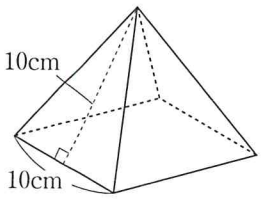
(1)　底面積を求めなさい。

(2)　側面積を求めなさい。

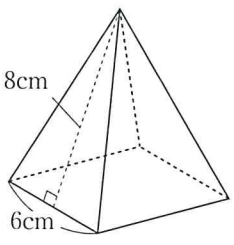
(3)　表面積を求めなさい。

確認 6　次の立体の表面積を求めなさい。

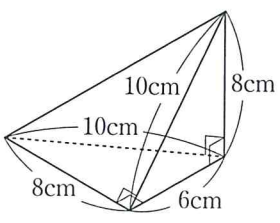
(1)　正四角錐



(2)　正四角錐



(3)　三角錐



まとめ 3　円錐の表面積

例題　右の図１のような，底面の円の半径が 2cm，母線の長さが 8cm の円錐の表面積を求めなさい。

図１

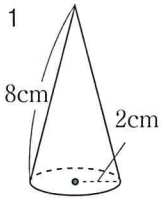
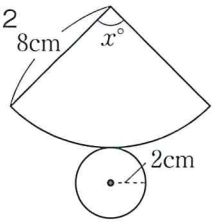


図２



▶展開図は，右の図２のようになる。

底面積は，$\pi\times2^2=4\pi(\text{cm}^2)$

側面のおうぎ形の中心角を $x°$ とすると，

弧の長さについて，$\underbrace{2\pi\times8\times\frac{x}{360}}_{\text{側面のおうぎ形の弧}}=\underbrace{2\pi\times2}_{\text{底面の円周}}$　　よって，$\frac{x}{360}=\frac{2\pi\times2}{2\pi\times8}$ より，$\frac{x}{360}=\frac{1}{4}$

側面積は，$\pi\times8^2\times\frac{x}{360}=\pi\times8^2\times\frac{1}{4}=16\pi(\text{cm}^2)$

よって，表面積は，$4\pi+16\pi=20\pi(\text{cm}^2)$

別解　おうぎ形の面積 $S=\frac{1}{2}\ell r$ を使う。

側面のおうぎ形の弧の長さ ℓ は，半径 2cm の円周と等しいので，

$\ell=2\pi\times2=4\pi(\text{cm})$

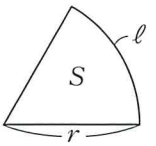
よって，側面積は，$S=\frac{1}{2}\ell r=\frac{1}{2}\times4\pi\times8=16\pi(\text{cm}^2)$

● ガイド ●

おうぎ形の面積の求め方

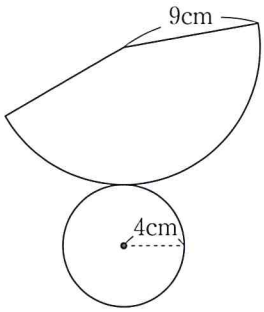
半径が r，弧の長さが ℓ のおうぎ形の面積を S とすると，

$S=\frac{1}{2}\ell r$



確認 7　右の図は，底面の円の半径が 4cm，母線の長さが 9cm の円錐の展開図である。この円錐について，次の問いに答えなさい。

(1)　側面積を求めなさい。　　(2)　表面積を求めなさい。



まとめ 4　球の体積と表面積

半径 r の球の体積を V，表面積を S とすると，

$V=\frac{4}{3}\pi r^3$　　$S=4\pi r^2$

例　半径 6cm の球について，

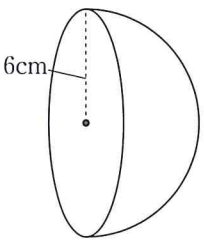
体積は，$\frac{4}{3}\pi\times6^3=288\pi(\text{cm}^3)$

表面積は，$4\pi\times6^2=144\pi(\text{cm}^2)$

確認 8　次の球の体積と表面積を求めなさい。

(1)　半径 3cm の球　　(2)　直径 20cm の球

確認 9　右の図は，半径 6cm の球を，中心を通る平面で切って 2 等分したうちの一方である。この立体の体積と表面積を求めなさい。

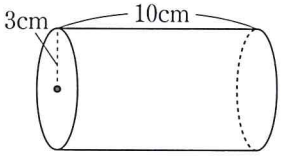


演習問題

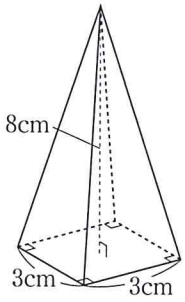
1　次の立体の体積を求めなさい。

まとめ 1

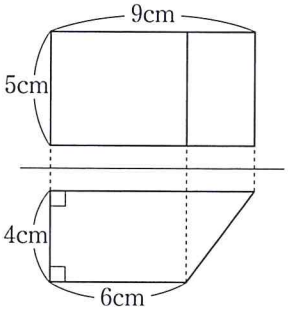
(1)　円柱



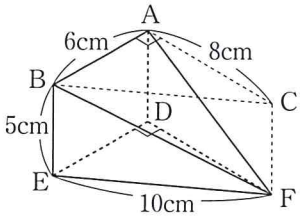
(2)　正四角錐



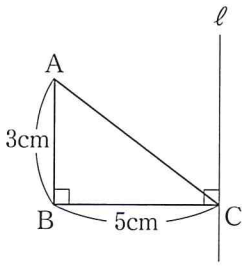
(3)　下の投影図で表される四角柱



(4)　三角柱 ABC－DEF を 3 点 A，B，F を通る平面で切り，頂点 C をふくむ立体を取り除いて残った立体



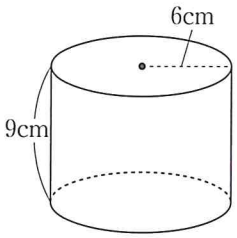
(5)　△ABC を，直線 ℓ を軸として 1 回転させてできる立体



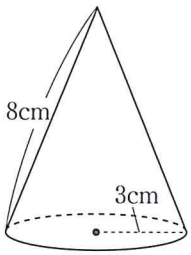
2　次の立体の表面積を求めなさい。

まとめ 2, 3

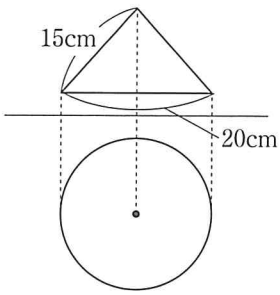
(1)　円柱



(2)　円錐



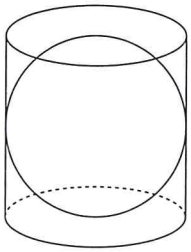
(3)　下の投影図で表される円錐



3　底面の円の半径が 3cm，表面積が $60\pi\text{cm}^2$ の円柱がある。この円柱の高さを求めなさい。

まとめ 2

4　右の図のように，円柱の容器に球がぴったり入っている。このとき，球の体積は，円柱の体積の何倍か求めなさい。



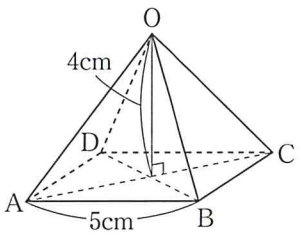
まとめ 4

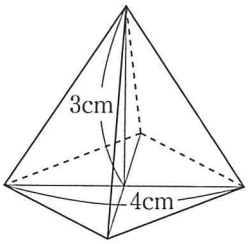
実戦問題

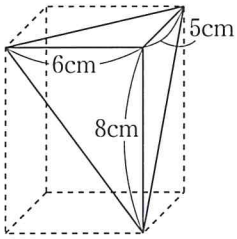
1 次の立体の体積を求めなさい。

(1) 正四角錐 〈北海道〉 (2) 正四角錐 〈岐阜〉 (3) 直方体の一部を切り取ってできた三角錐 〈栃木〉

演習 1



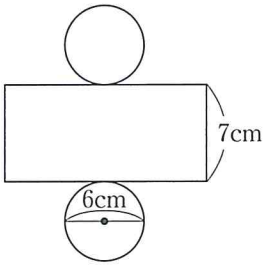




2 次の問いに答えなさい。

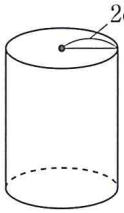
(1) 図1のような底面の直径が 6cm，高さが 7cm の円柱の体積を求めなさい。 〈岡山〉

図1



(2) 図2のように，底面の半径が 2cm，体積が $24\pi cm^3$ の円柱がある。この円柱の高さを求めなさい。 〈北海道〉

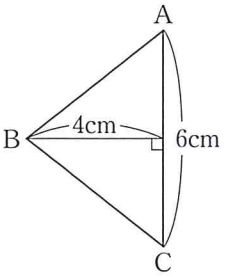
図2



演習 1

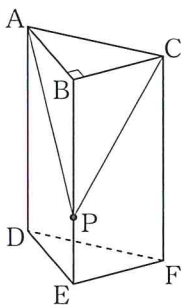
(3) 高さが等しい円柱 A と円錐 B があり，円柱 A の底面の半径は円錐 B の底面の半径の 2 倍である。このとき，円柱 A の体積は円錐 B の体積の何倍となるか，求めなさい。 〈福島〉

3 右の図の △ABC は，BA＝BC の二等辺三角形である。この △ABC を，辺 AC を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。 〈鳥取〉



演習 1

4 右の図は，6 つの点 A，B，C，D，E，F を頂点とする三角柱 ABCDEF であり，側面はいずれも底面に垂直で，AB＝BC＝4cm，AD＝8cm，∠ABC＝90° である。辺 BE 上に点 P をとるとき，次の問いに答えなさい。 〈長崎改〉



演習 1

(1) 三角柱 ABCDEF の体積を求めなさい。

(2) 三角錐 ABCP の体積が三角柱 ABCDEF の体積の $\frac{1}{4}$ 倍であるとき，線分 BP の長さを求めなさい。