5 次の問いに答えなさい。

(1) $a=\frac{7}{6}$ のとき，$(3a+4)^2-9a(a+2)$ の式の値を求めなさい。〈静岡〉

演習 5

(2) $a=5$，$b=\frac{7}{3}$ のとき，$a^2-6ab+9b^2$ の式の値を求めなさい。〈静岡〉

6 ある月のカレンダーにおいて，図1のような形に並ぶ4つの数を小さい順に a，b，c，d とし，この4つの数の間に成り立つ関係について考える。図2は $a=5$ のときの例である。次の問いに答えなさい。〈群馬抜粋〉

図1

a	b
c	d

図2

5	6
13	14

演習 6

(1) d を a の式で表しなさい。

(2) $bc-ad$ の値はいつでも8であることを，文字を使って説明しなさい。

7 まさとさんは，右のように，縦5つ，横5つのマス目の中に，左上から順に右へ5つずつ，1から25までの整数を書き並べた表をつくった。この表をもとに，この表の中に並んでいる数について，どんなきまりがあるかを予想し，このことについて，文字式を使って証明した。次は，まさとさんがまとめたノートの一部である。このとき，まさとさんが予想したことを，左上の数を整数 n として証明しなさい。〈高知改〉

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

演習 6

まさとさんのノート

表の中の，縦，横2つずつの正方形の形に並んでいる4つの整数において，下2つの数の積から上2つの数の積をひくと，

例1の4つの数1，2，6，7では，40

例2の4つの数2，3，7，8では，50

となった。

このことから，下2つの数の積から上2つの数の積をひくと，その差は10の倍数になると予想できる。

例1

1	2
6	7

例2

2	3
7	8

19 平方根

まとめ 1 平方根の大小

1 平方根の大小

例題 $\sqrt{6}$，3，$\sqrt{7}$ の大小を，不等号を使って表しなさい。

▶$(\sqrt{6})^2=6$，$3^2=9$，$(\sqrt{7})^2=7$ で，$6<7<9$ より，$\sqrt{6}<\sqrt{7}<3$

2乗しても大小関係が変わらないから，それぞれの数を2乗して比べる。

確認 1 次の各組の数の大小を，不等号を使って表しなさい。

(1) 0.6，$\sqrt{0.6}$　(2) -7，$-\sqrt{48}$　(3) $-\sqrt{24}$，-5，$-\sqrt{26}$

● ガイド ● 負の数は絶対値が大きいほど小さい。

まとめ 2 根号をふくむ式の計算

1 平方根の積と商

根号の中の数の乗除を計算し，その積や商に根号をつける。

$\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{ab}$

$\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}$

例 $\sqrt{18}\times\sqrt{60}\div\sqrt{5}$

$=3\sqrt{2}\times2\sqrt{15}\div\sqrt{5}$ ← 根号の中の数を簡単にする。

$=\dfrac{3\sqrt{2}\times2\sqrt{3\times5}}{\sqrt{5}}=3\times\sqrt{2}\times2\times\sqrt{3}=6\sqrt{6}$

$\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$

2 分母の有理化

分母と分子に同じ数をかけて，分母に根号がない形に表す。

$\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\dfrac{\sqrt{a}\times\sqrt{b}}{\sqrt{b}\times\sqrt{b}}=\dfrac{\sqrt{ab}}{b}$

例 $\dfrac{4}{\sqrt{2}}=\dfrac{4\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$ ← 分母にふくまれる $\sqrt{\ }$ の数を，分母と分子にかける。

$=\dfrac{4\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}$ ← 約分する。

3 根号をふくむ式の加減

同類項をまとめるのと同様にして，簡単にすることができる。

$a\sqrt{n}\pm b\sqrt{n}=(a\pm b)\sqrt{n}$

例 $\sqrt{12}+\sqrt{27}-\sqrt{48}$

$=2\sqrt{3}+3\sqrt{3}-4\sqrt{3}$ ← 根号の中の数を簡単にする。

$=(2+3-4)\sqrt{3}=\sqrt{3}$

確認 2 次の計算をしなさい。

(1) $-\sqrt{24}\times\sqrt{30}$　(2) $\sqrt{54}\times(-\sqrt{60})$　(3) $\sqrt{42}\div\sqrt{7}$

(4) $-\sqrt{91}\div\sqrt{13}$　(5) $\sqrt{15}\times\sqrt{21}\div\sqrt{45}$　(6) $2\sqrt{30}\div\sqrt{20}\times\sqrt{42}$

確認 3 次の数の分母を有理化しなさい。

(1) $\dfrac{4}{\sqrt{6}}$　(2) $\dfrac{6}{\sqrt{12}}$　(3) $\dfrac{\sqrt{15}}{\sqrt{10}}$

確認 4 次の計算をしなさい。

(1) $\sqrt{18}+2\sqrt{2}$　(2) $\sqrt{45}+\sqrt{80}$　(3) $3\sqrt{3}-\sqrt{75}$

(4) $\sqrt{24}-\sqrt{96}$　(5) $2\sqrt{3}+\sqrt{27}-\sqrt{3}$　(6) $\sqrt{8}-\sqrt{32}+\sqrt{50}$

確認 5 次の計算をしなさい。

(1) $\frac{6}{\sqrt{2}}+\sqrt{8}$　(2) $2\sqrt{20}+\frac{10}{\sqrt{5}}$　(3) $\frac{12}{\sqrt{3}}-\sqrt{48}$

(4) $3\sqrt{24}-\frac{24}{\sqrt{6}}$　(5) $\sqrt{27}+\frac{4}{\sqrt{3}}$　(6) $\frac{5}{\sqrt{2}}-\sqrt{32}$

まとめ 3 いろいろな計算

1 四則の混じった計算

①乗除→②加減の順で計算する。

例 $\sqrt{2}\times\sqrt{6}+\sqrt{27}$
$=2\sqrt{3}+3\sqrt{3}=5\sqrt{3}$

2 いろいろな計算

例 (1) $\sqrt{6}(\sqrt{10}-\sqrt{15})$
$=\sqrt{6}\times\sqrt{10}-\sqrt{6}\times\sqrt{15}$　分配法則を使って展開する。
$=2\sqrt{15}-3\sqrt{10}$

(2) $(\sqrt{7}+4)(\sqrt{7}-3)$
$=(\sqrt{7})^2+(4-3)\sqrt{7}+4\times(-3)$　乗法公式を使って展開する。
$=7+\sqrt{7}-12=-5+\sqrt{7}$

3 平方根の近似値

与えられた近似値が使えるように，根号の中の数を簡単にする。

例題 $\sqrt{2}=1.414$，$\sqrt{20}=4.472$ として，$\sqrt{200}$，$\sqrt{0.2}$ の値を求めなさい。

▶$\sqrt{200}=\sqrt{2\times100}=10\sqrt{2}$ だから，$10\times1.414=14.14$

$\sqrt{0.2}=\sqrt{\frac{20}{100}}=\frac{\sqrt{20}}{10}$ だから，$\frac{1}{10}\times4.472=0.4472$

$\sqrt{100}=10$，$\sqrt{10000}=100$，
$\sqrt{\frac{1}{100}}=\frac{1}{10}$，$\sqrt{\frac{1}{10000}}=\frac{1}{100}$

確認 6 次の計算をしなさい。

(1) $\sqrt{6}\times\sqrt{3}+\sqrt{32}$　(2) $\sqrt{27}-\sqrt{18}\times\sqrt{6}$　(3) $2\sqrt{24}-\sqrt{10}\times\sqrt{15}$

(4) $\sqrt{42}\div\sqrt{7}-\sqrt{54}$　(5) $2\sqrt{60}+\sqrt{75}\div\sqrt{5}$　(6) $14\div\sqrt{7}+\sqrt{63}$

確認 7 次の計算をしなさい。

(1) $\sqrt{5}(4-\sqrt{5})$　(2) $\sqrt{3}(\sqrt{32}-\sqrt{8})$　(3) $\sqrt{10}(\sqrt{15}-\sqrt{14})$

(4) $(\sqrt{5}+4)(\sqrt{5}-2)$　(5) $(\sqrt{6}-7)(\sqrt{6}+3)$　(6) $(2+\sqrt{7})^2$

(7) $(\sqrt{3}-8)^2$　(8) $(\sqrt{7}+3)(\sqrt{7}-3)$　(9) $(2\sqrt{5}-\sqrt{6})(2\sqrt{5}+\sqrt{6})$

確認 8 $\sqrt{3}=1.732$，$\sqrt{30}=5.477$ として，次の値を求めなさい。

(1) $\sqrt{300}$　(2) $\sqrt{3000}$　(3) $\sqrt{0.3}$　(4) $\sqrt{0.03}$

まとめ 4　式の値

1　式の値

因数分解してから，値を代入する。

例題　$x=1+\sqrt{2}$，$y=1-\sqrt{2}$ のとき，x^2-y^2 の値を求めなさい。

▶ $x^2-y^2=(x+y)(x-y)=\{(1+\sqrt{2})+(1-\sqrt{2})\}\{(1+\sqrt{2})-(1-\sqrt{2})\}$
$=2\times 2\sqrt{2}=4\sqrt{2}$

2　根号のついた数の小数部分

(小数部分)
＝(根号のついた数)−(整数部分)

例題　$\sqrt{7}$ の整数部分と小数部分の値を求めなさい。

▶ $4<7<9$ で，$2<\sqrt{7}<3$ より，
$\sqrt{7}$ の整数部分…2，$\sqrt{7}$ の小数部分…$\sqrt{7}-2$

確認 9　$x=4+\sqrt{6}$，$y=4-\sqrt{6}$ のとき，次の式の値を求めなさい。

(1)　$x^2-8x+16$　　(2)　x^2-y^2　　(3)　$x^2-2xy+y^2$

確認 10　$\sqrt{14}$ の小数部分を a とするとき，次の式の値を求めなさい。

(1)　a　　(2)　$(a+3)^2$　　(3)　$a(a+6)$

まとめ 5　平方根の利用

1　根号のついた数が整数となるとき

根号の中の数が (自然数)^2 の形になるように考える。

例題　$\sqrt{60n}$ が整数となる自然数 n のうち，最も小さいものを求めなさい。

▶ $60=2^2\times 3\times 5$ だから，$n=3\times 5$ とすると，$\sqrt{60n}=\sqrt{2^2\times 3^2\times 5^2}=\sqrt{(2\times 3\times 5)^2}=\sqrt{30^2}=30$
よって，$n=15$

確認 11　$\sqrt{84n}$ が整数となる自然数 n のうち，最も小さいものを求めなさい。

まとめ 6　近似値と有効数字

1　近似値と誤差

例題　ある数 a の小数第 1 位を四捨五入した近似値が 13 のとき，真の値の範囲を，不等号を使って表しなさい。また，誤差の絶対値は最大でいくつですか。

▶ 小数第 1 位を四捨五入して 13 になるのは，12.5 以上 13.5 未満だから，$12.5\leqq a<13.5$
誤差の絶対値が最大になるのは，真の値が 12.5 のときだから，0.5

(誤差)＝(近似値)−(真の値)

2　有効数字

例題　ある重さの測定値が 1400g のとき，有効数字を 1，4，0 として，(整数部分が 1 けたの数)×(10 の累乗) の形で表しなさい。　▶ 1，4，0 の 3 けたが有効数字だから，1.40×10^3g

確認 12　ある数 a の小数第 2 位を四捨五入した近似値が 21.3 のとき，真の値の範囲を，不等号を使って表しなさい。また，誤差の絶対値は最大でいくつですか。

確認 13　次の測定値を，下線部の数字が有効数字であるとして，(整数部分が 1 けたの数)×(10 の累乗) の形で表しなさい。　1690000km

演習問題

1 次の問いに答えなさい。

(1) 次の数の中から最も大きい数を選び，ア～エの記号で答えなさい。〈鳥取〉 まとめ 1

ア $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$　　イ $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$　　ウ $\sqrt{\dfrac{2}{3}}$　　エ $\dfrac{2}{3}$

(2) a は自然数で，$8<\sqrt{a}<9$ である。このとき，a にあてはまる数の個数を求めなさい。〈熊本〉

2 $\dfrac{3}{\sqrt{5}}$ の分母を有理化しなさい。〈大阪〉 まとめ 2

3 次の計算をしなさい。 まとめ 2

(1) $4\sqrt{6}\div\sqrt{2}$〈栃木〉　(2) $\sqrt{27}-\sqrt{3}$〈徳島・佐賀〉　(3) $\sqrt{24}+5\sqrt{6}$〈栃木・大阪〉

(4) $\sqrt{27}-\sqrt{12}+\sqrt{3}$〈和歌山〉　(5) $\sqrt{20}+2\sqrt{5}-\sqrt{45}$〈大分〉　(6) $\sqrt{54}-\dfrac{42}{\sqrt{6}}$〈神奈川〉

4 次の計算をしなさい。 まとめ 3

(1) $\sqrt{8}+\sqrt{6}\times\sqrt{3}$〈茨城〉　(2) $\sqrt{6}\div\sqrt{3}+\sqrt{2}$〈北海道〉　(3) $\sqrt{3}(\sqrt{18}-\sqrt{2})$〈長野〉

(4) $(\sqrt{2}+3)(\sqrt{2}+5)$〈岡山〉　(5) $(\sqrt{6}+1)^2$〈熊本〉　(6) $(\sqrt{7}+2)(\sqrt{7}-2)$〈新潟〉

5 次の問いに答えなさい。

(1) $x=3-\sqrt{7}$ のとき，x^2-6x+9 の値を求めなさい。〈神奈川〉 まとめ 4, 5

(2) $\sqrt{6}$ の小数部分を a とするとき，$a(a+4)$ の値を求めなさい。

(3) $\sqrt{2016n}$ が自然数となるような，最も小さい自然数 n の値を求めなさい。〈神奈川〉

6 ある数 a の小数第1位を四捨五入した近似値が130であるとき，a の値の範囲を，不等号を使って表しなさい。〈大分〉 まとめ 6

実戦問題

1 次の問いに答えなさい。

(1) 3つの数 $5\sqrt{3}$，8，$\sqrt{79}$ の大小を不等号を使って表しなさい。〈神奈川〉 演習 1

(2) $3<\sqrt{\dfrac{n}{2}}<4$ を満たす自然数 n の個数を求めなさい。〈鹿児島〉

2 次の計算をしなさい。 演習 3

(1) $\sqrt{12}\times\sqrt{2}\div\sqrt{6}$〈宮崎〉 (2) $\dfrac{\sqrt{2}}{3}\div\dfrac{\sqrt{3}}{6}$〈富山〉 (3) $3\sqrt{6}+\sqrt{24}$〈佐賀・長崎〉

(4) $\sqrt{45}+5\sqrt{5}$〈大阪〉 (5) $\sqrt{50}+\sqrt{8}$〈兵庫〉 (6) $\sqrt{27}-6\sqrt{3}$〈群馬〉

(7) $6\sqrt{5}-\sqrt{45}$〈福島〉 (8) $\sqrt{12}-\sqrt{75}$〈富山〉 (9) $\sqrt{75}-\sqrt{48}$〈鳥取〉

(10) $7\sqrt{5}-\sqrt{45}+\sqrt{20}$〈福岡〉 (11) $\sqrt{32}-2\sqrt{18}+5\sqrt{2}$〈千葉〉 (12) $\sqrt{27}-\sqrt{75}+2\sqrt{12}$〈大分〉

(13) $\sqrt{27}+\dfrac{15}{\sqrt{3}}$〈熊本〉 (14) $\sqrt{48}-\dfrac{9}{\sqrt{3}}$〈宮城〉 (15) $\sqrt{125}-\dfrac{10}{\sqrt{5}}$〈和歌山〉

(16) $\sqrt{2}-\sqrt{8}+\dfrac{16}{\sqrt{2}}$〈青森〉 (17) $\sqrt{27}-\dfrac{12}{\sqrt{3}}-\sqrt{75}$〈京都〉 (18) $3\sqrt{8}-\sqrt{50}+\dfrac{6}{\sqrt{2}}$〈長崎〉

3 次の計算をしなさい。 演習 4

(1) $7\sqrt{2}\times\sqrt{3}-\sqrt{6}$〈北海道〉 (2) $\sqrt{6}\div\sqrt{3}-2\sqrt{2}$〈山梨〉 (3) $\sqrt{27}-\sqrt{6}\div\sqrt{2}$〈新潟〉

(4) $\sqrt{3}\times\sqrt{32}+3\sqrt{6}$〈京都〉 (5) $\sqrt{72}\div\sqrt{6}+\sqrt{27}$〈高知〉 (6) $\sqrt{6}\times\sqrt{3}+\sqrt{6}\div\sqrt{3}$〈岐阜〉

(7) $\sqrt{30}\div\sqrt{5}-\sqrt{42}\times\sqrt{7}$〈京都〉 (8) $\sqrt{20}+\sqrt{15}\times\dfrac{1}{\sqrt{3}}$〈石川〉 (9) $\sqrt{2}\times\sqrt{6}+\dfrac{3}{\sqrt{3}}$〈茨城〉