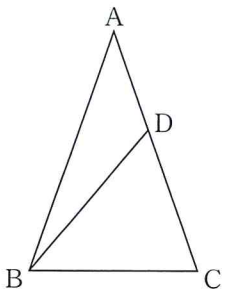
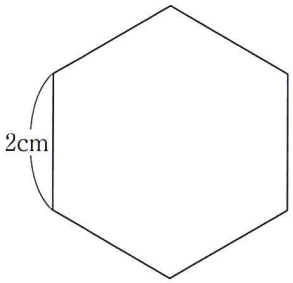
6 右の図で，三角形 ABC は AB＝AC＝6cm，BC＝4cm の二等辺三角形であり，点 D は辺 AC 上の点である。線分 BD の長さが最も短くなるとき，線分 BD の長さを求めなさい。〈秋田〉



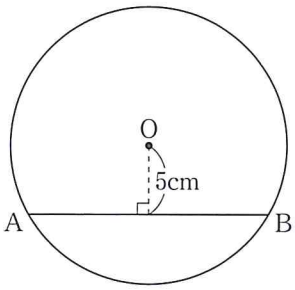
演習 5

7 次の図形の面積を求めなさい。

(1) 1 辺の長さが 2cm の正六角形〈岐阜〉

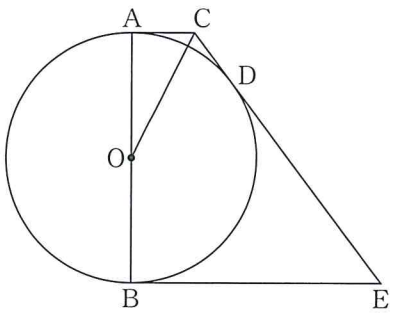


(2) 半径 10cm の円 O で，中心 O から弦 AB までの距離が 5cm である △OAB〈徳島改〉



演習 5, 6

8 右の図のような，長さが 12cm の線分 AB を直径とする円 O がある。点 A を通る円 O の接線をひき，その接線上に AC＝3cm となるように点 C をとり，点 C と点 O を結ぶ。また，点 C から円 O に接線 AC とは異なる接線をひき，円 O との接点を D とする。さらに点 B を通る円 O の接線をひき，接線 CD との交点を E とする。次の問いに答えなさい。〈宮城抜粋〉

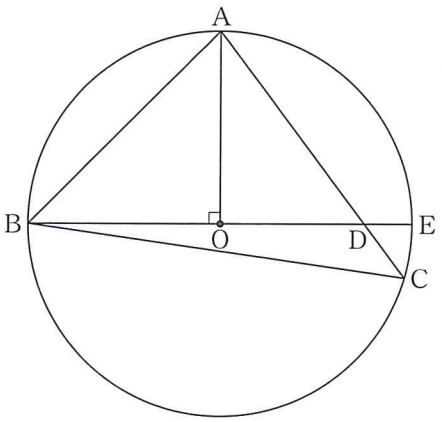


演習 6

(1) 線分 OC の長さを求めなさい。

★(2) 線分 DE の長さを求めなさい。

★**9** 右の図のように，3 点 A，B，C は半径 4cm の円 O の円周上の点で，OA ⊥ OB である。直線 BO が，AC，円 O と交わる点を，それぞれ D，E とする。ただし，点 C は，直径 BE について点 A の反対側にあるものとする。このとき，次の問いに答えなさい。〈長野改〉



演習 6

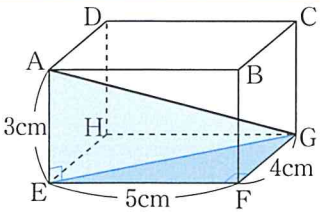
(1) △ABD と相似な三角形を答えなさい。

(2) DE＝1cm のとき，BC の長さを求めなさい。

28 空間図形と三平方の定理

まとめ 1 直方体の対角線の長さ

例題 右の図の直方体で，対角線 AG の長さを求めなさい。



▶点 E と G を結び，△AEG をつくる。 ←― AG を 1 辺とする直角三角形を見つける。

∠AEG＝90° だから，

$AG^2=EG^2+AE^2$ …①

また，△EFG で，∠EFG＝90° だから，

$EG^2=FG^2+EF^2$ …②

①，②より，$AG^2=FG^2+EF^2+AE^2$

$=4^2+5^2+3^2$

$=50$

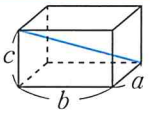
$AG>0$ より，$AG=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$ cm

● ガイド ●

直方体の対角線の長さ

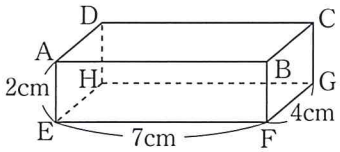
縦 a，横 b，高さ c の直方体の対角線の長さは，

$\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

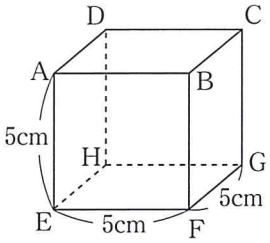


確認 1 次の直方体や立方体の対角線の長さを求めなさい。

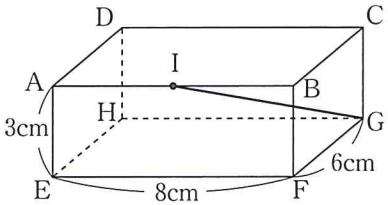
(1)



(2)



確認 2 右の図の直方体で，辺 AB の中点を I とするとき，線分 IG の長さを求めなさい。

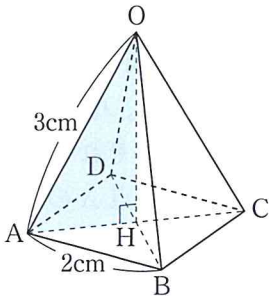


● ガイド ●

縦 6cm，横 4cm，高さ 3cm の直方体の対角線の長さに等しい。

まとめ 2 角錐・円錐の高さと体積

例題 **右の図のように，底面が 1 辺 2cm の正方形で，他の辺が 3cm の正四角錐がある。この正四角錐の体積を求めなさい。**



▶底面の正方形 ABCD の対角線の交点を H とすると，OH がこの正四角錐の高さになる。

△ABC で，AB：AC＝1：$\sqrt{2}$ より，$AC=\sqrt{2}\,AB=\sqrt{2}\times2=2\sqrt{2}$ (cm)

よって，$AH=\frac{1}{2}AC=\sqrt{2}$ (cm)

また，△OAH で，$OH^2=OA^2-AH^2=3^2-(\sqrt{2})^2=7$

$OH>0$ より，$OH=\sqrt{7}$ cm

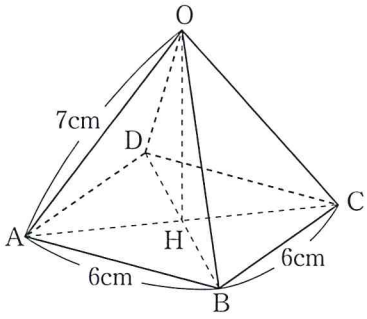
したがって，この正四角錐の体積は，$\frac{1}{3}\times2\times2\times\sqrt{7}=\frac{4\sqrt{7}}{3}$ (cm³)

● ガイド ●

角錐・円錐の体積

$\frac{1}{3}\times$底面積$\times$高さ

確認 3　右の図のような正四角錐について，次の問いに答えなさい。

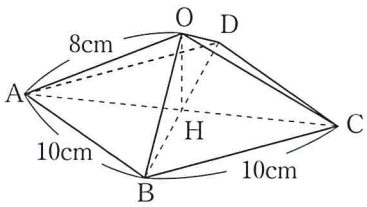


(1)　線分 AH の長さを求めなさい。

(2)　この正四角錐の高さ OH を求めなさい。

(3)　この正四角錐の体積を求めなさい。

確認 4　右の図のような正四角錐について，次の問いに答えなさい。



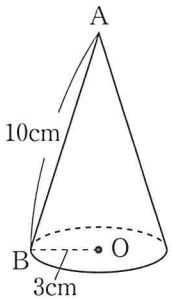
(1)　この正四角錐の高さ OH を求めなさい。

(2)　この正四角錐の体積を求めなさい。

(3)　この正四角錐の側面積を求めなさい。

● ガイド ●
4 つの側面は，すべて合同な二等辺三角形。

確認 5　右の図のような円錐について，次の問いに答えなさい。

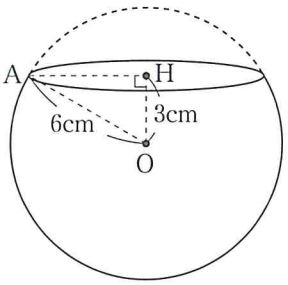


(1)　この円錐の高さを求めなさい。

(2)　この円錐の体積を求めなさい。

● ガイド ●
△ABO は ∠AOB = 90° の直角三角形。

確認 6　右の図のように，半径 6cm の球を，中心 O からの距離が 3cm の平面で切ると，切り口の図形は円になる。次の問いに答えなさい。



(1)　切り口の円の半径を求めなさい。

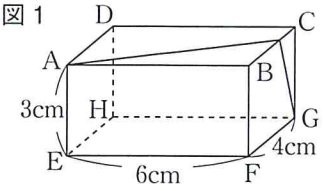
(2)　切り口の円を底面とし，球の中心 O を頂点とする円錐を考える。この円錐の体積を求めなさい。

● ガイド ●
△OAH は ∠OHA = 90° の直角三角形。

まとめ 3　立体の表面上の最短距離

例題　右の図１のような直方体に，点Ａから辺ＢＣを通って点Ｇまでひもをかける。ひもの長さが最も短くなるとき，ひもの長さを求めなさい。

図１



▶図２のような展開図で考える。←ひもはＢＣを通るから，面ＡＢＣＤ，ＢＦＧＣがＢＣでつながっている展開図をかく。実際にかくのは，この２面だけでもよい。

ひもが辺ＢＣと交わる点をＰ

とすると，ひもの長さはＡＰ＋ＰＧで表される。

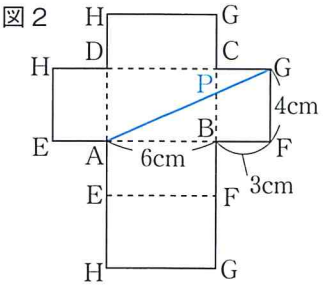
ＡＰ＋ＰＧの長さが最小となるのは，３点Ａ，Ｐ，Ｇが一直線上にあるときだから，ＡＰ＋ＰＧの長さは――で表された線分ＡＧの長さと等しくなる。

直角三角形ＡＦＧで，

$AG^2=AF^2+FG^2=(6+3)^2+4^2=97$

$AG>0$ より，$AG=\sqrt{97}$ cm

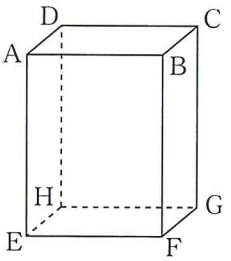
図２



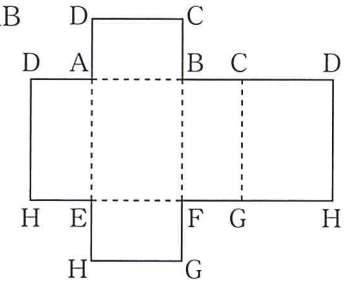
● ガイド ●

最短距離は，展開図上の２点を結ぶ線分の長さになる。

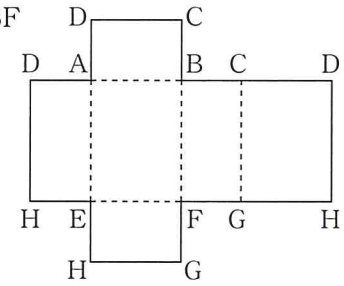
確認 7　右の図のような直方体に，点Ｃから点Ｅまでひもをかける。ひもが次の辺を通り，長さが最も短くなるようにするとき，ひものようすを表す線を展開図にかき入れなさい。



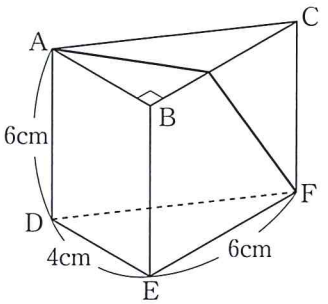
(1)　辺ＡＢ



(2)　辺ＢＦ



確認 8　右の図のような三角柱に，点Ａから辺ＢＣを通って点Ｆまでひもをかける。ひもの長さが最も短くなるとき，ひもの長さを求めなさい。



確認 9　右の図１は，底面の円の半径が2cm，母線の長さが8cmの円錐であり，図２はその展開図で，側面のおうぎ形の中心角は90°である。線分ＡＢは底面の円の直径であり，点Ｃは母線ＯＡの中点である。点Ａから母線ＯＢを通って点Ｃまで，円錐の側面にひもをかける。ひもの長さが最も短くなるようにするとき，次の問いに答えなさい。

(1)　ひものようすを表す線を，図２にかき入れなさい。

図１

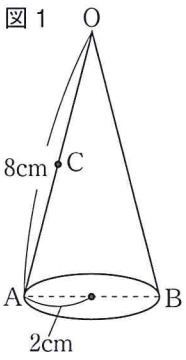
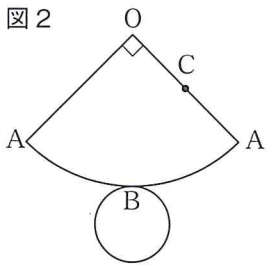


図２



(2)　ひもの長さを求めなさい。

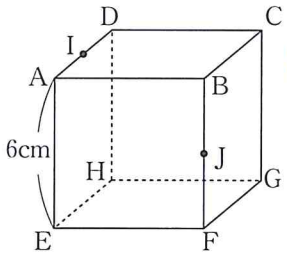
演習問題

1　次の直方体の対角線の長さを求めなさい。

(1)　縦 4cm，横 5cm，高さ 7cm の直方体　　(2)　縦 6cm，横 9cm，高さ 2cm の直方体

まとめ 1

2　右の図のように，1 辺が 6cm の立方体があり，辺 AD，BF の中点をそれぞれ I，J とする。次の問いに答えなさい。

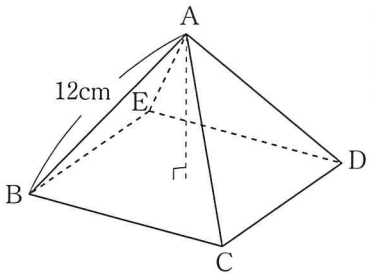


まとめ 1

(1)　この立方体の対角線の長さを求めなさい。

(2)　線分 IJ の長さを求めなさい。

3　右の図のように，すべての辺の長さが 12cm の正四角錐がある。次の問いに答えなさい。

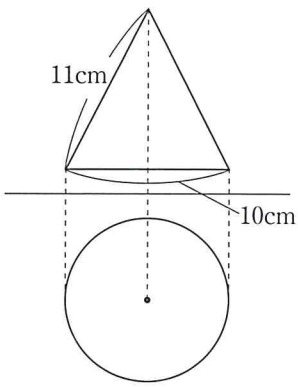


まとめ 2

(1)　この正四角錐の高さを求めなさい。

(2)　この正四角錐の体積を求めなさい。

4　右の図のような投影図で表される円錐について，次の問いに答えなさい。

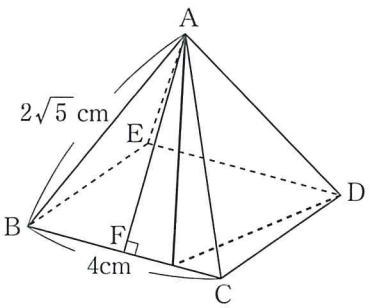


まとめ 2

(1)　この円錐の高さを求めなさい。

(2)　この円錐の体積を求めなさい。

5　右の図のように，底面が 1 辺 4cm の正方形で，他の辺が $2\sqrt{5}$ cm の正四角錐がある。次の問いに答えなさい。



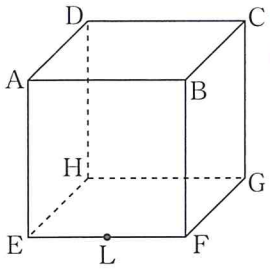
まとめ 3

(1)　点 A から辺 BC に垂線 AF をひくとき，AF の長さを求めなさい。

(2)　この正四角錐に，点 A から辺 BC を通って点 D までひもをかける。ひもの長さが最も短くなるとき，ひもの長さを求めなさい。

実戦問題

1 右の図の立体は，1辺の長さが4cmの立方体である。この立方体において，図のように，辺EFの中点をLとする。線分DLの長さを求めなさい。〈静岡抜粋〉

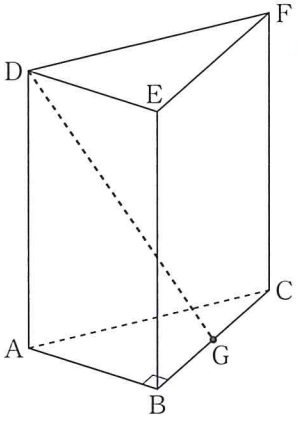


演習 2

2 右の図は，AB＝3cm，BC＝4cm，∠ABC＝90°の直角三角形ABCを底面とし，AD＝BE＝CF＝6cmを高さとする三角柱である。また，点Gは辺BCの中点である。このとき，次の問いに答えなさい。〈神奈川抜粋〉

(1) この三角柱の表面積を求めなさい。

(2) この三角柱において，2点D，G間の距離を求めなさい。



演習 2

3 次の問いに答えなさい。

(1) 図1のように，底面が1辺6cmの正方形ABCDで，他の辺の長さがすべて5cmである正四角錐OABCDがある。正四角錐OABCDの体積を求めなさい。〈愛媛〉

図1

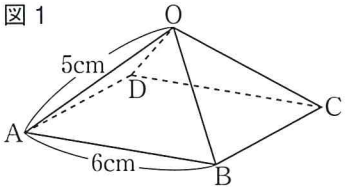
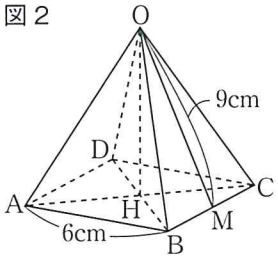


図2

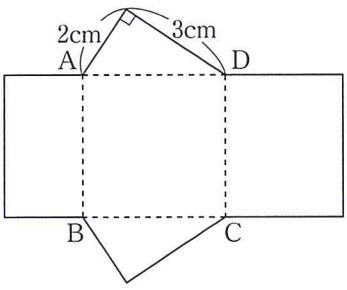


演習 3

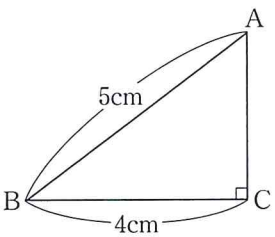
(2) 図2において，四角錐OABCDは，AB＝6cmの正四角錐である。点Mは辺BCの中点であり，OM＝9cmである。四角形ABCDの2つの対角線AC，BDの交点をHとするとき，OHの長さを求めなさい。〈山形〉

4 次の立体の体積を求めなさい。

(1) 下の展開図を組み立ててできる三角柱（四角形ABCDは正方形）〈鹿児島〉



(2) 下の図の△ABCを，辺ACを軸として1回転してできる立体〈千葉〉



演習 3, 4