5 x についての2次方程式 $(x+1)(x-2)=a$ (a は定数) の解の1つが4である。 〈熊本〉

(1) a の値を求めなさい。

(2) この方程式のもう1つの解を求めなさい。

演習 5

6 a, b は自然数とする。2次方程式 $x^2+ax-b=0$ について，次の問いに答えなさい。 〈岐阜〉

(1) $a=3$, $b=1$ のとき，2次方程式を解きなさい。

(2) $x=-6$, $x=3$ がともに2次方程式の解であるとき，a, b の値の組 (a, b) を求めなさい。

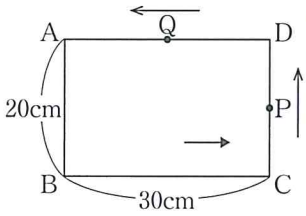
(3) $x=-3$ が2次方程式の1つの解であるとき，a, b の値の組は2つある。2つの a, b の値の組 (a, b) を求めなさい。

演習 5

7 連続する2つの自然数があり，それぞれを2乗した数の和が113になるとき，小さい方の自然数を求めなさい。 〈神奈川〉

演習 6

8 右の図のように，AB＝20cm，BC＝30cmの長方形ABCDがある。点P，Qはそれぞれ頂点C，Dを同時に出発し，Pは毎秒2cmの速さで辺CD上をDまで，Qは毎秒3cmの速さで辺DA上をAまで，矢印の方向に移動する。△PDQの面積が 48cm^2 になるのは，点P，Qがそれぞれ頂点C，Dを同時に出発してから，何秒後と何秒後ですか。出発してからの時間を x 秒として方程式をつくり，求めなさい。ただし，$0<x<10$ とする。 〈北海道〉



演習 6

9 工場Aでは，製品Pの出荷数について，1年目に100個出荷し，2年目には1年目より x 割多く出荷し，3年目には2年目より $2x$ 割多く出荷する計画を立てた。このとき，次の問いに答えなさい。 〈神奈川改〉

(1) $x=1$ のとき，工場Aにおいて，2年目に出荷する製品Pの個数を求めなさい。

★(2) 工場Aにおいて，3年目に製品Pを208個出荷するとき，x についての方程式をつくり，x の値を求めなさい。

演習 6

21 関数 $y=ax^2$

まとめ 1 関数 $y=ax^2$

1 関数 $y=ax^2$

例題 y は x の2乗に比例し，$x=-2$ のとき $y=2$ である。y を x の式で表しなさい。

▶ y は x の2乗に比例するから，$y=ax^2$　　$x=-2$ のとき $y=2$ であるから，

$2=a\times(-2)^2$　　$a=\frac{1}{2}$　　したがって，$y=\frac{1}{2}x^2$

2 $y=ax^2$ のグラフ

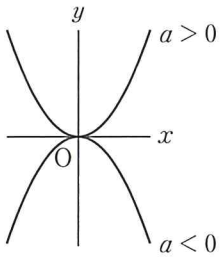
$y=ax^2$ のグラフには，次のような特徴がある。

① 原点を通る。

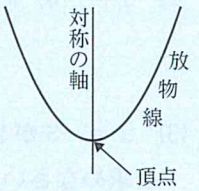
② y 軸について対称な曲線である。

③ $a>0$ のときは，上に開いた形になる。
$a<0$ のときは，下に開いた形になる。

④ a の値の絶対値が大きいほど，グラフの開き方は小さい。



$y=ax^2$ のグラフは放物線とよばれる。



確認 1 円の半径と面積について述べた次の文の，㋐ から ㋓ にあてはまる数や式，または語句を答えなさい。ただし，㋑ にあてはまる語句は，下の【㋑ にあてはまる語句】から選びなさい。

「半径 $x$cm の円の面積を $y$cm^2 とする。y を x の式で表すと，$y=$ ㋐ となるから，y は ㋑ する。円の半径を2倍にすると面積は ㋒ 倍になる。また，円の面積を2倍にするには，半径を ㋓ 倍にすればよい。」

【㋑ にあてはまる語句】　a　x に比例　　b　x の2乗に比例　　c　x に反比例

確認 2 次の問いに答えなさい。

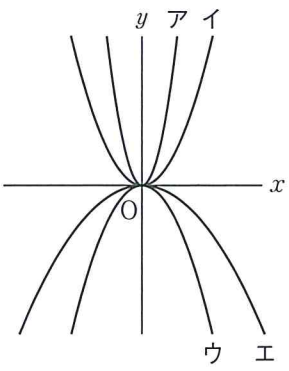
(1) y は x の2乗に比例し，$x=1$ のとき $y=-3$ である。このとき，y を x の式で表しなさい。

(2) y は x の2乗に比例し，$x=3$ のとき $y=18$ である。$x=-4$ のときの y の値を求めなさい。

確認 3 次の(1)～(4)の関数のグラフをかくと，右の図のア～エのようになった。(1)～(4)のグラフを記号で答えなさい。

(1) $y=\frac{1}{2}x^2$　　(2) $y=2x^2$

(3) $y=-\frac{1}{6}x^2$　　(4) $y=-\frac{1}{2}x^2$

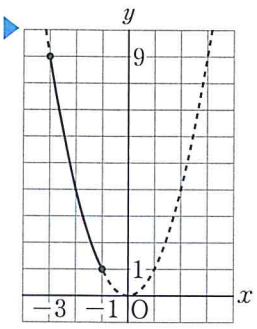


まとめ 2 関数 $y=ax^2$ の値の変化

1 x の変域と y の変域

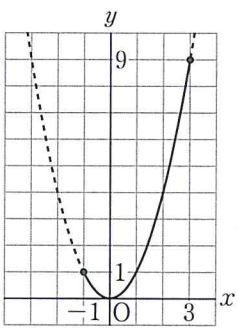
例題 関数 $y=x^2$ について，x の変域が次のときの y の変域を求めなさい。

(1) $-3 \leqq x \leqq -1$



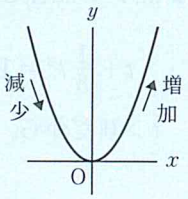
$x=-1$ のとき，
$y=1$…最小値
$x=-3$ のとき，
$y=9$…最大値
y の変域は，
$1 \leqq y \leqq 9$

(2) $-1 \leqq x \leqq 3$



$x=0$ のとき，
$y=0$…最小値
$x=3$ のとき，
$y=9$…最大値
y の変域は，
$0 \leqq y \leqq 9$

$y=ax^2\ (a>0)$ の値の変化は，下の図のようになる。



2 変化の割合

例題 関数 $y=ax^2$ について，x の値が -3 から -1 まで増加するときの変化の割合が 8 である。このとき，a の値を求めなさい。

▶ x と y の値の変化は，右の表のようになる。

x	-3	…	-1
y	$9a$	…	a

$$(\text{変化の割合})=\frac{(y\text{ の増加量})}{(x\text{ の増加量})}=\frac{a-9a}{(-1)-(-3)}=-4a$$

よって，$-4a=8$　　$a=-2$

確認 4 次の問いに答えなさい。

(1) 関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ について，x の変域が次のときの y の変域を求めなさい。

㋐ $2 \leqq x \leqq 6$　　㋑ $-4 \leqq x \leqq 2$

(2) 関数 $y=-2x^2$ について，x の変域が次のときの y の変域を求めなさい。

㋐ $1 \leqq x \leqq 4$　　㋑ $-1 \leqq x \leqq 3$

確認 5 次の問いに答えなさい。

(1) 関数 $y=x^2$ について，x の値が次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。

㋐ 1 から 3 まで　　㋑ -5 から -2 まで

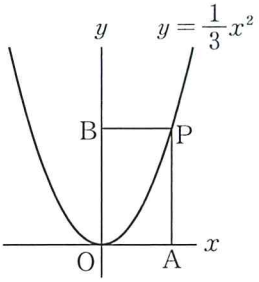
(2) 関数 $y=-\frac{1}{4}x^2$ について，x の値が次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。

㋐ -4 から 0 まで　　㋑ 2 から 6 まで

(3) 関数 $y=ax^2$ で，x の値が 1 から 4 まで増加するときの変化の割合が 10 である。a の値を求めなさい。

まとめ 3　放物線と方程式

例題　右の図で，点Pは関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフ上の点で，x 座標は正である。点Pから x 軸，y 軸に垂線PA，PBをひく。長方形PBOAのまわりの長さが36となるとき，点Pの座標を求めなさい。



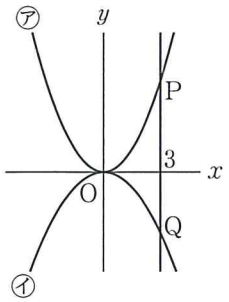
▶点Pの座標を $\left(t,\ \frac{1}{3}t^2\right)$ とする。OA＋OB＝18となればよいから，

$t+\frac{1}{3}t^2=18$　　$t^2+3t-54=0$　　$(t-6)(t+9)=0$

$t>0$ だから，$t=6$　　したがって，点Pの座標は，(6, 12)である。

求めたい点の x 座標を t として，t についての方程式をつくる。

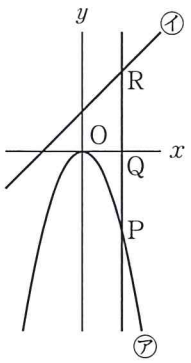
確認 6　右の図で，㋐は関数 $y=x^2$ のグラフ，㋑は関数 $y=ax^2\ (a<0)$ のグラフである。直線 $x=3$ と㋐，㋑との交点をP，Qとする。線分PQの長さが15であるとき，次の問いに答えなさい。



(1)　点Qの座標を求めなさい。

(2)　a の値を求めなさい。

確認 7　右の図で，放物線㋐は関数 $y=-x^2$ のグラフ，直線㋑は関数 $y=x+2$ のグラフである。放物線㋐上の $x>0$ の範囲を動く点をPとし，点Pを通って y 軸に平行な直線と x 軸，直線㋑との交点をそれぞれQ，Rとする。次の問いに答えなさい。

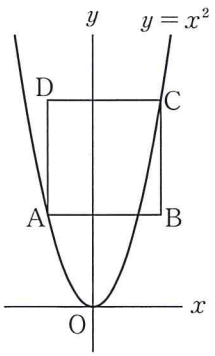


(1)　点Pの x 座標が1のとき，線分PRの長さを求めなさい。

(2)　点Pの x 座標を t とするとき，線分PQの長さ，線分QRの長さを，それぞれ t の式で表しなさい。

(3)　線分PQの長さと線分QRの長さが等しくなるときの，点Pの座標を求めなさい。

確認 8　右の図のように，関数 $y=x^2$ のグラフ上に点A(−2, 4)と点Cがある。点Cの x 座標は正で，y 座標は4より大きい。また，辺AB，BCがそれぞれ x 軸，y 軸に平行になるように，長方形ABCDをつくる。次の問いに答えなさい。



(1)　点Cの x 座標を t とするとき，辺BCの長さを t の式で表しなさい。

(2)　長方形ABCDが正方形であるとき，点Cの座標を求めなさい。

演習問題

1 次のア～エの関数のグラフについて，下の問いに答えなさい。

ア $y=x^2$　　イ $y=2x^2$　　ウ $y=-\frac{1}{2}x^2$　　エ $y=-2x^2$

まとめ 1

(1) グラフが点 $(-2, -8)$ を通るものを選びなさい。

(2) グラフの開き方が最も大きいものを選びなさい。

(3) グラフが x 軸について対称であるものを 1 組(2 つ)選びなさい。

2 関数 $y=2x^2$ について，x の変域が次のときの y の変域を求めなさい。

(1) $-3 \leqq x \leqq -1$　　(2) $-4 \leqq x \leqq 2$

まとめ 2

3 次の問いに答えなさい。

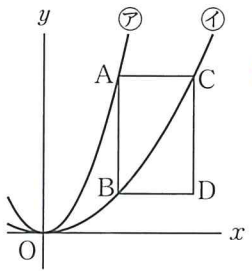
(1) 次の関数について，x の値が -4 から -2 まで増加するときの変化の割合をそれぞれ求めなさい。

㋐ $y=\frac{1}{4}x^2$　　㋑ $y=-2x^2$

まとめ 2

(2) 関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ について，x の値が a から $a+2$ まで増加するときの変化の割合が 5 である。このとき，a の値を求めなさい。

4 右の図において，放物線㋐，㋑はそれぞれ関数 $y=x^2$，$y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフである。また，点 A は放物線㋐上の $x>0$ の範囲を動く点である。点 A を通り y 軸に平行な直線と㋑との交点を B，点 A を通り x 軸に平行な直線と㋑の $x>0$ の部分との交点を C とし，線分 AB，AC を 2 辺とする長方形 ABDC をつくる。次の問いに答えなさい。



まとめ 3

(1) 点 A の x 座標を t とするとき，点 C の座標を t の式で表しなさい。

(2) 線分 AC の長さが 2 になるとき，線分 AB の長さを求めなさい。

(3) 長方形 ABDC が正方形であるとき，点 A の座標を求めなさい。

実戦問題

1 次の問いに答えなさい。

(1) y は x の 2 乗に比例し，$x=3$ のとき $y=12$ である。このとき，y を x の式で表しなさい。〈長崎〉

まとめ 1

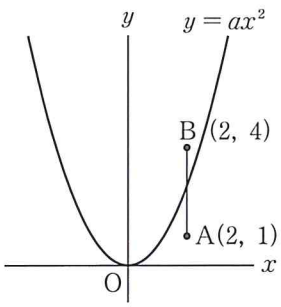
(2) y は x の 2 乗に比例し，$x=-6$ のとき $y=9$ である。$x=8$ のときの y の値を求めなさい。〈福岡〉

2 次の問いに答えなさい。

(1) 関数 $y=-7x^2$ のグラフ上に y 座標が -28 である点がある。この点の x 座標を求めなさい。〈滋賀〉

演習 1

(2) 右の図のように，2 点 A(2, 1)，B(2, 4) と関数 $y=ax^2$ のグラフがある。関数 $y=ax^2$ のグラフが線分 AB を通るとき，a の値の範囲を不等号を用いて表しなさい。〈石川改〉



3 次の問いに答えなさい。

(1) 関数 $y=-x^2$ について，x の変域が $1 \leqq x \leqq 3$ のときの y の変域を求めなさい。〈栃木〉

演習 2

(2) 関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ について，x の変域が $-3 \leqq x \leqq 6$ のときの y の変域を求めなさい。〈熊本〉

(3) 関数 $y=ax^2$ について，x の変域が $-2 \leqq x \leqq 1$ のとき，y の変域が $0 \leqq y \leqq 8$ である。このとき，定数 a の値を求めなさい。〈岡山〉

4 次の問いに答えなさい。

(1) 関数 $y=2x^2$ で，x の値が 2 から 5 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。〈岐阜〉

演習 3

(2) 関数 $y=x^2$ について，x が a から $a+5$ まで増加するとき，変化の割合は 7 である。このとき，a の値を求めなさい。〈新潟〉

(3) x の値が 1 から 4 まで増加するとき，2 つの関数 $y=ax^2$ と $y=2x$ の変化の割合が等しくなるような a の値を求めなさい。〈神奈川〉