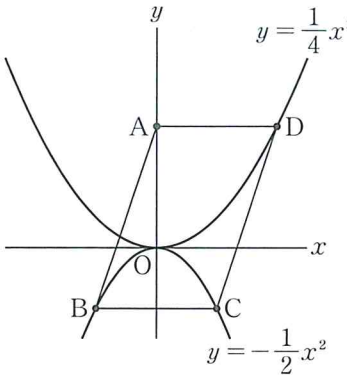
4 右の図で，O は原点，A は y 軸上の点，B，C は関数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上の点，D は関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上の点である。また，線分 AD は x 軸に平行である。四角形 ABCD が平行四辺形で，点 C の x 座標が 2 であるとき，次の問いに答えなさい。〈愛知〉

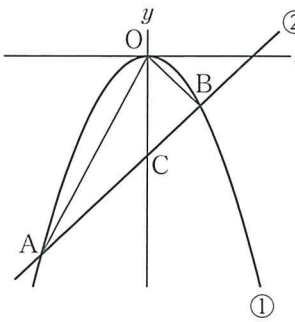


まとめ 2

(1) 点 D の座標を求めなさい。

(2) 平行四辺形 ABCD の面積を 2 等分する傾き 2 の直線の式を求めなさい。

5 右の図で，①は関数 $y=-\frac{1}{4}x^2$ のグラフである。点 A，B は①上にあり，点 A の x 座標は -8，点 B の x 座標は 4 である。②は点 A，B を通る直線であり，y 軸との交点を C とする。次の問いに答えなさい。ただし，座標軸の単位の長さを 1cm とする。〈青森〉



演習 1〜3

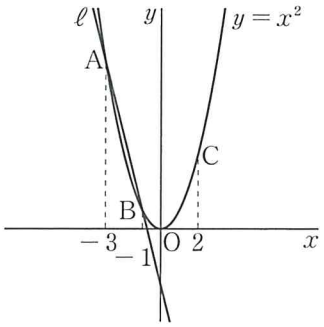
(1) 点 A の y 座標を求めなさい。

(2) 直線②の式を求めなさい。

(3) △OAB の面積を求めなさい。

(4) 点 Q を △OAB の辺上にとり，線分 CQ が △OAB の面積を 2 等分するとき，点 Q の座標を求めなさい。

6 右の図のように，関数 $y=x^2$ のグラフ上に 3 点 A，B，C があり，A，B，C の x 座標はそれぞれ -3，-1，2 である。また，2 点 A，B を通る直線を ℓ とする。このとき，次の問いに答えなさい。〈福島〉



演習 1, 4

(1) 直線 ℓ の傾きを求めなさい。

(2) 点 C を通り，直線 ℓ に平行な直線を m とし，m と y 軸との交点を D とする。

① △BCD の面積を求めなさい。

② 関数 $y=x^2$ のグラフ上に点 P をとり，P の x 座標を t とする。ただし，$0<t<2$ とする。また，P を通り y 軸に平行な直線と m との交点を Q とする。四角形 BPCQ の面積が四角形 ABCD の面積の $\frac{1}{5}$ となる t の値を求めなさい。

23 いろいろな関数の利用

まとめ 1 $y=ax^2$ の利用①

例題 一定の速さで走っている自動車がブレーキをかけたとき，ブレーキがきき始めてから止まるまでに進む距離を制動距離といい，自動車の速さの2乗に比例する。ある自動車が，時速30kmで走っているときの制動距離は6mである。この自動車の制動距離が24mになるのは，時速何kmで走っているときか，求めなさい。

▶時速 $x$km で走っているときの制動距離を ym とすると，$y=ax^2$ と表される。

$x=30$ のとき $y=6$ であるから，$6=a\times30^2$　　$a=\frac{1}{150}$　　したがって，$y=\frac{1}{150}x^2$

$y=24$ を代入すると，$24=\frac{1}{150}x^2$　　$x^2=3600$　　$x>0$ だから，$x=60$

よって，時速60kmで走っているときである。

確認 1 ある斜面で球を転がした。右の表は，球が転がり始めてから x 秒間に転がる距離を ym として，x と y の関係を調べたもので，y は x の2乗に比例する。次の問いに答えなさい。

x	0	1	2	3
y	0	0.2	0.8	ア

(1) y を x の式で表しなさい。

(2) 表の［ア］にあてはまる数を求めなさい。

(3) 球が転がり始めて2秒後から5秒後までの，3秒間の平均の速さは毎秒何mか，求めなさい。

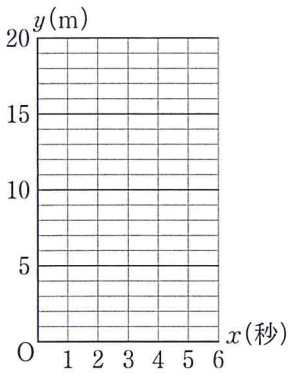
ガイド
2秒後から5秒後までの平均の速さは，その間の変化の割合を表している。

確認 2 一般に短距離走では，スタート直後の数秒間は加速し，進む距離は時間の2乗に比例するという。Aさんは，スタートしてから1秒間に2m進む。次の問いに答えなさい。

(1) Aさんがスタートしてから x 秒間に進む距離を ym とするとき，y を x の式で表しなさい。

(2) Aさんがスタート地点から18m進むのは，スタートしてから何秒後か，求めなさい。

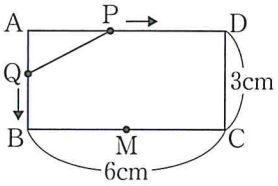
(3) Bさんは，毎秒4mの一定の速さで走っている。Bさんが P 地点を通過するのと同時にAさんが P 地点をスタートしてBさんを追いかけた。Aさんが P 地点を出発してから x 秒間に P 地点から進んだ距離を ym として，AさんとBさんの進み方を示すグラフを右の図にかきなさい。また，Aさんが Bさんに追いつくのは，P 地点から何m進んだ地点か，求めなさい。



まとめ 2　$y=ax^2$ の利用②

1　点や図形の移動と $y=ax^2$

例題　右の図の長方形 ABCD で，辺 BC の中点を M とする。点 P は A を出発し，辺 AD 上を毎秒 2cm の速さで 1 往復する。点 Q は，点 P と同時に A を出発し，辺上を B を通って M まで毎秒 1cm の速さで動く。2 点 P，Q が動き始めてから x 秒後の △APQ の面積を $y$cm² とする。次のそれぞれの場合について，y を x の式で表し，そのグラフをかきなさい。



㋐　$0 \leqq x \leqq 3$ のとき　　㋑　$3 \leqq x \leqq 6$ のとき

▶㋐のとき，図 1 のようになる。

AP＝$2x$cm，AQ＝$x$cm だから，

$y=\frac{1}{2}\times 2x\times x$　　よって，$y=x^2$

㋑のとき，図 2 のようになる。

AP＝$(12-2x)$cm，AB＝3cm だから，

$y=\frac{1}{2}\times(12-2x)\times 3$　　よって，$y=-3x+18$

グラフは，図 3 のようになる。

図 1

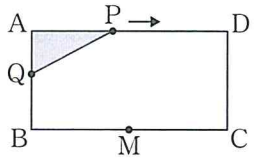


図 2

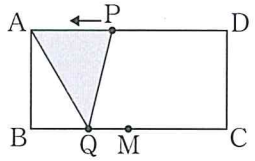
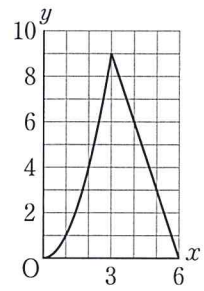
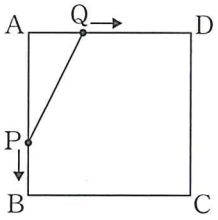


図 3



確認 3　右の図のような 1 辺 6cm の正方形 ABCD の辺上を，点 P は毎秒 2cm の速さで左回りに，点 Q は毎秒 1cm の速さで右回りに移動する。2 点 P，Q は同時に A を出発し，出会ったところで停止する。A を出発してから x 秒後の △APQ の面積を $y$cm² とする。次の問いに答えなさい。

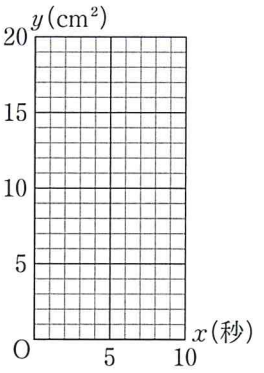


(1)　x と y の関係を次のようにまとめた。□ にあてはまる数や式を答えなさい。また，x と y の関係を表すグラフを，右の図にかきなさい。

$0 \leqq x \leqq 3$ のとき，　$y=$ ［ア］

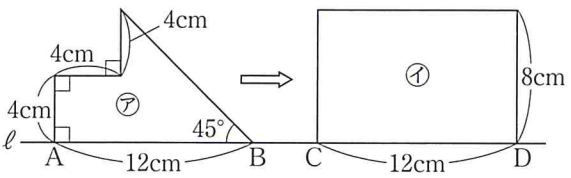
$3 \leqq x \leqq 6$ のとき，　$y=3x$

$6 \leqq x \leqq$ ［イ］ のとき，　$y=$ ［ウ］



(2)　△APQ の面積が，正方形 ABCD の面積の $\frac{1}{3}$ になるのは，2 点 P，Q が A を出発してから何秒後か，すべて求めなさい。

確認 4　右の図形㋐は，正方形と直角二等辺三角形を組み合わせたもので，図形㋑は長方形である。図形㋐，㋑の辺 AB，CD はともに直線 ℓ 上にあり，図形㋐は矢印の方向に，頂点 B が頂点 D に重なるまで動く。頂点 B が頂点 C より右へ $x$cm 動いたとき，図形㋐と㋑の重なる部分の面積を $y$cm² とする。次のそれぞれの場合について，y を x の式で表しなさい。



(1)　$0 \leqq x \leqq 8$ のとき　　(2)　$8 \leqq x \leqq 12$ のとき

まとめ 3　いろいろな関数

例題　ある会社では，商品の配送に，A，B 2つの運送会社を利用している。それぞれの運送会社で，重さ $x$kg の商品1個を配送するときの料金 y 円は，次の通りである。ただし，$0 < x \leqq 20$ とする。

【A社】

x(kg)	y(円)
$0 < x \leqq 8$ のとき	400
$8 < x \leqq 14$ のとき	1000
$14 < x \leqq 20$ のとき	1600

【B社】

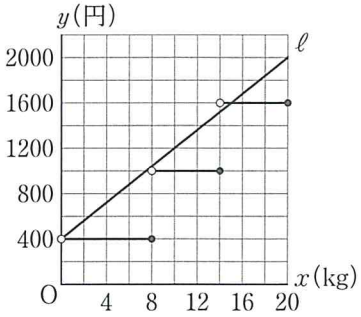
400円に，商品1個の重さに比例する金額を加える。加える金額は，1kg あたり80円である。
y は x の1次式で表される。

A社とB社の料金が等しくなるのは，商品の重さが何kgのときか，求めなさい。

▶A社の，x と y の関係を表すグラフは，右のような階段状になる。ただし，●はその点をふくみ，○はその点をふくまないことを表す。B社の x と y の関係は，$y = 80x + 400$ と表され，グラフは右のような直線 ℓ になる。A社の階段状グラフとB社の直線 ℓ が交わる点の y 座標は1600である。直線 ℓ の式に $y = 1600$ を代入すると，

$1600 = 80x + 400$　　$x = 15$

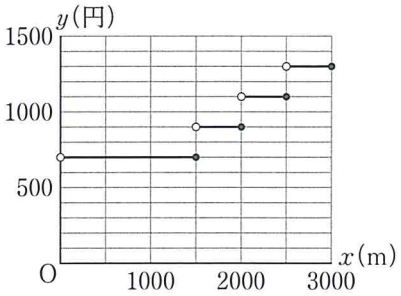
よって，商品の重さが15kgのとき，A社とB社の料金は等しい。



確認 5　あるタクシー会社の料金は，走行距離1500mまでは700円で，その後500mごとに200円加算される。右の図は，走行距離を xm，料金を y 円として，x と y の関係を表したグラフの一部である。次の問いに答えなさい。

(1)　走行距離が3800mのときの料金を求めなさい。

(2)　料金が2500円であるときの走行距離は，何mをこえて何mまでのときか，求めなさい。



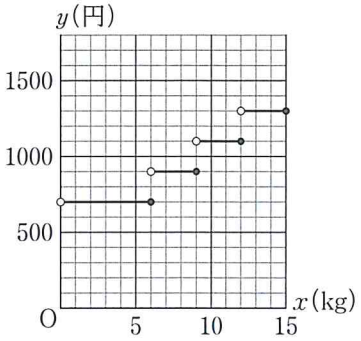
●はその点がふくまれることを，○はその点がふくまれないことを表す。

確認 6　右の表とグラフは，A社とB社について，荷物を送るときの荷物の重さ $x$kg と料金 y 円の関係を表したものである。ただし，$0 < x \leqq 15$ とする。また，B社の料金グラフでは，●はその点をふくみ，○はその点をふくまないことを表す。次の問いに答えなさい。

〈A社の料金〉

x(kg)	y(円)
$0 < x \leqq 10$	1000
$10 < x \leqq 15$	1500

〈B社の料金〉

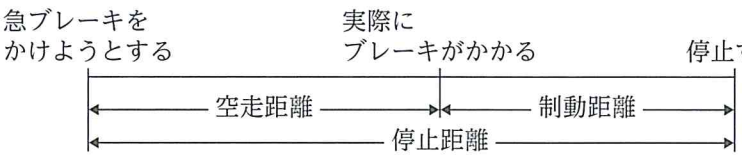


(1)　A社の料金を表すグラフを，B社の料金グラフにかき入れなさい。

(2)　A社の料金の方がB社の料金よりも安くなるのは，荷物の重さが何kgより重く何kg以下のときか，答えなさい。

演習問題

1　一定の速さで走行する自動車において，運転者が急ブレーキをかけようとしてから実際にブレーキがかかるまでに進む距離を空走距離，実際にブレーキがかかってから停止するまでに進む距離を制動距離，空走距離と制動距離の和を停止距離という。ある自動車の速さを秒速 xm，空走距離を ym，制動距離を zm とするとき，$y=ax$，$z=bx^2$ の関係が成り立ち，$x=15$ のとき，$y=12$，$z=18$ であるという。次の問いに答えなさい。



まとめ 1

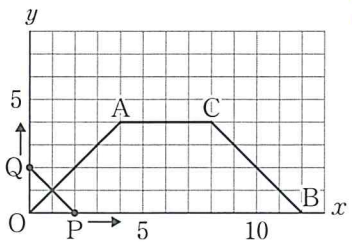
(1)　a，b の値を求めなさい。

(2)　空走距離が 20m のとき，制動距離を求めなさい。

(3)　停止距離が 48m であるのは，自動車の速さが秒速何 m のときか，求めなさい。

2　右の図 1 のように，4 点 A(4, 4)，原点 O，B(12, 0)，C(8, 4) を頂点とする台形 AOBC がある。2 点 P，Q は原点 O を同時に出発し，P は x 軸上を，Q は y 軸上をそれぞれ正の方向に毎秒 1cm の速さで動く。ただし，座標軸の 1 目もりを 1cm とする。点 P，Q が原点を同時に出発してからの時間を x 秒とし，そのとき △OPQ と台形 AOBC が重なる部分の面積を $y$cm^2 とする。直線 PQ が点 A を通るときの x の値を a として，次の問いに答えなさい。

図 1

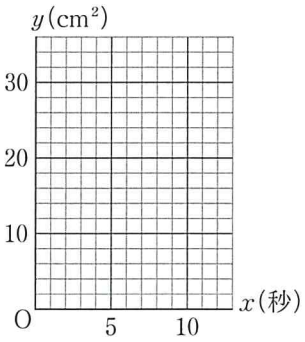


まとめ 2

(1)　a の値を求めなさい。

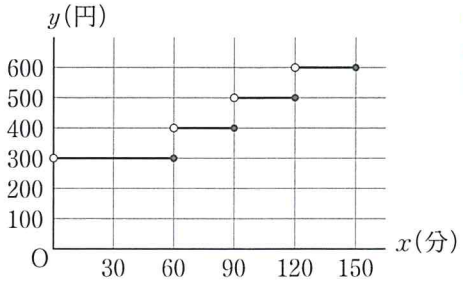
(2)　$0 \leqq x \leqq a$，$a \leqq x \leqq 12$ のそれぞれについて，y を x の式で表しなさい。
また，そのグラフを右の図 2 にかきなさい。

図 2



(3)　$y=12$ となるときの x の値を求めなさい。

3　ある駐車場の駐車料金は，60 分以内が 300 円で，その後 30 分ごとに 100 円ずつ加算されていく。右の図は，この駐車場に，連続して x 分駐車したときの駐車料金を y 円として，x と y の関係を表したグラフの一部で，●はその点をふくみ，○はその点をふくまない。この駐車場では，1000 円で最大何分駐車できるか，求めなさい。

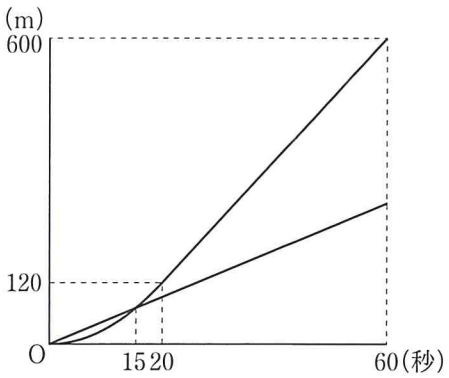


まとめ 3

実戦問題

1 東西に一直線にのびた道路上のP地点にバスが停車している。バスはこの道路を東に向かって進むものとし，バスがP地点を出発してから x 秒後までに進む道のりを ym とする。y を x の式で表すと，x の変域が $0 \leqq x \leqq 20$ のとき，$y = \frac{3}{10}x^2$ であり，x の変域が $20 \leqq x \leqq 60$ のとき，$y = ax + b$（a，b は定数）である。ただし，$x = 60$ のとき $y = 600$ である。Aさんはバスが進む道路と同じ道路を東に向かって，一定の速さで自転車に乗って進んでいる。バスがP地点を出発すると同時にAさんはP地点を通過し，バスがP地点を出発してから15秒後にAさんはバスに追いつかれた。右の図は，バスがP地点を出発してから60秒後までの時間とバスが進む道のりの関係をグラフに表したものに，Aさんの進むようすをかき入れたものである。次の問いに答えなさい。〈福岡〉

演習 1



(1) バスがP地点を出発してから20秒後までの，バスの平均の速さは秒速何mか求めなさい。

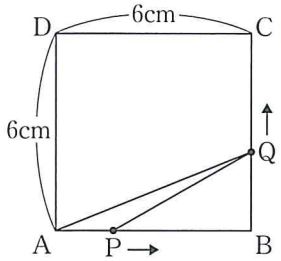
(2) バスがP地点を出発してから20秒後に，バスとAさんは何m離れているか求めなさい。

(3) P地点から東に向かって600m進んだところにQ地点がある。Bさんはバスが進む道路と同じ道路を西に向かって，秒速3mの一定の速さで走っている。Bさんはバスが P地点を出発する10秒前にQ地点を通過し，P地点まで走る途中でこのバスとすれ違った。Bさんがバスとすれ違ったのは，バスがP地点を出発してから何秒後か求めなさい。

2 図1の正方形ABCDは，1辺の長さが6cmである。点P，Qは，同時にそれぞれ点A，Bを出発し，点Pは正方形の辺上を点Bを通って点Cに向かって毎秒 $p$cm，点Qは正方形の辺上を点C，Dの順に通って点Aまで毎秒1cmの速さで動くものとする。点P，Qが出発してから，x 秒後の△APQの面積を $y$cm^2 とする。また，図2は，点Qが点Aまで動いたとき，x と y の関係を表したグラフの一部である。次の問いに答えなさい。〈青森改〉

演習 2

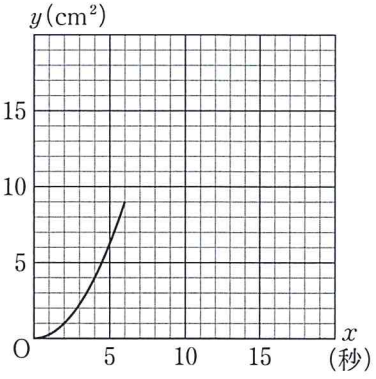
図1



(1) 図2は，関数 $y = ax^2$（$0 \leqq x \leqq 6$）のグラフである。

㋐ a の値を求めなさい。　　㋑ p の値を求めなさい。

図2



(2) $6 \leqq x \leqq 12$ のとき，y を x の式で表しなさい。

(3) 点Qが点Aまで動くとき，x と y の関係を表すグラフを図2にかき加えなさい。