7　教科書やノートには，A 判や B 判とよばれる規格の大きさの紙が使われている。そのうち，A 判の紙の大きさは，次のように決められている。次の問いに答えなさい。〈徳島抜粋〉

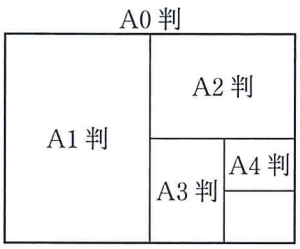
演習 3

A 判の紙の大きさの決め方

① A0 判の紙は，面積が $1m^2$ の長方形である。

② A0 判の紙を，長い方の辺を半分にして切ると，A1 判の紙になり，A0 判と A1 判の紙は相似になっている。

③ 同じように，次々と長い方の辺を半分にして切っていくと，A2 判，A3 判，A4 判，…の紙になり，それらはすべて相似になっている。



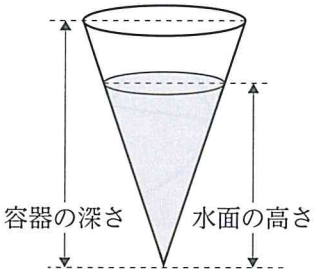
(1)　A0 判の紙の面積は，A4 判の紙の面積の何倍か，求めなさい。

(2)　A2 判の紙の周の長さが 2028mm であるとすると，A4 判の紙の周の長さは何 mm となるか，求めなさい。

8　相似な 2 つの三角錐 P，Q があり，その相似比は 3：5 である。P と Q の体積比を求めなさい。〈富山〉

演習 4

9　底面の半径が 4cm の円錐の形をした，深さが 12cm の空の容器がある。この容器に水を入れ，右の図のように水面が容器の底面と平行になるようにした。このとき，水面の高さが 9cm になった。この状態の容器に，はじめに入れた水と等しい体積の水を加えると，容器から水はあふれるか，あふれないかを答え，その理由を式とことばを用いて書きなさい。〈秋田〉



演習 4

10　図 1 のように，相似な 2 つの円柱の形をした容器 A，B があり，その相似比は 3：2 である。容器 A の高さは 54cm で，容器 B には水がいっぱいに入っている。図 2 のように，容器 B の水をこぼさないように，水平な台に置かれた容器 A に移しかえた。このとき，容器 A の底面から水面までの高さは何 cm になるか，求めなさい。〈和歌山〉

図 1

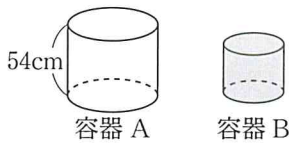
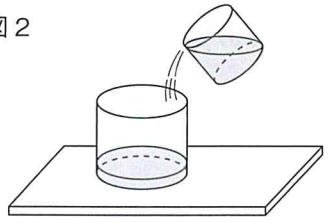


図 2



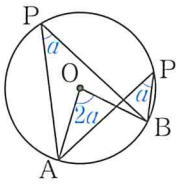
演習 4

26 円周角の定理

まとめ 1 円周角の定理

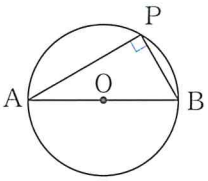
1 円周角の定理

$\angle APB = \frac{1}{2}\angle AOB$



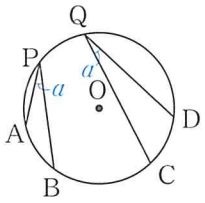
2 直径と円周角

線分 AB が直径
$\overset{\frown}{AB}$ が半円の弧
$\Leftrightarrow \angle APB = 90°$



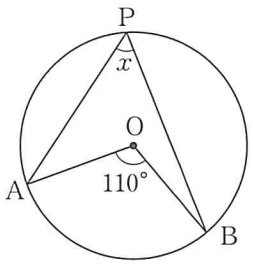
3 円周角と弧

$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD} \Leftrightarrow \angle APB = \angle CQD$

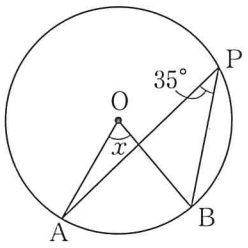


確認 1 次の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

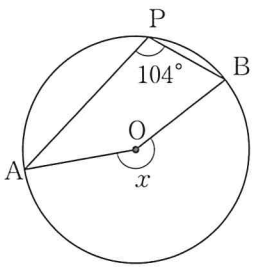
(1)



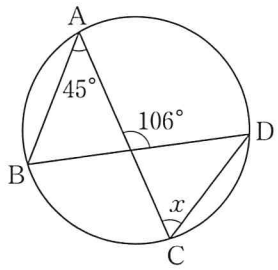
(2)



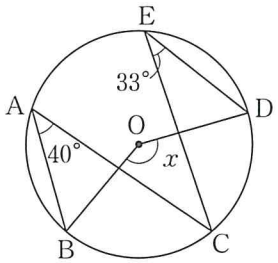
(3)



(4)



(5)

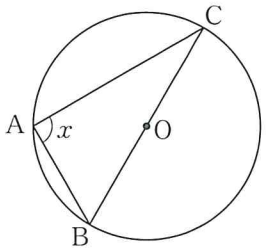


ガイド

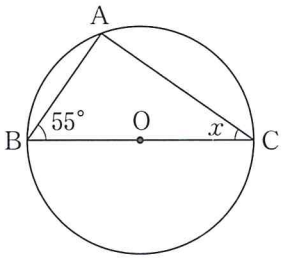
(5) 線分 OC をひくと，
$\angle BOD = \angle BOC + \angle COD$

確認 2 次の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

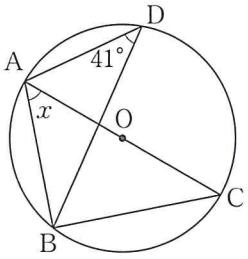
(1)



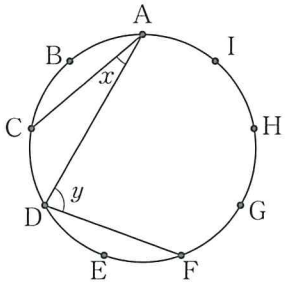
(2)



(3)

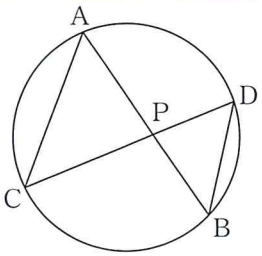


確認 3 右の図で，A，B，C，D，E，F，G，H，I は，円周を 9 等分する点である。$\angle x$，$\angle y$ の大きさをそれぞれ求めなさい。



まとめ 2　円周角の定理と証明

例題　右の図で，円の2つの弦AB，CDの交点をPとする。このとき，△ACP∽△DBPであることを証明しなさい。



▶[証明]　△ACPと△DBPにおいて，

$\overset{\frown}{CB}$ に対する円周角は等しいから，

∠CAP＝∠BDP　…①

$\overset{\frown}{AD}$ に対する円周角は等しいから，

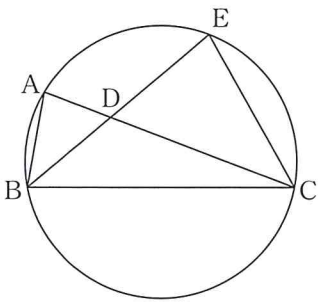
∠ACP＝∠DBP　…②

①，②のどちらかのかわりに，次のことを使ってもよい。
「対頂角が等しいから，∠APC＝∠DPB」

①，②より，2組の角がそれぞれ等しいから，

△ACP∽△DBP

確認 4　右の図のように，△ABCと3点A，B，Cを通る円がある。∠ABCの二等分線と辺AC，円との交点をそれぞれD，Eとする。このとき，△BCE∽△CDEであることを次のように証明した。空らんをうめて，証明を完成させなさい。



[証明]　△BCEと△CDEにおいて，

仮定より，∠ABE＝∠［㋐］　…①

$\overset{\frown}{AE}$ に対する円周角は等しいから，∠ABE＝∠［㋑］　…②

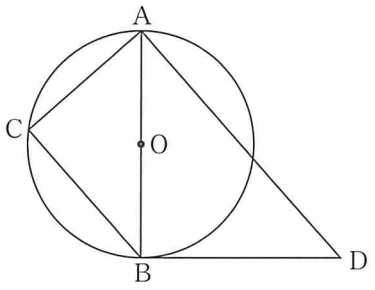
①，②より，∠［㋐］＝∠［㋑］　…③

共通な角だから，∠BEC＝∠［㋒］　…④

③，④より，［㋓］から，

△BCE∽△CDE

確認 5　右の図のように，ABを直径とする円Oの周上に点Cをとる。また，Aを通りCBに平行な直線と，Bにおける円Oの接線との交点をDとする。次の問いに答えなさい。



(1)　△ACB∽△DBAであることを次のように証明した。空らんをうめて，証明を完成させなさい。

[証明]　△ACBと△DBAにおいて，

ABは円Oの直径だから，∠ACB＝［㋐］°　…①

BDは円Oの接線だから，∠DBA＝［㋑］°　…②

①，②より，∠ACB＝∠［㋒］　…③

CB // ADで，［㋓］が等しいから，∠ABC＝∠［㋔］　…④

③，④より，［㋕］から，

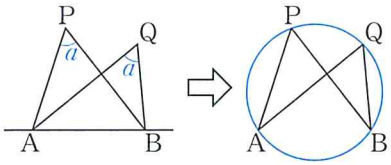
△ACB∽△DBA

ガイド
円の接線は，接点を通る半径に垂直である。

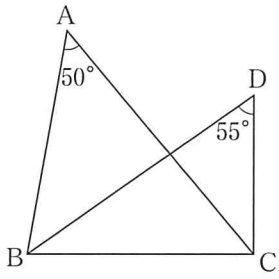
(2)　AB＝4cm，BC＝3cmのとき，線分ADの長さを求めなさい。

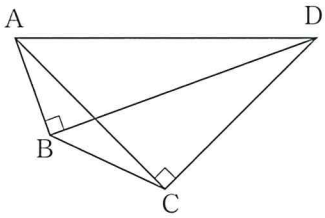
まとめ 3　円周角の定理の逆

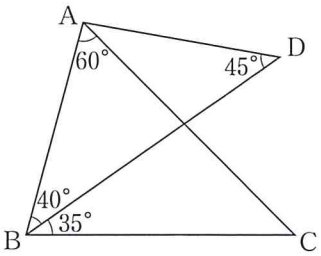
2点P，Qが直線ABの同じ側にあり，
∠APB＝∠AQBならば，
4点A，B，P，Qは1つの円周上にある。



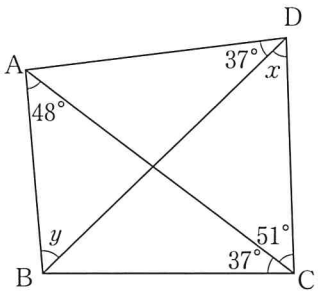
確認 6　次の図で，4点A，B，C，Dが1つの円周上にあるときは○，そうでないときは×を書きなさい。

(1)


(2)


(3)


確認 7　右の図で，$\angle x$，$\angle y$の大きさをそれぞれ求めなさい。



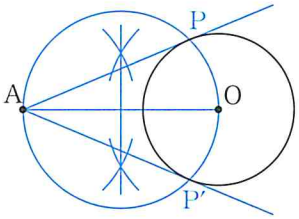
● ガイド ●
三角形の内角の和だけから求めることができないときは，4点A，B，C，Dが1つの円周上にないか考える。

まとめ 4　円周角の定理と作図

1　円外の1点からの接線

円外の1点から，その円にひいた2つの接線の長さは等しい。

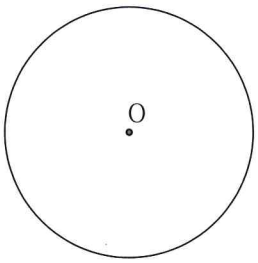
例　円O外の点Aから円Oに接線をひくには，線分AOを直径とする円を作図し，円Oとの交点をP，P′として，半直線AP，AP′をひけばよい。



円の接線は接点を通る半径に垂直だから，
接点をP，P′とすると，
∠APO＝90°(∠AP′O＝90°)となる。
よって，P，P′はAOを直径とする円周上にある。

このとき，△APO≡△AP′Oより，AP＝AP′となる。

確認 8　下の図で，円O外の点Aから，円Oにひいた接線を作図しなさい。



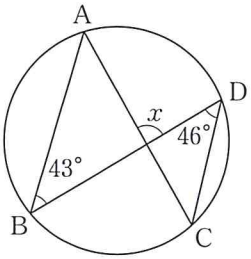
A•

演習問題

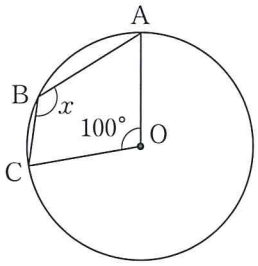
1　次の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

まとめ 1

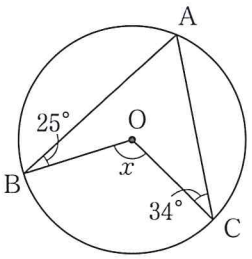
(1)



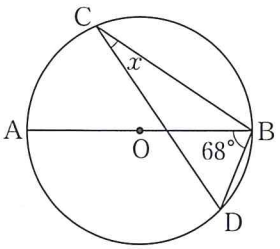
(2)



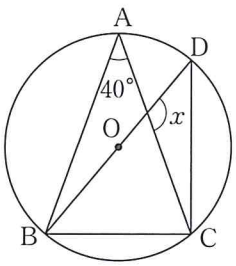
(3)



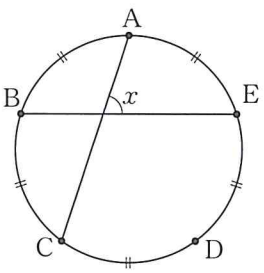
(4)



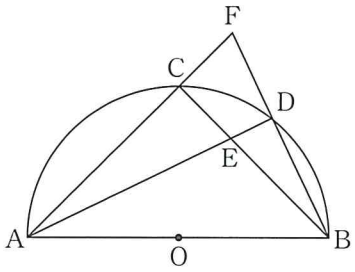
(5)　AB＝AC



(6)　A ～ E は円周を 5 等分する点



2　右の図のように，線分 AB を直径とする半円 O の $\overset{\frown}{AB}$ 上に点 C を AC＝BC となるようにとる。また，$\overset{\frown}{BC}$ 上に点 D をとり，線分 AD と線分 BC との交点を E とする。さらに，線分 AC の延長と線分 BD の延長との交点を F とする。このとき，△AEC ≡ △BFC であることを次のように証明した。［　　］に証明の続きを書き，証明を完成させなさい。



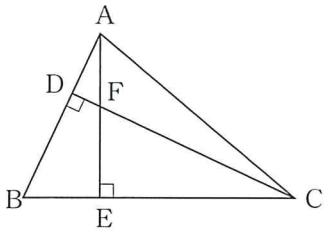
まとめ 2

［証明］　△AEC と △BFC において，

仮定より，AC＝BC　…①

［　　］

3　右の図のような AB ＜ AC の鋭角三角形で，2 点 A，C からそれぞれ辺 BC，AB に垂線 AE，CD をひいて AE と CD の交点を F とする。次の問いに答えなさい。



まとめ 3, 4

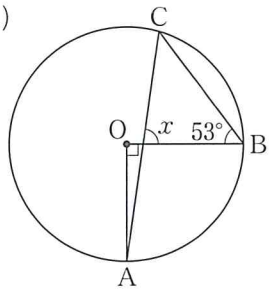
(1)　6 点 A，B，C，D，E，F のうち，1 つの円周上にある 4 点の組を 2 組答えなさい。

(2)　点 C を中心とする半径 CE の円に対し，点 A から 2 本の接線をひくことができる。そのうちの 1 本は直線 AE である。もう 1 本の接線を右の図に作図しなさい。

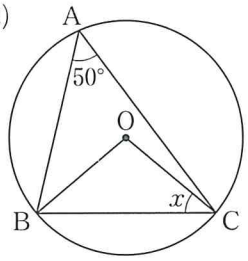
実戦問題

1 次の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

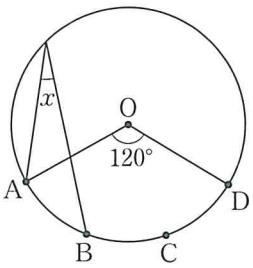
(1) 〈岩手〉



(2) 〈新潟〉

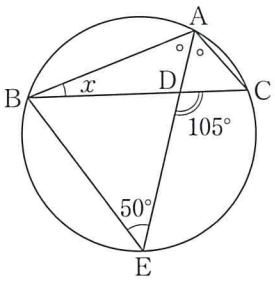


(3) $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}$ 〈沖縄〉

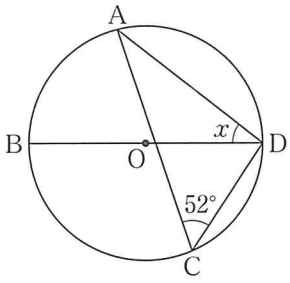


演習 1

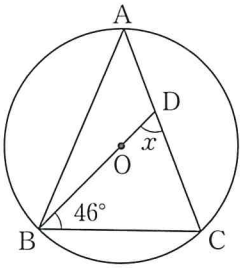
(4) $\angle BAE=\angle EAC$ 〈福井〉



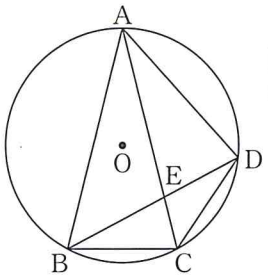
(5) 〈秋田〉



(6) $AB=AC$ 〈神奈川改〉

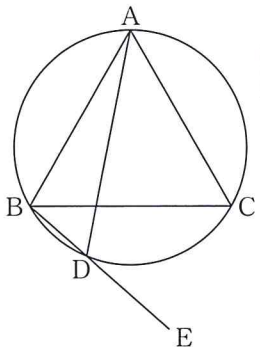


2 右の図のように，円 O の周上に 4 点 A，B，C，D があり，$AB=AC$，$\angle BAC=\angle CAD$ である。また，線分 AC と線分 BD との交点を E とする。このとき，$\triangle ABE\equiv\triangle ACD$ を証明しなさい。 〈富山抜粋〉



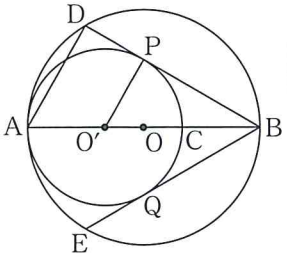
演習 2

3 右の図のように，正三角形 ABC と 3 点 A，B，C を通る円がある。直線 BC について，点 A と反対側の円周上に点 D をとる。線分 BD を D の方に延長した直線上に，$AD=BE$ となる点 E をとる。このとき，$\triangle ADC\equiv\triangle BEC$ であることを証明しなさい。 〈佐賀抜粋〉



演習 2

4 右の図のように，線分 AB を直径とする円 O がある。また，線分 AB 上に点 A，B と異なる点 C をとり，線分 AC を直径とする円を円 O′ とする。点 B から円 O′ に 2 つの接線をひき，接点をそれぞれ P，Q とする。さらに，2 つの直線 BP，BQ と円 O との交点で，B 以外の点をそれぞれ D，E とする。このとき，$\triangle ABD\backsim\triangle O'BP$ を証明しなさい。 〈富山抜粋〉



演習 2