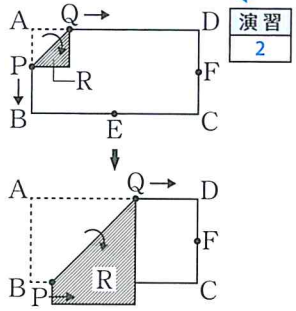
3　右の図１のように，AB＝4cm，BC＝8cm の長方形 ABCD があり，辺 BC，CD の中点をそれぞれ点 E，F とする。点 P は，A を出発し，毎秒 1cm の速さで，あともどりすることなく辺 AB，BC 上を E まで動き，E で停止する。また，点 Q は，P と同時に A を出発し，毎秒 1cm の速さで，あともどりすることなく辺 AD，DC 上を F まで動き，F で停止する。線分 PQ を折り目として，A をふくむ図形を折り返し，その図形(図１の斜線部分)を R とする。P，Q が同時に A を出発してから x 秒後の R の面積を $y$cm^2 とするとき，次の問いに答えなさい。〈富山〉

図１

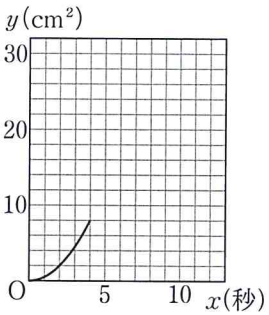


演習 2

(1)　$x=6$ のとき，y の値を求めなさい。

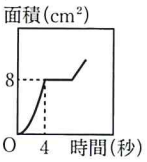
(2)　右の図２は，Q が F まで動くときの x と y の関係を表したグラフの一部である。このグラフを完成させなさい。

図２

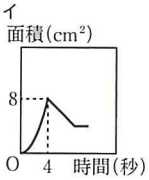


(3)　右の図３のように，図１の図形 R と長方形 ABCD とが重なってできる図形を S とする。P，Q が同時に A を出出してから Q が F で停止するまでの時間と，図形 S の面積との関係を表すグラフに最も近いものを，下のア～オの中から１つ選び，記号で答えなさい。

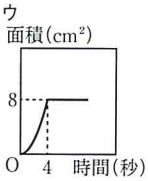
ア



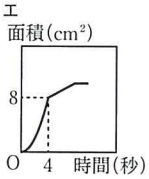
イ



ウ



エ



オ

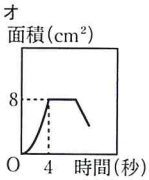
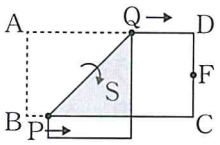


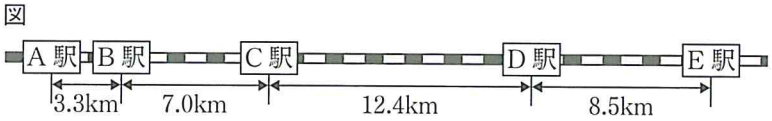
図３



(4)　P，Q が同時に A を出発してから，経過した時間毎に図形 R と図形 S の面積を比較したとき，面積比が５：２となるのは，P，Q が同時に A を出発してから何秒後か求めなさい。

4　右の図は，ある鉄道の路線における A 駅から E 駅までの各駅の間の距離を表したものである。また，グラフは，この路線の乗車距離と大人の片道運賃の関係を表したものである。ただし，子どもの運賃は，大人の運賃の半額である。次の問いに答えなさい。〈徳島抜粋〉

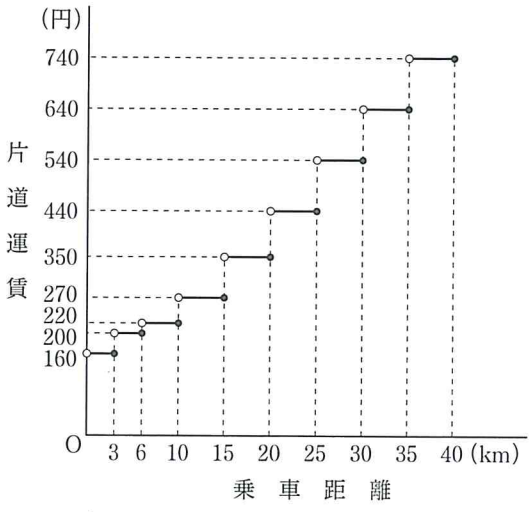
図



演習 3

(1)　大人５人が B 駅から C 駅まで乗ったときの片道運賃の合計金額を求めなさい。

(2)　大人９人と子ども６人のグループ全員が，１人１枚ずつの片道の乗車券を購入し，A 駅から E 駅方面に向かう列車に，ある駅で乗り，別の駅で降りた。このときの片道運賃の合計金額が 6480 円であった。このグループは，どの駅で乗り，どの駅で降りたか，それぞれ A ～ E で答えなさい。

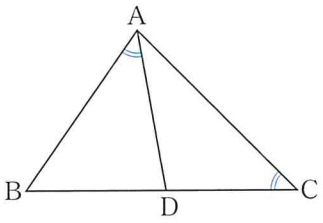


(●はその点をふくむことを表し，○はその点をふくまないことを表す。)

24 相似な図形

まとめ 1 三角形の相似条件と証明

例題 右の図のように，∠A が ∠C より大きい △ABC で，辺 BC 上に点 D を ∠DAB ＝ ∠ACB となるようにとる。
このとき，△ABC ∽ △DBA であることを証明しなさい。



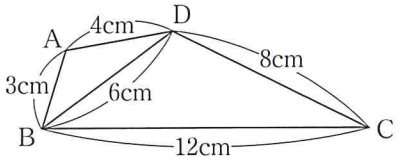
▶[証明] △ABC と △DBA において，
仮定より，∠ACB ＝ ∠DAB …①
共通な角だから，∠ABC ＝ ∠DBA …②
①，②より，2 組の角がそれぞれ等しいから，
△ABC ∽ △DBA

〈証明の手順〉
(1) 証明する三角形を示す。
(2) 相似条件を導く等しい辺や角をその根拠とともに示す。
(3) 相似条件を示し，結論を書く。

● ガイド ●

三角形の相似条件
- 3 組の辺の比がすべて等しい。
- 2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。
- 2 組の角がそれぞれ等しい。

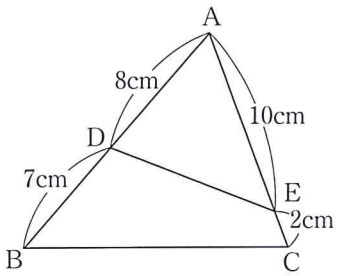
確認 1 右の図のような四角形 ABCD で，点 B と D を結ぶ。このとき，△ABD ∽ △DBC であることを次のように証明した。空らんをうめて，証明を完成させなさい。



〈証明の手順〉
(1) 証明する三角形を示す。
(2) 相似条件を導く等しい辺や角をその根拠とともに示す。
(3) 相似条件を示し，結論を書く。

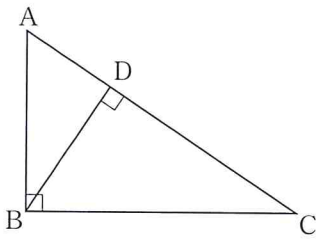
[証明] △ABD と △［㋐］において，
AB : DB ＝ 3 : 6 ＝［㋑ ： ］
BD : BC ＝ 6 : 12 ＝［㋒ ： ］
DA : CD ＝ 4 : 8 ＝［㋓ ： ］
よって，
AB : DB ＝ BD : BC ＝［㋔ ： ］
［㋕］がすべて等しいから，
△ABD ∽ △［㋐］

確認 2 右の図のような △ABC で，辺 AB 上に点 D，辺 AC 上に点 E をとって，D と E を結ぶ。このとき，△ABC ∽ △AED であることを次のように証明した。空らんをうめて，証明を完成させなさい。



[証明] △ABC と △［㋐］において，
AB : AE ＝［㋑］: 10 ＝［㋒ ： ］
AC : AD ＝［㋓］: 8 ＝［㋔ ： ］
よって，
AB : AE ＝［㋕ ： ］ …①
［㋖］な角だから，
∠BAC ＝ ∠［㋗］ …②
①，②より，［㋘］がそれぞれ等しいから，
△ABC ∽ △［㋐］

確認 3 右の図のように，∠ABC＝90° の直角三角形 ABC で，点 B から辺 AC に垂線 BD をひく。次の問いに答えなさい。



(1) △ABD ∽ △BCD であることを次のように証明した。空らんをうめて，証明を完成させなさい。

［証明］ △ABD と △㋐ において，

仮定より，∠ADB ＝ ∠㋑ ＝ 90° …①

また，△ABD の内角の和は 180° だから，∠ABD＋∠BAD＝90°

∠ABC＝90° だから，∠ABD＋∠CBD＝90°

よって，∠BAD ＝ ∠㋒ …②

①，②より，㋓ がそれぞれ等しいから，

△ABD ∽ △㋐

(2) AD＝4cm，BD＝6cm のとき，線分 CD の長さを求めなさい。

● ガイド ●

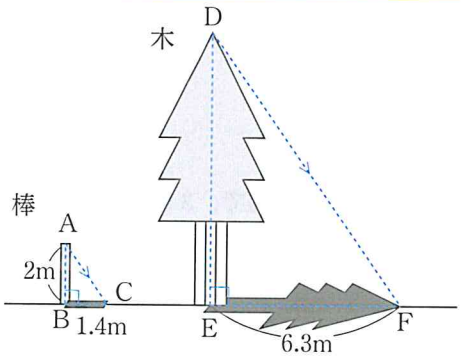
相似な図形の性質

・対応する部分の長さの比はすべて等しい。

・対応する角の大きさはそれぞれ等しい。

まとめ 2 相似の利用

例題 **右の図のように，地面に立てた高さ 2m の棒の影の長さが 1.4m のとき，木の影の長さをはかったら，6.3m あった。木の高さを求めなさい。**



▶右の図の △ABC と △DEF において，

∠ABC ＝ ∠DEF ＝ 90° ←― 棒も木も地面に垂直に立っている。

∠ACB ＝ ∠DFE ←― 太陽の光は平行に進む。AC // DF

よって，2 組の角がそれぞれ等しいから，△ABC ∽ △DEF

したがって，AB：DE＝BC：EF が成り立つ。

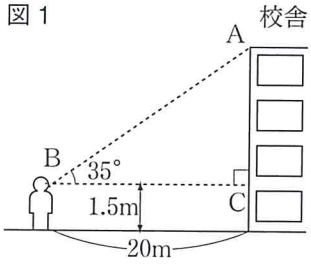
DE＝xm とすると，2：x＝1.4：6.3　　x＝9

よって，木の高さは 9m

確認 4 地面に垂直に立てた高さ 1m の棒の影の長さが 0.8m のとき，木の影の長さをはかったら 9.6m あった。木の高さを求めなさい。

確認 5 右の図 1 のように，校舎から 20m 離れた地点から校舎の先端を見上げたら，その角度は 35° だった。目の高さを 1.5m として，この校舎の高さを次のようにして求めた。空らんにあてはまる数を求めなさい。

図 1



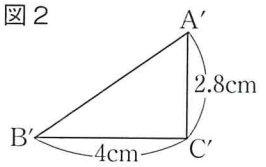
［求め方］ 図 2 のように，△ABC の縮図 △A′B′C′ を B′C′＝4cm となるようにかいて，A′C′ の長さをはかると，約 2.8cm だった。

この縮図の縮尺は，$\frac{4}{2000} = \frac{1}{㋐}$ ←― 20m(2000cm) を 4cm で表している。

よって，実際の AC の長さは，2.8×㋐ ＝ ㋑ (cm)＝14(m)

校舎の高さは，14＋㋒ ＝ ㋓ (m) ←― 目の高さを加える。

図 2



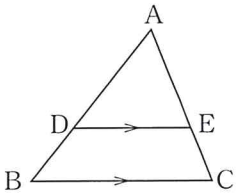
まとめ 3　三角形と比／平行線と比

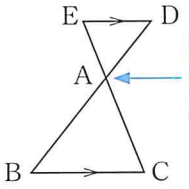
1　三角形と比

DE // BC ならば，

① AD : AB = AE : AC = DE : BC

② AD : DB = AE : EC





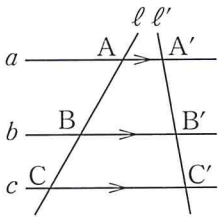
D，E が辺 BA，CA の延長上にあっても成り立つ。

2　平行線と比

直線 a，b，c が平行ならば，

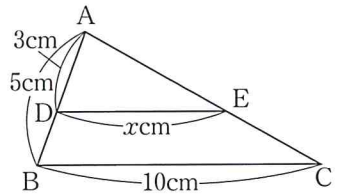
AB : BC = A′B′ : B′C′

AB : A′B′ = BC : B′C′

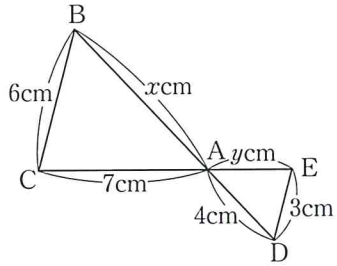


確認 6　次の図で，DE // BC のとき，x，y の値を求めなさい。

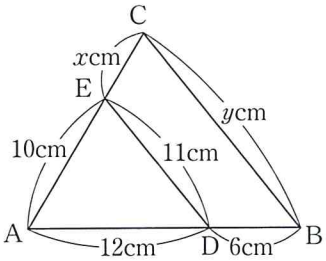
(1)



(2)

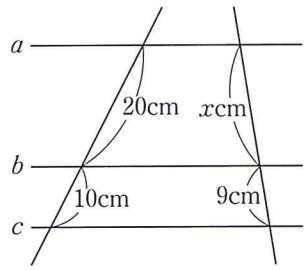


(3)

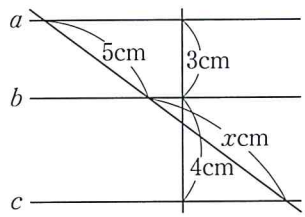


確認 7　次の図で，3 直線 a，b，c がいずれも平行のとき，x の値を求めなさい。

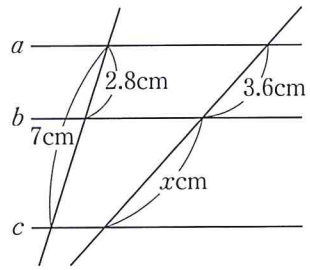
(1)



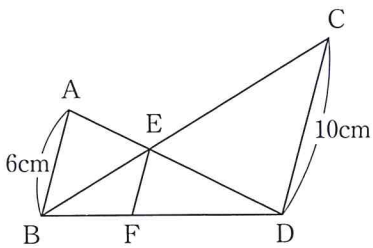
(2)



(3)



確認 8　右の図で，AB，CD，EF はいずれも平行である。次の問いに答えなさい。



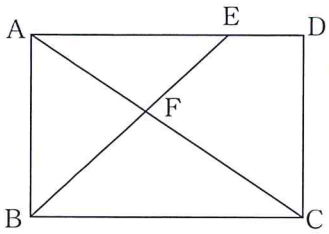
(1)　BE : EC を最も簡単な整数の比で表しなさい。

(2)　EF : CD を最も簡単な整数の比で表しなさい。

(3)　線分 EF の長さを求めなさい。

演習問題

1 右の図のように，長方形 ABCD の辺 AD 上に点 E をとり，対角線 AC と線分 BE との交点を F とする。このとき，△AFE ∽ △CFB であることを次のように証明した。空らんをうめて，証明を完成させなさい。



まとめ 1

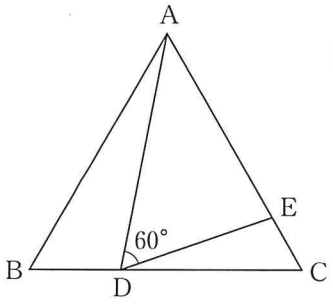
［証明］ △AFE と △CFB において，

㋐ は等しいから，∠AFE ＝ ∠㋑ …①

AD // BC で，錯角が等しいから，∠AEF ＝ ∠㋒ …②

①，②より，㋓ がそれぞれ等しいから，△AFE ∽ △CFB

2 右の図のように，正三角形 ABC の辺 BC 上に点 D をとり，辺 AC 上に点 E を ∠ADE ＝ 60° となるようにとる。次の問いに答えなさい。



まとめ 1

(1) △ABD ∽ △DCE であることを次のように証明した。［　　］に証明の続きを書き，証明を完成させなさい。

［証明］ △ABD と △DCE において，

△ABC は正三角形だから，∠ABD ＝ ∠DCE ＝ 60° …①

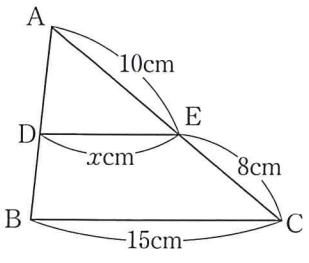
(2) AB ＝ 6cm，BD ＝ 2cm のとき，線分 AE の長さを求めなさい。

3 地面に垂直に立てた高さ 1.2m の棒の影の長さが 1.5m のとき，電柱の影の長さをはかったら 12.5m あった。電柱の高さを求めなさい。

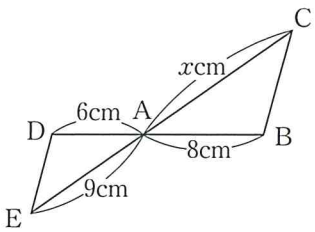
まとめ 2

4 次の図で，(1)，(2)は DE // BC，(3)は a // b // c である。このとき，x の値を求めなさい。

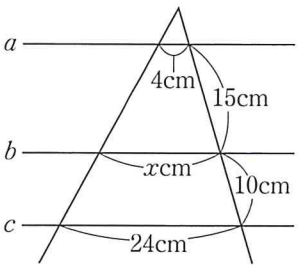
(1)



(2)

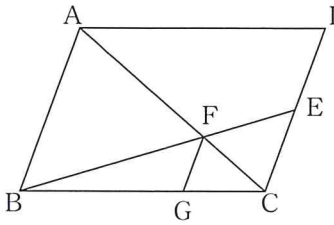


(3)



まとめ 3

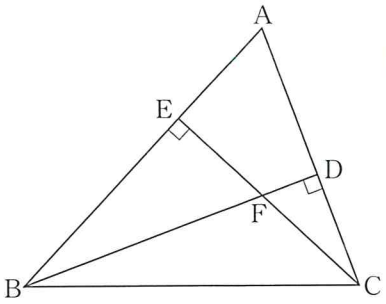
5 右の図の平行四辺形 ABCD で，辺 CD の中点を E とし，対角線 AC と線分 BE との交点を F とする。また，F を通り AB に平行な直線と辺 BC との交点を G とする。AB ＝ 8cm のとき，線分 FG の長さを求めなさい。



まとめ 3

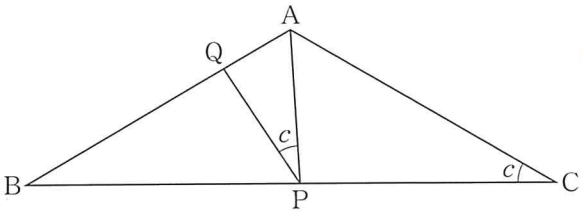
実戦問題

1 右の図のように，△ABC がある。頂点 B，C からそれぞれ辺 AC，AB に垂線をひき，辺 AC，AB との交点をそれぞれ D，E とし，線分 BD と線分 CE との交点を F とする。
このとき，△BFE ∽ △CFD であることを証明しなさい。
〈茨城改〉



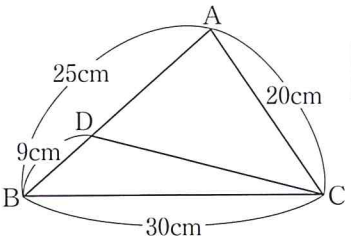
演習 1

2 右の図のように，AB＝AC である二等辺三角形 ABC がある。辺 BC 上に B，C と異なる点 P をとり，辺 AB 上に ∠APQ＝∠ACP となるように点 Q をとり，∠APQ＝∠ACP＝∠c とする。このとき，PB：AC＝BQ：CP であることを証明しなさい。
〈岩手〉



演習 1

3 右の図のように，AB＝25cm，BC＝30cm，CA＝20cm の △ABC があり，辺 AB 上に BD＝9cm となる点 D をとる。このとき，次の問いに答えなさい。
〈新潟〉

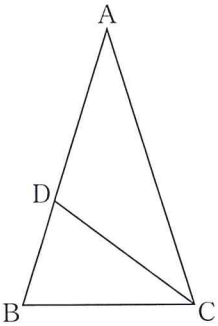


演習 2

(1) △ABC ∽ △ACD であることを証明しなさい。

(2) 線分 CD の長さを求めなさい。

4 右の図の三角形 ABC において，点 D は辺 AB 上の点であり，AB＝AC，AD＝CD＝CB である。次の問いに答えなさい。
〈群馬〉



演習 2

(1) 三角形 ABC と三角形 CBD が相似であることを証明しなさい。

(2) AD＝2cm とするとき，辺 AB の長さを求めなさい。