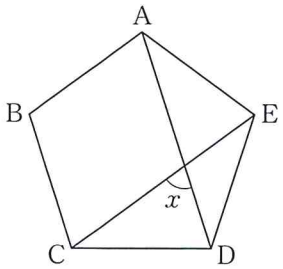
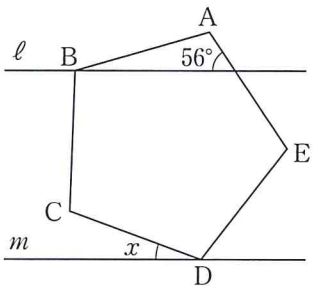
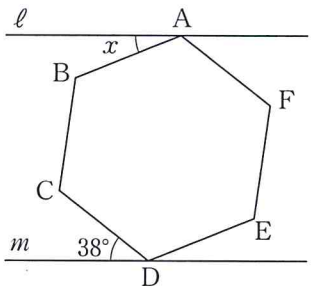
5 次の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

(1) 正五角形 ABCDE 〈岩手〉 (2) $\ell /\!/ m$，正五角形 ABCDE 〈青森〉 (3) $\ell /\!/ m$，正六角形 ABCDEF 〈三重〉

演習 3, 4



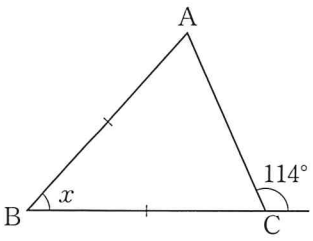


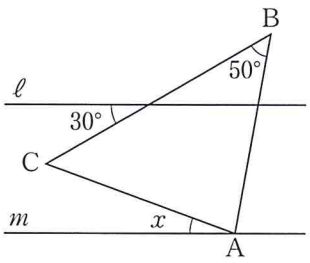


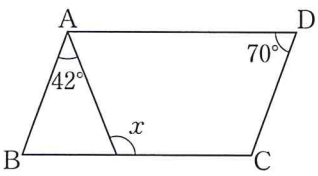
6 次の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。なお，(3)～(6)の四角形 ABCD は平行四辺形である。

(1) BA＝BC 〈山梨〉 (2) $\ell /\!/ m$，AB＝AC 〈千葉〉 (3) 〈佐賀〉

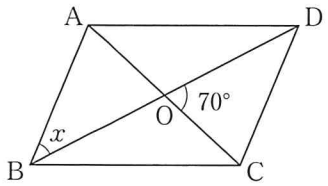
演習 4

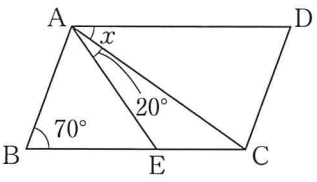


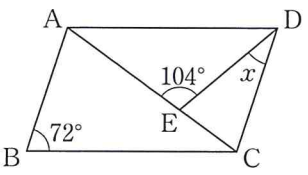




(4) DO＝DC 〈鳥取〉 (5) BA＝BE 〈石川〉 (6) CA＝CB 〈香川〉



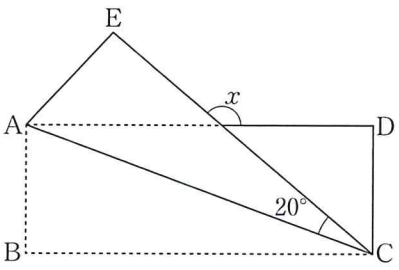




7 右の図のように，長方形 ABCD を対角線 AC を折り目として折り返し，頂点 B が移った点を E とする。

$\angle ACE = 20°$ のとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。 〈和歌山〉

演習 4



12 図形の証明／平行線と面積

まとめ 1 仮定と結論，証明

1 仮定と結論 「P ならば Q である」とき，P の部分を仮定，Q の部分を結論という。

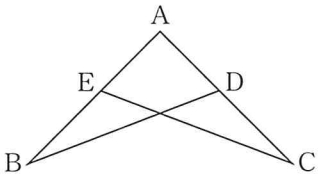
2 証明 仮定から出発し，すでに正しいと認められたことがらを根拠に使って，結論を導くこと。

例題 右の図で，

AB＝AC，∠B＝∠C のとき，┐仮定

△ABD≡△ACE ┐結論

であることを証明しなさい。



▶[証明] △ABD と △ACE において，

仮定より，AB＝AC …①

∠B＝∠C …②

共通な角だから，∠DAB＝∠EAC …③

①，②，③より，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから，△ABD≡△ACE

┐(1) 証明する三角形を示す。

┐(2) 合同条件を導く等しい辺や角をその根拠とともに示す。

┐(3) 合同条件を示し，結論を書く。

〈合同の証明の手順〉

ガイド

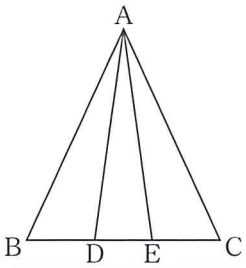
三角形の合同条件

・3 組の辺がそれぞれ等しい。

・2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しい。

・1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい。

確認 1 右の図のように，AB＝AC である二等辺三角形 ABC の辺 BC 上に点 D，E を ∠BAD＝∠CAE であるようにとる。このとき，△ABD≡△ACE であることを証明したい。次の問いに答えなさい。



(1) 仮定と結論をそれぞれ書きなさい。

(2) 次の空らんをうめて，証明を完成させなさい。

[証明] △ABD と △［ア］において，

仮定より，AB＝AC …①　　∠BAD＝∠［イ］ …②

二等辺三角形の［ウ］は等しいから，∠ABD＝∠［エ］ …③

①，②，③より，［オ］がそれぞれ等しいから，△ABD≡△［ア］

ガイド

二等辺三角形の性質

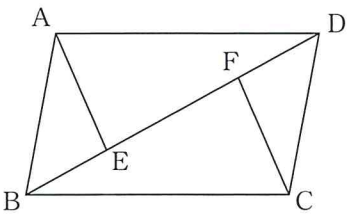
・底角は等しい。

・頂角の二等分線は，底辺を垂直に 2 等分する。

まとめ 2 辺の長さや角の大きさが等しいことの証明

例題 右の図のように，□ABCD の対角線 BD 上に，BE＝DF である点 E，F をとる。

このとき，∠BAE＝∠DCF であることを証明しなさい。



▶[証明] △ABE と △CDF において，

仮定より，BE＝DF …①

平行四辺形の対角は等しいから，AB＝CD …②

平行四辺形の対辺は平行だから，錯角が等しいので，

∠ABE＝∠CDF …③

①，②，③より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，

△ABE≡△CDF

よって，対応する角は等しいから，

∠BAE＝∠DCF

結論 ∠BAE＝∠DCF をふくむ 2 つの三角形の合同を示す。

合同を示したあと，対応する角や辺が等しいことから，結論を導く。

ガイド

平行四辺形の定義

・2 組の対辺がそれぞれ平行な四角形を平行四辺形という。

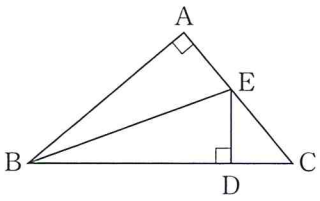
平行四辺形の性質

・2 組の対辺はそれぞれ等しい。

・2 組の対角はそれぞれ等しい。

・対角線はそれぞれの中点で交わる。

確認 2 右の図のように，∠A＝90° である直角三角形 ABC の辺 BC 上に，BA＝BD である点 D をとり，D を通り BC に垂直な直線と AC との交点を E とする。このとき，∠ABE＝∠DBE であることを次のように証明した。



空らんをうめて，証明を完成させなさい。

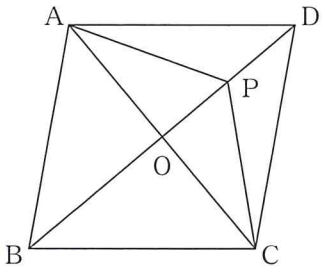
［証明］ △ABE と △㋐ において，
仮定より，BA＝BD …①
∠BAE＝∠BDE＝㋑° …②
㋒ な辺だから，BE＝㋓ …③
①，②，③より，直角三角形の㋔ がそれぞれ等しいから，
△ABE≡△㋐
よって，対応する角は等しいから，
∠㋕＝∠DBE

結論 ∠ABE＝∠DBE をふくむ 2 つの三角形の合同を示す。

合同を示したあと，対応する角が等しいことから，結論を導く。

● ガイド ●
直角三角形の合同条件
・斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しい。
・斜辺と他の 1 辺がそれぞれ等しい。

確認 3 右の図のように，ひし形 ABCD の対角線の交点を O とし，BD 上に点 P をとり，線分 AP と CP をひく。
このとき，AP＝CP であることを次のように証明した。
空らんをうめて，証明を完成させなさい。



［証明］ △AOP と △COP において，
ひし形の対角線はそれぞれの中点で垂直に交わるから，
㋐ ＝ …①
AO＝㋑ …②
㋒ な辺だから，㋓ ＝ …③
①，②，③より，㋔ がそれぞれ等しいから，
△AOP≡△COP
よって，対応する辺は等しいから，
㋕ ＝

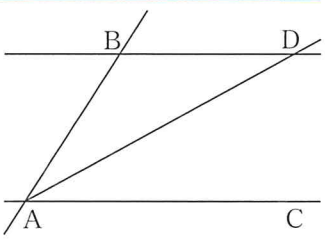
結論 AP＝CP をふくむ 2 つの三角形の合同を示す。

合同を示したあと，対応する辺が等しいことから，結論を導く。

● ガイド ●
特別な平行四辺形の性質
・長方形の対角線の長さは等しい。
・ひし形の対角線は垂直に交わる。
・正方形の対角線の長さは等しく，垂直に交わる。

まとめ 3 ある図形であることの証明

例題 右の図で，AC // BD であり，半直線 AD は ∠BAC の二等分線である。このとき，△BAD が二等辺三角形であることを証明しなさい。

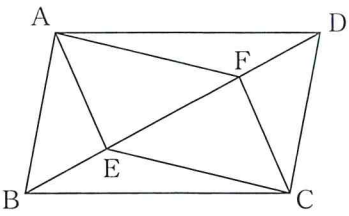


▶［証明］ △BAD において，
仮定より，∠BAD＝∠DAC …①
平行線の錯角は等しいから，∠DAC＝∠BDA …②
①，②より，∠BAD＝∠BDA
よって，2 つの角が等しいから，
△BAD は二等辺三角形である。

合同条件ではなく，二等辺三角形になるための条件を示す。

● ガイド ●
二等辺三角形になるための条件
・2 つの辺が等しい。（定義）
・2 つの角が等しい。

確認 4　右の図のように，□ABCD の対角線 BD 上に，BE＝DF である点 E，F をとる。



このとき，四角形 AECF が平行四辺形であることを次のように証明した。空らんをうめて，証明を完成させなさい。ただし，［(i)］～［(v)］には，右下の語群 a ～ i の中からあてはまるものを選びなさい。

［証明 1］　△AFD と △［㋐］において，

仮定より，DF＝BE　…①

［(i)］から，［㋑　　＝　　］　…②

［(ii)］から，錯角が等しいので，

［㋒　　＝　　］　…③

①，②，③より，［㋓　　］がそれぞれ等しいから，

△AFD ≡ △［㋐］　…④

同様にして，

△ABE ≡ △CDF　…⑤

同じ根拠で示す場合は，「同様にして」や「同じようにして」と書くことで，省略することができる。

④より，AF＝［㋔］　…⑥

⑤より，AE＝［㋕］　…⑦

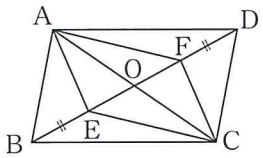
⑥，⑦より，［(iii)］から，四角形 AECF は平行四辺形である。

〈語群〉

a. 平行四辺形の対辺は平行である
b. 平行四辺形の対辺は等しい
c. 平行四辺形の対角は等しい
d. 平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わる
e. 2 組の対辺がそれぞれ平行である
f. 2 組の対辺がそれぞれ等しい
g. 2 組の対角がそれぞれ等しい
h. 対角線がそれぞれの中点で交わる
i. 1 組の対辺が平行でその長さが等しい

［証明 2］　対角線 AC をひき，BD との交点を O とする。

［(iv)］から，［㋖　　＝　　］　…①



OB＝OD　…②

ここで，OE＝OB－［㋗］

OF＝OD－［㋘］

仮定 BE＝DF と②より，［㋙　　＝　　］　…③

①，③より，［(v)］から，四角形 AECF は平行四辺形である。

● ガイド ●

平行四辺形になるための条件

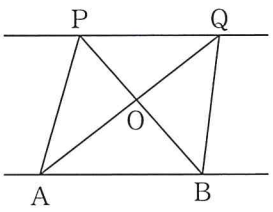
- 2 組の対辺がそれぞれ平行である。（定義）
- 2 組の対辺がそれぞれ等しい。
- 2 組の対角がそれぞれ等しい。
- 対角線がそれぞれの中点で交わる。
- 1 組の対辺が平行でその長さが等しい。

まとめ 4　平行線と面積

右の図で，

① PQ // AB ならば，
△PAB＝△QAB

② △PAB＝△QAB ならば，
PQ // AB



例　左の図で，PQ // AB のとき，

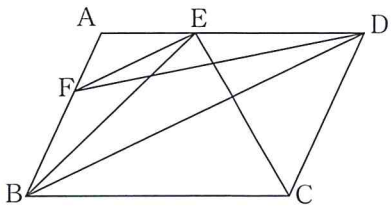
△PAB＝△QAB

ここで，△PAO＝△PAB－△OAB

△QOB＝△QAB－△OAB

よって，△PAO＝△QOB

確認 5　右の図の □ABCD で，BD // FE とするとき，次の問いに答えなさい。

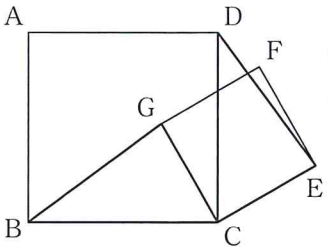


(1)　△DBC と面積の等しい三角形を 2 つ答えなさい。

(2)　△ECD と面積の等しい三角形を 2 つ答えなさい。

演習問題

1　右の図のように，正方形 ABCD と正方形 CEFG がある。線分 BG，DE を結ぶとき，△BCG ≡ △DCE であることを次のように証明した。空らんをうめて，証明を完成させなさい。



まとめ 1

［証明］　△BCG と △DCE において，

仮定より，BC ＝ DC　…①　　㋐　　＝　　…②

ここで，∠BCG ＝ 90° − ∠㋑

∠DCE ＝ 90° − ∠㋑

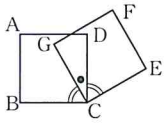
よって，㋒　　＝　　…③

①，②，③より，㋓　　から，

△BCG ≡ △DCE

● ガイド ●

頂点を中心として回転移動している角では，重なっていない部分の角どうしの大きさは等しい。

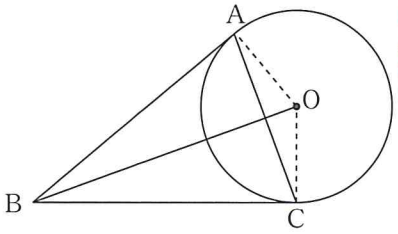


∠GCB ＝ ∠DCB − ∠●

∠DCE ＝ ∠GCE − ∠●

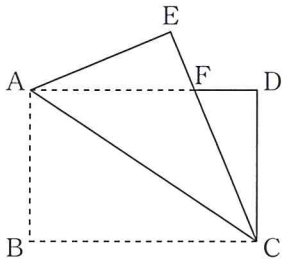
∠DCB ＝ ∠GCE より，∠GCB ＝ ∠DCE

2　右の図のように，△ABC の 2 点 A，C で 2 つの辺に接する円の中心を O とする。このとき，線分 BO が ∠ABC の二等分線であることを証明しなさい。



まとめ 2

3　右の図のように，長方形 ABCD を対角線 AC で折り返し，点 B が移った点を E とする。線分 EC と AD が交わった点を F とするとき，△ACF が二等辺三角形であることを証明しなさい。

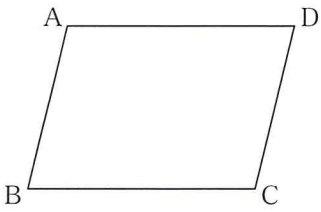


まとめ 3

4　平行四辺形 ABCD に，条件 (1) を加えると長方形になる。また，条件 (2) を加えるとひし形になる。　　にあてはまる条件を下のア～オの中からすべて選び，記号で答えなさい。

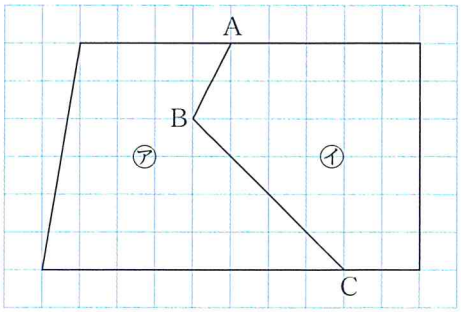
ア　AB ＝ AD　　イ　AC ＝ BD　　ウ　∠A ＝ ∠B

エ　AC ⊥ BD　　オ　∠A ＝ 90°



まとめ 3

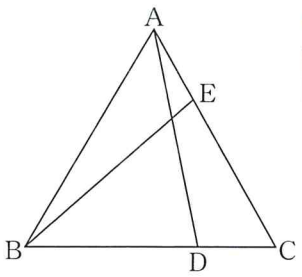
5　右の図のように，折れ線 ABC を境界線として，台形の土地が㋐，㋑の 2 つにわかれている。それぞれの土地の面積を変えずに，点 A を通る直線で境界線をひきなおしたい。右の図に，このような境界線 AD をかきなさい。



まとめ 4

実戦問題

1 右の図の正三角形 ABC で，BC，CA 上にそれぞれ点 D，E をとる。BD＝CE のとき，△ABD と △BCE が合同になることを次のように証明した。㋐，㋑にあてはまる式やことばを入れなさい。〈青森抜粋〉



演習 1

［証明］ △ABD と △BCE で，

仮定より，BD＝CE …①

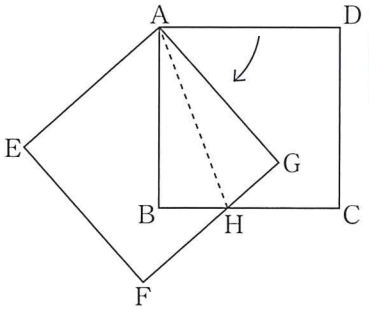
また，△ABC は正三角形だから，［　㋐　］…②

∠ABD＝∠BCE …③

①，②，③から，［　㋑　］がそれぞれ等しいので，

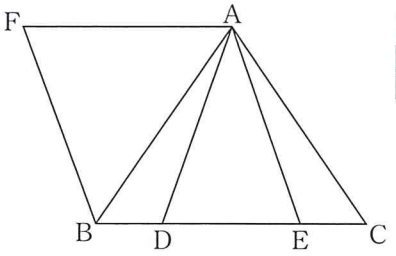
△ABD≡△BCE

2 右の図の四角形 ABCD は正方形で，四角形 AEFG は四角形 ABCD を点 A を中心として回転移動させたものである。辺 BC と辺 FG との交点を H とするとき，三角形 ABH と三角形 AGH が合同であることを証明しなさい。〈群馬改〉



演習 1

3 右の図のように，AB＝AC の二等辺三角形 ABC の辺 BC 上に，2 点 D，E があり，BE＝CD である。また，四角形 AFBE は，平行四辺形である。このとき，△AFB≡△CDA であることを証明しなさい。〈山口抜粋〉



演習 1

4 右の図 1 のような，AB＜AD の平行四辺形 ABCD がある。この平行四辺形を図 2 のように，頂点 C が頂点 A に重なるように折った。折り目の線と辺 AD，BC との交点をそれぞれ P，Q とし，頂点 D が移った点を E とする。このとき，△ABQ≡△AEP であることを証明しなさい。〈栃木〉

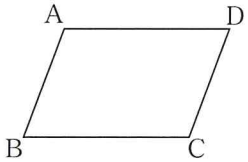


図 1

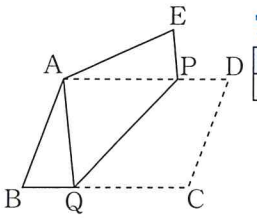


図 2

演習 1