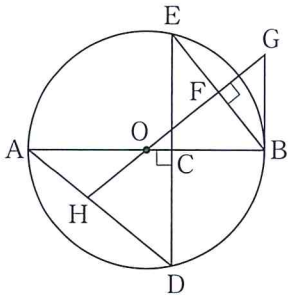
5　右の図は，点Oを中心とする円で，線分ABは円の直径である。点Cは線分OB上にあり，2点D，Eは，Cを通る線分OBの垂線と円Oとの交点である。点Fは線分BE上にあって，OF⊥BEである。また，点GはOFの延長とBにおける円Oの接線との交点であり，点HはFOの延長と線分ADとの交点である。このとき，次の問いに答えなさい。ただし，根号がつくときは，根号のついたままで答えること。〈熊本〉



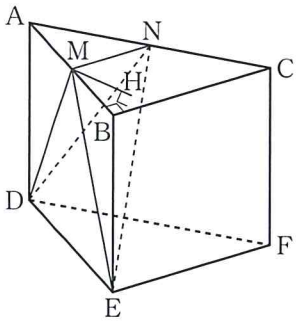
(1)　△ADC∽△BGFであることを証明しなさい。

(2)　AB＝10cm，BC＝4cmのとき，

㋐　線分CEの長さを求めなさい。

㋑　線分DHの長さを求めなさい。

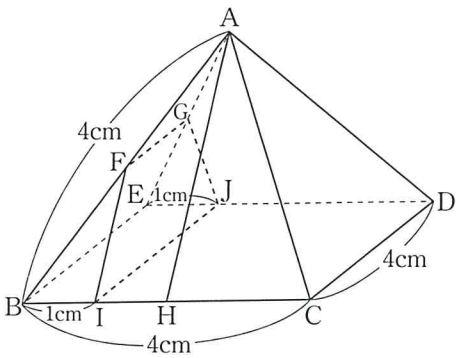
6　右の図のように，6つの点A，B，C，D，E，Fを頂点とする三角柱ABCDEFがあり，側面はいずれも底面に垂直で，AB＝BC＝AD＝4cm，∠ABC＝90°である。図のように辺AB，辺ACの中点をそれぞれM，Nとする。このとき，次の問いに答えなさい。〈長崎抜粋〉



(1)　三角錐NMDEの体積を求めなさい。

(2)　図のように，点Mから△NDEにひいた垂線と△NDEとの交点をHとする。このとき，線分MHの長さを求めなさい。

7　右の図のように，1辺の長さが4cmの正方形を底面とし，AB＝AC＝AD＝AE＝4cmの正四角錐ABCDEがある。辺AB，AE，BCの中点をそれぞれF，G，Hとする。また，辺BC上にBI＝1cmとなる点I，辺ED上にEJ＝1cmとなる点Jをとる。このとき，次の問いに答えなさい。〈新潟〉



(1)　線分AHと線分FIの長さを，それぞれ答えなさい。

(2)　四角形FIJGについて，次の㋐，㋑の問いに答えなさい。

㋐　辺FGの長さを求めなさい。

㋑　この四角形の面積を求めなさい。

★(3)　立体FBI－GEJの体積を求めなさい。

入試テーマ別　いろいろな確率／規則性

基本

まとめ 1　いろいろな確率

1　いろいろな確率

例題　1つのさいころを2回投げて，1回目に出た目の数を a，2回目に出た目の数を b とする。$\sqrt{ab} > 4$ となる確率を求めなさい。〈茨城改〉

▶起こりうるすべての場合の数は，$6 \times 6 = 36$(通り)

$\sqrt{ab} > 4$ となるには，$ab > 16$ となればよい。←$(\sqrt{ab})^2 > 4^2$ より，$ab > 16$

$ab > 16$ となるのは，$(a, b) = (3, 6), (4, 5), (4, 6), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)$ の10通り。求める確率は，$\dfrac{10}{36} = \dfrac{5}{18}$

確認 1　大小2つのさいころを同時に1回投げ，大きいさいころの出た目の数を十の位の数，小さいさいころの出た目の数を一の位の数としてできる2けたの数を m としたとき，次の問いに答えなさい。ただし，さいころの1～6の6通りのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。〈三重改〉

(1)　m が素数となる確率を求めなさい。

素数…1とその数自身のほかに約数がない数。

(2)　$\sqrt{m}$ が自然数となる確率を求めなさい。

まとめ 2　規則性(1)

1　周期性

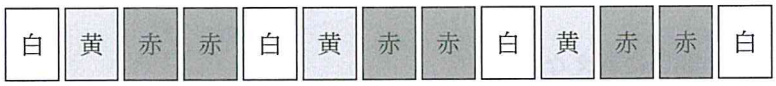
同じ形がくり返し現れることに注目して，そのくり返しごとに区切って考える。

例題　$\dfrac{1}{7}$ を小数で表したとき，小数第100位の数を求めなさい。また，小数第100位までに5は何個あるか求めなさい。

▶$\dfrac{1}{7} = 0.14285714285714\cdots$ と142857の6個の数字がくり返し現れている。

$100 \div 6 = 16$ あまり4だから，小数第100位までに142857が16回くり返され，小数第100位はその4番目とわかる。よって，小数第100位の数は142857の4番目の数8で，5の個数は16個となる。

確認 2　白，黄，赤の3種類のカードを，左から1列に白を1枚，黄を1枚，赤を2枚という順に，くり返し並べる。例えば，カードを13枚並べた場合は，下の図のようになる。このとき，次の問いに答えなさい。〈三重〉



(1)　カードを35枚並べたとき，並べたすべてのカードの中にある赤のカードの枚数を求めなさい。

(2)　最後に並べたカードが黄のカードのとき，並べたすべてのカードの中に黄のカードが n 枚あった。並べたすべてのカードの枚数を，n を用いた式で表しなさい。

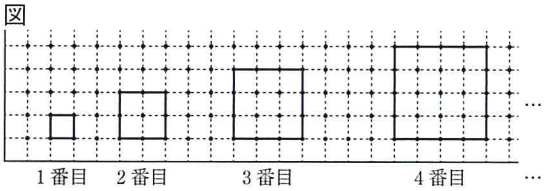
まとめ 3　規則性(2)

1　増加の仕方

同じ差ずつ増えたり，$1=1^2$，$4=2^2$，$9=3^2$，…のような形で増えたりなどの規則性をとらえる。

例題　**下の図のように，方眼紙の交点に打った点(・)を結んで，1番目，2番目，3番目，…と正方形を規則的につくっていく。表は，この規則に従って正方形をつくったときの順番と点の個数についてまとめたものである。ただし，正方形の内部の点は，正方形の周上の点をふくまないものとする。**

図



表

順番　(番目)	1	2	3	4	5	6	7	8	…
正方形の周上の点の個数(個)	4	8	12	16	20	*	□	*	…
正方形の内部の点の個数(個)	0	1	4	9	16	*	*	*	…
点の合計個数　(個)	4	9	16	25	36	*	*	*	…

＊は，あてはまる数を省略したことを表している。

〈和歌山改〉

(1)　表の中の□にあてはまる数を求めなさい。

(2)　正方形の内部の点の個数が196個のとき，何番目の正方形か，求めなさい。

▶(1)　周上の点の個数は4ずつ増えていくので，7番目のときは，$4+4\times(7-1)=28$

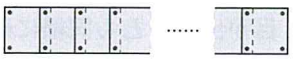
(2)　$1=1^2=(2-1)^2$，$4=2^2=(3-1)^2$，$9=3^2=(4-1)^2$，…だから，n番目のときは$(n-1)^2$個。

よって，$(n-1)^2=196(=14^2)$を解いて，$n>0$より，$n=15$　　したがって，15番目の正方形。

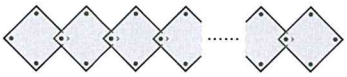
確認 3　右の図のように，正方形の画用紙の一部が重なるようにして，マグネットを使い，上の段と下の段で別々のはり方をする。ただし，はるときには，画用紙の4か所をかならずとめるものとする。　〈長野〉

(1)　上の段に6枚の画用紙をはるとき，マグネットの個数を求めなさい。

〔上の段〕



〔下の段〕

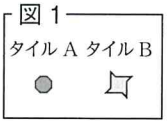


(2)　下の段に画用紙をはる。50個のマグネットが使えるとき，はることができる画用紙の最大の枚数を求めなさい。

(3)　上の段と下の段に合計20枚の画用紙をはる。50個のマグネットをすべて使うとき，上の段と下の段にはる画用紙の枚数をそれぞれx枚，y枚として，x，yについての連立方程式をつくりなさい。また，上の段と下の段にはる画用紙の枚数を，それぞれ求めなさい。

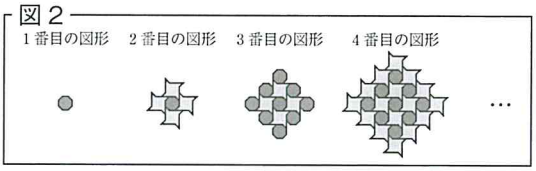
確認 4　右の図1のようなタイルAとタイルBを，下の図2のようにすき間なく規則的に並べて，1番目の図形，2番目の図形，3番目の図形，…とする。このとき，次の問いに答えなさい。　〈京都〉

図1



(1)　6番目の図形について，タイルBの枚数を求めなさい。また，n番目の図形について，タイルAとタイルBの枚数の合計を，nを用いて表しなさい。

図2



(2)　タイルAとタイルBの枚数の合計が1861枚になるのは何番目の図形か求めなさい。

標準

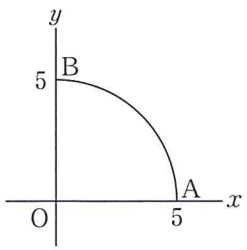
1 次の問いに答えなさい。

(1) 右の図のように，1，2，3，4，5の数が1つずつ書かれた5枚のカードがある。このカードを数が見えないように重ね，よくきってから1枚のカードをひき，そのカードをもとに戻し，よくきってから再び1枚のカードをひく。このとき，ひいた2枚のそれぞれのカードに書かれた数の積が素数になる確率を求めなさい。〈茨城〉



(2) 1つのさいころを2回投げ，1回目に出た目の数を a，2回目に出た目の数を b とするとき，$\sqrt{a(b+3)}$ が整数となる確率を求めなさい。〈愛知〉

(3) 右の図のように，2点A(5, 0)，B(0, 5)があり，線分OA，OBを半径とするおうぎ形OABがある。大小2つのさいころを同時に1回投げ，大きいさいころの出た目の数を a，小さいさいころの出た目の数を b として，(a, b) を座標とする点Pをとる。このとき，点Pがおうぎ形OABの内部または周上にある確率を求めなさい。ただし，さいころを投げるとき，1から6までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。〈千葉〉



2 Aさんは，ある会社で勤務している。この会社では昼間に勤務する「日勤」，夜間に勤務する「夜勤」，そして「休み」の3種類の勤務形態があり，右のような順序をくり返して勤務することになっている。Aさんは1週目の日曜日から勤務を開始した。したがって，Aさんの勤務表は表1のようになる。勤務を開始した日(1週目の日曜日)を1日目として，次の問いに答えなさい。〈島根〉

日 → 日 → 休 → 夜 → 休
(日勤) (日勤) (休み) (夜勤) (休み)

表1

曜日	日	月	火	水	木	金	土
1週目	日	日	休	夜	休	日	日
2週目	休	夜	休	日	日	休	夜
3週目	休	日	日	休	夜	休	日
4週目	日	休	夜	休	日	日	休
……	…	…	…	…	…	…	…

(1) 40日目は何曜日か，答えなさい。また，この日の勤務形態は日勤，夜勤，休みのどれになるか，答えなさい。

(2) n 回目の夜勤が何日目であるか，勤務開始からの日数を調べたところ，表2のようになることがわかった。

表2

夜勤	1回目	2回目	3回目	4回目	5回目	……	10回目	……
勤務開始からの日数	4	9	14	19	24	……	ア	……

① 表2の［ア］にあてはまる数を求めなさい。

② n 回目の夜勤は何日目であるか，n を用いた式で表しなさい。

3　1円硬貨，50円硬貨，500円硬貨がたくさんある。硬貨の重さは，1円硬貨が1g，50円硬貨が4g，500円硬貨が7gである。これらの硬貨を，1円硬貨，50円硬貨，1円硬貨，500円硬貨の順にそれぞれ1枚ずつ貯金箱へ繰り返し入れていく。貯金箱に入れた硬貨の，枚数と金額と重さについて，それぞれの合計をまとめていくと，下の表のようになる。このとき，次の問いに答えなさい。〈熊本〉

入れた硬貨	1円	50円	1円	500円	1円	50円	1円	…
枚数の合計(枚)	1	2	3	4	5	6	7	…
金額の合計(円)	1	51	52	552	553	603	604	…
重さの合計(g)	1	5	6	13	14	18	19	…

(1)　貯金箱に入れた硬貨の枚数の合計が10枚のとき，貯金箱に入っている硬貨の，金額の合計と重さの合計をそれぞれ求めなさい。

(2)　貯金箱の中にn枚目の50円硬貨を入れたとき，貯金箱に入っている硬貨の重さの合計を，nを使った式で表しなさい。

(3)　貯金箱に入れた硬貨の重さの合計が200gとなったとき，貯金箱に入れた硬貨の金額の合計を求めなさい。

4　表1，表2のように，自然数を規則的に並べた表がある。このとき，次の問いに答えなさい。〈石川〉

(1)　表1において，4は1行目の4列目の位置，2行目の2列目の位置，4行目の1列目の位置の3か所にある。10は何か所にあるか求めなさい。

表1

	1列目	2列目	3列目	4列目	…
1行目	1	2	3	4	…
2行目	2	4	6	8	…
3行目	3	6	9	12	…
4行目	4	8	12	16	…
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	

(2)　表1において，3行目にある数のうち，横に連続して並んだ3つの数の和が144になるものがある。この3つの数の中で，最も小さい数を求めなさい。

(3)　表2のように，縦2つ，横2つの4つの数を［　　］で囲む。$(6+12)-(9+8)$のように，［　　］の中の左上の数と右下の数の和から，右上の数と左下の数の和をひく。このとき，その差は，［　　］がどの位置にあっても1になる。このことが成り立つことの証明を完成させなさい。

表2

	1列目	2列目	3列目	4列目	…
1行目	1	2	3	4	…
2行目	2	4	6	8	…
3行目	3	6	9	12	…
4行目	4	8	12	16	…
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	

［証明］

a，bを自然数とする。［　　］の中の左上の数がa行目のb列目の位置にあるとき，その数の値はabと表され，

［証明の続き］

したがって，左上の数と右下の数の和から，右上の数と左下の数の和をひくと，その差は1になる。

発展

1 右の図１のように，円Ｏの周上に，円周を 12 等分する点Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄ，Ｅ，Ｆ，Ｇ，Ｈ，Ｉ，Ｊ，Ｋ，Ｌがある。

また，図２のように，２つの袋 p，q があり，袋 p の中にはＢ，Ｃ，Ｄの文字が１つずつ書かれた同じ大きさの３枚のカードが入っており，袋 q の中にはＦ，Ｇ，Ｈ，Ｉ，Ｊ，Ｋ，Ｌの文字が１つずつ書かれた同じ大きさの７枚のカードが入っている。袋 p の中からカードを１枚取り出し，そのカードに書かれた文字と同じ文字の図１の点の位置に点Ｐをとり，袋 q の中からカードを１枚取り出し，そのカードに書かれた文字と同じ文字の図１の点の位置に点Ｑをとる。いま，２つの袋 p，q の中からカードをそれぞれ１枚ずつ取り出すとき，次の問いに答えなさい。ただし，それぞれの袋の中から，どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。〈神奈川〉

図１

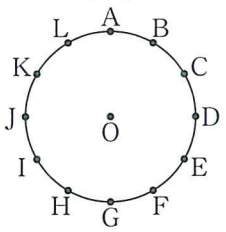
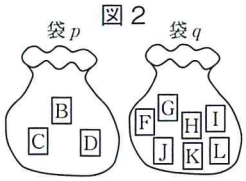


図２



(1) 線分ＰＱが円Ｏの中心を通る確率を求めなさい。

(2) ∠ＡＰＱの大きさが 60° 以上となる確率を求めなさい。

(3) 三角形ＡＰＱが二等辺三角形となる確率を求めなさい。

2 赤玉，白玉，青玉の３色の同じ大きさの玉がある。右の図１のように，左から赤玉，白玉，青玉，赤玉，白玉，…の順に１列に並んでおり，左から順に 1，2，3，…，250 の数が書かれている。このとき，次の問いに答えなさい。〈富山抜粋〉

図１

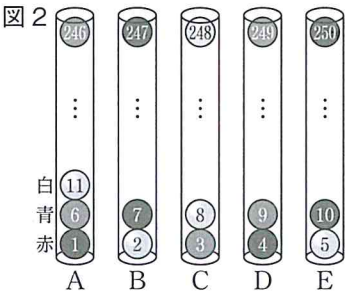


(1) 29 の数が書かれた玉の色を答えなさい。

(2) 1，2，3，…，100 の数が書かれた 100 個の玉の中に，赤玉は何個あるか求めなさい。

(3) 右の図２のように，５本の透明な筒Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄ，Ｅがある。筒Ａには１の数が書かれた赤玉，筒Ｂには２の数が書かれた白玉，筒Ｃには３の数が書かれた青玉，筒Ｄには４の数が書かれた赤玉，筒Ｅには５の数が書かれた白玉を入れ，次に筒Ａには６の数が書かれた青玉，…の順に玉を入れていく。また，１本の筒にはそれぞれ 50 個の玉が入るものとする。218 の数が書かれた玉が入っている筒は，Ａ～Ｅのどれか答えなさい。また，下から何個目にあるか求めなさい。

図２



3 右の図１のような黒色と白色の同じ大きさの正方形のタイルがたくさんある。図２のように，黒色のタイルと白色のタイルをすき間なく交互に並べて模様を作っていくとき，15 番目の模様における黒色のタイルの枚数と白色のタイルの枚数をそれぞれ求めなさい。〈鳥取〉

図１

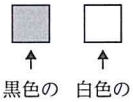


図２

