数学3年

・解答と解説・

啓林館版［未来へひろがる 数学］準拠

名前

1・2年の復習 (1)

p.4〜p.7

1 (1) 9　(2) $\frac{5}{6}$　(3) 11
(4) -3　(5) 7

2 (1) $24x$　(2) $-4a$　(3) $-13x$
(4) $y-5$　(5) $-33a+27$　(6) $-2x+10$

3 (1) $5x-6y$　(2) $-7a$　(3) $2b$
(4) $12x-17y$　(5) $\frac{7x-y}{6}$

4 6

5 (1) $2(x+4)=4x+2$
(2) $50x+80(15-x)<1000$

6 (1) $x=-5$　(2) $x=3$　(3) $x=-4$

7 (1) $x=0.8$　(2) $x=7$

8 $a=2$

9 240円

10 (1) $(x,\ y)=(2,\ -1)$　(2) $(x,\ y)=(-4,\ -3)$

11 (1) $(x,\ y)=\left(\frac{1}{2},\ \frac{1}{3}\right)$　(2) $(x,\ y)=(-5,\ 1)$

12 $a=-2,\ b=5$

13 (1) おとな1人…1200円，中学生1人…700円
(2) 1年生…140人，2年生…160人
(3) A，B間…75km，B，C間…20km

14 (1) $y=4x$，○　(2) $y=x+15$，×
(3) $y=\frac{32}{x}$，△　(4) $y=50x$，○

15 (1) 式…$y=2x$　yの値…$y=-8$
(2) 式…$y=-\frac{1}{4}x$　xの値…$x=-20$
(3) 式…$y=-\frac{6}{x}$　yの値…$y=\frac{2}{3}$

16 ① $y=\frac{1}{2}x$　② $y=-3x$
③ $y=-\frac{4}{x}$　④ $y=\frac{6}{x}$

17 (1) $y=4x$　(2) $4\leqq y\leqq 12$

18 (1) $y=-x+6$　(2) -1　(3) -6

19 (1) $y=5x+11$　(2) $y=-3x+2$
(3) $y=-\frac{14}{5}x-8$　(4) $y=-x-4$

20 (1) ① $y=\frac{1}{2}x-1$　② $y=-\frac{1}{3}x+4$
(2) A(6, 2)　(3) 15cm^2

解説

1 (1) $4-(-11)+(-6)=4+11-6$
$=15-6=9$

(2) $\frac{2}{3}-\left(-\frac{1}{6}\right)=\frac{2}{3}+\frac{1}{6}$
$=\frac{4}{6}+\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$

(3) $5-2^3\times\left(-\frac{3}{4}\right)=5-8\times\left(-\frac{3}{4}\right)$
$=5-(-6)=5+6=11$

(4) $6\times(-8)\div(-4)^2=6\times(-8)\div16$
$=6\times(-8)\times\frac{1}{16}=-3$

(5) $-32\div4-5\times(-3)=-8-(-15)$
$=-8+15=7$

2 (1) $8x\times3=8\times x\times3=8\times3\times x=24x$

(2) $36a\div(-9)=\frac{36a}{-9}=-\frac{36\times a}{9}=-4a$

(3) $-17x+4x=(-17+4)x=-13x$

(4) $-5y-8+6y+3=-5y+6y-8+3=y-5$

(5) $-3(11a-9)=(-3)\times11a+(-3)\times(-9)$
$=-33a+27$

(6) $2(7x+3)-4(4x-1)=14x+6-16x+4$
$=-2x+10$

3 (1) $12x-8y-7x+2y=12x-7x-8y+2y$
$=5x-6y$

(2) $14a^2b\div(-2ab)=-\frac{14a^2b}{2ab}=-7a$

(3) $-9a\times(-6ab^2)\div27a^2b=\frac{9a\times6ab^2}{27a^2b}=2b$

(4) $5(8x-y)-4(7x+3y)=40x-5y-28x-12y$
$=12x-17y$

(5) $\frac{3x+y}{2}-\frac{x+2y}{3}=\frac{3(3x+y)-2(x+2y)}{6}$
$=\frac{9x+3y-2x-4y}{6}$
$=\frac{7x-y}{6}$

4 式を簡単にしてから代入する。
$x-xy\div x=x-\frac{xy}{x}=x-y$
この式に $x=4$，$y=-2$ を代入すると，
$x-y=4-(-2)=4+2=6$

5 (1) ある数 x に4を加えて2倍した数は，$2(x+4)$
x を4倍して2を加えた数は，$4x+2$
(2) 50円の商品 x 個と，80円の商品 $(15-x)$ 個の合計金額が1000円未満。

6 (1) $5x+18=-7$　　$5x=-25$　　$x=-5$

(2) $-4x+25=3x+4$　　$-4x-3x=4-25$

$-7x=-21$　　$x=3$

(3) $2(x-5)=6(x+1)$　　$2x-10=6x+6$

$2x-6x=6+10$　　$-4x=16$　　$x=-4$

7 (1) $x:0.6=1.2:0.9$

$x:0.6=4:3$

$3x=4\times0.6$　　$x=0.8$

比例式
$a:b=c:d$ ならば，
$ad=bc$

(2) $x:(21-x)=1:2$　　$2x=21-x$

$2x+x=21$　　$3x=21$　　$x=7$

8 $x=3$ を $4x-5a=2$ の式に代入すると，

$4\times3-5a=2$　　$12-5a=2$　　$-5a=2-12$

$-5a=-10$　　$a=2$

9 ケーキ1個の値段を x 円とする。ケーキ6個とジュース2本の代金は，$(6x+150\times2)$ 円となる。

2000円で，おつりが260円だから，

$2000-(6x+150\times2)=260$　　$2000-6x-300=260$

$-6x=-1440$　　$x=240$

10 (1) $\begin{cases}2x+3y=1 & \cdots① \\ 4x-y=9 & \cdots②\end{cases}$

加減法と代入法のどちらで解いてもよい。

加減法　①×2−②

代入法　②を $y=4x-9$ に変形して，①に代入する。

(2) $\begin{cases}5x-2y=-14 & \cdots① \\ y=-x-7 & \cdots②\end{cases}$

②を①に代入する。

11 (1) $\begin{cases}\frac{2}{3}x-\frac{1}{2}y=\frac{1}{6} & \cdots① \\ 4x+15y=7 & \cdots②\end{cases}$

①×6　$4x-3y=1$　…①′

①′−②　$-18y=-6$　　$y=\frac{1}{3}$

$y=\frac{1}{3}$ を①′に代入すると，$4x-3\times\frac{1}{3}=1$　　$x=\frac{1}{2}$

(2) $\begin{cases}x+y-1=-5 \\ 2x+5y=-5\end{cases}$ に変形して解く。

12 連立方程式に $x=3$，$y=-1$ を代入して，

$\begin{cases}3a-b=-11 & \cdots① \\ 3b+a=13 & \cdots②\end{cases}$

①×3　　$9a-3b=-33$

②　　+)　$a+3b=13$

$10a=-20$

$a=-2$

②の式に $a=-2$ を代入して，$3b-2=13$

$3b=15$　　$b=5$

13 (1) おとな1人の入館料を x 円，中学生1人の入館料を y 円とする。おとな3人と中学生1人で4300円だから，$3x+y=4300$　…①

おとな2人と中学生3人で4500円だから，

$2x+3y=4500$　…②

①，②を連立方程式として解くと，$(x,y)=(1200,700)$

(2) 1年生の人数を x 人，2年生の人数を y 人とする。

合わせて300人だから，$x+y=300$　…①

1年生の10%と2年生の15%を合わせると38人だから，

$\frac{10}{100}x+\frac{15}{100}y=38$　　$2x+3y=760$　…②

①，②を連立方程式として解くと，$(x,\ y)=(140,\ 160)$

(3) A，B間の道のりを $x$km，B，C間の道のりを $y$km とする。

	A，B間	B，C間	全体
道のり(km)	x	y	95
速さ(km/h)	30	40	
時間(時間)	$\frac{x}{30}$	$\frac{y}{40}$	3

道のりと時間からできた式を連立方程式として解くと，

$(x,\ y)=(75,\ 20)$

14 (1) (正方形のまわりの長さ)=(1辺の長さ)×4より，

$y=x\times4$，$y=4x$

(2) $5+10+x=y$ より，$y=x+15$

(3) (長方形の横の長さ)=(面積)÷(縦の長さ)より，

$y=32\div x$，$y=\frac{32}{x}$

(4) (道のり)=(速さ)×(時間)より，

$y=50\times x$，$y=50x$

15 (1) $y=ax$ で比例定数が2だから，$a=2$

よって，$y=2x$

$y=2x$ に $x=-4$ を代入して，

$y=2\times(-4)=-8$

(2) $y=ax$ に $x=4$，$y=-1$ を代入して，

$-1=a\times4$　　$a=-\frac{1}{4}$　　よって，$y=-\frac{1}{4}x$

$y=-\frac{1}{4}x$ に $y=5$ を代入して，

$5=-\frac{1}{4}x$　　$x=-20$

(3) $y=\frac{a}{x}$ に $x=3$，$y=-2$ を代入して，

$-2=\frac{a}{3}$　　$a=-6$　　よって，$y=-\frac{6}{x}$

$y=-\frac{6}{x}$ に $x=-9$ を代入して，

$y=-\frac{6}{-9}=\frac{2}{3}$

16 ①　グラフは点(2, 1)を通るから，

$y=ax$ に $x=2$，$y=1$ を代入して，

$1=a\times2$　　$a=\frac{1}{2}$　　よって，$y=\frac{1}{2}x$

②　グラフは点(1, −3)を通るから，

$y=ax$ に $x=1$，$y=-3$ を代入して，

$-3=a\times1$　　$a=-3$　　よって，$y=-3x$

③　グラフは点(1, −4)を通るから，

$y=\dfrac{a}{x}$ に $x=1$，$y=-4$ を代入して，

$-4=\dfrac{a}{1}$　　$a=-4$　　よって，$y=-\dfrac{4}{x}$

④　グラフは点(1, 6)を通るから，

$y=\dfrac{a}{x}$ に $x=1$，$y=6$ を代入して，

$6=\dfrac{a}{1}$　　$a=6$　　よって，$y=\dfrac{6}{x}$

17　(1)　(三角形の面積)$=\dfrac{1}{2}\times$(底辺)×(高さ)より，

$y=\dfrac{1}{2}\times8\times x$，$y=4x$

(2)　$x=1$ のとき，$y=4\times1=4$

$x=3$ のとき，$y=4\times3=12$

したがって，y の変域は，$4\leqq y\leqq12$

18　(1)　一次関数を $y=ax+b$ とおく。

$x=4$，$y=2$ と，$x=-2$，$y=8$ をそれぞれ代入して，連立方程式 $\begin{cases}2=4a+b\\8=-2a+b\end{cases}$ を解く。

(2)　一次関数 $y=ax+b$ では，変化の割合は一定で，a に等しい。

(3)　(y の増加量)=(変化の割合 a)×(x の増加量)だから，$-1\times6=-6$

19　直線の式を $y=ax+b$ とおく。

(1)　$a=5$，$b=11$

(2)　平行な2直線の傾きは等しいので，$a=-3$

(3)　y 軸上で交わるときは切片が等しいので，$b=-8$

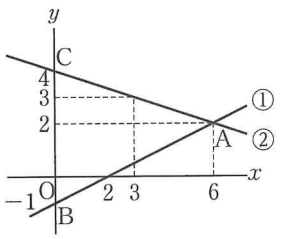
(4)　連立方程式 $\begin{cases}-6=2a+b\\-3=-a+b\end{cases}$ を解く。

20　(1)　①　2点(0, −1)，(2, 0)を通る直線。

②　2点(0, 4)，(3, 3)を通る直線。

(2)　連立方程式を解く。

$\begin{cases}y=\dfrac{1}{2}x-1 & \cdots①\\y=-\dfrac{1}{3}x+4 & \cdots②\end{cases}$



(3)　底辺 BC

$=4-(-1)=5$

高さ＝A の x 座標＝6

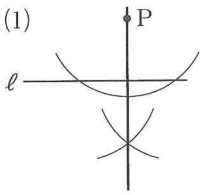
よって，$\triangle ACB=\dfrac{1}{2}\times5\times6=15(cm^2)$

1・2年の復習 (2)

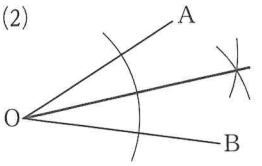
p.8〜p.11

1　(1)　△OGH　　(2)　270°　　(3)　辺 GC

2　(1)



(2)



3　(1)　12πcm　　(2)　$54\pi cm^2$

4　$\angle a$，$\angle c$，$\angle e$

5　(1)　$\angle x=41°$　　(2)　$\angle x=71°$

6　アとカ…3組の辺が，それぞれ等しい。

イとオ…直角三角形の斜辺と1つの鋭角が，それぞれ等しい。

ウとキ…2組の辺とその間の角が，それぞれ等しい。

7　(1)　△MBC と △NDC で，

四角形 ABCD は正方形なので，

BC＝DC，∠MBC＝∠NDC＝90°

M，N はそれぞれ辺 AB，DA の中点なので，

MB＝ND

よって，2組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので，△MBC≡△NDC

(2)　△MCN で，△MBC≡△NDC より，対応する辺は等しいので，MC＝NC

2辺が等しいので，△MCN は二等辺三角形

8　(1)　四角形 ABED で，仮定より，

AD // BE

∠ABD＝∠EDB より，錯角が等しいので，

AB // DE

2組の向かいあう辺が，それぞれ平行なので，

四角形 ABED は平行四辺形である。

(2)　14cm²

9　垂直な平面…平面 ABFE，DCGH

ねじれの位置にある直線…直線 AE, DH, EF, HG

10　(1)　体積…$12\pi cm^3$　　表面積…$24\pi cm^2$

(2)　体積…$\dfrac{32}{3}\pi cm^3$　　表面積…$16\pi cm^2$

11　(1)　21m

(2)㋐　12.5　　㋑　22.5　　㋒　27.5

㋓　32.5　　㋔　4　　㋕　7

㋖　4　　㋗　3

(3)　平均値…22.9m，中央値…23m，

最頻値…22.5m

(4)　ア

12　㋐　0.05　　㋑　0.20　　㋒　0.40

㋓　0.35　　㋔　0.05　　㋕　0.25

㋖ 0.65　　㋗ 1.00

13 (1) $\frac{1}{6}$　　(2) $\frac{1}{2}$

14 (1) $\frac{1}{8}$　　(2) $\frac{7}{8}$

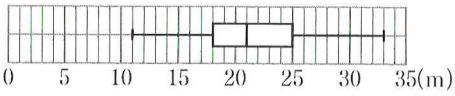
15 (1) $\frac{1}{6}$　(2) $\frac{1}{4}$　(3) $\frac{3}{4}$　(4) $\frac{5}{36}$

16 (1) $\frac{9}{25}$　(2) $\frac{16}{25}$　(3) $\frac{6}{25}$　(4) $\frac{12}{25}$

17 (1) 第1四分位数…18m，第2四分位数…21m，第3四分位数…25m

(2) 7m

(3)



(4) ウ

解　説

1 (1) △AFE を，一定の方向に，一定の長さだけずらして重なる三角形は，△OGH

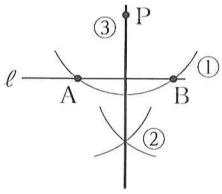
(2) 点Eと点F，点Fと点Gがそれぞれ対応するから，回転移動した角度は，$90° \times 3 = 270°$

(3) 点Eと点G，点Dと点Cがそれぞれ対応するから，辺EDは辺GCに移動した。

2 (1) ① 点Pを中心とする円をかき，直線 ℓ との交点をA，Bとする。

② 2点A，Bを中心とし，同じ半径の円をかく。

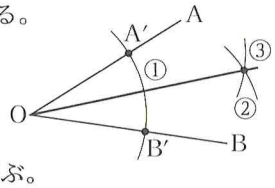
③ 2円の交点と点Pを結ぶ。



(2) ① 点Oを中心とする円をかき，直線OA，OBとの交点をA′，B′とする。

② 2点A′，B′を中心とし，同じ半径の円をかく。

③ 2円の交点と点Oを結ぶ。



3 (1) おうぎ形の弧の長さ $= 2\pi \times 9 \times \frac{240}{360} = 12\pi$(cm)

(2) おうぎ形の面積 $= \pi \times 9^2 \times \frac{240}{360} = 54\pi$(cm²)

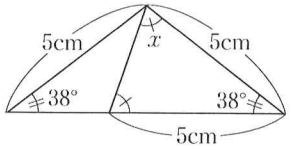
4 $\angle a$，$\angle e$ は $\angle x$ の同位角，$\angle c$ は $\angle x$ の錯角である。

5 (1) $\angle x + 63° = 72° + 32°$ より，

$\angle x = 72° + 32° - 63° = 41°$

(2) 二等辺三角形の性質を利用する。

$\angle x = \frac{180° - 38°}{2} = 71°$



6 3つの辺が与えられているアとカをくらべる。

よって，3組の辺が，それぞれ等しいから，アとカは合同である。

オの残りの角の大きさは，$180° - (90° + 35°) = 55°$

よって，イとオは，斜辺が6cmで，1つの鋭角が55°の直角三角形だから，合同である。

2つの辺とその間の角が与えられているウとキをくらべる。

よって，2組の辺とその間の角が，それぞれ等しいから，ウとキは合同である。

8 (2) △DBE と △AED は辺EDを底辺とすると，AB // DE より，高さが等しい。

9 BC ⊥ AB，BC ⊥ FB だから，平面ABFEは直線BCと垂直である。

また，BC ⊥ DC，BC ⊥ GC だから，平面DCGHは直線BCと垂直である。

空間内の2直線が，平行でなく，交わらないとき，その2直線は，ねじれの位置にあるという。

10 (1) 体積は，$\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 4 = 12\pi$(cm³)

側面のおうぎ形の中心角を $x°$ とすると，

$(2\pi \times 3) : (2\pi \times 5) = x : 360$

これを解くと，$x = 216$

これより，側面積は，

$\pi \times 5^2 \times \frac{216}{360} = 15\pi$(cm²)

おうぎ形の半径を r，中心角を $a°$，面積を S とすると，

$S = \pi r^2 \times \frac{a}{360}$

底面積は，$\pi \times 3^2 = 9\pi$(cm²)

したがって，表面積は，$15\pi + 9\pi = 24\pi$(cm²)

(2) 体積は，$\frac{4}{3}\pi \times 2^3 = \frac{32}{3}\pi$(cm³)

表面積は，$4\pi \times 2^2 = 16\pi$(cm²)

11 (1) (範囲)＝(最大値)−(最小値)＝34−13＝21(m)

(2) 階級値は，それぞれの階級のまん中の値である。度数は正の字を書いたりして，もれなく，重複なくかぞえ，合計ともあっているか確かめる。

(3) 中央値は，データの値を大きさの順に並べたとき，10番目の値(22m)と11番目の値(24m)の平均値である。最頻値は，度数のもっとも多い階級の階級値だから，20m以上25m未満の階級の階級値を求める。

(4) 度数のもっとも多い階級がまん中にきていることや，15m以上20m未満の階級と25m以上30m未満の階級の度数が等しいことなどの特徴から考える。

12 (相対度数) $= \frac{(\text{階級の度数})}{(\text{度数の合計})}$

累積相対度数は，最初の階級から，ある階級までの相対度数を合計する。

13 2枚のカードの取り出し方は全部で6通り。

(1) 2枚とも黒のカードであるのは，スペードとクラブの1通り。

よって，求める確率は，$\frac{1}{6}$

(2) ハートのカードとハート以外のダイヤ，スペード，クラブのカードをそれぞれ取り出すときだから，3通り。

よって，求める確率は，$\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

14 3枚のコインの表と裏の出方は全部で8通り。

(1) 3枚とも表になるのは1通り。

よって，求める確率は，$\frac{1}{8}$

(2) (少なくとも1枚が裏になる確率)
＝1−(3枚とも表になる確率)

だから，求める確率は，$1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$

15 大小2つのサイコロの目の出方は全部で36通り。

(1) 2つとも同じ目が出るのは，1と1，2と2，3と3，4と4，5と5，6と6の6通り。

よって，求める確率は，$\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

(2) 出た目の数の積が奇数になるのは，2つとも奇数の目が出るときだから，1と1，1と3，1と5，3と1，3と3，3と5，5と1，5と3，5と5の9通り。

よって，求める確率は，$\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$

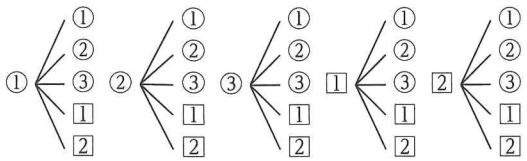
(3) (出た目の数の積が偶数になる確率)
＝1−(出た目の数の積が奇数になる確率)

だから，求める確率は，$1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

(4) 出た目の数の和が8になるのは，2と6，3と5，4と4，5と3，6と2の5通り。

よって，求める確率は，$\frac{5}{36}$

16 赤玉を①，②，③，白玉を[1]，[2]として樹形図をかくと，下の図のようになり，玉の取り出し方は全部で25通り。



(1) 2つとも赤を取り出すのは9通り。

よって，求める確率は，$\frac{9}{25}$

(2) (少なくとも1つ白を取り出す確率)
＝1−(2つとも赤を取り出す確率)

だから，求める確率は，$1-\frac{9}{25}=\frac{16}{25}$

(3) 赤，白の順に取り出すのは6通り。

よって，求める確率は，$\frac{6}{25}$

(4) 異なる色の玉を取り出すのは，赤，白の順に取り出す場合と，白，赤の順に取り出す場合で，
6＋6＝12(通り)

よって，求める確率は，$\frac{12}{25}$

17 (1) 第1四分位数は前半部分9人の中央値である。

11，13，15，16，18，19，20，21，21，
↑第1四分位数

第2四分位数はデータ全体18人の中央値だから，データの値を大きさの順に並べたとき，9番目と10番目の平均値である。

第3四分位数は後半部分9人の中央値である。

21，23，24，24，25，27，28，31，33
↑第3四分位数

(2) (四分位範囲)＝(第3四分位数)−(第1四分位数)

(3) 箱ひげ図では，最小値，第1四分位数，第2四分位数，第3四分位数，最大値を表す。

(4) ア…箱ひげ図に平均値を表すこともあるが，この箱ひげ図にはかかれていないから，必ず正しいとはいえない。

イ…AグループもBグループも第3四分位数が25mなので，25m以上の記録の人はどちらも5人以上いることはわかるが，必ず正しいとはいえない。

ウ…範囲はAが33−11＝22，Bが29−13＝16
四分位範囲はAが25−18＝7，Bが25−16＝9
よって，必ず正しいといえる。

1 式の展開と因数分解(1)

p.12〜p.17

1 (1) x^2+5x　(2) $-6a^2+18a$
(3) $-10x^2+8x$　(4) $-3ab-2b^2$
(5) $-12x^2+6x$　(6) $18x^3-24x^2-6x$

2 (1) $5x-3$　(2) $3a-4$　(3) $x-4$
(4) $8x-4y$　(5) $3x+2y$　(6) $2y-5x$
(7) $15a-20b$　(8) $9b-3$　(9) $10x-4$

3 ㋐ $Mx-My$　㋑ $(a+b)x$
㋒ $(a+b)y$　㋓ $ax+bx-ay-by$

4 (1) $ab+2a+3b+6$　(2) $xy+6x+5y+30$
(3) $xy+x+6y+6$　(4) $ab+5a+3b+15$
(5) $2ab+4a+3b+6$　(6) $6xy+10x+3y+5$

5 (1) $xy+4x-2y-8$　(2) $ab-6a-2b+12$
(3) $xy+bx-ay-ab$　(4) $ax-bx+ay-by$
(5) $xy+bx-2ay-2ab$　(6) $2ax-bx+6ay-3by$

6 (1) y^2+6y+8　(2) b^2-b-30
(3) x^2+6x-7　(4) $x^2-11x+24$
(5) $-x^2+7x-6$　(6) $-a^2+a+6$

7 (1) $2x^2+x-1$　(2) $8x^2-24xy+18y^2$
(3) $-10a^2+26ab-12b^2$

8 ㋐ $aM+bM$　㋑ $a(x-y+5)$
㋒ $b(x-y+5)$
㋓ $ax-ay+5a+bx-by+5b$

9 (1) $x^2+xy+6x+4y+8$
(2) $6a^2+2ab-19a-5b+10$

10 (1) $x^2+7x+10$　(2) $x^2+4x-21$
(3) $x^2+5x-36$　(4) $y^2-11y+24$
(5) $a^2-2a-24$　(6) $x^2+x+\frac{5}{36}$

11 (1) x^2+4x+4　(2) $y^2+12y+36$
(3) $b^2+18b+81$　(4) $x^2-10x+25$
(5) $a^2-16a+64$　(6) $a^2-8a+16$

12 (1) $16x^2-8x+1$　(2) $9a^2+30a+25$
(3) $36x^2+12xy+y^2$　(4) $a^2-6ab+9b^2$
(5) $25x^2-20xy+4y^2$　(6) $a^2-ab+\frac{b^2}{4}$

13 (1) x^2-9　(2) x^2-81　(3) $-a^2+36$
(4) x^2-y^2　(5) $4a^2-49b^2$　(6) $y^2-\frac{1}{4}$

14 (1) $2x^2-3x+4$　(2) $-6a$
(3) -1　(4) $x^2+11x+30$

15 (1) $x^2+2xy+y^2+7x+7y+12$
(2) $x^2-2xy+y^2+3x-3y-28$
(3) $a^2+2ab+b^2-2a-2b+1$
(4) $a^2+2ab+b^2-36$

解説

1 (1) $x(x+5)=x\times x+x\times 5=x^2+5x$

(2) $-3a(2a-6)=-3a\times 2a+(-3a)\times(-6)$
$=-6a^2+18a$

(3) $(-5x+4)\times 2x=-5x\times 2x+4\times 2x=-10x^2+8x$

(4) $(3a+2b)\times(-b)=3a\times(-b)+2b\times(-b)$
$=-3ab-2b^2$

(5) $(4x-2)\times(-3x)=4x\times(-3x)-2\times(-3x)$
$=-12x^2+6x$

(6) $6x(3x^2-4x-1)$
$=6x\times 3x^2+6x\times(-4x)+6x\times(-1)$
$=18x^3-24x^2-6x$

2 (1) $(5x^2-3x)\div x=5x^2\div x-3x\div x=5x-3$

(2) $(6a^2-8a)\div 2a=6a^2\div 2a-8a\div 2a=3a-4$

(3) $(-3x^2+12x)\div(-3x)$
$=-3x^2\div(-3x)+12x\div(-3x)$
$=x-4$

(4) $(8x^2y-4xy^2)\div xy=8x^2y\div xy-4xy^2\div xy$
$=8x-4y$

(5) $(9x^2y+6xy^2)\div 3xy=9x^2y\div 3xy+6xy^2\div 3xy$
$=3x+2y$

(6) $(-4xy^2+10x^2y)\div(-2xy)$
$=-4xy^2\div(-2xy)+10x^2y\div(-2xy)$
$=2y-5x$

(7) $(6a^2-8ab)\div\frac{2}{5}a=(6a^2-8ab)\times\frac{5}{2a}$
$=6a^2\times\frac{5}{2a}-8ab\times\frac{5}{2a}$
$=15a-20b$

(8) $(-3ab+a)\div\left(-\frac{a}{3}\right)$
$=(-3ab+a)\times\left(-\frac{3}{a}\right)$
$=-3ab\times\left(-\frac{3}{a}\right)+a\times\left(-\frac{3}{a}\right)$
$=9b-3$

(9) $(15x^2y-6xy)\div\frac{3}{2}xy$
$=(15x^2y-6xy)\times\frac{2}{3xy}$
$=15x^2y\times\frac{2}{3xy}-6xy\times\frac{2}{3xy}$
$=10x-4$

3 別解　$x-y=N$ とおいてもよい。
$(a+b)(x-y)$
$=(a+b)N$
$=aN+bN$　分配法則
$=a(x-y)+b(x-y)$　N を $x-y$ にもどす
$=ax-ay+bx-by$　分配法則

4 (1) $(a+3)(b+2)=a\times b+a\times 2+3\times b+3\times 2$
$=ab+2a+3b+6$

(2) $(x+5)(y+6)=x\times y+x\times 6+5\times y+5\times 6$
$=xy+6x+5y+30$

(3) $(x+6)(1+y)=x\times 1+x\times y+6\times 1+6\times y$
$=x+xy+6+6y$

このまま答えとしてもよいが，一般に文字式では次数の高い順に並べるので，$xy+x+6y+6$ と整理しておくとよい。あるいは，はじめに $1+y$ を $y+1$ として，次のように計算することもできる。

$(x+6)(1+y)=(x+6)(y+1)$
$=x\times y+x\times 1+6\times y+6\times 1$
$=xy+x+6y+6$

(4) $(a+3)(5+b)=a\times 5+a\times b+3\times 5+3\times b$
$=5a+ab+15+3b$
$=ab+5a+3b+15$

(5) $(2a+3)(b+2)=2a\times b+2a\times 2+3\times b+3\times 2$
$=2ab+4a+3b+6$

(6) $(2x+1)(3y+5)=2x\times 3y+2x\times 5+1\times 3y+1\times 5$
$=6xy+10x+3y+5$

5 (1) $(x-2)(y+4)=x\times y+x\times 4-2\times y-2\times 4$
$=xy+4x-2y-8$

(2) $(a-2)(b-6)=a\times b+a\times(-6)-2\times b-2\times(-6)$
$=ab-6a-2b+12$

(3) $(x-a)(y+b)=x\times y+x\times b-a\times y-a\times b$
$=xy+bx-ay-ab$

(4) $(x+y)(a-b)=x\times a+x\times(-b)+y\times a+y\times(-b)$
$=ax-bx+ay-by$

(5) $(x-2a)(y+b)=x\times y+x\times b-2a\times y-2a\times b$
$=xy+bx-2ay-2ab$

(6) $(x+3y)(2a-b)$
$=x\times 2a+x\times(-b)+3y\times 2a+3y\times(-b)$
$=2ax-bx+6ay-3by$

6 (1) $(y+2)(y+4)=y^2+4y+2y+8=y^2+6y+8$

(2) $(b+5)(b-6)=b^2-6b+5b-30=b^2-b-30$

(3) $(x-1)(x+7)=x^2+7x-x-7=x^2+6x-7$

(4) $(x-3)(x-8)=x^2-8x-3x+24=x^2-11x+24$

(5) $(x-6)(1-x)=x-x^2-6+6x$
$=-x^2+7x-6$

式は次数の高い順に並べる。

(6) $(3-a)(2+a)=6+3a-2a-a^2=-a^2+a+6$

7 (1) $(2x-1)(x+1)=2x^2+2x-x-1$
$=2x^2+x-1$

(2) $(2x-3y)(4x-6y)=8x^2-12xy-12xy+18y^2$
$=8x^2-24xy+18y^2$

(3) $(-5a+3b)(2a-4b)=-10a^2+20ab+6ab-12b^2$
$=-10a^2+26ab-12b^2$

8 別解　$a+b=N$ とおいてもよい。

$(a+b)(x-y+5)$
$=N(x-y+5)$
$=xN-yN+5N$　分配法則
$=x(a+b)-y(a+b)+5(a+b)$　N を $a+b$ にもどす
$=ax+bx-ay-by+5a+5b$　分配法則

9 (1) $(x+4)(x+y+2)$
$=x(x+y+2)+4(x+y+2)$
$=x^2+xy+2x+4x+4y+8$
$=x^2+xy+6x+4y+8$

(2) $(3a+b-2)(2a-5)$
$=(3a+b-2)\times 2a+(3a+b-2)\times(-5)$
$=6a^2+2ab-4a-15a-5b+10$
$=6a^2+2ab-19a-5b+10$

10 (1) $(x+2)(x+5)=x^2+(2+5)x+2\times 5$
$=x^2+7x+10$

(2) $(x+7)(x-3)=x^2+\{7+(-3)\}x+7\times(-3)$
$=x^2+4x-21$

(3) $(x-4)(x+9)=x^2+\{(-4)+9\}x+(-4)\times 9$
$=x^2+5x-36$

(4) $(y-3)(y-8)=y^2+\{(-3)+(-8)\}y+(-3)\times(-8)$
$=y^2-11y+24$

(5) $(a-6)(a+4)=a^2+\{(-6)+4\}a+(-6)\times 4$
$=a^2-2a-24$

(6) $\left(x+\frac{1}{6}\right)\left(x+\frac{5}{6}\right)=x^2+\left(\frac{1}{6}+\frac{5}{6}\right)x+\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}$
$=x^2+x+\frac{5}{36}$

11 (1) $(x+2)^2=x^2+2\times x\times 2+2^2=x^2+4x+4$

(2) $(y+6)^2=y^2+2\times y\times 6+6^2=y^2+12y+36$

(3) $(b+9)^2=b^2+2\times b\times 9+9^2=b^2+18b+81$

(4) $(x-5)^2=x^2-2\times x\times 5+5^2=x^2-10x+25$

(5) $(a-8)^2=a^2-2\times a\times 8+8^2=a^2-16a+64$

(6) $(4-a)^2=4^2-2\times 4\times a+a^2$
$=16-8a+a^2=a^2-8a+16$

12 (1) $(4x-1)^2=(4x)^2-2\times 4x\times 1+1^2$
$=16x^2-8x+1$

(2) $(3a+5)^2=(3a)^2+2\times 3a\times 5+5^2=9a^2+30a+25$

(3) $(6x+y)^2=(6x)^2+2\times 6x\times y+y^2$
$=36x^2+12xy+y^2$

(4) $(a-3b)^2=a^2-2\times a\times 3b+(3b)^2=a^2-6ab+9b^2$

(5) $(5x-2y)^2=(5x)^2-2\times 5x\times 2y+(2y)^2$
$=25x^2-20xy+4y^2$

(6) $\left(a-\frac{1}{2}b\right)^2=a^2-2\times a\times\frac{1}{2}b+\left(\frac{1}{2}b\right)^2=a^2-ab+\frac{b^2}{4}$

13 (1) $(x+3)(x-3)=x^2-3^2=x^2-9$

(2) $(x-9)(x+9)=(x+9)(x-9)=x^2-9^2=x^2-81$

(3) $(6+a)(6-a)=6^2-a^2=36-a^2=-a^2+36$

(4) $(x-y)(x+y)=(x+y)(x-y)=x^2-y^2$

(5) $(2a-7b)(2a+7b)=(2a+7b)(2a-7b)$
$=(2a)^2-(7b)^2=4a^2-49b^2$

(6) $\left(y-\frac{1}{2}\right)\left(y+\frac{1}{2}\right)=\left(y+\frac{1}{2}\right)\left(y-\frac{1}{2}\right)$
$=y^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2=y^2-\frac{1}{4}$

14 (1) $(x-2)^2+x(x+1)=(x^2-4x+4)+(x^2+x)$
$=x^2-4x+4+x^2+x$
$=2x^2-3x+4$

(2) $(a+2)(a-8)-(a-4)(a+4)$
$=(a^2-6a-16)-(a^2-16)$
$=a^2-6a-16-a^2+16$
$=-6a$

かっこの前がマイナスのときは，符号に注意する。
$-(A-B)$
$=-A+B$

(3) $(x+5)(x+3)-(x+4)^2$
$=(x^2+8x+15)-(x^2+8x+16)$
$=x^2+8x+15-x^2-8x-16=-1$

(4) $2(x+3)^2-(x+4)(x-3)$
$=2(x^2+6x+9)-(x^2+x-12)$
$=2x^2+12x+18-x^2-x+12=x^2+11x+30$

15 (1) $(x+y+4)(x+y+3)$
$=(M+4)(M+3)$ — $x+y=M$ とおく
$=M^2+7M+12$ — 乗法の公式で展開
$=(x+y)^2+7(x+y)+12$ — M を $x+y$ にもどす
$=x^2+2xy+y^2+7x+7y+12$ — 乗法の公式，分配法則

(2) $(x-y+7)(x-y-4)$
$=(M+7)(M-4)$ — $x-y=M$ とおく
$=M^2+3M-28$ — 乗法の公式で展開
$=(x-y)^2+3(x-y)-28$ — M を $x-y$ にもどす
$=x^2-2xy+y^2+3x-3y-28$ — 乗法の公式，分配法則

(3) $(a+b-1)^2$
$=(M-1)^2$ — $a+b=M$ とおく
$=M^2-2M+1$ — 乗法の公式で展開
$=(a+b)^2-2(a+b)+1$ — M を $a+b$ にもどす
$=a^2+2ab+b^2-2a-2b+1$ — 乗法の公式，分配法則

(4) $(a+b-6)(a+b+6)$
$=(M-6)(M+6)$ — $a+b=M$ とおく
$=M^2-36$ — 乗法の公式で展開
$=(a+b)^2-36$ — M を $a+b$ にもどす
$=a^2+2ab+b^2-36$ — 乗法の公式

p.18〜p.19 ▶ 確認問題

1 (1) $-15x^2+6x$ (2) $-6xy-10y^2$
(3) $4a^2-10a$

2 (1) $8x+4$ (2) $-2a+4b$ (3) $4x-16y$

3 (1) $ab+5a+2b+10$ (2) $xy+7x+3y+21$
(3) $ab+3a-4b-12$ (4) $xy-x+5y-5$
(5) $ab+3a-2b-6$ (6) $xy+3ax-ay-3a^2$

4 (1) x^2+4x+3 (2) $a^2+3a-28$
(3) x^2-5x+6 (4) $2x^2-9x-18$
(5) $12a^2-17ab-5b^2$ (6) $-10x^2+38xy-24y^2$

5 (1) $x^2-3xy+6y-4$ (2) $x^2+6x+6y-y^2$

6 (1) $x^2+9x+18$ (2) $y^2-2y-35$
(3) $a^2+6a-40$ (4) $b^2-12b+32$
(5) $x^2+x+\frac{6}{25}$ (6) $y^2+\frac{5}{12}y-\frac{1}{6}$

7 (1) $a^2+8a+16$ (2) $m^2-12m+36$
(3) $x^2+x+\frac{1}{4}$

8 (1) $4x^2+4x+1$ (2) $9x^2-24xy+16y^2$
(3) $a^2-\frac{1}{3}ab+\frac{1}{36}b^2$

9 (1) x^2-36 (2) a^2-49b^2 (3) $y^2-\frac{1}{16}$

10 (1) -49 (2) $a^2-12a+43$
(3) $40y$ (4) $5x^2+7x-3$

11 (1) $a^2-2ab+b^2-2a+2b-24$
(2) $x^2+2xy+y^2-10x-10y+25$

解　説

1 (1) $-3x(5x-2)$
$=-3x\times5x+(-3x)\times(-2)$
$=-15x^2+6x$

分配法則
$c(a+b)$
$=ca+cb$

(2) $(3x+5y)\times(-2y)=3x\times(-2y)+5y\times(-2y)$
$=-6xy-10y^2$

(3) $(6a-15)\times\frac{2}{3}a=6a\times\frac{2}{3}a-15\times\frac{2}{3}a=4a^2-10a$

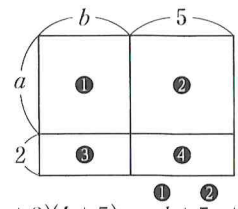
2 (1) $(8x^2+4x)\div x=8x^2\div x+4x\div x=8x+4$

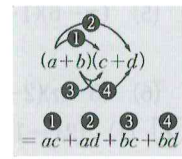
(2) $(6a^2b-12ab^2)\div(-3ab)$
$=6a^2b\div(-3ab)-12ab^2\div(-3ab)=-2a+4b$

(3) $(5x^2-20xy)\div\frac{5}{4}x$
$=(5x^2-20xy)\times\frac{4}{5x}$
$=5x^2\times\frac{4}{5x}-20xy\times\frac{4}{5x}=4x-16y$

除法は，逆数の乗法になおして計算する。

3 (1)





$(a+2)(b+5)=ab+5a+2b+10$

(2) $(x+3)(y+7)=x\times y+x\times7+3\times y+3\times7$
$=xy+7x+3y+21$

(3) $(a-4)(b+3)=ab+3a-4b-12$
+3a, ab, −4b, −12

(4) $(x+5)(y-1)=x\times y+x\times(-1)+5\times y+5\times(-1)$
$=xy-x+5y-5$

(5) $(a-2)(3+b)=a\times 3+a\times b-2\times 3-2\times b$
$=3a+ab-6-2b$
$=ab+3a-2b-6$

(6) $(x-a)(y+3a)=x\times y+x\times 3a-a\times y-a\times 3a$
$=xy+3ax-ay-3a^2$

4 (1) $(x+3)(x+1)=x^2+x+3x+3=x^2+4x+3$

(2) $(a+7)(a-4)=a^2-4a+7a-28=a^2+3a-28$

(3) $(x-3)(x-2)=x^2-2x-3x+6=x^2-5x+6$

(4) $(2x+3)(x-6)=2x^2-12x+3x-18$
$=2x^2-9x-18$

(5) $(3a-5b)(4a+b)=12a^2+3ab-20ab-5b^2$
$=12a^2-17ab-5b^2$

(6) $(-5x+4y)(2x-6y)=-10x^2+30xy+8xy-24y^2$
$=-10x^2+38xy-24y^2$

5 (1) $(x-2)(x-3y+2)$
$=x(x-3y+2)-2(x-3y+2)$
$=x^2-3xy+2x-2x+6y-4$
$=x^2-3xy+6y-4$

(2) $(x+y)(x-y+6)=x(x-y+6)+y(x-y+6)$
$=x^2-xy+6x+xy-y^2+6y$
$=x^2+6x+6y-y^2$

6 (1) $(x+3)(x+6)=x^2+(3+6)x+3\times 6$
$=x^2+9x+18$

(2) $(y+5)(y-7)=y^2+(5-7)y+5\times(-7)$
$=y^2-2y-35$

(3) $(a-4)(a+10)=a^2+(-4+10)a+(-4)\times 10$
$=a^2+6a-40$

(4) $(b-4)(b-8)=b^2+(-4-8)b+(-4)\times(-8)$
$=b^2-12b+32$

(5) $\left(x+\frac{3}{5}\right)\left(x+\frac{2}{5}\right)=x^2+\left(\frac{3}{5}+\frac{2}{5}\right)x+\frac{3}{5}\times\frac{2}{5}$
$=x^2+x+\frac{6}{25}$

(6) $\left(y-\frac{1}{4}\right)\left(y+\frac{2}{3}\right)=y^2+\left(-\frac{1}{4}+\frac{2}{3}\right)y+\left(-\frac{1}{4}\right)\times\frac{2}{3}$
$=y^2+\frac{-3+8}{12}y-\frac{1}{6}$
$=y^2+\frac{5}{12}y-\frac{1}{6}$

7 (1) $(a+4)^2=a^2+2\times a\times 4+4^2=a^2+8a+16$

(2) $(m-6)^2=m^2-2\times m\times 6+6^2=m^2-12m+36$

(3) $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=x^2+2\times x\times\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2=x^2+x+\frac{1}{4}$

8 (1) $(2x+1)^2=(2x)^2+2\times 2x\times 1+1^2$
$=4x^2+4x+1$

(2) $(3x-4y)^2=(3x)^2-2\times 3x\times 4y+(4y)^2$
$=9x^2-24xy+16y^2$

(3) $\left(a-\frac{1}{6}b\right)^2=a^2-2\times a\times\frac{1}{6}b+\left(\frac{1}{6}b\right)^2$
$=a^2-\frac{1}{3}ab+\frac{1}{36}b^2$

9 (1) $(x+6)(x-6)=x^2-6^2=x^2-36$

(2) $(a-7b)(a+7b)=a^2-(7b)^2=a^2-49b^2$

(3) $\left(y+\frac{1}{4}\right)\left(y-\frac{1}{4}\right)=y^2-\left(\frac{1}{4}\right)^2=y^2-\frac{1}{16}$

10 (1) $(x+9)(x-5)-(x+2)^2$
$=(x^2+4x-45)-(x^2+4x+4)$
$=x^2+4x-45-x^2-4x-4$
$=-49$

(2) $2(a-3)^2-(a-5)(a+5)$
$=2(a^2-6a+9)-(a^2-25)$
$=2a^2-12a+18-a^2+25$
$=a^2-12a+43$

(3) $(2y+5)^2-(2y-5)^2$
$=(4y^2+20y+25)-(4y^2-20y+25)$
$=4y^2+20y+25-4y^2+20y-25$
$=40y$

(4) $(3x+2)(3x-1)-(2x-1)^2$
$=\{(3x)^2+1\times 3x-2\}-\{(2x)^2-2\times 2x+1\}$
$=9x^2+3x-2-4x^2+4x-1$
$=5x^2+7x-3$

11 (1) $(a-b+4)(a-b-6)$
$=(M+4)(M-6)$ ← $a-b=M$ とおく
$=M^2-2M-24$ ← 乗法の公式で展開
$=(a-b)^2-2(a-b)-24$ ← M を $a-b$ にもどす
$=a^2-2ab+b^2-2a+2b-24$ ← 乗法の公式，分配法則

(2) $(x+y-5)^2$
$=(M-5)^2$ ← $x+y=M$ とおく
$=M^2-10M+25$ ← 乗法の公式で展開
$=(x+y)^2-10(x+y)+25$ ← M を $x+y$ にもどす
$=x^2+2xy+y^2-10x-10y+25$ ← 乗法の公式，分配法則

2 式の展開と因数分解(2)

p.20〜p.23

1 ㋐ $x^2+2x-15$　㋑ $x+5$
㋒ $x-3$

2 (1) $5a(x+2y)$　(2) $xy(2x-5y)$
(3) $x(x-3y+7)$　(4) $3x(3x-8y^2)$
(5) $2ab^2(3a+5)$　(6) $2x(a-2b-4c)$

3 (1) $(x+5)(x-5)$　(2) $(x+7)(x-7)$
(3) $(2+y)(2-y)$　(4) $\left(x+\frac{y}{3}\right)\left(x-\frac{y}{3}\right)$
(5) $(2x+9)(2x-9)$　(6) $(6b+5a)(6b-5a)$

4 (1) $(a+5)^2$　(2) $(x+8)^2$
(3) $(a-3)^2$　(4) $(y-9)^2$
(5) $(3x+1)^2$　(6) $(2a-5b)^2$

5 (1) $(x+2)(x+4)$　(2) $(y+6)(y+7)$
(3) $(x+3)(x+9)$　(4) $(t-3)(t-5)$
(5) $(a-4)(a-6)$　(6) $(x-7)(x-9)$

6 (1) $(x-1)(x+12)$　(2) $(a-4)(a+7)$
(3) $(x-6)(x+12)$　(4) $(y+3)(y-6)$
(5) $(x+5)(x-9)$　(6) $(x+8)(x-15)$

7 (1) $(3x+5)(3x-5)$　(2) $(a+6)^2$
(3) $2a(x+y-3)$　(4) $(x+2)(x+7)$
(5) $4x(3x-2)$　(6) $(y-3)(y+9)$
(7) $(10+y)(10-y)$　(8) $(4x-y)^2$
(9) $(x-2)(x-5)$

8 (1) $2(x-1)(x+4)$　(2) $-5(a-1)^2$
(3) $b(a+1)(a-1)$　(4) $a(x-3)(x-6)$
(5) $4b(x+1)^2$　(6) $-2(x-2y)(x+5y)$

9 (1) $(x-3)(y+4)$　(2) $(y+5)(x-1)$
(3) $(x-y)(a+b)$　(4) $(x+y-3)^2$
(5) $x(x-10)$

解説

1 多項式が，いくつかの数や式の積の形に表されるとき，積の形に表したそれぞれの数や式を，もとの多項式の因数という。

多項式をいくつかの因数の積の形に表すことを，その多項式を因数分解するという。

2 (1) $5ax+10ay=5a\times x+5a\times 2y=5a(x+2y)$

(2) $2x^2y-5xy^2=xy\times 2x-xy\times 5y=xy(2x-5y)$

(3) $x^2-3xy+7x=x\times x-x\times 3y+x\times 7$
$=x(x-3y+7)$

(4) $9x^2-24xy^2=3x\times 3x-3x\times 8y^2=3x(3x-8y^2)$

(5) $6a^2b^2+10ab^2=2ab^2\times 3a+2ab^2\times 5$
$=2ab^2(3a+5)$

(6) $2ax-4bx-8cx=2x\times a-2x\times 2b-2x\times 4c$
$=2x(a-2b-4c)$

3 (1) $x^2-25=x^2-5^2=(x+5)(x-5)$

(2) $x^2-49=x^2-7^2=(x+7)(x-7)$

(3) $4-y^2=2^2-y^2=(2+y)(2-y)$

(4) $x^2-\frac{y^2}{9}=x^2-\left(\frac{y}{3}\right)^2=\left(x+\frac{y}{3}\right)\left(x-\frac{y}{3}\right)$

(5) $4x^2-81=(2x)^2-9^2=(2x+9)(2x-9)$

(6) $36b^2-25a^2=(6b)^2-(5a)^2$
$=(6b+5a)(6b-5a)$

4 (1) $a^2+10a+25=a^2+2\times a\times 5+5^2$
$=(a+5)^2$

(2) $x^2+16x+64=x^2+2\times x\times 8+8^2$
$=(x+8)^2$

(3) $a^2-6a+9=a^2-2\times a\times 3+3^2$
$=(a-3)^2$

(4) $y^2-18y+81=y^2-2\times y\times 9+9^2$
$=(y-9)^2$

(5) $9x^2+6x+1=(3x)^2+2\times 3x\times 1+1^2$
$=(3x+1)^2$

(6) $4a^2-20ab+25b^2=(2a)^2-2\times 2a\times 5b+(5b)^2$
$=(2a-5b)^2$

5 (1) 積が $+8$ になる整数の組は，
(1 と 8)，(2 と 4)，
(-1 と -8)，(-2 と -4)
このうち，和が $+6$ になるのは，(2 と 4)
よって，$x^2+6x+8=(x+2)(x+4)$

(2) 積が $+42$ になる整数の組は，
(1 と 42)，(2 と 21)，(3 と 14)，(6 と 7)，
(-1 と -42)，(-2 と -21)，(-3 と -14)，
(-6 と -7)
このうち，和が $+13$ になるのは，(6 と 7)
よって，$y^2+13y+42=(y+6)(y+7)$

(3) 積が $+27$ になる整数の組は，
(1 と 27)，(3 と 9)，(-1 と -27)，(-3 と -9)
このうち，和が $+12$ になるのは，(3 と 9)
よって，$x^2+12x+27=(x+3)(x+9)$

(4) 積が $+15$ になる整数の組は，
(1 と 15)，(3 と 5)，(-1 と -15)，(-3 と -5)
このうち，和が -8 になるのは，(-3 と -5)
よって，$t^2-8t+15=(t-3)(t-5)$

(5) 積が $+24$ になる整数の組は，
(1 と 24)，(2 と 12)，(3 と 8)，(4 と 6)，
(-1 と -24)，(-2 と -12)，(-3 と -8)，
(-4 と -6)
このうち，和が -10 になるのは，(-4 と -6)
よって，$a^2-10a+24=(a-4)(a-6)$

(6) 積が $+63$ になる整数の組は，

(1 と 63)，(3 と 21)，(7 と 9)，
(−1 と −63)，(−3 と −21)，(−7 と −9)
このうち，和が −16 になるのは，(−7 と −9)
よって，$x^2-16x+63=(x-7)(x-9)$

参考　積が正の数の場合，2 つの数は同符号で，
和が正⇒ 2 数はともに正
和が負⇒ 2 数はともに負

$(+)\times(+)=(+)$
$(-)\times(-)=(+)$

6 (1)　積が −12 になる整数の組は，
(1 と −12)，(2 と −6)，(3 と −4)，
(−1 と 12)，(−2 と 6)，(−3 と 4)
このうち，和が +11 になるのは，(−1 と 12)
よって，$x^2+11x-12=(x-1)(x+12)$

(2)　積が −28 になる整数の組は，
(1 と −28)，(2 と −14)，(4 と −7)，
(−1 と 28)，(−2 と 14)，(−4 と 7)
このうち，和が +3 になるのは，(−4 と 7)
よって，$a^2+3a-28=(a-4)(a+7)$

(3)　積が −72 になる整数の組は，
(1 と −72)，(2 と −36)，(3 と −24)，(4 と −18)，
(6 と −12)，(8 と −9)，
(−1 と 72)，(−2 と 36)，(−3 と 24)，
(−4 と 18)，(−6 と 12)，(−8 と 9)
このうち，和が +6 になるのは，(−6 と 12)
よって，$x^2+6x-72=(x-6)(x+12)$

(4)　積が −18 になる整数の組は，
(1 と −18)，(2 と −9)，(3 と −6)，
(−1 と 18)，(−2 と 9)，(−3 と 6)
このうち，和が −3 になるのは，(3 と −6)
よって，$y^2-3y-18=(y+3)(y-6)$

(5)　積が −45 になる整数の組は，
(1 と −45)，(3 と −15)，(5 と −9)，
(−1 と 45)，(−3 と 15)，(−5 と 9)
このうち，和が −4 になるのは，(5 と −9)
よって，$x^2-4x-45=(x+5)(x-9)$

(6)　積が −120 になる整数の組は，
(1 と −120)，(2 と −60)，(3 と −40)，
(4 と −30)，(5 と −24)，(6 と −20)，
(8 と −15)，(10 と −12)，
(−1 と 120)，(−2 と 60)，(−3 と 40)，
(−4 と 30)，(−5 と 24)，(−6 と 20)，
(−8 と 15)，(−10 と 12)
このうち，和が −7 になるのは，(8 と −15)
よって，$x^2-7x-120=(x+8)(x-15)$

参考　積が負の数の場合，2 つの数は異符号で，
和が正⇒正の数の絶対値が大きい
和が負⇒負の数の絶対値が大きい

$(+)\times(-)=(-)$
$(-)\times(+)=(-)$

7 (1)　$9x^2-25=(3x)^2-5^2=(3x+5)(3x-5)$

(2)　$a^2+12a+36=a^2+2\times a\times 6+6^2$
$=(a+6)^2$

(3)　$2ax+2ay-6a=2a\times x+2a\times y-2a\times 3$
$=2a(x+y-3)$

(4)　積が +14 になる整数の組は，
(1 と 14)，(2 と 7)，(−1 と −14)，(−2 と −7)
このうち，和が +9 になるのは，(2 と 7)
よって，$x^2+9x+14=(x+2)(x+7)$

(5)　$12x^2-8x=4x\times 3x-4x\times 2=4x(3x-2)$

(6)　積が −27 になる整数の組は，
(1 と −27)，(3 と −9)，(−1 と 27)，(−3 と 9)
このうち，和が +6 になるのは，(−3 と 9)
よって，$y^2+6y-27=(y-3)(y+9)$

(7)　$100-y^2=10^2-y^2=(10+y)(10-y)$

(8)　$16x^2-8xy+y^2=(4x)^2-2\times 4x\times y+y^2$
$=(4x-y)^2$

(9)　積が +10 になる整数の組は，
(1 と 10)，(2 と 5)，(−1 と −10)，(−2 と −5)
このうち，和が −7 になるのは，(−2 と −5)
よって，$x^2-7x+10=(x-2)(x-5)$

8 (1)　$2x^2+6x-8$
$=2(x^2+3x-4)$　共通因数でくくる
$=2(x-1)(x+4)$　かっこの中を因数分解する

(2)　$-5a^2+10a-5$
$=-5(a^2-2a+1)$　共通因数でくくる
$=-5(a-1)^2$　かっこの中を因数分解する

(3)　a^2b-b
$=b(a^2-1)$　共通因数でくくる
$=b(a+1)(a-1)$　かっこの中を因数分解する

(4)　$ax^2-9ax+18a$
$=a(x^2-9x+18)$　共通因数でくくる
$=a(x-3)(x-6)$　かっこの中を因数分解する

(5)　$4bx^2+8bx+4b$
$=4b(x^2+2x+1)$　共通因数でくくる
$=4b(x+1)^2$　かっこの中を因数分解する

(6)　$-2x^2-6xy+20y^2$
$=-2(x^2+3xy-10y^2)$　共通因数でくくる
$=-2(x-2y)(x+5y)$　かっこの中を因数分解する

9 (1)　$y(x-3)+4(x-3)$
$=yM+4M$　$x-3=M$ とおく
$=M(y+4)$　因数分解する
$=(x-3)(y+4)$　M をもとにもどす

(2)　$x(y+5)-(y+5)$
$=xM-M$　$y+5=M$ とおく
$=M(x-1)$　因数分解する
$=(y+5)(x-1)$　M をもとにもどす

(3) $ax-ay+bx-by$
$=a(x-y)+b(x-y)$ ← a をふくむ項とふくまない項に分ける
$=aM+bM$ ← $x-y=M$ とおく
$=M(a+b)$ ← 因数分解する
$=(x-y)(a+b)$ ← M をもとにもどす

(4) $(x+y)^2-6(x+y)+9$
$=M^2-6M+9$ ← $x+y=M$ とおく
$=(M-3)^2$ ← 因数分解する
$=(x+y-3)^2$ ← M をもとにもどす

(5) $(x-6)^2+2(x-6)-24$
$=M^2+2M-24$ ← $x-6=M$ とおく
$=(M-4)(M+6)$ ← 因数分解する
$=(x-6-4)(x-6+6)$ ← M をもとにもどす
$=x(x-10)$

p.24〜p.25 ▶ 確認問題

1 (1) $3x(2x-1)$ (2) $2x(x+2y-3)$
(3) $2xy(4x-6y+3)$

2 (1) $(a+8)(a-8)$ (2) $(5x+2)(5x-2)$
(3) $(4b+3a)(4b-3a)$

3 (1) $(x+10)^2$ (2) $(a-2)^2$
(3) $(x-5)^2$ (4) $(2y-1)^2$
(5) $(x+7y)^2$ (6) $(4x-3y)^2$

4 (1) $(x+2)(x+8)$ (2) $(a+3)(a+6)$
(3) $(x+5)(x+9)$ (4) $(x-2)(x-5)$
(5) $(y-4)(y-9)$ (6) $(x-7)(x-8)$

5 (1) $(x-1)(x+3)$ (2) $(y-5)(y+6)$
(3) $(x-6)(x+8)$ (4) $(x+2)(x-6)$
(5) $(b+4)(b-9)$ (6) $(x+9)(x-12)$

6 (1) $(x+9)^2$ (2) $(x-5)(x+12)$
(3) $(a+6)(a-6)$ (4) $(a-8)(a-9)$
(5) $4x(2x-5)$ (6) $(x-5)(x+8)$

7 (1) $3(x-2)(x+5)$ (2) $9(1+2a)(1-2a)$
(3) $2y(x-5)(x+7)$

8 (1) $(a-2)(x+y)$ (2) $(y+1)(x-1)$
(3) $(a-b)(x+y)$ (4) $(x+y+6)(x+y-6)$
(5) $(a+2)(a-6)$

解説

1 (1) $6x^2-3x=3x\times2x-3x\times1=3x(2x-1)$
(2) $2x^2+4xy-6x=2x\times x+2x\times2y-2x\times3$
$=2x(x+2y-3)$
(3) $8x^2y-12xy^2+6xy$
$=2xy\times4x-2xy\times6y+2xy\times3$
$=2xy(4x-6y+3)$

2 (1) $a^2-64=a^2-8^2$
$=(a+8)(a-8)$
(2) $25x^2-4=(5x)^2-2^2$
$=(5x+2)(5x-2)$
(3) $16b^2-9a^2=(4b)^2-(3a)^2$
$=(4b+3a)(4b-3a)$

公式[4]′
a^2-b^2
$=(a+b)(a-b)$

3 (1) $x^2+20x+100=x^2+2\times x\times10+10^2$
$=(x+10)^2$
(2) $a^2-4a+4=a^2-2\times a\times2+2^2$
$=(a-2)^2$
(3) $x^2-10x+25=x^2-2\times x\times5+5^2$
$=(x-5)^2$
(4) $4y^2-4y+1$
$=(2y)^2-2\times2y\times1+1^2$
$=(2y-1)^2$
(5) $x^2+14xy+49y^2$
$=x^2+2\times x\times7y+(7y)^2$
$=(x+7y)^2$
(6) $16x^2-24xy+9y^2$
$=(4x)^2-2\times4x\times3y+(3y)^2$
$=(4x-3y)^2$

公式[2]′・[3]′
$a^2+2ab+b^2$
$=(a+b)^2$
$a^2-2ab+b^2$
$=(a-b)^2$

4 (1) 積が $+16$ で和が $+10$ になる2数の組は，2と8
よって，
$x^2+10x+16=(x+2)(x+8)$
(2) 積が $+18$ で和が $+9$ になる2数の組は，3と6
よって，$a^2+9a+18=(a+3)(a+6)$
(3) 積が $+45$ で和が $+14$ になる2数の組は，5と9
よって，$x^2+14x+45=(x+5)(x+9)$
(4) 積が $+10$ で和が -7 になる2数の組は，
-2 と -5
よって，$x^2-7x+10=(x-2)(x-5)$
(5) 積が $+36$ で和が -13 になる2数の組は，
-4 と -9
よって，$y^2-13y+36=(y-4)(y-9)$
(6) 積が $+56$ で和が -15 になる2数の組は，
-7 と -8
よって，$x^2-15x+56=(x-7)(x-8)$

公式[1]′
$x^2+(a+b)x+ab$
$=(x+a)(x+b)$

5 (1) 積が -3 で和が $+2$ になる2数の組は，-1 と3
よって，$x^2+2x-3=(x-1)(x+3)$
(2) 積が -30 で和が $+1$ になる2数の組は，-5 と6
よって，$y^2+y-30=(y-5)(y+6)$
(3) 積が -48 で和が $+2$ になる2数の組は，-6 と8
よって，$x^2+2x-48=(x-6)(x+8)$
(4) 積が -12 で和が -4 になる2数の組は，2と -6
よって，$x^2-4x-12=(x+2)(x-6)$
(5) 積が -36 で和が -5 になる2数の組は，4と -9
よって，$b^2-5b-36=(b+4)(b-9)$

(6) 積が -108 で和が -3 になる 2 数の組は，
9 と -12
よって，$x^2-3x-108=(x+9)(x-12)$

6 (1) $x^2+18x+81=x^2+2\times x\times 9+9^2=(x+9)^2$

(2) 積が -60 で和が $+7$ になる 2 数の組は，-5 と 12
よって，$x^2+7x-60=(x-5)(x+12)$

(3) $a^2-36=a^2-6^2=(a+6)(a-6)$

(4) 積が $+72$ で和が -17 になる 2 数の組は，
-8 と -9
よって，$a^2-17a+72=(a-8)(a-9)$

(5) $8x^2-20x=4x\times 2x-4x\times 5=4x(2x-5)$

(6) 積が -40 で和が $+3$ になる 2 数の組は，-5 と 8
よって，$x^2+3x-40=(x-5)(x+8)$

7 (1) $3x^2+9x-30$
$=3(x^2+3x-10)$
$=3(x-2)(x+5)$

①共通因数でくくる。
②公式を使って因数分解する。

(2) $9-36a^2=9(1-4a^2)=9(1+2a)(1-2a)$

注意 $(3+6a)(3-6a)$ は，共通因数が残っているので，正解にはならない。

(3) $2x^2y+4xy-70y=2y(x^2+2x-35)$
$=2y(x-5)(x+7)$

8 (1) $x(a-2)+y(a-2)$ ← $a-2=M$
$=xM+yM$
$=M(x+y)$
$=(a-2)(x+y)$

共通な式を M とおく。

(2) $x(y+1)-(y+1)$ ← $y+1=M$
$=xM-M$
$=M(x-1)$
$=(y+1)(x-1)$

(3) $ax-bx+ay-by$
$=x(a-b)+y(a-b)$ ← $a-b=M$
$=xM+yM$
$=M(x+y)$
$=(a-b)(x+y)$

(4) $(x+y)^2-36$ ← $x+y=M$
$=M^2-36$
$=(M+6)(M-6)$
$=(x+y+6)(x+y-6)$

(5) $(a+4)^2-12(a+4)+20$ ← $a+4=M$
$=M^2-12M+20$
$=(M-2)(M-10)$
$=(a+4-2)(a+4-10)$
$=(a+2)(a-6)$

3 式の計算の利用

p.26〜p.27

1 ㋐ $2n+2$　㋑ $4n^2+8n+4$
㋒ $8n+4$　㋓ $8n+4$

2 (1) 53^2-47^2
$=(53+47)\times(53-47)$
$=100\times 6$
$=600$

(2) 39^2
$=(40-1)^2$
$=40^2-2\times 40\times 1+1^2$
$=1600-80+1$
$=1521$

(3) 102×98
$=(100+2)\times(100-2)$
$=100^2-2^2$
$=10000-4$
$=9996$

3 (1) -70　(2) 400

4 ㋐ $r+a$　㋑ $2r+a$
㋒ $r+\dfrac{a}{2}$　㋓ $2r+a$

解説

1 連続する 2 つの偶数で，
(大きい数)^2−(小さい数)^2
2(小さい数＋大きい数)
をそれぞれ計算し，等しくなることを示す。

2 (1) $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ を利用する。
(2) $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ を利用する。
(3) $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ を利用する。

3 (1) 与えられた式を簡単にしてから，x に値を代入する。
$(6-x)(6+x)+(x+2)(x-8)$
$=(36-x^2)+(x^2-6x-16)$
$=-6x+20$
$=-6\times 15+20$
$=-70$

(2) 与えられた式を因数分解してから，x，y に値を代入する。
$x^2+2xy+y^2=(x+y)^2$
$=(16+4)^2$
$=20^2$
$=400$

4 S を文字を使って表した式と $a\ell$ を文字を使って表した式をそれぞれ計算し，等しくなることを示す。

p.28〜p.29 ▶ 確認問題

1 連続する2つの奇数は，整数 n を使って，
$2n-1$，$2n+1$ と表される。

$$(2n-1)^2+(2n+1)^2-2$$
$$=(4n^2-4n+1)+(4n^2+4n+1)-2$$
$$=8n^2$$

n は整数であるから，$8n^2$ は8の倍数である。
よって，連続する2つの奇数の2乗の和から2をひいた数は8の倍数になる。

2 (1) 4

(2) 連続する3つの整数は，整数 n を使って，小さい方から順に $n-1$，n，$n+1$ と表される。

$$(n+1)^2-(n-1)^2$$
$$=(n^2+2n+1)-(n^2-2n+1)$$
$$=4n$$

よって，連続する3つの整数の，もっとも大きい数の2乗からもっとも小さい数の2乗をひいた差は，まん中の数の4倍になる。

3 (1) 62^2-38^2
$=(62+38)\times(62-38)$
$=100\times24$
$=2400$

(2) 98^2-97^2
$=(98+97)\times(98-97)$
$=195\times1$
$=195$

(3) 103^2
$=(100+3)^2$
$=100^2+2\times100\times3+3^2$
$=10000+600+9$
$=10609$

(4) 96^2
$=(100-4)^2$
$=100^2-2\times100\times4+4^2$
$=10000-800+16$
$=9216$

(5) 59×61
$=(60-1)\times(60+1)$
$=60^2-1^2$
$=3600-1$
$=3599$

(6) 10.3×9.7
$=(10+0.3)\times(10-0.3)$
$=10^2-0.3^2$
$=100-0.09$
$=99.91$

4 (1) 12　(2) 13　(3) 10000
(4) 200　(5) 720　(6) 64

5 大きい正方形の1辺は $a+b$(cm)，小さい正方形の1辺は $a-b$(cm)なので，色のついた部分の面積は，

$$(a+b)^2-(a-b)^2=4ab$$

よって，色のついた部分の面積は，縦 $a$cm，横 $b$cm の長方形の面積の4倍となる。

6 (1) $S=6a-9$
(2) $\ell=2a-3$，$S=3\ell$

解説

1 連続する2つの奇数で，
(小さい数)^2+(大きい数)^2−2
を計算し，8×(整数)の形に表せることを示す。

2 連続する3つの整数の，もっとも大きい数の2乗からもっとも小さい数の2乗をひいた差は，

1，2，3のとき，$3^2-1^2=8\rightarrow8=4\times2$
2，3，4のとき，$4^2-2^2=12\rightarrow12=4\times3$
3，4，5のとき，$5^2-3^2=16\rightarrow16=4\times4$
4，5，6のとき，$6^2-4^2=20\rightarrow20=4\times5$
⋮

となるから，
(もっとも大きい数)^2−(もっとも小さい数)^2
=4×(まん中の数)
であることが予想される。

3 (1)(2) $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ を利用する。
(3)(4) $(a\pm b)^2=a^2\pm2ab+b^2$ を利用する。
(5)(6) $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ を利用する。

4 (1) $(x+3)(x-6)-x(x-5)$
$=(x^2-3x-18)-(x^2-5x)$
$=2x-18$
$=2\times15-18$
$=12$

(2) $(x+3)^2-x(x-6)=(x^2+6x+9)-(x^2-6x)$
$=12x+9$
$=12\times\frac{1}{3}+9$
$=13$

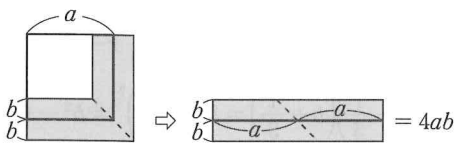
(3) $x^2+8x+16=x^2+2\times x\times4+4^2$
$=(x+4)^2$
$=(96+4)^2$
$=100^2$
$=10000$

(4) $x^2-2x-24=x^2+(4-6)x+4\times(-6)$
$=(x+4)(x-6)$
$=(16+4)\times(16-6)$
$=20\times10$
$=200$

(5) $x^2-y^2=(x+y)(x-y)$
$=(36-24)\times\{36-(-24)\}$
$=12\times60$
$=720$

(6) $x^2-2xy+y^2=(x-y)^2$
$=(51-43)^2$
$=8^2$
$=64$

5 参考



6 (1) 大きい正方形の1辺を a とするとき，小さい正方形の1辺は $a-3$ である。
$S=a^2-(a-3)^2$
$=a^2-(a^2-6a+9)$
$=6a-9$ …① ← $S=3(2a-3)$

(2) $\ell=a+(a-3)$
$=2a-3$ …②
①，②より，$S=3\ell$

絶対落とせない！必答 ✓ 問題

p.30〜p.33

1 (1) ㋐ 展開
(2) ㋑ $x^2+(a+b)x+ab$
㋒ $a^2+2ab+b^2$ ㋓ $a^2-2ab+b^2$
㋔ a^2-b^2
(3) ㋕ 因数 ㋖ 因数分解
(4) ㋗ $M(a+b)$

2 (1) $-6a^2-15ab$ (2) $-2x^2-6xy+10x$
(3) $3a^2-9a$ (4) $2a-3b$
(5) $6x+y$ (6) $-10y+15$
(7) $xy-7x+3y-21$ (8) $2a^2-7a-15$
(9) $a^2-2a-2b-b^2$

3 (1) x^2+x-20 (2) x^2-64
(3) $x^2+18x+81$ (4) $a^2-12a+36$
(5) $-a^2+100$ (6) $y^2+2y-48$
(7) $9x^2-4$ (8) $a^2-11a+28$
(9) $16y^2+40y+25$ (10) $4a^2+4a-35$
(11) $9x^2-25y^2$ (12) $36a^2-12ab+b^2$

4 (1) $x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{16}$ (2) $x^2-\frac{1}{10}x-\frac{1}{5}$
(3) $b^2-\frac{1}{9}$

5 (1) $2x^2-14$ (2) x^2-y^2-4y-4
(3) $x^2+4xy+4y^2-x-2y-20$
(4) $a^2-2ab+b^2+8a-8b+16$

6 ア，ウ

7 (1) $x(x+a)$ (2) $(x+1)(x-1)$
(3) $(x-3)(x-4)$ (4) $(a-8)^2$
(5) $(a-3)(a+6)$ (6) $(y+3)(y-8)$
(7) $(6x+7y)(6x-7y)$ (8) $(x+4)(x+9)$
(9) $(2x+1)^2$ (10) $(a+4b)(a-4b)$
(11) $(x-4y)^2$ (12) $(x+2y)(x-6y)$
(13) $2ab(4a+2b-1)$ (14) $(2a+9b)(2a-9b)$
(15) $(3x-2y)^2$

8 (1) $a(x+2y)(x-2y)$ (2) $4(x+2)(x-9)$
(3) $-3a(x-4)^2$ (4) $(x-4)(a-1)$
(5) $(a+6)(a-2)$ (6) $(x-7)(x+6)$

9 ㋐ $n+1$ ㋑ n^2+2n+1
㋒ $2n+1$
㋓ $2n+1$ は奇数である。

10 (1) $74^2-26^2=(74+26)\times(74-26)$
$=100\times48$
$=4800$

(2) $97^2=(100-3)^2$
$=100^2-2\times100\times3+3^2$
$=10000-600+9$
$=9409$

(3) $51\times49=(50+1)\times(50-1)$
$=50^2-1^2$
$=2500-1$
$=2499$

11 (1) 26　(2) 135
(3) 200　(4) 64

12 ㋐ $x+2a$　㋑ $y+2a$
㋒ $x+y+2a$　㋓ $x+a$
㋔ $y+a$

解　説

2 (1) $(2a+5b)\times(-3a)=2a\times(-3a)+5b\times(-3a)$
$=-6a^2-15ab$

(2) $-2x(x+3y-5)=-2x\times x-2x\times3y-2x\times(-5)$
$=-2x^2-6xy+10x$

(3) $(4a-12)\times\frac{3}{4}a=4a\times\frac{3}{4}a-12\times\frac{3}{4}a=3a^2-9a$

(4) $(14a^2-21ab)\div7a=14a^2\div7a-21ab\div7a$
$=2a-3b$

(5) $(6x^2y+xy^2)\div xy=6x^2y\div xy+xy^2\div xy=6x+y$

(6) $(4xy-6x)\div\left(-\frac{2}{5}x\right)$
$=(4xy-6x)\times\left(-\frac{5}{2x}\right)$
$=4xy\times\left(-\frac{5}{2x}\right)-6x\times\left(-\frac{5}{2x}\right)=-10y+15$

(7) $(x+3)(y-7)$
$=x\times y+x\times(-7)+3\times y+3\times(-7)$
$=xy-7x+3y-21$

(8) $(a-5)(2a+3)=a\times2a+a\times3-5\times2a-5\times3$
$=2a^2+3a-10a-15=2a^2-7a-15$

(9) $(a+b)(a-b-2)$
$=a(a-b-2)+b(a-b-2)$
$=a^2-ab-2a+ab-b^2-2b=a^2-2a-2b-b^2$

3 (1) $(x+5)(x-4)=x^2+(5-4)x+5\times(-4)$
$=x^2+x-20$

(2) $(x+8)(x-8)=x^2-8^2=x^2-64$

(3) $(x+9)^2=x^2+2\times x\times9+9^2=x^2+18x+81$

(4) $(a-6)^2=a^2-2\times a\times6+6^2=a^2-12a+36$

(5) $(10+a)(10-a)=10^2-a^2=100-a^2=-a^2+100$

(6) $(y-6)(y+8)=y^2+(-6+8)y+(-6)\times8$
$=y^2+2y-48$

(7) $(3x+2)(3x-2)=(3x)^2-2^2=9x^2-4$

(8) $(a-7)(a-4)=a^2+(-7-4)a+(-7)\times(-4)$
$=a^2-11a+28$

(9) $(4y+5)^2=(4y)^2+2\times4y\times5+5^2$
$=16y^2+40y+25$

(10) $(2a+7)(2a-5)$
$=(2a)^2+(7-5)\times2a+7\times(-5)$
$=4a^2+4a-35$

(11) $(3x+5y)(3x-5y)=(3x)^2-(5y)^2=9x^2-25y^2$

(12) $(6a-b)^2=(6a)^2-2\times6a\times b+b^2$
$=36a^2-12ab+b^2$

4 (1) $\left(x-\frac{1}{4}\right)^2=x^2-2\times x\times\frac{1}{4}+\left(\frac{1}{4}\right)^2$
$=x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{16}$

(2) $\left(x+\frac{2}{5}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)=x^2+\left(\frac{2}{5}-\frac{1}{2}\right)x+\frac{2}{5}\times\left(-\frac{1}{2}\right)$
$=x^2-\frac{1}{10}x-\frac{1}{5}$

(3) $\left(b-\frac{1}{3}\right)\left(b+\frac{1}{3}\right)=b^2-\left(\frac{1}{3}\right)^2=b^2-\frac{1}{9}$

5 (1) $(x+1)^2+(x+3)(x-5)$
$=(x^2+2x+1)+(x^2-2x-15)$
$=x^2+2x+1+x^2-2x-15=2x^2-14$

(2) $(x+y+2)(x-y-2)$
$=\{x+(y+2)\}\{x-(y+2)\}$　$y+2=M$ とおく
$=(x+M)(x-M)$　乗法の公式で展開
$=x^2-M^2$　M を $y+2$ にもどす
$=x^2-(y+2)^2$　乗法の公式
$=x^2-(y^2+4y+4)$
$=x^2-y^2-4y-4$

(3) $(x+2y+4)(x+2y-5)$
$=(M+4)(M-5)$　$x+2y=M$ とおく
$=M^2-M-20$　乗法の公式で展開
$=(x+2y)^2-(x+2y)-20$　M を $x+2y$ にもどす
$=x^2+4xy+4y^2-x-2y-20$　乗法の公式，分配法則

(4) $(a-b+4)^2$
$=(M+4)^2$　$a-b=M$ とおく
$=M^2+8M+16$　乗法の公式で展開
$=(a-b)^2+8(a-b)+16$　M を $a-b$ にもどす
$=a^2-2ab+b^2+8a-8b+16$　乗法の公式，分配法則

6 イ，エは，因数×因数の形になっていないので，因数分解ではない。

7 (1) $ax+x^2=x\times a+x\times x=x(a+x)=x(x+a)$

(2) $x^2-1=x^2-1^2=(x+1)(x-1)$

(3) 積が $+12$ で和が -7 になる2数の組は，
-3 と -4
よって，$x^2-7x+12=(x-3)(x-4)$

(4) $a^2-16a+64=a^2-2\times a\times8+8^2=(a-8)^2$

(5) 積が -18 で和が $+3$ になる2数の組は，-3 と 6
よって，$a^2+3a-18=(a-3)(a+6)$

(6) 積が -24 で和が -5 になる2数の組は，3 と -8

よって，$y^2-5y-24=(y+3)(y-8)$

(7) $36x^2-49y^2=(6x)^2-(7y)^2=(6x+7y)(6x-7y)$

(8) 積が $+36$ で和が $+13$ になる 2 数の組は，4 と 9

よって，$x^2+13x+36=(x+4)(x+9)$

(9) $4x^2+4x+1=(2x)^2+2\times2x\times1+1^2=(2x+1)^2$

(10) $a^2-16b^2=a^2-(4b)^2=(a+4b)(a-4b)$

(11) $x^2-8xy+16y^2=x^2-2\times x\times4y+(4y)^2$
$=(x-4y)^2$

(12) 積が $-12y^2$ で和が $-4y$ になる 2 式の組は，
$2y$ と $-6y$

よって，$x^2-4xy-12y^2=(x+2y)(x-6y)$

(13) $8a^2b+4ab^2-2ab=2ab\times4a+2ab\times2b-2ab\times1$
$=2ab(4a+2b-1)$

(14) $4a^2-81b^2=(2a)^2-(9b)^2=(2a+9b)(2a-9b)$

(15) $9x^2-12xy+4y^2=(3x)^2-2\times3x\times2y+(2y)^2$
$=(3x-2y)^2$

8 (1) $ax^2-4ay^2=a(x^2-4y^2)=a(x+2y)(x-2y)$

(2) $4x^2-28x-72=4(x^2-7x-18)=4(x+2)(x-9)$

(3) $-3ax^2+24ax-48a=-3a(x^2-8x+16)=-3a(x-4)^2$

(4) $a(x-4)-(x-4)$ ← $x-4=M$
$=aM-M=M(a-1)=(x-4)(a-1)$

(5) $(a+2)^2-16$ ← $a+2=M$
$=M^2-4^2=(M+4)(M-4)$
$=(a+2+4)(a+2-4)=(a+6)(a-2)$

(6) $(x-3)^2+5(x-3)-36$ ← $x-3=M$
$=M^2+5M-36=(M-4)(M+9)$
$=(x-3-4)(x-3+9)=(x-7)(x+6)$

10 (1) $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ を利用する。

(2) $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ を利用する。

(3) $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ を利用する。

11 (1) 与えられた式を簡単にしてから，a，b に値を代入する。

$(6a^2-15ab)\div3a=2a-5b$
$=2\times3-5\times(-4)$
$=6+20=26$

(2) 与えられた式を簡単にしてから，x，y に値を代入する。

$(x-2y)^2-(x+y)(x+4y)$
$=(x^2-4xy+4y^2)-(x^2+5xy+4y^2)$
$=-9xy=-9\times(-5)\times3=135$

(3) 与えられた式を因数分解してから，x に値を代入する。

$x^2-4x-21=(x+3)(x-7)$
$=(17+3)\times(17-7)$
$=20\times10=200$

(4) 与えられた式を因数分解してから，x，y に値を代入する。

$x^2-2xy+y^2=(x-y)^2=(14-6)^2=8^2=64$

差がつく！活用問題

p.34〜p.35

1 (1) $(2-y)(3x+1)$　(2) $(c-9)(2a-3)$
(3) $(a-4)(x-y)$　(4) $(y-2)(x-3)$
(5) $(a-c)(a-b^2)$　(6) $(x-y+3)(x-y-2)$
(7) $(x-2y)(x-2y-2)$　(8) $(x+3)(x+y+2)$

2 一の位が 5，十の位が a である 2 けたの数は，$10a+5$ と表される。

$(10a+5)^2=100a^2+100a+25$
$=100a(a+1)+25$

よって，この 2 けたの数の 2 乗は，下 2 けたが 25，百以上の位が $a(a+1)$ になる。

3 (1) 123　(2) 418
(3) 2500　(4) 9200

4 (1) 49　(2) 73

5 周の長さ…$\pi(a+b)$　面積…$\dfrac{\pi b(a+b)}{4}$

6 (1) $a=n-7$　$b=n-1$
$c=n+1$　$d=n+7$

(2) $bc-ad=(n-1)(n+1)-(n-7)(n+7)$
$=(n^2-1)-(n^2-49)$
$=n^2-1-n^2+49=48$

よって，$bc-ad$ の値はつねに 48 になる。

解説

1 (1) $3x(2-y)-y+2=3x(2-y)+(2-y)$
$=(2-y)(3x+1)$

(2) $2a(c-9)+27-3c=2a(c-9)-3(c-9)$
$=(c-9)(2a-3)$

(3) $ax-4x-ay+4y=x(a-4)-y(a-4)$
$=(a-4)(x-y)$

(4) $xy-2x-3y+6=x(y-2)-3(y-2)$
$=(y-2)(x-3)$

(5) $a^2-ac-ab^2+b^2c=a(a-c)-b^2(a-c)$
$=(a-c)(a-b^2)$

(6) $x^2-2xy+y^2+x-y-6$
$=(x-y)^2+(x-y)-6$ ← $x-y=M$
$=M^2+M-6=(M+3)(M-2)$
$=(x-y+3)(x-y-2)$

(7) $x^2+4y^2-4xy-2x+4y=x^2-4xy+4y^2-2x+4y$
$=(x-2y)^2-2(x-2y)$
$=(x-2y)(x-2y-2)$

(8) $6+5x+3y+xy+x^2$
$=x^2+5x+6+xy+3y$
$=(x+2)(x+3)+y(x+3)$
$=(x+3)(x+y+2)$

3 (1) $31^2-30^2+21^2-20^2+11^2-10^2$

$=(31+30)\times(31-30)+(21+20)\times(21-20)$
$+(11+10)\times(11-10)$

$=61+41+21=123$

(2) $17^2-20^2+23^2$

$=(X-3)^2-X^2+(X+3)^2$ ← $20=X$ とおく

$=X^2-6X+9-X^2+X^2+6X+9$ ← 乗法の公式

$=X^2+18$

$=20^2+18=418$ ← X を 20 にもどす

(3) $43^2+2\times43\times7+7^2$

$=X^2+2\times X\times7+7^2$ ← $43=X$ とおく

$=(X+7)^2$ ← 因数分解

$=(43+7)^2=2500$ ← X を 43 にもどす

(4) $98^2-4\times98-12$

$=X^2-4X-12$ ← $98=X$ とおく

$=(X+2)(X-6)$ ← 因数分解

$=100\times92=9200$ ← X を 98 にもどす

4 値を求める式を，まず $x+y$ と xy だけで表す。

(1) $(x+y)^2=x^2+2xy+y^2$ より，

$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$

よって，

$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$

$=(-5)^2-2\times(-12)$

$=25+24=49$

(2) $(x-y)^2=x^2-2xy+y^2$

$=(x^2+2xy+y^2)-4xy$

$=(x+y)^2-4xy$

よって，

$(x-y)^2=(x+y)^2-4xy$

$=(-5)^2-4\times(-12)$

$=25+48=73$

5 色のついた部分の周の長さは，直径 AB，AC，CB の半円の弧の長さの和であるから，

$$\frac{\pi(a+b)}{2}+\frac{\pi a}{2}+\frac{\pi b}{2}=\pi a+\pi b$$
$$=\pi(a+b)$$

（直径 AB の周の長さと等しい。）

色がついた部分の面積は，直径 AB の半円の面積から直径 AC の半円の面積をひき，直径 CB の半円の面積をたしたものであるから，

$$\pi\left(\frac{a+b}{2}\right)^2\times\frac{1}{2}-\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2\times\frac{1}{2}+\pi\left(\frac{b}{2}\right)^2\times\frac{1}{2}$$

$$=\frac{\pi}{8}(a^2+2ab+b^2-a^2+b^2)$$

$$=\frac{\pi}{8}(2ab+2b^2)=\frac{\pi b(a+b)}{4}$$

定期テスト ◻ 得点UP問題 (1)

p.36〜p.37

1 (1) $-8a^2+24ab$　(2) $7x+8$

(3) $-3x^2+2xy$　(4) $-18x+27y$

(5) $ab-5a+2b-10$　(6) $12x^2-7xy-10y^2$

(7) $2a^2+ab-b^2-a-b$

(8) $2x^2+5xy-3y^2-12x+6y$

2 (1) $x^2-2x-48$　(2) $x^2+2x-35$

(3) $a^2-18a+81$　(4) x^2-144

(5) $x^2-\frac{1}{2}x-\frac{1}{9}$　(6) $x^2-\frac{3}{2}x+\frac{9}{16}$

(7) $x^2-\frac{1}{36}$　(8) $4a^2+4a-3$

(9) $25x^2-70xy+49y^2$　(10) $16a^2-9b^2$

3 (1) $-x$　(2) $2x+5$

(3) $-a^2+4a-10$　(4) x^2-y^2+6y-9

(5) $a^2-8ab+16b^2+4a-16b+4$

(6) $x^2-4xy+4y^2+2x-4y-3$

4 (1) $4ab(a-2)$　(2) $(x+4)(x-4)$

(3) $(x-9)(x+7)$　(4) $(a-7)^2$

(5) $-2xy(y-3+2x)$　(6) $(x+11)(x-4)$

(7) $(x-3y)(x+8y)$　(8) $(2x-3y)^2$

(9) $(x+0.9)(x-0.9)$　(10) $\left(a+\frac{1}{2}\right)^2$

5 4 通り

解　説

1 (1) $-4a(2a-6b)=-4a\times2a-4a\times(-6b)$

$=-8a^2+24ab$

(2) $(49x^2+56x)\div7x=49x^2\div7x+56x\div7x=7x+8$

(3) $(-6x+4y)\times\frac{1}{2}x=-6x\times\frac{1}{2}x+4y\times\frac{1}{2}x$

$=-3x^2+2xy$

(4) $(12x^2y-18xy^2)\div\left(-\frac{2}{3}xy\right)$

$=(12x^2y-18xy^2)\times\left(-\frac{3}{2xy}\right)$

$=12x^2y\times\left(-\frac{3}{2xy}\right)-18xy^2\times\left(-\frac{3}{2xy}\right)=-18x+27y$

(5) $(a+2)(b-5)$

$=\underset{①}{ab}\ \underset{②}{-5a}\ \underset{③}{+2b}\ \underset{④}{-10}$

(6) $(4x-5y)(3x+2y)=12x^2+8xy-15xy-10y^2$

$=12x^2-7xy-10y^2$

(7) $a+b=M$ とおいて，

$(a+b)(2a-b-1)$

$=M(2a-b-1)$

$=2aM-bM-M$

$=2a(a+b)-b(a+b)-(a+b)$

$=2a^2+2ab-ab-b^2-a-b$

$=2a^2+ab-b^2-a-b$

(8) $2x-y=M$ とおいて，

$(2x-y)(x+3y-6)$

$=M(x+3y-6)$

$=xM+3yM-6M$

$=x(2x-y)+3y(2x-y)-6(2x-y)$

$=2x^2-xy+6xy-3y^2-12x+6y$

$=2x^2+5xy-3y^2-12x+6y$

2 (1) $(x-8)(x+6)=x^2+(-8+6)x+(-8)\times 6$

$=x^2-2x-48$

(2) $(x+7)(-5+x)=(x+7)(x-5)$

$=x^2+(7-5)x+7\times(-5)$

$=x^2+2x-35$

(3) $(a-9)^2=a^2-2\times a\times 9+9^2=a^2-18a+81$

(4) $(x-12)(x+12)=(x+12)(x-12)$

$=x^2-12^2=x^2-144$

(5) $\left(x-\frac{2}{3}\right)\left(x+\frac{1}{6}\right)$

$=x^2+\left(-\frac{2}{3}+\frac{1}{6}\right)x+\left(-\frac{2}{3}\right)\times\frac{1}{6}$

$=x^2-\frac{1}{2}x-\frac{1}{9}$

(6) $\left(x-\frac{3}{4}\right)^2=x^2-2\times x\times\frac{3}{4}+\left(\frac{3}{4}\right)^2$

$=x^2-\frac{3}{2}x+\frac{9}{16}$

(7) $\left(x-\frac{1}{6}\right)\left(x+\frac{1}{6}\right)=x^2-\left(\frac{1}{6}\right)^2=x^2-\frac{1}{36}$

(8) $(2a-1)(2a+3)$

$=(2a)^2+(-1+3)\times 2a+(-1)\times 3$

$=4a^2+4a-3$

(9) $(5x-7y)^2=(5x)^2-2\times 5x\times 7y+(7y)^2$

$=25x^2-70xy+49y^2$

(10) $(-4a+3b)(-4a-3b)=(-4a)^2-(3b)^2$

$=16a^2-9b^2$

3 (1) $(x-4)(x-9)-(x-6)^2$

$=(x^2-13x+36)-(x^2-12x+36)$

$=-x$

(2) $(x+1)^2+(2-x)(2+x)$

$=(x^2+2x+1)+(4-x^2)$

$=2x+5$

(3) $(a+4)(a-4)-2(a+1)(a-3)$

$=(a^2-16)-2(a^2-2a-3)$

$=(a^2-16)-(2a^2-4a-6)$

$=-a^2+4a-10$

(4) $(x-y+3)(x+y-3)$

$=\{x-(y-3)\}\{x+(y-3)\}$ ← $y-3=M$

$=(x-M)(x+M)=x^2-M^2$

$=x^2-(y-3)^2$

$=x^2-(y^2-6y+9)$

$=x^2-y^2+6y-9$

(5) $(a-4b+2)^2$ ← $a-4b=M$

$=(M+2)^2=M^2+4M+4$

$=(a-4b)^2+4(a-4b)+4$

$=a^2-8ab+16b^2+4a-16b+4$

(6) $(x-2y+3)(x-2y-1)$ ← $x-2y=M$

$=(M+3)(M-1)=M^2+2M-3$

$=(x-2y)^2+2(x-2y)-3$

$=x^2-4xy+4y^2+2x-4y-3$

4 (1) $4a^2b-8ab=4ab\times a-4ab\times 2=4ab(a-2)$

(2) 2乗から2乗をひいた差の形であるから，和と差の積の公式を使う因数分解を考える。

$x^2-16=x^2-4^2=(x+4)(x-4)$

(3) 積が -63 で和が -2 になる2数の組は，-9 と 7

よって，$x^2-2x-63=(x-9)(x+7)$

(4) 1次の項の係数の半分の2乗が定数項に等しい場合は，和や差の平方の公式を使う因数分解を考える。

$a^2-14a+49=a^2-2\times a\times 7+7^2=(a-7)^2$

(5) $-2xy^2+6xy-4x^2y$

$=-2xy\times y-2xy\times(-3)-2xy\times 2x$

$=-2xy(y-3+2x)$

(6) 積が -44 で和が $+7$ になる2数の組は，11 と -4

よって，$x^2+7x-44=(x+11)(x-4)$

(7) 積が $-24y^2$ で和が $+5y$ になる2式の組は，

$-3y$ と $8y$

よって，$x^2+5xy-24y^2=(x-3y)(x+8y)$

(8) $4x^2-12xy+9y^2=(2x)^2-2\times 2x\times 3y+(3y)^2$

$=(2x-3y)^2$

(9) $x^2-0.81=x^2-0.9^2=(x+0.9)(x-0.9)$

(10) $a^2+a+\frac{1}{4}=a^2+2\times a\times\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2=\left(a+\frac{1}{2}\right)^2$

5 あてはまる a，b，c の組は下の4通り。

a	b	c
23	1	24
10	2	12
5	3	8
2	4	6

定期テスト 得点UP問題 (2)

p.38〜p.39

1 (1) $9(x+3)(x-3)$　(2) $-3a(x-5)(x+8)$
(3) $(x-2)(x+9)$　(4) $(x+1)(x-4)$
(5) $(y-5)(x-1)$　(6) $(x+1)(x-9)$
(7) $(a+1)(a-8)$　(8) $(y+2)(4x-3)$

2 n を整数として，連続する 2 つの奇数の小さい数を $2n-1$ とおくと，大きい数は $2n+1$ と表せる。
この 2 つの奇数の 2 乗の差を計算すると，

$$(2n+1)^2-(2n-1)^2$$
$$=(4n^2+4n+1)-(4n^2-4n+1)$$
$$=8n$$

8×(整数) は 8 の倍数なので，連続する 2 つの奇数の 2 乗の差は，8 の倍数である。

3 (1) $98^2=(100-2)^2$
$=100^2-2\times100\times2+2^2$
$=10000-400+4=9604$
(2) $5.5^2-4.5^2=(5.5+4.5)\times(5.5-4.5)$
$=10\times1=10$
(3) $34\times26=(30+4)\times(30-4)$
$=30^2-4^2$
$=900-16=884$

4 (1) -3　(2) 121

5 (1) $S=8\pi(r+2)$　(2) $\ell=2\pi(r+2)$
(3) $S=4\ell$

6 周の長さ…$2\pi(a+b)$　面積…πab

7 (1) $b=a+1$，$c=a+7$，$d=a+8$
(2) 7

解説

1 (1) $9x^2-81=9(x^2-9)$
$=9(x+3)(x-3)$
注意 $(3x+9)(3x-9)$ としない。
(2) $-3ax^2-9ax+120a=-3a(x^2+3x-40)$
$=-3a(x-5)(x+8)$
(3) 展開して整理してから，因数分解する。
$x(x+7)-18=x^2+7x-18$
$=(x-2)(x+9)$
(4) $(x-1)(x-2)-6=x^2-3x+2-6$
$=x^2-3x-4$
$=(x+1)(x-4)$
(5) $x(y-5)-(y-5)$ ← $y-5=M$
$=xM-M=M(x-1)$
$=(y-5)(x-1)$
(6) $(x-4)^2-25$ ← $x-4=M$
$=M^2-5^2=(M+5)(M-5)$
$=(x+1)(x-9)$
(7) $(a-3)^2-(a-3)-20$ ← $a-3=M$
$=M^2-M-20=(M+4)(M-5)$
$=(a+1)(a-8)$
(8) $4xy+8x-3y-6=4x(y+2)-3(y+2)$
$=(y+2)(4x-3)$

2 連続する 2 つの奇数で，
(大きい数)^2−(小さい数)^2
を計算し，8×(整数) の形に表せることを示す。

3 (1) $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ を利用する。
(2) $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ を利用する。
(3) $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ を利用する。

4 (1) $x^2+y^2-(x-y)^2$
$=x^2+y^2-(x^2-2xy+y^2)$
$=2xy=2\times(-3)\times\frac{1}{2}=-3$
(2) $9x^2-24xy+16y^2$
$=(3x-4y)^2$
$=\left\{3\times(-3)-4\times\frac{1}{2}\right\}^2$
$=(-9-2)^2=(-11)^2=121$

5 (1) $S=\pi(r+4)^2-\pi r^2$
$=\pi(r^2+8r+16)-\pi r^2$
$=\pi r^2+8\pi r+16\pi-\pi r^2$
$=8\pi(r+2)$
(2) 道の中央を通る円は，直径が $2(r+2)$m なので，
$\ell=2\pi(r+2)$
(3) (1)，(2)より，$S=4\ell$
参考 道の幅を dm とすると，$S=d\ell$ である。

6 色のついた部分の周の長さは，直径 AB，AC，CB の半円の弧の長さの和であるから，

$$\frac{\pi(2a+2b)}{2}+\frac{2\pi a}{2}+\frac{2\pi b}{2}$$
$$=\pi(a+b)+\pi a+\pi b=2\pi a+2\pi b$$
$$=2\pi(a+b)$$

色がついた部分の面積は，直径 AB の半円の面積から，直径 AC，CB の半円の面積をひいたものであるから

$$\pi\left(\frac{2a+2b}{2}\right)^2\times\frac{1}{2}-\pi\left(\frac{2a}{2}\right)^2\times\frac{1}{2}-\pi\left(\frac{2b}{2}\right)^2\times\frac{1}{2}$$
$$=\frac{\pi}{8}\{(2a+2b)^2-(2a)^2-(2b)^2\}$$
$$=\frac{\pi}{8}\times8ab=\pi ab$$

7 (1) c は a の，d は b の 1 週間後の日だから，
$c=a+7$，$d=b+7=a+1+7=a+8$
(2) $bc-ad=(a+1)(a+7)-a(a+8)$
$=(a^2+8a+7)-(a^2+8a)=7$

4 平方根

p.40〜p.43

1 (1) ± 3　(2) 0

(3) ± 0.2　(4) $\pm\frac{4}{5}$

2 (1) $\pm\sqrt{6}$　(2) $\pm\sqrt{10}$

(3) $\pm\sqrt{0.7}$　(4) $\pm\sqrt{\frac{5}{7}}$

3 (1) 15　(2) 49

(3) 0.8　(4) $\frac{5}{9}$

4 (1) 1　(2) -20

(3) $\frac{3}{5}$　(4) 6

5 (1) $\sqrt{50}>\sqrt{41}$　(2) $\sqrt{42}<7$

(3) $-\sqrt{10}>-\sqrt{11}$　(4) $-5<-\sqrt{24}$

(5) $2<\sqrt{7}<3$　(6) $-\sqrt{18}<-4<-\sqrt{12}$

6 2，3

7 (1) 3　(2) 4

8 2.44

9 有理数…-0.76，$\frac{2}{11}$，$\sqrt{9}$，$\sqrt{\frac{16}{9}}$

無理数…$\sqrt{5}$，$-\sqrt{10}$

10 ㋐ 有理数　㋑ 整数

11 (1) 0.3125　(2) $0.\dot{2}\dot{7}$　(3) $0.2\dot{2}\dot{7}$

12 (1) 範囲…$18.5\leqq a<19.5$

誤差の絶対値…0.5

(2) 範囲…$0.65\leqq a<0.75$

誤差の絶対値…0.05

13 (1) 有効数字…1，2，3　1.23×10^4 m

(2) 有効数字…7，2，0　7.20×10^3 kg

(3) 有効数字…5，0，0　5.00×10^3 km

解説

1 (1) 正の数の平方根は，正，負の2つあるので，$\pm$をつけ忘れないよう注意しよう。

(2) 0の平方根は0だけである。

(3) $0.2^2=(-0.2)^2=0.04$ より，±0.2

(4) $\left(\frac{4}{5}\right)^2=\left(-\frac{4}{5}\right)^2=\frac{16}{25}$ より，$\pm\frac{4}{5}$

2 正の数 a の平方根は，正の平方根 $\sqrt{a}$ と，負の平方根 $-\sqrt{a}$ の2つある。$\sqrt{a}$ と $-\sqrt{a}$ をまとめて，$\pm\sqrt{a}$ と表す。

3 (1) $-\sqrt{15}$ は15の負の平方根であるから，2乗すると15になる。

(2) $\sqrt{49}$ は49の正の平方根であるから，2乗すると49になる。$\sqrt{49}=7$ より，$(\sqrt{49})^2=7^2=49$ でもよい。

(3) $\sqrt{0.8}$ は0.8の正の平方根であるから，2乗すると0.8になる。

(4) $-\sqrt{\frac{5}{9}}$ は $\frac{5}{9}$ の負の平方根であるから，2乗すると $\frac{5}{9}$ になる。

4 (1) $\sqrt{1}=\sqrt{1^2}=1$

(2) $-\sqrt{400}=-\sqrt{20^2}=-20$

(3) $\sqrt{\frac{9}{25}}=\sqrt{\left(\frac{3}{5}\right)^2}=\frac{3}{5}$

(4) $\sqrt{(-6)^2}=\sqrt{36}=\sqrt{6^2}=6$

5 (1) $50>41$ であるから，$\sqrt{50}>\sqrt{41}$

(2) $7=\sqrt{49}$，$42<49$ であるから，$\sqrt{42}<\sqrt{49}$

したがって，$\sqrt{42}<7$

(3) $10<11$ であるから，

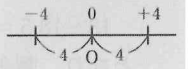
$\sqrt{10}<\sqrt{11}$

負の数は絶対値が大きいほど小さいので，

$-\sqrt{10}>-\sqrt{11}$

絶対値

数直線上で，原点Oからの距離



(4) $5=\sqrt{25}$，$25>24$ であるから，$\sqrt{25}>\sqrt{24}$

したがって，$5>\sqrt{24}$ より，$-5<-\sqrt{24}$

(5) $2=\sqrt{4}$，$3=\sqrt{9}$，$4<7<9$ であるから，

$\sqrt{4}<\sqrt{7}<\sqrt{9}$

したがって，$2<\sqrt{7}<3$

(6) $4=\sqrt{16}$，$12<16<18$ であるから，

$\sqrt{12}<\sqrt{16}<\sqrt{18}$

したがって，$\sqrt{12}<4<\sqrt{18}$ より，

$-\sqrt{18}<-4<-\sqrt{12}$

6 $1<\sqrt{a}<2$ より，$1^2<a<2^2$ だから，$1<a<4$

よって，自然数 a は，2と3

7 (1) $3.3^2=10.89$，$3.4^2=11.56$ より，

$3.3^2<11<3.4^2$

$3.3<\sqrt{11}<3.4$

よって，$\sqrt{11}=3.3\cdots$ となる。

(2) $3.4^2=11.56$，$3.5^2=12.25$ より，

$3.4^2<12<3.5^2$

$3.4<\sqrt{12}<3.5$

よって，$\sqrt{12}=3.4\cdots$ となる。

8 $2.44^2=5.9536$，$2.45^2=6.0025$ より，

$2.44^2<6<2.45^2$

$2.44<\sqrt{6}<2.45$

よって，$\sqrt{6}=2.44\cdots$ となる。

9 $\sqrt{5}$ と $-\sqrt{10}$ は $\sqrt{\ }$ を使わないで表すことができないので，無理数である。$\sqrt{9}$ と $\sqrt{\frac{16}{9}}$ は $\sqrt{9}=3$，$\sqrt{\frac{16}{9}}=\frac{4}{3}$ のように，$\sqrt{\ }$ を使わないで表すことができるので，有理数である。

10 数は，次のように分類される。

- 数
  - 有理数
    - 整数
      - 自然数
      - 0
      - 負の整数
    - 分数
      - 有限小数
      - 循環小数
  - 無理数(循環しない無限小数)

11 (1) $\frac{5}{16}=5\div16=0.3125$

$\frac{a}{b}=a\div b$

(2) $\frac{3}{11}=3\div11=0.272727\cdots=0.\dot{2}\dot{7}$

(3) $\frac{5}{22}=5\div22=0.2272727\cdots=0.2\dot{2}\dot{7}$

12 (1) ある数 a の小数第 1 位を四捨五入した近似値が 19 であるとすると，a の範囲は，

18.5 以上 19.5 未満，つまり，$18.5\leqq a<19.5$

誤差は，

$19-18.5=0.5$，$19-19.5=-0.5$

となり，誤差の絶対値は 0.5 以下であるといえる。

(2) ある数 a の小数第 2 位を四捨五入した近似値が 0.7 であるとすると，a の範囲は，

0.65 以上 0.75 未満，つまり，$0.65\leqq a<0.75$

誤差は，

$0.7-0.65=0.05$，$0.7-0.75=-0.05$

となり，誤差の絶対値は 0.05 以下であるといえる。

13 (1) 有効数字が 3 けたなので，一番上のけたから 3 番目までの数字 1，2，3 が有効数字。整数部分が 1 けたの小数と，10 の何乗かの積の形に表すと，

$12300=1.23\times10000=1.23\times10^4$(m)

(2) 有効数字が 3 けたなので，一番上のけたから 3 番目までの数字 7，2，0 が有効数字。整数部分が 1 けたの小数と，10 の何乗かの積の形に表すと，

$7200=7.20\times1000=7.20\times10^3$(kg)

(3) 有効数字が 3 けたなので，一番上のけたから 3 番目までの数字 5，0，0 が有効数字。整数部分が 1 けたの小数と，10 の何乗かの積の形に表すと，

$5000=5.00\times1000=5.00\times10^3$(km)

p.44〜p.45 ▶ 確認問題

1 (1) ±8　(2) $\pm\sqrt{5}$
(3) ±11　(4) $\pm\sqrt{0.6}$
(5) ±0.4　(6) $\pm\frac{5}{6}$

2 (1) 6　(2) -12
(3) $-\frac{5}{7}$　(4) 0.3
(5) -8　(6) 3
(7) 13　(8) $\frac{3}{7}$
(9) 0.4

3 (1) $\sqrt{10}>\sqrt{8}$　(2) $-7>-\sqrt{50}$
(3) $\sqrt{20}<5<\sqrt{30}$

4 (1) 2，3，4，5，6，7，8
(2) 15 個

5 6

6 有理数…6，$-\frac{5}{8}$，0.6，$-\sqrt{\frac{4}{9}}$
無理数…$\sqrt{10}$

7 (1) 0.875　(2) $0.\dot{4}\dot{5}$
(3) $0.2\dot{3}$

8 (1) 範囲…$84.5\leqq a<85.5$
誤差の絶対値…0.5
(2) 範囲…$5.55\leqq a<5.65$
誤差の絶対値…0.05

9 (1) 有効数字…2，9
けた数…2 けた
(2) 有効数字…1，0，3，7
けた数…4 けた
(3) 有効数字…3，0，0
けた数…3 けた

10 (1) 5.2×10^3 m　(2) 6.30×10^4 g
(3) 5.100×10^5 m^2

解説

1 正の数 a について，2 乗すると a になる有理数がない場合，a の平方根は，$\sqrt{\ }$ を使わないと表すことができない。

(1) $8^2=(-8)^2=64$ より，±8

(2) 2 乗すると 5 になる有理数はないので，$\sqrt{\ }$ を使って表すと，$\pm\sqrt{5}$

(3) $11^2=(-11)^2=121$ より，±11

(4) 2 乗すると 0.6 になる有理数はないので，$\sqrt{\ }$ を使って表すと，$\pm\sqrt{0.6}$

(5) $0.4^2=(-0.4)^2=0.16$ より，±0.4

(6) $\left(\frac{5}{6}\right)^2=\left(-\frac{5}{6}\right)^2=\frac{25}{36}$ より，$\pm\frac{5}{6}$

2 (1) $\sqrt{36}$ は 36 の正の平方根で，6

> 36 の平方根
> 正→ $\sqrt{36}=6$
> 負→ $-\sqrt{36}=-6$

(2) $-\sqrt{144}$ は 144 の負の平方根で，-12

(3) $-\sqrt{\dfrac{25}{49}}$ は $\dfrac{25}{49}$ の負の平方根で，

$$-\sqrt{\frac{25}{49}}=-\sqrt{\left(\frac{5}{7}\right)^2}=-\frac{5}{7}$$

(4) $\sqrt{0.09}$ は 0.09 の正の平方根で，
$\sqrt{0.09}=\sqrt{0.3^2}=0.3$

(5) $-\sqrt{8^2}=-\sqrt{64}=-8$

(6) $\sqrt{(-3)^2}=\sqrt{9}=3$

(7) $\sqrt{13}$ は 13 の正の平方根で，$(\sqrt{13})^2=13$

(8) $-\sqrt{\dfrac{3}{7}}$ は $\dfrac{3}{7}$ の負の平方根で，$\left(-\sqrt{\dfrac{3}{7}}\right)^2=\dfrac{3}{7}$

(9) $\sqrt{0.4}$ は 0.4 の正の平方根で，$(\sqrt{0.4})^2=0.4$

3 (1) $10>8$ であるから，$\sqrt{10}>\sqrt{8}$

(2) $7=\sqrt{49}$，$49<50$ であるから，$\sqrt{49}<\sqrt{50}$
したがって，$7<\sqrt{50}$ より，
$-7>-\sqrt{50}$

(3) $5=\sqrt{25}$，$20<25<30$ であるから，
$\sqrt{20}<\sqrt{25}<\sqrt{30}$
したがって，$\sqrt{20}<5<\sqrt{30}$

4 (1) $1<\sqrt{a}<3$ より，$1^2<a<3^2$ だから，$1<a<9$
よって，自然数 a は，2，3，4，5，6，7，8

(2) $\sqrt{a}<4$ より，$a<16$
よって，自然数 a は，1 から 15 までの 15 個ある。

5 $3.5^2=12.25$，$3.6^2=12.96$，$3.7^2=13.69$ より，
$3.6^2<13<3.7^2$
$3.6<\sqrt{13}<3.7$
よって，$\sqrt{13}=3.6\cdots$ となる。

6 分数の形に表される数を有理数というので，

$$6=\frac{6}{1},\ -\frac{5}{8},\ 0.6=\frac{6}{10},\ -\sqrt{\frac{4}{9}}=-\frac{2}{3}$$

は有理数である。

7 (1) $\dfrac{7}{8}=7\div8=0.875$

(2) $\dfrac{5}{11}=5\div11=0.454545\cdots=0.\dot{4}\dot{5}$

(3) $\dfrac{7}{30}=7\div30=0.233333\cdots=0.2\dot{3}$

8 (1) ある数 a の小数第 1 位を四捨五入した近似値が 85 であるとすると，a の範囲は，
84.5 以上 85.5 未満，つまり，$84.5\leqq a<85.5$
誤差は，$85-84.5=0.5$，$85-85.5=-0.5$
となり，誤差の絶対値は 0.5 以下であるといえる。

(2) ある数 a の小数第 2 位を四捨五入した近似値が 5.6 であるとすると，a の範囲は，
5.55 以上 5.65 未満，つまり，$5.55\leqq a<5.65$
誤差は，$5.6-5.55=0.05$，$5.6-5.65=-0.05$
となり，誤差の絶対値は 0.05 以下であるといえる。

9 (1) 有効数字は近似値として表されている数字すべてであり，その個数が有効数字のけた数である。

10 (1) 有効数字が 2 けたなので，一番上のけたから 2 番目までの数字 5，2 に注目して，整数部分が 1 けたの小数と，10 の何乗かの積の形に表すと，
$5200=5.2\times1000=5.2\times10^3$(m)

(2) 有効数字が 3 けたなので，一番上のけたから 3 番目までの数字 6，3，0 に注目して，整数部分が 1 けたの小数と，10 の何乗かの積の形に表すと，
$63000=6.30\times10000=6.30\times10^4$(g)

(3) 有効数字が 4 けたなので，一番上のけたから 4 番目までの数字 5，1，0，0 に注目して，整数部分が 1 けたの小数と，10 の何乗かの積の形に表すと，
$510000=5.100\times100000=5.100\times10^5$($m^2$)

5 根号をふくむ式の計算 / 平方根の利用

p.46〜p.51

1 (1) $\sqrt{42}$　(2) 6
(3) $-\sqrt{30}$　(4) $\sqrt{2}$
(5) 4　(6) $-\sqrt{2}$

2 (1) $\sqrt{24}$　(2) $\sqrt{80}$
(3) $\sqrt{98}$　(4) $\sqrt{3}$

3 (1) $2\sqrt{15}$　(2) $10\sqrt{2}$
(3) $\dfrac{\sqrt{7}}{8}$　(4) $\dfrac{\sqrt{5}}{10}$

4 (1) $10\sqrt{6}$　(2) $-6\sqrt{21}$
(3) 24

5 (1) $21\sqrt{2}$　(2) $-30\sqrt{6}$
(3) $12\sqrt{5}$

6 (1) $\dfrac{4\sqrt{15}}{15}$　(2) $\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$
(3) $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$　(4) $\dfrac{\sqrt{6}}{5}$

7 (1) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　(2) $5\sqrt{2}$
(3) $\dfrac{\sqrt{7}}{2}$　(4) $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$
(5) $2\sqrt{5}$　(6) $\sqrt{6}$

8 (1) 7.347　(2) 15.492
(3) 24.49　(4) 77.46
(5) 0.7746　(6) 0.2449

9 (1) $8\sqrt{5}$　(2) $-12\sqrt{2}$
(3) $\sqrt{3}$　(4) $2\sqrt{7}+4\sqrt{3}$
(5) $4\sqrt{6}-2\sqrt{10}$

10 (1) $-2\sqrt{2}$　(2) $7\sqrt{3}$
(3) $3\sqrt{6}$　(4) $-\sqrt{5}$
(5) $-4\sqrt{7}$　(6) $2\sqrt{3}-7$

11 (1) 0　(2) $\dfrac{17\sqrt{3}}{12}$
(3) $-\dfrac{9\sqrt{10}}{5}$

12 (1) $\sqrt{15}-\sqrt{6}$　(2) $-6\sqrt{3}+3\sqrt{2}$
(3) 4　(4) $\sqrt{3}-2\sqrt{2}$
(5) $2+\sqrt{6}$　(6) $3\sqrt{2}-4$

13 (1) $14-7\sqrt{2}$　(2) $-1-8\sqrt{5}$
(3) $11+4\sqrt{7}$　(4) $8-2\sqrt{15}$
(5) 3　(6) 3

14 (1) $\sqrt{3}$　(2) $5\sqrt{5}$
(3) $3\sqrt{2}$　(4) $4\sqrt{21}$

15 (1) $6-6\sqrt{6}$　(2) -10

16 (1) $4\sqrt{14}$　(2) 8

17 (1) 18cm^2　(2) $3\sqrt{2}$ cm
(3) $3\sqrt{6}$ cm

解説

1 (1) $\sqrt{6}\times\sqrt{7}=\sqrt{6\times7}=\sqrt{42}$
(2) $\sqrt{12}\times\sqrt{3}=\sqrt{12\times3}=\sqrt{36}=6$
(3) $\sqrt{2}\times(-\sqrt{15})=-\sqrt{2\times15}=-\sqrt{30}$
(4) $\sqrt{6}\div\sqrt{3}=\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\dfrac{6}{3}}=\sqrt{2}$
(5) $\sqrt{32}\div\sqrt{2}=\dfrac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\dfrac{32}{2}}=\sqrt{16}=4$
(6) $(-\sqrt{120})\div\sqrt{60}=-\dfrac{\sqrt{120}}{\sqrt{60}}=-\sqrt{\dfrac{120}{60}}=-\sqrt{2}$

2 (1) $2\sqrt{6}=2\times\sqrt{6}=\sqrt{2^2}\times\sqrt{6}=\sqrt{2^2\times6}=\sqrt{24}$
(2) $4\sqrt{5}=4\times\sqrt{5}=\sqrt{4^2}\times\sqrt{5}=\sqrt{4^2\times5}=\sqrt{80}$
(3) $7\sqrt{2}=7\times\sqrt{2}=\sqrt{7^2}\times\sqrt{2}=\sqrt{7^2\times2}=\sqrt{98}$
(4) $\dfrac{\sqrt{12}}{2}=\dfrac{\sqrt{12}}{\sqrt{2^2}}=\sqrt{\dfrac{12}{2^2}}=\sqrt{3}$

3 (1) $\sqrt{60}=\sqrt{2^2\times15}=\sqrt{2^2}\times\sqrt{15}=2\sqrt{15}$
(2) $\sqrt{200}=\sqrt{2^2\times2\times5^2}$
$=\sqrt{2^2}\times\sqrt{5^2}\times\sqrt{2}$
$=10\sqrt{2}$

2乗の因数をつくる。
$2^3=2^2\times2$

(3) $\sqrt{\dfrac{7}{64}}=\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{8^2}}=\dfrac{\sqrt{7}}{8}$
(4) $\sqrt{0.05}=\sqrt{\dfrac{5}{100}}=\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{10^2}}=\dfrac{\sqrt{5}}{10}$

4 (1) $\sqrt{12}\times\sqrt{50}$
$=2\sqrt{3}\times5\sqrt{2}$
$=2\times5\times\sqrt{3}\times\sqrt{2}=10\sqrt{6}$

$a\sqrt{b}$ の形に変形してから計算する。

(2) $(-\sqrt{27})\times\sqrt{28}=(-3\sqrt{3})\times2\sqrt{7}$
$=-3\times2\times\sqrt{3}\times\sqrt{7}=-6\sqrt{21}$
(3) $(-\sqrt{18})\times(-\sqrt{32})=(-3\sqrt{2})\times(-4\sqrt{2})$
$=-3\times(-4)\times\sqrt{2^2}$
$=12\times2=24$

5 (1) $3\sqrt{14}\times\sqrt{7}=3\sqrt{2\times7}\times\sqrt{7}$
$=3\times\sqrt{2\times7^2}$
$=3\times7\sqrt{2}=21\sqrt{2}$
(2) $2\sqrt{10}\times(-3\sqrt{15})=2\times(-3)\times\sqrt{2\times5}\times\sqrt{3\times5}$
$=-6\times\sqrt{2\times3\times5^2}$
$=-6\times5\sqrt{6}=-30\sqrt{6}$
(3) $\sqrt{24}\times\sqrt{30}=2\sqrt{2\times3}\times\sqrt{2\times3\times5}$
$=2\times\sqrt{2^2\times3^2\times5}$
$=2\times2\times3\times\sqrt{5}=12\sqrt{5}$

6 (1) $\dfrac{4}{\sqrt{15}}=\dfrac{4\times\sqrt{15}}{\sqrt{15}\times\sqrt{15}}=\dfrac{4\sqrt{15}}{15}$
(2) $\dfrac{10}{3\sqrt{5}}=\dfrac{10\times\sqrt{5}}{3\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\dfrac{10\sqrt{5}}{3\times5}=\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$
(3) $\dfrac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}=\dfrac{3\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{3\sqrt{6}}{2\times3}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$

(4) $\dfrac{\sqrt{12}}{\sqrt{50}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{5\sqrt{2}}=\dfrac{2\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{5\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{2\sqrt{6}}{5\times2}=\dfrac{\sqrt{6}}{5}$

別解 $\dfrac{\sqrt{12}}{\sqrt{50}}=\sqrt{\dfrac{12}{50}}=\sqrt{\dfrac{6}{25}}=\dfrac{\sqrt{6}}{5}$

7 (1) $\sqrt{2}\div\sqrt{6}=\sqrt{\dfrac{2}{6}}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

$=\dfrac{1\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

(2) $10\div\sqrt{2}=\dfrac{10}{\sqrt{2}}=\dfrac{10\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{10\sqrt{2}}{2}=5\sqrt{2}$

(3) $7\sqrt{2}\div2\sqrt{14}=\dfrac{7}{2}\times\sqrt{\dfrac{2}{14}}=\dfrac{7}{2\sqrt{7}}$

$=\dfrac{7\times\sqrt{7}}{2\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\dfrac{7\sqrt{7}}{2\times7}=\dfrac{\sqrt{7}}{2}$

(4) $8\div4\sqrt{6}=\dfrac{8}{4\sqrt{6}}=\dfrac{2}{\sqrt{6}}$

$=\dfrac{2\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\dfrac{2\sqrt{6}}{6}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

(5) $10\sqrt{3}\div\sqrt{15}=\dfrac{10\sqrt{3}}{\sqrt{15}}=10\times\sqrt{\dfrac{3}{15}}=\dfrac{10}{\sqrt{5}}$

$=\dfrac{10\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\dfrac{10\sqrt{5}}{5}=2\sqrt{5}$

(6) $\dfrac{3\sqrt{2}}{4}\div\dfrac{\sqrt{12}}{8}=\dfrac{3\sqrt{2}}{4}\times\dfrac{8}{\sqrt{12}}=\dfrac{3\sqrt{2}}{4}\times\dfrac{8}{2\sqrt{3}}$

$=\dfrac{3\times8}{4\times2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\dfrac{3\times\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$

$=\dfrac{3\sqrt{6}}{3}=\sqrt{6}$

8 (1) $\sqrt{54}=3\sqrt{6}=3\times2.449=7.347$

(2) $\sqrt{240}=2\sqrt{60}=2\times7.746=15.492$

(3) $\sqrt{600}=10\sqrt{6}=10\times2.449=24.49$

(4) $\sqrt{6000}=10\sqrt{60}=10\times7.746=77.46$

(5) $\sqrt{0.6}=\sqrt{\dfrac{60}{100}}=\dfrac{\sqrt{60}}{10}=\dfrac{1}{10}\times7.746=0.7746$

(6) $\sqrt{0.06}=\sqrt{\dfrac{6}{100}}=\dfrac{\sqrt{6}}{10}=\dfrac{1}{10}\times2.449=0.2449$

9 (1) $2\sqrt{5}+6\sqrt{5}=(2+6)\sqrt{5}=8\sqrt{5}$

(2) $-8\sqrt{2}-4\sqrt{2}=(-8-4)\sqrt{2}=-12\sqrt{2}$

(3) $2\sqrt{3}-6\sqrt{3}+5\sqrt{3}=(2-6+5)\sqrt{3}=\sqrt{3}$

(4) $5\sqrt{7}-4\sqrt{3}-3\sqrt{7}+8\sqrt{3}$

$=(5-3)\sqrt{7}+(-4+8)\sqrt{3}=2\sqrt{7}+4\sqrt{3}$

(5) $\sqrt{6}+2\sqrt{10}-4\sqrt{10}+3\sqrt{6}$

$=(1+3)\sqrt{6}+(2-4)\sqrt{10}=4\sqrt{6}-2\sqrt{10}$

10 (1) $\sqrt{18}-\sqrt{50}=3\sqrt{2}-5\sqrt{2}=-2\sqrt{2}$

(2) $\sqrt{75}+\sqrt{12}=5\sqrt{3}+2\sqrt{3}=7\sqrt{3}$

(3) $\sqrt{150}-\sqrt{24}=5\sqrt{6}-2\sqrt{6}=3\sqrt{6}$

(4) $\sqrt{20}-\sqrt{180}+\sqrt{45}=2\sqrt{5}-6\sqrt{5}+3\sqrt{5}$

$=-\sqrt{5}$

(5) $-\sqrt{28}+\sqrt{63}-\sqrt{175}=-2\sqrt{7}+3\sqrt{7}-5\sqrt{7}$

$=-4\sqrt{7}$

(6) $3\sqrt{12}-\sqrt{49}-\sqrt{48}=3\times2\sqrt{3}-7-4\sqrt{3}$

$=6\sqrt{3}-7-4\sqrt{3}=2\sqrt{3}-7$

11 (1) $\sqrt{12}-\dfrac{6}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}-\dfrac{6\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$

$=2\sqrt{3}-\dfrac{6\sqrt{3}}{3}$

$=2\sqrt{3}-2\sqrt{3}=0$

(2) $\dfrac{\sqrt{27}}{4}+\dfrac{2}{\sqrt{3}}=\dfrac{3\sqrt{3}}{4}+\dfrac{2\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$

$=\dfrac{3\sqrt{3}}{4}+\dfrac{2\sqrt{3}}{3}=\dfrac{17\sqrt{3}}{12}$

(3) $\sqrt{\dfrac{2}{5}}-\sqrt{40}=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}-2\sqrt{10}=\dfrac{\sqrt{2}\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}-2\sqrt{10}$

$=\dfrac{\sqrt{10}}{5}-2\sqrt{10}$

$=\left(\dfrac{1}{5}-2\right)\sqrt{10}=-\dfrac{9\sqrt{10}}{5}$

12 (1) $\sqrt{3}(\sqrt{5}-\sqrt{2})$

$=\sqrt{3}\times\sqrt{5}-\sqrt{3}\times\sqrt{2}=\sqrt{15}-\sqrt{6}$

(2) $(3\sqrt{2}-\sqrt{3})\times(-\sqrt{6})$

$=3\sqrt{2}\times(-\sqrt{6})-\sqrt{3}\times(-\sqrt{6})$

$=-3\sqrt{12}+\sqrt{18}$

$=-3\times2\sqrt{3}+3\sqrt{2}=-6\sqrt{3}+3\sqrt{2}$

(3) $\sqrt{2}(-\sqrt{2}+\sqrt{18})=\sqrt{2}(-\sqrt{2}+3\sqrt{2})$

$=\sqrt{2}\times2\sqrt{2}=2\times2=4$

(4) $(\sqrt{15}-2\sqrt{10})\div\sqrt{5}$

$=\sqrt{\dfrac{15}{5}}-2\sqrt{\dfrac{10}{5}}=\sqrt{3}-2\sqrt{2}$

(5) $(\sqrt{8}+\sqrt{12})\div\sqrt{2}=\sqrt{\dfrac{8}{2}}+\sqrt{\dfrac{12}{2}}=2+\sqrt{6}$

(6) $(3\sqrt{6}-\sqrt{48})\div\sqrt{3}=3\sqrt{\dfrac{6}{3}}-\sqrt{\dfrac{48}{3}}=3\sqrt{2}-4$

13 (1) $(\sqrt{2}-4)(\sqrt{2}-3)$

$=(\sqrt{2})^2+(-4-3)\sqrt{2}+(-4)\times(-3)$

$=2-7\sqrt{2}+12=14-7\sqrt{2}$

(2) $(2\sqrt{5}-7)(2\sqrt{5}+3)$

$=(2\sqrt{5})^2+(-7+3)\times2\sqrt{5}-7\times3$

$=20-4\times2\sqrt{5}-21=-1-8\sqrt{5}$

(3) $(\sqrt{7}+2)^2=(\sqrt{7})^2+2\times\sqrt{7}\times2+2^2$

$=7+4\sqrt{7}+4=11+4\sqrt{7}$

(4) $(\sqrt{3}-\sqrt{5})^2=(\sqrt{3})^2-2\times\sqrt{3}\times\sqrt{5}+(\sqrt{5})^2$

$=3-2\sqrt{15}+5=8-2\sqrt{15}$

(5) $(3-\sqrt{6})(3+\sqrt{6})=3^2-(\sqrt{6})^2=9-6=3$

(6) $(2\sqrt{2}+\sqrt{5})(2\sqrt{2}-\sqrt{5})$

$=(2\sqrt{2})^2-(\sqrt{5})^2=8-5=3$

14 (1) $\sqrt{8}\times\sqrt{6}-\sqrt{27}=\sqrt{48}-\sqrt{27}$
$=4\sqrt{3}-3\sqrt{3}=\sqrt{3}$

(2) $3\sqrt{20}-\sqrt{15}\div\sqrt{3}=3\times2\sqrt{5}-\dfrac{\sqrt{15}}{\sqrt{3}}$
$=6\sqrt{5}-\sqrt{\dfrac{15}{3}}$
$=6\sqrt{5}-\sqrt{5}=5\sqrt{5}$

(3) $\sqrt{3}(\sqrt{6}-2)+\sqrt{12}=\sqrt{18}-2\sqrt{3}+\sqrt{12}$
$=3\sqrt{2}-2\sqrt{3}+2\sqrt{3}=3\sqrt{2}$

(4) $7\sqrt{5}-\sqrt{7}(\sqrt{35}-4\sqrt{3})$
$=7\sqrt{5}-\sqrt{7}\times\sqrt{5\times7}+\sqrt{7}\times4\sqrt{3}$
$=7\sqrt{5}-\sqrt{5\times7^2}+4\sqrt{21}$
$=7\sqrt{5}-7\sqrt{5}+4\sqrt{21}=4\sqrt{21}$

15 (1) $x^2-9=(x+3)(x-3)$
$=(\sqrt{6}-3+3)(\sqrt{6}-3-3)$
$=\sqrt{6}(\sqrt{6}-6)=6-6\sqrt{6}$

(2) $x^2+6x-7=(x-1)(x+7)$
$=(\sqrt{6}-3-1)(\sqrt{6}-3+7)$
$=(\sqrt{6}-4)(\sqrt{6}+4)$
$=(\sqrt{6})^2-4^2=6-16=-10$

16 $x+y=(\sqrt{7}+\sqrt{2})+(\sqrt{7}-\sqrt{2})=2\sqrt{7}$
$x-y=(\sqrt{7}+\sqrt{2})-(\sqrt{7}-\sqrt{2})=2\sqrt{2}$

(1) $x^2-y^2=(x+y)(x-y)=2\sqrt{7}\times2\sqrt{2}=4\sqrt{14}$

(2) $x^2-2xy+y^2=(x-y)^2=(2\sqrt{2})^2=8$

17 (1) 正方形はひし形の特別な形であり，面積は(対角線)×(対角線)÷2 で求められる。
よって，面積は，$6\times6\div2=18(\text{cm}^2)$

(2) この正方形の 1 辺の長さを $a$cm とすると，(1)より面積は 18cm² であるから，
$a\times a=18$　　$a=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$ (cm)

(3) この正方形の 3 倍の面積になる正方形の 1 辺の長さを $b$cm とすると，
$b\times b=18\times3$　　$b=\sqrt{18\times3}=3\sqrt{6}$ (cm)

p.52〜p.53 ▶ 確認問題

1 (1) $\sqrt{21}$　(2) $\sqrt{33}$
(3) $\sqrt{3}$　(4) $\sqrt{7}$

2 (1) $\sqrt{45}$　(2) $\sqrt{108}$
(3) $2\sqrt{7}$　(4) $\dfrac{3\sqrt{2}}{5}$

3 (1) $4\sqrt{6}$　(2) $6\sqrt{14}$
(3) $21\sqrt{30}$　(4) $-12\sqrt{21}$
(5) 48　(6) $30\sqrt{6}$

4 (1) $\dfrac{\sqrt{55}}{11}$　(2) $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$　(3) $\dfrac{\sqrt{10}}{5}$

5 (1) $\dfrac{\sqrt{10}}{3}$　(2) $-\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$　(3) $\sqrt{10}$

6 (1) 5.28　(2) 7.92　(3) 26.4

7 (1) $13\sqrt{3}$　(2) $-\sqrt{3}$
(3) $2\sqrt{6}$　(4) $5\sqrt{2}-5\sqrt{5}$
(5) $-3\sqrt{3}-3\sqrt{7}$　(6) $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$
(7) $-\sqrt{2}$　(8) $-2\sqrt{5}$

8 (1) $10+2\sqrt{10}$　(2) $-8\sqrt{5}+48$
(3) $-34-3\sqrt{6}$　(4) $-1+2\sqrt{7}$
(5) $25+4\sqrt{6}$　(6) $8\sqrt{3}$

9 (1) -11　(2) 20
(3) $8\sqrt{5}$

10 $2\sqrt{21}$ cm

解　説

1 (1) $\sqrt{7}\times\sqrt{3}=\sqrt{7\times3}=\sqrt{21}$

(2) $\sqrt{3}\times\sqrt{11}=\sqrt{3\times11}=\sqrt{33}$

(3) $\sqrt{21}\div\sqrt{7}=\dfrac{\sqrt{21}}{\sqrt{7}}=\sqrt{\dfrac{21}{7}}=\sqrt{3}$

(4) $\sqrt{42}\div\sqrt{6}=\dfrac{\sqrt{42}}{\sqrt{6}}=\sqrt{\dfrac{42}{6}}=\sqrt{7}$

2 (1) $3\sqrt{5}=3\times\sqrt{5}=\sqrt{3^2\times5}=\sqrt{45}$

(2) $6\sqrt{3}=\sqrt{6^2\times3}=\sqrt{108}$

(3) $\sqrt{28}=\sqrt{2^2\times7}=2\sqrt{7}$

(4) $\sqrt{\dfrac{18}{25}}=\dfrac{\sqrt{18}}{\sqrt{25}}=\dfrac{\sqrt{2\times3^2}}{\sqrt{5^2}}=\dfrac{3\sqrt{2}}{5}$

3 (1) $\sqrt{8}\times\sqrt{12}=\sqrt{2^2\times2}\times\sqrt{2^2\times3}$
$=2\sqrt{2}\times2\sqrt{3}$
$=2\times2\times\sqrt{2}\times\sqrt{3}=4\sqrt{6}$

(2) $\sqrt{28}\times\sqrt{18}=\sqrt{2^2\times7}\times\sqrt{2\times3^2}$
$=2\sqrt{7}\times3\sqrt{2}$
$=2\times3\times\sqrt{7}\times\sqrt{2}=6\sqrt{14}$

(3) $\sqrt{42}\times3\sqrt{35}=3\times\sqrt{2\times3\times7}\times\sqrt{5\times7}$
$=3\sqrt{2\times3\times5\times7^2}$
$=3\times7\times\sqrt{2\times3\times5}=21\sqrt{30}$

(4) $2\sqrt{14}\times(-3\sqrt{6})=2\times(-3)\times\sqrt{2\times7}\times\sqrt{2\times3}$
$=-6\times\sqrt{2^2\times3\times7}$
$=-6\times2\times\sqrt{3\times7}=-12\sqrt{21}$

(5) $3\sqrt{8}\times\sqrt{32}=3\times\sqrt{2^2\times2}\times\sqrt{4^2\times2}$
$=3\times2\sqrt{2}\times4\sqrt{2}$
$=24\times\sqrt{2^2}=48$

(6) $\sqrt{60}\times\sqrt{90}=\sqrt{2^2\times3\times5}\times\sqrt{2\times3^2\times5}$
$=2\sqrt{3\times5}\times3\sqrt{2\times5}$
$=2\times3\times\sqrt{2\times3\times5^2}$
$=6\times5\sqrt{6}=30\sqrt{6}$

4 (1) $\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{11}}=\dfrac{\sqrt{5}\times\sqrt{11}}{\sqrt{11}\times\sqrt{11}}=\dfrac{\sqrt{55}}{11}$

分母の有理化
分母の $\sqrt{\ }$ と同じ $\sqrt{\ }$ を分母，分子にかける。

(2) $\dfrac{4}{3\sqrt{2}}=\dfrac{4\times\sqrt{2}}{3\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$

$=\dfrac{4\sqrt{2}}{3\times2}=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

(3) $\dfrac{3\sqrt{2}}{\sqrt{45}}=\dfrac{3\sqrt{2}}{3\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$

$=\dfrac{\sqrt{2}\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{10}}{5}$

5 (1) $2\sqrt{15}\div3\sqrt{6}=\dfrac{2\sqrt{15}}{3\sqrt{6}}=\dfrac{2}{3}\sqrt{\dfrac{15}{6}}$

$=\dfrac{2}{3}\sqrt{\dfrac{5}{2}}=\dfrac{2}{3}\times\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$

$=\dfrac{2}{3}\times\dfrac{\sqrt{5}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$

$=\dfrac{2}{3}\times\dfrac{\sqrt{10}}{2}=\dfrac{\sqrt{10}}{3}$

(2) $\sqrt{45}\div(-\sqrt{10})=-\dfrac{\sqrt{45}}{\sqrt{10}}=-\sqrt{\dfrac{45}{10}}$

$=-\sqrt{\dfrac{9}{2}}=-\dfrac{3}{\sqrt{2}}$

$=-\dfrac{3\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=-\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

(3) $\sqrt{15}\div\sqrt{12}\times\sqrt{8}=\sqrt{15}\div2\sqrt{3}\times2\sqrt{2}$

$=\dfrac{\sqrt{15}\times2\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}$

$=\dfrac{\sqrt{3\times5}\times2\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}$

$=\sqrt{5}\times\sqrt{2}=\sqrt{10}$

6 (1) $\sqrt{28}=\sqrt{2^2\times7}=2\sqrt{7}$

$=2\times2.64=5.28$

(2) $\dfrac{21}{\sqrt{7}}=\dfrac{21\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=3\sqrt{7}$

$=3\times2.64=7.92$

(3) $\sqrt{700}=\sqrt{7\times10^2}=10\sqrt{7}$

$=10\times2.64=26.4$

7 (1) $5\sqrt{3}+8\sqrt{3}=(5+8)\sqrt{3}=13\sqrt{3}$

(2) $\sqrt{27}-\sqrt{48}=3\sqrt{3}-4\sqrt{3}=-\sqrt{3}$

(3) $\sqrt{54}-\sqrt{24}+\sqrt{6}=3\sqrt{6}-2\sqrt{6}+\sqrt{6}=2\sqrt{6}$

(4) $-\sqrt{2}-6\sqrt{5}+6\sqrt{2}+\sqrt{5}$

$=(-1+6)\sqrt{2}+(-6+1)\sqrt{5}$

$=5\sqrt{2}-5\sqrt{5}$

(5) $2\sqrt{3}-3\sqrt{28}-\sqrt{75}+3\sqrt{7}$

$=2\sqrt{3}-3\times2\sqrt{7}-5\sqrt{3}+3\sqrt{7}$

$=2\sqrt{3}-6\sqrt{7}-5\sqrt{3}+3\sqrt{7}$

$=2\sqrt{3}-5\sqrt{3}-6\sqrt{7}+3\sqrt{7}$

$=-3\sqrt{3}-3\sqrt{7}$

(6) $\sqrt{6}-\dfrac{3}{\sqrt{6}}=\sqrt{6}-\dfrac{3\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\sqrt{6}-\dfrac{3\sqrt{6}}{6}$

$=\sqrt{6}-\dfrac{\sqrt{6}}{2}=\left(1-\dfrac{1}{2}\right)\sqrt{6}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$

(7) $\dfrac{8}{\sqrt{2}}-5\sqrt{2}=\dfrac{8\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}-5\sqrt{2}$

$=\dfrac{8\sqrt{2}}{2}-5\sqrt{2}=4\sqrt{2}-5\sqrt{2}=-\sqrt{2}$

(8) $3\sqrt{20}-\sqrt{45}-\dfrac{25}{\sqrt{5}}$

$=3\times2\sqrt{5}-3\sqrt{5}-\dfrac{25\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}$

$=6\sqrt{5}-3\sqrt{5}-\dfrac{25\sqrt{5}}{5}$

$=3\sqrt{5}-5\sqrt{5}=-2\sqrt{5}$

8 (1) $\sqrt{5}(\sqrt{20}+\sqrt{8})$

$=\sqrt{5}(2\sqrt{5}+2\sqrt{2})$

$=\sqrt{5}\times2\sqrt{5}+\sqrt{5}\times2\sqrt{2}$

$=2\times5+2\sqrt{10}=10+2\sqrt{10}$

(2) $-\sqrt{8}(\sqrt{40}-3\sqrt{32})$

$=-2\sqrt{2}(2\sqrt{10}-3\times4\sqrt{2})$

$=-2\sqrt{2}\times2\sqrt{10}-2\sqrt{2}\times(-12\sqrt{2})$

$=-4\times2\sqrt{5}+24\times2=-8\sqrt{5}+48$

(3) $(\sqrt{6}+5)(\sqrt{6}-8)$

$=(\sqrt{6})^2+(5-8)\sqrt{6}+5\times(-8)$

$=6-3\sqrt{6}-40=-34-3\sqrt{6}$

(4) $(-2+\sqrt{7})(4+\sqrt{7})$

$=(\sqrt{7}-2)(\sqrt{7}+4)$

$=(\sqrt{7})^2+(-2+4)\sqrt{7}+(-2)\times4$

$=7+2\sqrt{7}-8=-1+2\sqrt{7}$

(5) $(2\sqrt{6}+1)^2$

$=(2\sqrt{6})^2+2\times2\sqrt{6}\times1+1^2$

$=24+4\sqrt{6}+1=25+4\sqrt{6}$

(6) $(\sqrt{3}+2)^2-(\sqrt{3}-2)^2$

$=(3+4\sqrt{3}+4)-(3-4\sqrt{3}+4)=8\sqrt{3}$

9 $x+y=(\sqrt{5}+2)+(\sqrt{5}-2)=2\sqrt{5}$

$x-y=(\sqrt{5}+2)-(\sqrt{5}-2)=4$

(1) $x^2-4x-12=(x+2)(x-6)$

$=(\sqrt{5}+4)(\sqrt{5}-4)$

$=5-16=-11$

(2) $x^2+2xy+y^2=(x+y)^2$

$=(2\sqrt{5})^2=20$

(3) $x^2-y^2=(x+y)(x-y)$

$=2\sqrt{5}\times4=8\sqrt{5}$

10 縦 6cm，横 14cm の長方形の面積は，

$6\times14=84\,(\text{cm}^2)$

よって，求める正方形の 1 辺の長さを $a$cm とすると，

$a\times a=84$　　$a=\sqrt{84}=\sqrt{2^2\times21}=2\sqrt{21}\,(\text{cm})$

絶対落とせない! 必答 問題

p.54〜p.57

1 (1) ㋐ 平方根
(2) ㋑ ルート3
(3) ㋒ 根号
(4) ㋓ 有理数　㋔ 無理数
(5) ㋕ 有限小数　㋖ 無限小数
㋗ 循環小数
(6) ㋘ 近似値　㋙ 誤差
(7) ㋚ 有効数字　㋛ 4，5，0
㋜ 3
(8) ㋝ 分母を有理化する

2 (1) ± 30　(2) $\pm\sqrt{15}$
(3) ± 0.9　(4) $\pm\sqrt{0.8}$
(5) $\pm\sqrt{\frac{3}{10}}$　(6) $\pm\frac{2}{5}$

3 (1) 8　(2) -12
(3) 15　(4) 17

4 (1) 8　(2) -9
(3) -0.7　(4) $\frac{2}{11}$

5 (1) $8>\sqrt{57}$　(2) $-\sqrt{4}<-\sqrt{3}$
(3) $\sqrt{0.4}>0.4$

6 6個

7 (1) 有理数
(2) ① ㋒　② ㋓
③ ㋐　④ ㋑

8 (1) $1.65 \leqq a < 1.75$
(2) 1.20×10^3m

9 (1) $\sqrt{28}$　(2) $\sqrt{48}$
(3) $\sqrt{\frac{5}{4}}$

10 (1) $4\sqrt{5}$　(2) $\frac{4\sqrt{3}}{7}$
(3) $\frac{\sqrt{6}}{5}$

11 (1) $\sqrt{10}$　(2) $\sqrt{21}$
(3) $8\sqrt{6}$　(4) $6\sqrt{3}$
(5) $-12\sqrt{10}$　(6) $-30\sqrt{3}$

12 (1) $\frac{\sqrt{7}}{7}$　(2) $\frac{\sqrt{5}}{4}$
(3) $\frac{\sqrt{14}}{6}$

13 (1) $\sqrt{5}$　(2) 3
(3) $2\sqrt{3}$　(4) $-3\sqrt{2}$
(5) $\sqrt{3}$　(6) $2\sqrt{10}$

14 (1) 7.935　(2) 264.5
(3) 0.2645

15 (1) $8\sqrt{7}$　(2) $-3\sqrt{5}$
(3) $3\sqrt{3}$　(4) $5\sqrt{3}$
(5) $\sqrt{5}$　(6) $-5\sqrt{2}$
(7) $2\sqrt{2}$　(8) $6\sqrt{3}$
(9) $\sqrt{6}$

16 (1) $4\sqrt{3}+3$　(2) $6\sqrt{2}-2\sqrt{3}$
(3) $-4+\sqrt{6}$　(4) $-23+3\sqrt{5}$
(5) $7+4\sqrt{3}$　(6) 3
(7) $8-2\sqrt{15}$　(8) 12
(9) $3\sqrt{15}$

17 (1) 6　(2) 36

解説

2 (1) $30^2=(-30)^2=900$ より，± 30
(2) 2乗すると15になる有理数はないので，$\sqrt{\ }$ を使って表すと，$\pm\sqrt{15}$
(3) $0.9^2=(-0.9)^2=0.81$ より，± 0.9
(4) 2乗すると0.8になる有理数はないので，$\sqrt{\ }$ を使って表すと，$\pm\sqrt{0.8}$
(5) 2乗すると $\frac{3}{10}$ になる有理数はないので，$\sqrt{\ }$ を使って表すと，$\pm\sqrt{\frac{3}{10}}$
(6) $\left(\frac{2}{5}\right)^2=\left(-\frac{2}{5}\right)^2=\frac{4}{25}$ より，$\pm\frac{2}{5}$

3 (1) $\sqrt{8}$ は8の正の平方根で，$(\sqrt{8})^2=8$
(2) $(\sqrt{12})^2=12$ より，$-(\sqrt{12})^2=-12$
(3) $\sqrt{15^2}$ は 15^2 の正の平方根で，$\sqrt{15^2}=15$
(4) $\sqrt{(-17)^2}=\sqrt{289}=\sqrt{17^2}=17$

4 (1) $\sqrt{64}=\sqrt{8^2}=8$
(2) $-\sqrt{81}=-\sqrt{9^2}=-9$
(3) $-\sqrt{0.49}=-\sqrt{0.7^2}=-0.7$
(4) $\sqrt{\frac{4}{121}}=\sqrt{\left(\frac{2}{11}\right)^2}=\frac{2}{11}$

5 (1) $8=\sqrt{64}$，$64>57$ より，$8>\sqrt{57}$
(2) $\sqrt{4}>\sqrt{3}$ より，$-\sqrt{4}<-\sqrt{3}$
(3) $0.4=\sqrt{0.16}$，$0.4>0.16$ より，$\sqrt{0.4}>0.4$

6 $3<\sqrt{a}<4$ より，$3^2<a<4^2$ だから，$9<a<16$
よって，自然数 a は，10から15までの6個ある。

7 (1) 無理数ではない数だから，有理数である。
(2) ① $-\sqrt{16}=-4$ で，整数である。
③ $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$ で，無理数である。
④ 有理数ではあるが，整数ではない。

8 (1) 小数第2位を四捨五入した近似値が1.7であるから，真の値 a の範囲は
1.65以上1.75未満，つまり，$1.65 \leqq a < 1.75$

(2) 有効数字が3けたなので，一番上のけたから3番目までの数字1，2，0に注目する。

$1200=1.20\times1000=1.20\times10^3$(m)

9 (1) $2\sqrt{7}=\sqrt{2^2\times7}=\sqrt{28}$

(2) $4\sqrt{3}=\sqrt{4^2\times3}=\sqrt{48}$

(3) $\dfrac{\sqrt{45}}{6}=\sqrt{\dfrac{45}{6^2}}=\sqrt{\dfrac{45}{36}}=\sqrt{\dfrac{5}{4}}$

10 (1) $\sqrt{80}=\sqrt{4^2\times5}=4\sqrt{5}$

(2) $\sqrt{\dfrac{48}{49}}=\dfrac{\sqrt{48}}{\sqrt{49}}=\dfrac{\sqrt{3\times4^2}}{7}=\dfrac{4\sqrt{3}}{7}$

(3) $\sqrt{0.24}=\sqrt{\dfrac{24}{100}}=\dfrac{\sqrt{24}}{\sqrt{100}}$

$=\dfrac{\sqrt{2^2\times6}}{10}=\dfrac{2\sqrt{6}}{10}=\dfrac{\sqrt{6}}{5}$

11 (1) $\sqrt{5}\times\sqrt{2}=\sqrt{5\times2}=\sqrt{10}$

(2) $\sqrt{3}\times\sqrt{7}=\sqrt{3\times7}=\sqrt{21}$

(3) $2\sqrt{3}\times4\sqrt{2}=2\times4\times\sqrt{3}\times\sqrt{2}=8\sqrt{6}$

(4) $\sqrt{6}\times\sqrt{18}=\sqrt{6}\times\sqrt{6\times3}=\sqrt{6^2\times3}=6\sqrt{3}$

(5) $(-\sqrt{32})\times\sqrt{45}=-4\sqrt{2}\times3\sqrt{5}=-12\sqrt{10}$

(6) $2\sqrt{15}\times(-3\sqrt{5})=2\times\sqrt{3\times5}\times(-3\sqrt{5})$

$=2\times(-3)\times\sqrt{3\times5^2}$

$=-6\times5\sqrt{3}=-30\sqrt{3}$

12 (1) $\dfrac{1}{\sqrt{7}}=\dfrac{1\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\dfrac{\sqrt{7}}{7}$

(2) $\dfrac{5}{4\sqrt{5}}=\dfrac{5\times\sqrt{5}}{4\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\dfrac{5\sqrt{5}}{4\times5}=\dfrac{\sqrt{5}}{4}$

(3) $\sqrt{\dfrac{7}{18}}=\dfrac{\sqrt{7}}{3\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{7}\times\sqrt{2}}{3\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{14}}{3\times2}=\dfrac{\sqrt{14}}{6}$

13 (1) $\sqrt{30}\div\sqrt{6}=\dfrac{\sqrt{30}}{\sqrt{6}}=\sqrt{\dfrac{30}{6}}=\sqrt{5}$

(2) $\sqrt{63}\div\sqrt{7}=\dfrac{\sqrt{63}}{\sqrt{7}}=\dfrac{3\sqrt{7}}{\sqrt{7}}=3$

(3) $4\sqrt{15}\div2\sqrt{5}=\dfrac{4\sqrt{15}}{2\sqrt{5}}=2\times\sqrt{\dfrac{15}{5}}=2\sqrt{3}$

(4) $6\sqrt{20}\div(-2\sqrt{10})=-\dfrac{6\sqrt{20}}{2\sqrt{10}}=-3\times\sqrt{\dfrac{20}{10}}$

$=-3\times\sqrt{2}=-3\sqrt{2}$

(5) $3\sqrt{2}\div\sqrt{6}=\dfrac{3\sqrt{2}}{\sqrt{6}}=\dfrac{3}{\sqrt{3}}=\dfrac{3\sqrt{3}}{3}=\sqrt{3}$

(6) $-12\sqrt{15}\div(-3\sqrt{6})$

$=\dfrac{12\sqrt{15}}{3\sqrt{6}}=4\times\sqrt{\dfrac{15}{6}}=4\times\sqrt{\dfrac{5}{2}}=4\times\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$

$=4\times\dfrac{\sqrt{5}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=4\times\dfrac{\sqrt{10}}{2}=2\sqrt{10}$

14 (1) $\sqrt{63}=\sqrt{3^2\times7}=3\sqrt{7}=3\times2.645=7.935$

(2) $\sqrt{70000}=\sqrt{7\times100^2}=100\sqrt{7}$

$=100\times2.645=264.5$

(3) $\sqrt{0.07}=\sqrt{\dfrac{7}{100}}=\dfrac{\sqrt{7}}{10}=\dfrac{1}{10}\times2.645=0.2645$

15 (1) $5\sqrt{7}+3\sqrt{7}=(5+3)\sqrt{7}=8\sqrt{7}$

(2) $-4\sqrt{5}+\sqrt{5}=(-4+1)\sqrt{5}=-3\sqrt{5}$

(3) $-3\sqrt{3}+8\sqrt{3}-2\sqrt{3}=(-3+8-2)\sqrt{3}=3\sqrt{3}$

(4) $\sqrt{48}+\sqrt{3}=4\sqrt{3}+\sqrt{3}=5\sqrt{3}$

(5) $\sqrt{45}-\sqrt{20}=3\sqrt{5}-2\sqrt{5}=\sqrt{5}$

(6) $-\sqrt{50}+3\sqrt{2}-\sqrt{18}=-5\sqrt{2}+3\sqrt{2}-3\sqrt{2}$

$=-5\sqrt{2}$

(7) $\dfrac{\sqrt{2}}{3}+\dfrac{5\sqrt{8}}{6}=\dfrac{\sqrt{2}}{3}+\dfrac{10\sqrt{2}}{6}=\dfrac{\sqrt{2}}{3}+\dfrac{5\sqrt{2}}{3}$

$=\dfrac{6\sqrt{2}}{3}=2\sqrt{2}$

(8) $\dfrac{12}{\sqrt{3}}+\sqrt{12}=\dfrac{12\sqrt{3}}{3}+2\sqrt{3}$

$=4\sqrt{3}+2\sqrt{3}=6\sqrt{3}$

(9) $\dfrac{4\sqrt{6}}{3}-\sqrt{\dfrac{2}{3}}=\dfrac{4\sqrt{6}}{3}-\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

$=\dfrac{4\sqrt{6}}{3}-\dfrac{\sqrt{6}}{3}=\sqrt{6}$

16 (1) $\sqrt{3}(4+\sqrt{3})$

$=4\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2=4\sqrt{3}+3$

(2) $\sqrt{6}(2\sqrt{3}-\sqrt{2})$

$=2\times3\sqrt{2}-2\sqrt{3}=6\sqrt{2}-2\sqrt{3}$

(3) $(\sqrt{48}-\sqrt{18})\div(-\sqrt{3})$

$=-\dfrac{4\sqrt{3}}{\sqrt{3}}+\dfrac{\sqrt{18}}{\sqrt{3}}$

$=-4+\sqrt{\dfrac{18}{3}}=-4+\sqrt{6}$

(4) $(\sqrt{5}+7)(\sqrt{5}-4)$

$=(\sqrt{5})^2+(7-4)\sqrt{5}-28=5+3\sqrt{5}-28$

$=-23+3\sqrt{5}$

(5) $(\sqrt{3}+2)^2$

$=(\sqrt{3})^2+2\times\sqrt{3}\times2+2^2=3+4\sqrt{3}+4$

$=7+4\sqrt{3}$

(6) $(\sqrt{7}+2)(\sqrt{7}-2)=(\sqrt{7})^2-2^2=7-4=3$

(7) $(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2$

$=(\sqrt{5})^2-2\times\sqrt{5}\times\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2$

$=5-2\sqrt{15}+3=8-2\sqrt{15}$

(8) $(\sqrt{15}-\sqrt{3})(\sqrt{15}+\sqrt{3})$

$=(\sqrt{15})^2-(\sqrt{3})^2=15-3=12$

(9) $\sqrt{60}+\sqrt{3}\times\sqrt{5}$

$=2\sqrt{15}+\sqrt{15}=3\sqrt{15}$

17 (1) $x^2-6x+8=(x-2)(x-4)$

$=(\sqrt{7}+3-2)(\sqrt{7}+3-4)$

$=(\sqrt{7}+1)(\sqrt{7}-1)$

$=7-1=6$

(2) $x^2-2xy+y^2=(x-y)^2$

$=\{\sqrt{5}+3-(\sqrt{5}-3)\}^2$

$=(\sqrt{5}+3-\sqrt{5}+3)^2=6^2=36$

差がつく！活用問題

p.58〜p.59

1 $n=7$

2 (1) 6　　(2) 6

3 $a=2,\ 9,\ 14,\ 17$

4 (1) 3　　(2) $\sqrt{15}-3$

(3) 6　　(4) 15

5 $n=28$

6 $12\sqrt{2}$ cm

7 (1) 16cm　　(2) $2\sqrt{34}$ cm

8 例

①＋②×$\sqrt{3}$ より，

$$\begin{array}{rl} \sqrt{3}x-3y &= 4 \\ +)\ 3\sqrt{3}x+3y &= 4\sqrt{3} \\ \hline 4\sqrt{3}x \qquad &= 4+4\sqrt{3} \end{array}$$

$$x=\frac{4+4\sqrt{3}}{4\sqrt{3}}=\frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$=\frac{(1+\sqrt{3})\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}+3}{3}$$

これを①に代入すると，

$$\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}+3}{3}-3y=4$$

$$\frac{3+3\sqrt{3}}{3}-3y=4$$

$$1+\sqrt{3}-3y=4$$

$$-3y=3-\sqrt{3}$$

$$y=\frac{\sqrt{3}-3}{3}$$

$$(x,\ y)=\left(\frac{\sqrt{3}+3}{3},\ \frac{\sqrt{3}-3}{3}\right)$$

9 (1) $\frac{1}{6}$　　(2) $\frac{2}{9}$

解　説

1 $7^2<60<8^2$ より，$7<\sqrt{60}<8$

よって，$n=7$

2 (1) $150=2\times3\times5^2$ であるから，

$\sqrt{150a}=5\sqrt{6a}$

この値が自然数となるような，もっとも小さい自然数 a は，$a=6$

(2) $216=2^3\times3^3=2^2\times2\times3^2\times3$ であるから，

$$\sqrt{\frac{216}{a}}=2\times3\times\sqrt{\frac{6}{a}}=6\sqrt{\frac{6}{a}}$$

この値が自然数となるような，もっとも小さい自然数 a は，$a=6$

3 $\sqrt{72-4a}=\sqrt{4(18-a)}=2\sqrt{18-a}$

a が自然数のとき，$1\leqq18-a\leqq17$ より，$18-a$ の値は 1^2，2^2，3^2，4^2 のいずれかである。

$18-a=1^2$ のとき，$18-a=1$ より，$a=17$

$18-a=2^2$ のとき，$18-a=4$ より，$a=14$

$18-a=3^2$ のとき，$18-a=9$ より，$a=9$

$18-a=4^2$ のとき，$18-a=16$ より，$a=2$

4 (1) $3^2<15<4^2$ より，$3<\sqrt{15}<4$

よって，$\sqrt{15}$ の整数部分 a は 3 である。

(2) $\sqrt{15}=3+b$ より，$b=\sqrt{15}-3$

(3) $b^2+2ab=b^2+6b=b(b+6)$

$=(\sqrt{15}-3)(\sqrt{15}-3+6)$

$=(\sqrt{15}-3)(\sqrt{15}+3)$

$=15-9=6$

(4) $b^2+6b+9=(b+3)^2$

$=(\sqrt{15}-3+3)^2=(\sqrt{15})^2=15$

5 $\sqrt{63}-\sqrt{n}=\sqrt{7}$ より，

$\sqrt{n}=\sqrt{63}-\sqrt{7}=3\sqrt{7}-\sqrt{7}=2\sqrt{7}$

$\sqrt{n}=2\sqrt{7}$ より，

$\sqrt{n}=\sqrt{2^2\times7}=\sqrt{28}$

よって，$n=28$

6 1 辺が 12cm の正方形の対角線の長さを $a$cm とすると，面積は(対角線)×(対角線)÷2 で求められるので，

$a\times a\div2=12\times12$　　$a=12\sqrt{2}$ (cm)

7 (1) 周の長さは $2\pi\times$(半径)であるから，

2 つの円の周の和は

$2\pi\times6+2\pi\times10=12\pi+20\pi=32\pi$ (cm)

求める円の半径を $a$cm とすると，

$2\pi\times a=32\pi$　　$a=16$ (cm)

(2) 2 つの円の面積の和は

$6^2\pi+10^2\pi=136\pi$ (cm^2)

求める円の半径を $b$cm とすると，

$\pi b^2=136\pi$　　$b^2=136$　　$b=2\sqrt{34}$

8 別解　代入法を使って，求めてもよい。

①を y について解くと，

$$\sqrt{3}x-3y=4$$

$$-3y=4-\sqrt{3}x$$

$$y=\frac{\sqrt{3}x-4}{3}$$

これを②に代入すると，

$$3x+\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}x-4}{3}=4$$

$$3x+\frac{3x-4\sqrt{3}}{3}=4$$

$$3x+x-\frac{4\sqrt{3}}{3}=4$$

$$4x=4+\frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$4x=\frac{12+4\sqrt{3}}{3}$$

$$x=\frac{3+\sqrt{3}}{3}$$

これを①に代入すると，

$$\sqrt{3}\times\frac{3+\sqrt{3}}{3}-3y=4$$

$$\frac{3\sqrt{3}+3}{3}-3y=4$$

$$\sqrt{3}+1-3y=4$$

$$-3y=3-\sqrt{3}$$

$$y=\frac{\sqrt{3}-3}{3}$$

$$(x,\ y)=\left(\frac{\sqrt{3}+3}{3},\ \frac{\sqrt{3}-3}{3}\right)$$

9 (1) 目の出かたは $6\times6=36$(通り)

$\sqrt{x+y}$ の値が 3 より大きくなるのは，

$x+y$ の値が 3^2 より大きくなるときだから，

(大，小)＝(4，6)，(5，5)，(5，6)，

(6，4)，(6，5)，(6，6)

の 6 通り。

よって，確率は $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

(2) $\sqrt{xy}$ の値が自然数になるのは，xy の値が 1^2，2^2，3^2，4^2，5^2，6^2 になるときで，

1^2 のとき，(大，小)＝(1，1)

2^2 のとき，(大，小)＝(1，4)，(2，2)，(4，1)

3^2 のとき，(大，小)＝(3，3)

4^2 のとき，(大，小)＝(4，4)

5^2 のとき，(大，小)＝(5，5)

6^2 のとき，(大，小)＝(6，6)

の 8 通り。

よって，確率は $\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$

定期テスト 得点UP問題 (1)

p.60〜p.61

1 (1) ±10　(2) ○　(3) 3　(4) 5

2 (1) 30　(2) -1.1　(3) $\frac{2}{7}$

3 (1) $-\sqrt{0.5}<-0.5$　(2) $-\sqrt{40}<-6<-\sqrt{30}$

(3) $\frac{\sqrt{2}}{5}<\sqrt{\frac{2}{5}}<\frac{2}{\sqrt{5}}$

4 11 個

5 イ，エ

6 (1) $2.065\leqq a<2.075$　(2) $8.25\times10^3\,\mathrm{m}^2$

7 (1) $\sqrt{6}$　(2) $\frac{\sqrt{7}}{11}$

8 (1) $4\sqrt{10}$　(2) $14\sqrt{15}$　(3) -40

9 (1) $\sqrt{2}$　(2) $\frac{2\sqrt{6}}{9}$　(3) $\frac{\sqrt{15}}{6}$

10 (1) -2　(2) $2\sqrt{3}$　(3) $\frac{\sqrt{6}}{3}$

11 (1) $-2\sqrt{6}$　(2) $\frac{14\sqrt{6}}{3}$　(3) $\frac{3\sqrt{14}}{7}$

12 (1) 547.7　(2) 0.1732

(3) 10.392　(4) 3.464

解　説

1 (1) 正の数 a の平方根は，正と負の 2 つある。

(2) $-\sqrt{36}$ は 36 の負の平方根である。

(3) $\sqrt{9}$ は 9 の正の平方根である。

(4) $\sqrt{(-5)^2}=\sqrt{25}=\sqrt{5^2}=5$

2 (2) $-\sqrt{1.21}=-\sqrt{1.1^2}=-1.1$

(3) $-\sqrt{\frac{2}{7}}$ は $\frac{2}{7}$ の負の平方根で，$\left(-\sqrt{\frac{2}{7}}\right)^2=\frac{2}{7}$

3 (1) $0.5=\sqrt{0.25}$，$0.25<0.5$ より，$0.5<\sqrt{0.5}$

これより，$-\sqrt{0.5}<-0.5$

(2) $6=\sqrt{36}$，$30<36<40$ より，$\sqrt{30}<6<\sqrt{40}$

これより，$-\sqrt{40}<-6<-\sqrt{30}$

(3) $\frac{2}{\sqrt{5}}=\sqrt{\frac{4}{5}}$，$\frac{\sqrt{2}}{5}=\sqrt{\frac{2}{25}}$，$\frac{2}{25}<\frac{2}{5}<\frac{4}{5}$ より，

$\frac{\sqrt{2}}{5}<\sqrt{\frac{2}{5}}<\frac{2}{\sqrt{5}}$

4 $4<\sqrt{a}<5.2$ より，$4^2<a<5.2^2$ だから，

$16<a<27.04$

よって，自然数 a は，17 から 27 までの 11 個ある。

5 ア　無理数は循環しない無限小数になる。

ウ　$\sqrt{4}=2$ は有理数である。

オ　$\frac{1}{3}=0.333\cdots$ のように循環する無限小数になる場合がある。

6 (1) ある品物の重さ a の小数第3位を四捨五入して得られた近似値が 2.07kg だから，a の範囲は，

2.065 以上 2.075 未満，つまり，$2.065 \leqq a < 2.075$

(2) 有効数字が3けたなので，一番上のけたから3番目までの数字 8，2，5 に注目して，整数部分が1けたの小数と，10 の何乗かの積の形に表すと，

$8250 = 8.25 \times 1000 = 8.25 \times 10^3 (\mathrm{m}^2)$

7 (1) $\dfrac{\sqrt{54}}{3} = \sqrt{\dfrac{54}{3^2}} = \sqrt{\dfrac{54}{9}} = \sqrt{6}$

(2) $\sqrt{\dfrac{7}{121}} = \sqrt{\dfrac{7}{11^2}} = \dfrac{\sqrt{7}}{11}$

8 (1) $\sqrt{8} \times \sqrt{20} = 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{5} = 4\sqrt{10}$

(2) $\sqrt{70} \times \sqrt{42} = \sqrt{5 \times 14} \times \sqrt{3 \times 14}$

$= \sqrt{14^2 \times 3 \times 5} = 14\sqrt{15}$

(3) $2\sqrt{8} \times (-\sqrt{50}) = 2 \times 2\sqrt{2} \times (-5\sqrt{2})$

$= 4\sqrt{2} \times (-5\sqrt{2})$

$= -20 \times \sqrt{4} = -20 \times 2 = -40$

9 (1) $\dfrac{6}{\sqrt{18}} = \dfrac{6}{3\sqrt{2}} = \dfrac{2}{\sqrt{2}} = \dfrac{2 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \sqrt{2}$

(2) $\dfrac{4}{3\sqrt{6}} = \dfrac{4 \times \sqrt{6}}{3\sqrt{6} \times \sqrt{6}} = \dfrac{4\sqrt{6}}{3 \times 6} = \dfrac{2\sqrt{6}}{9}$

(3) $\sqrt{\dfrac{5}{12}} = \dfrac{\sqrt{5}}{2\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{5} \times \sqrt{3}}{2\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{15}}{2 \times 3} = \dfrac{\sqrt{15}}{6}$

10 (1) $\sqrt{12} \div (-\sqrt{3}) = -\dfrac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} = -\sqrt{\dfrac{12}{3}} = -\sqrt{4} = -2$

(2) $\sqrt{84} \div \sqrt{7} = \dfrac{\sqrt{84}}{\sqrt{7}} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

(3) $3\sqrt{2} \div \sqrt{27} = 3\sqrt{2} \div 3\sqrt{3} = \dfrac{3\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$

11 (1) $4\sqrt{3} \times (-\sqrt{6}) \div \sqrt{12} = -4\sqrt{3} \times \sqrt{6} \div 2\sqrt{3}$

$= -\dfrac{4\sqrt{18}}{2\sqrt{3}} = -2\sqrt{6}$

(2) $\sqrt{14} \div \sqrt{12} \times 4\sqrt{7} = \sqrt{14} \div 2\sqrt{3} \times 4\sqrt{7}$

$= \dfrac{\sqrt{14} \times 4\sqrt{7}}{2\sqrt{3}} = 2 \times \dfrac{7\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

$= \dfrac{14\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{3} = \dfrac{14\sqrt{6}}{3}$

(3) $9 \div \sqrt{18} \div \dfrac{\sqrt{7}}{2} = \dfrac{9 \times 2}{3\sqrt{2} \times \sqrt{7}}$

$= \dfrac{6}{\sqrt{14}} = \dfrac{6\sqrt{14}}{14} = \dfrac{3\sqrt{14}}{7}$

12 (1) $\sqrt{300000} = \sqrt{30 \times 10000} = 100\sqrt{30}$

$= 100 \times 5.477 = 547.7$

(2) $\sqrt{0.03} = \sqrt{\dfrac{3}{100}} = \dfrac{\sqrt{3}}{10} = \dfrac{1}{10} \times 1.732 = 0.1732$

(3) $\sqrt{108} = 6\sqrt{3} = 6 \times 1.732 = 10.392$

(4) $\dfrac{6}{\sqrt{3}} = \dfrac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3} = 2 \times 1.732 = 3.464$

定期テスト 得点UP問題 (2)

p.62〜p.63

1 (1) $-5+9\sqrt{7}$　(2) $11\sqrt{3}$

(3) $3\sqrt{2}$　(4) $\sqrt{2}$

(5) $\sqrt{10}$　(6) $-\sqrt{3}+2\sqrt{2}$

2 (1) $-\sqrt{7}$　(2) $-\dfrac{\sqrt{6}}{6}$

(3) $-3\sqrt{7}$　(4) $\sqrt{6}-\dfrac{5\sqrt{3}}{2}$

3 (1) $8+3\sqrt{2}$　(2) $-6+6\sqrt{6}$

(3) $17+8\sqrt{2}$　(4) $-38-2\sqrt{10}$

(5) $21+6\sqrt{10}$　(6) $49-8\sqrt{3}$

(7) -10　(8) -1

4 (1) $\sqrt{3}+1$　(2) $\sqrt{15}-\sqrt{2}$

(3) $2-\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$　(4) $-12+\sqrt{6}$

(5) 3　(6) 13

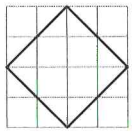
5 (1) $4\sqrt{15}$　(2) 12

6 (1) 5

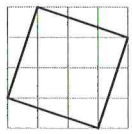
(2) 1，12，21，28，33，36

7 (1) 2　(2) 7

8 (1)



(2) 例



解説

1 (1) $6\sqrt{7}-7+3\sqrt{7}+2 = -7+2+(6+3)\sqrt{7}$

$= -5+9\sqrt{7}$

(2) $\sqrt{108}+\sqrt{75} = 6\sqrt{3}+5\sqrt{3} = 11\sqrt{3}$

(3) $-\sqrt{98}+\sqrt{200} = -7\sqrt{2}+10\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

(4) $5\sqrt{8}-3\sqrt{18} = 5 \times 2\sqrt{2}-3 \times 3\sqrt{2}$

$= 10\sqrt{2}-9\sqrt{2} = \sqrt{2}$

(5) $\sqrt{40}-\sqrt{90}+2\sqrt{10} = 2\sqrt{10}-3\sqrt{10}+2\sqrt{10} = \sqrt{10}$

(6) $\sqrt{75}+3\sqrt{18}-2\sqrt{27}-\sqrt{98}$

$= 5\sqrt{3}+3 \times 3\sqrt{2}-2 \times 3\sqrt{3}-7\sqrt{2}$

$= 5\sqrt{3}+9\sqrt{2}-6\sqrt{3}-7\sqrt{2} = -\sqrt{3}+2\sqrt{2}$

2 (1) $\sqrt{28}-\dfrac{21}{\sqrt{7}} = 2\sqrt{7}-3\sqrt{7} = -\sqrt{7}$

(2) $\sqrt{\dfrac{2}{3}}-\dfrac{3}{\sqrt{6}} = \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}-\dfrac{3}{\sqrt{6}} = \dfrac{\sqrt{6}}{3}-\dfrac{3\sqrt{6}}{6}$

$= \dfrac{2\sqrt{6}}{6}-\dfrac{3\sqrt{6}}{6} = -\dfrac{\sqrt{6}}{6}$

(3) $-\sqrt{28}+\dfrac{21}{\sqrt{7}}-\sqrt{112} = -2\sqrt{7}+\dfrac{21\sqrt{7}}{7}-4\sqrt{7}$

$= -2\sqrt{7}+3\sqrt{7}-4\sqrt{7}$

$= -3\sqrt{7}$

(4) $\dfrac{\sqrt{24}}{4}-\dfrac{5\sqrt{3}}{2}+\sqrt{\dfrac{3}{2}}=\dfrac{2\sqrt{6}}{4}-\dfrac{5\sqrt{3}}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

$=\dfrac{\sqrt{6}}{2}-\dfrac{5\sqrt{3}}{2}+\dfrac{\sqrt{6}}{2}$

$=\sqrt{6}-\dfrac{5\sqrt{3}}{2}$

3 (1) $\sqrt{2}(4\sqrt{2}+3)=4\times(\sqrt{2})^2+3\sqrt{2}=8+3\sqrt{2}$

(2) $\sqrt{3}(-\sqrt{12}+3\sqrt{8})=\sqrt{3}(-2\sqrt{3}+6\sqrt{2})$

$=-2\times(\sqrt{3})^2+\sqrt{3}\times6\sqrt{2}$

$=-2\times3+6\sqrt{6}$

$=-6+6\sqrt{6}$

(3) $(\sqrt{2}+5)(\sqrt{2}+3)=(\sqrt{2})^2+(5+3)\sqrt{2}+15$

$=2+8\sqrt{2}+15=17+8\sqrt{2}$

(4) $(\sqrt{10}+6)(\sqrt{10}-8)=(\sqrt{10})^2+(6-8)\sqrt{10}-48$

$=10-2\sqrt{10}-48$

$=-38-2\sqrt{10}$

(5) $(\sqrt{6}+\sqrt{15})^2=(\sqrt{6})^2+2\times\sqrt{6}\times\sqrt{15}+(\sqrt{15})^2$

$=6+2\sqrt{2\times3}\times\sqrt{3\times5}+15$

$=21+2\times3\sqrt{10}$

$=21+6\sqrt{10}$

(6) $(4\sqrt{3}-1)^2=(4\sqrt{3})^2-2\times4\sqrt{3}\times1+1^2$

$=48-8\sqrt{3}+1=49-8\sqrt{3}$

(7) $(\sqrt{6}+4)(-4+\sqrt{6})$

$=(\sqrt{6}+4)(\sqrt{6}-4)$

$=(\sqrt{6})^2-4^2=6-16=-10$

(8) $(\sqrt{8}+3)(2\sqrt{2}-3)=(2\sqrt{2}+3)(2\sqrt{2}-3)$

$=8-9=-1$

4 (1) $\sqrt{12}-(\sqrt{15}-\sqrt{5})\div\sqrt{5}=2\sqrt{3}-\sqrt{3}+1$

$=\sqrt{3}+1$

(2) $\sqrt{3}(\sqrt{2}+\sqrt{5})-\sqrt{2}(\sqrt{3}+1)$

$=\sqrt{6}+\sqrt{15}-\sqrt{6}-\sqrt{2}=\sqrt{15}-\sqrt{2}$

(3) $\dfrac{\sqrt{20}-3}{\sqrt{5}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5}}-\dfrac{3}{\sqrt{5}}=2-\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$

(4) $\sqrt{3}(4\sqrt{2}-\sqrt{48})-\dfrac{18}{\sqrt{6}}$

$=4\sqrt{6}-\sqrt{3}\times4\sqrt{3}-\dfrac{18\sqrt{6}}{6}$

$=4\sqrt{6}-12-3\sqrt{6}=-12+\sqrt{6}$

(5) $(\sqrt{6}-\sqrt{3})^2-\sqrt{2}(3\sqrt{2}-6)$

$=(\sqrt{6})^2-2\times\sqrt{6}\times\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2-3\times(\sqrt{2})^2+6\sqrt{2}$

$=6-6\sqrt{2}+3-6+6\sqrt{2}=3$

(6) $(2\sqrt{5}-1)^2-(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}-3)$

$=\{(2\sqrt{5})^2-4\sqrt{5}+1^2\}-\{(\sqrt{5})^2-4\sqrt{5}+3\}$

$=(20-4\sqrt{5}+1)-(5-4\sqrt{5}+3)$

$=(21-4\sqrt{5})-(8-4\sqrt{5})=13$

5 $x+y=(\sqrt{5}+\sqrt{3})+(\sqrt{5}-\sqrt{3})=2\sqrt{5}$

$x-y=(\sqrt{5}+\sqrt{3})-(\sqrt{5}-\sqrt{3})=2\sqrt{3}$

(1) $x^2-y^2=(x+y)(x-y)=2\sqrt{5}\times2\sqrt{3}=4\sqrt{15}$

(2) $x^2-2xy+y^2=(x-y)^2=(2\sqrt{3})^2=12$

6 (1) $80=4^2\times5$ であるから，$\sqrt{80a}=4\sqrt{5a}$

この値が自然数となるようなもっとも小さい自然数 a は，5。

(2) a が自然数のとき，$1\leqq37-a\leqq36$ であるから，$37-a$ の値は 1^2，2^2，3^2，4^2，5^2，6^2 のいずれかである。

$37-a=1^2$ のとき，$37-a=1$ より，$a=36$

$37-a=2^2$ のとき，$37-a=4$ より，$a=33$

$37-a=3^2$ のとき，$37-a=9$ より，$a=28$

$37-a=4^2$ のとき，$37-a=16$ より，$a=21$

$37-a=5^2$ のとき，$37-a=25$ より，$a=12$

$37-a=6^2$ のとき，$37-a=36$ より，$a=1$

7 (1) $2^2<7<3^2$ より，$2<\sqrt{7}<3$，よって $a=2$

(2) $\sqrt{7}=2+b$ より，$b=\sqrt{7}-2$

$b^2+4b+4=(b+2)^2=(\sqrt{7}-2+2)^2$

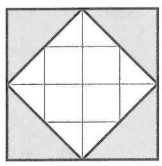
$=(\sqrt{7})^2=7$

8 (1) 方眼は縦4マス，横4マスだから，面積は，

$4\times4=16(\text{cm}^2)$

面積が 8cm^2 の正方形はその半分だから，対角線がそれぞれ4cmの正方形になる。また，この正方形の1辺の長さは $\sqrt{8}$ cm である。

参考 右の図のように，4つの合同な直角三角形で囲むと正方形をつくることができる。

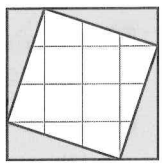


(2) 面積が 10cm^2 の正方形だから，

$(16-10)\div4=1.5(\text{cm}^2)$

よって，縦4マス，横4マスの方眼から，1.5cm^2 の合同な4つの直角三角形を除いた正方形になる。

右の図ように，1マス×3マスでつくる直角三角形の面積は 1.5cm^2 になるから，右の図の正方形が，面積が 10cm^2 の正方形である。また，この正方形の1辺の長さは $\sqrt{10}$ cm である。



6 二次方程式

p.64〜p.69

1 (1) ア，イ　(2) -1，2

2 (1) $x=\pm 3$　(2) $x=\pm\frac{1}{2}$

(3) $x=\pm 2\sqrt{3}$

3 (1) $x=-2\pm\sqrt{5}$　(2) $x=5$，-3

(3) $x=-7\pm 2\sqrt{3}$

4 (1) ㋐…4，㋑…2　(2) ㋒…16，㋓…4

5 (1) $x=-4\pm\sqrt{21}$　(2) $x=3\pm\sqrt{5}$

(3) $x=-3\pm\sqrt{14}$

6 ㋐…5，㋑…$\frac{5}{2}$，㋒…$\frac{5}{2}$，㋓…$\frac{45}{4}$，

㋔…$\pm\frac{3\sqrt{5}}{2}$，㋕…$\frac{5\pm 3\sqrt{5}}{2}$

7 (1) $x=\frac{-5\pm\sqrt{13}}{2}$　(2) $x=\frac{-1\pm\sqrt{17}}{2}$

(3) $x=\frac{7\pm\sqrt{61}}{6}$　(4) $x=\frac{3\pm\sqrt{41}}{8}$

8 (1) $x=-\frac{1}{2}$，-1　(2) $x=\frac{1}{2}$，$\frac{1}{3}$

9 (1) $x=-3\pm\sqrt{14}$　(2) $x=\frac{3\pm\sqrt{15}}{2}$

(3) $x=\frac{7\pm\sqrt{5}}{2}$　(4) $x=\frac{-1\pm\sqrt{19}}{3}$

10 (1) $x=3$，-4　(2) $x=0$，4

(3) $x=0$，$-\frac{4}{3}$

11 (1) $x=-1$，-11　(2) $x=4$，7

(3) $x=1$，-5　(4) $x=-3$，12

12 (1) $x=0$，-25　(2) $x=0$，3

(3) $x=1$　(4) $x=-5$

(5) $x=\pm 3$　(6) $x=\pm 4$

13 (1) $x=-5$，3　(2) $x=2$

(3) $x=2$，4　(4) $x=\pm 4$

14 (1) $x=2$，6　(2) $x=-3$

(3) $x=-2$，7　(4) $x=-1$，4

(5) $x=1$，-7

15 (1) $a=3$，もう1つの解…$x=-1$

(2) $a=-2$，もう1つの解…$x=1$

16 (1) $a=-6$，$b=8$　(2) $a=-4$，$b=-5$

17 $a=10$，もう1つの解…$x=4-\sqrt{6}$

解説

1 (1) イ　$x^2+3x=3x+9$　$x^2-9=0$

二次方程式である。

ウ　$(x+3)(x-5)=x^2+1$

$x^2-2x-15=x^2+1$　$-2x-16=0$

二次方程式ではない。

(2) $(-1)^2-(-1)-2=0$

$2^2-2-2=0$

よって，-1 と 2 が二次方程式 $x^2-x-2=0$ の解である。

2 (1) $5x^2=45$　$x^2=9$　$x=\pm 3$

(2) $4x^2=1$　$x^2=\frac{1}{4}$　$x=\pm\frac{1}{2}$

(3) $7x^2-84=0$　$7x^2=84$　$x^2=12$　$x=\pm 2\sqrt{3}$

3 (1) $(x+2)^2=5$　$x+2=\pm\sqrt{5}$　$x=-2\pm\sqrt{5}$

(2) $(x-1)^2-16=0$　$(x-1)^2=16$　$x-1=\pm 4$

$x=1\pm 4$　$x=1+4=5$，$x=1-4=-3$

(3) $4(x+7)^2=48$　$(x+7)^2=12$

$x+7=\pm 2\sqrt{3}$　$x=-7\pm 2\sqrt{3}$

5 (1) $x^2+8x=5$　← x の係数 8 の半分は 4，2 乗は 16

両辺に 16 をたして，$x^2+8x+16=5+16$

左辺を因数分解して，$(x+4)^2=21$

$x+4=\pm\sqrt{21}$　$x=-4\pm\sqrt{21}$

(2) $x^2-6x=-4$　← x の係数 -6 の半分は -3，2 乗は 9

両辺に 9 をたして，$x^2-6x+9=-4+9$

左辺を因数分解して　$(x-3)^2=5$

$x-3=\pm\sqrt{5}$　$x=3\pm\sqrt{5}$

(3) $x^2+6x-5=0$

$x^2+6x=5$　← x の係数 6 の半分は 3，2 乗は 9

両辺に 9 をたして，$x^2+6x+9=5+9$

左辺を因数分解して，$(x+3)^2=14$

$x+3=\pm\sqrt{14}$　$x=-3\pm\sqrt{14}$

7 (1) $x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times 1\times 3}}{2\times 1}=\frac{-5\pm\sqrt{13}}{2}$

(2) $x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times 1\times(-4)}}{2\times 1}=\frac{-1\pm\sqrt{17}}{2}$

(3) $x=\frac{-(-7)\pm\sqrt{(-7)^2-4\times 3\times(-1)}}{2\times 3}=\frac{7\pm\sqrt{61}}{6}$

(4) $x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times 4\times(-2)}}{2\times 4}=\frac{3\pm\sqrt{41}}{8}$

8 (1) $x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times 2\times 1}}{2\times 2}=\frac{-3\pm\sqrt{1}}{4}$

$=\frac{-3\pm 1}{4}$

$x=\frac{-3+1}{4}$ から，$x=-\frac{1}{2}$

$x=\frac{-3-1}{4}$ から，$x=-1$

(2) $x=\dfrac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times6\times1}}{2\times6}=\dfrac{5\pm\sqrt{1}}{12}$

$=\dfrac{5\pm1}{12}$

$x=\dfrac{5+1}{12}$ から，$x=\dfrac{1}{2}$

$x=\dfrac{5-1}{12}$ から，$x=\dfrac{1}{3}$

9 (1) $x=\dfrac{-6\pm\sqrt{6^2-4\times1\times(-5)}}{2\times1}=\dfrac{-6\pm\sqrt{56}}{2}$

$=\dfrac{-\overset{3}{\cancel{6}}\pm\overset{1}{\cancel{2}}\sqrt{14}}{\underset{1}{\cancel{2}}}=-3\pm\sqrt{14}$

(2) $x=\dfrac{-(-6)\pm\sqrt{(-6)^2-4\times2\times(-3)}}{2\times2}=\dfrac{6\pm\sqrt{60}}{4}$

$=\dfrac{\overset{3}{\cancel{6}}\pm\overset{1}{\cancel{2}}\sqrt{15}}{\underset{2}{\cancel{4}}}=\dfrac{3\pm\sqrt{15}}{2}$

(3) $x^2+11=7x$　　$x^2-7x+11=0$

$x=\dfrac{-(-7)\pm\sqrt{(-7)^2-4\times1\times11}}{2\times1}=\dfrac{7\pm\sqrt{5}}{2}$

(4) $3x^2+8x+12=6(x+3)$

$3x^2+8x+12=6x+18$

$3x^2+2x-6=0$

$x=\dfrac{-2\pm\sqrt{2^2-4\times3\times(-6)}}{2\times3}=\dfrac{-2\pm\sqrt{76}}{6}$

$=\dfrac{-\overset{1}{\cancel{2}}\pm\overset{1}{\cancel{2}}\sqrt{19}}{\underset{3}{\cancel{6}}}=\dfrac{-1\pm\sqrt{19}}{3}$

10 (1) $(x-3)(x+4)=0$

$x-3=0,\ x+4=0$　　$x=3,\ -4$

(2) $x(x-4)=0$

$x=0,\ x-4=0$　　$x=0,\ 4$

(3) $x(3x+4)=0$

$x=0,\ 3x+4=0$　　$x=0,\ -\dfrac{4}{3}$

11 (1) $x^2+12x+11=0$　　$(x+1)(x+11)=0$

$x+1=0,\ x+11=0$　　$x=-1,\ -11$

(2) $x^2-11x+28=0$　　$(x-4)(x-7)=0$

$x-4=0,\ x-7=0$　　$x=4,\ 7$

(3) $x^2+4x-5=0$　　$(x-1)(x+5)=0$

$x-1=0,\ x+5=0$　　$x=1,\ -5$

(4) $x^2-9x-36=0$　　$(x+3)(x-12)=0$

$x+3=0,\ x-12=0$　　$x=-3,\ 12$

12 (1) $x^2+25x=0$　　$x(x+25)=0$

$x=0,\ x+25=0$　　$x=0,\ -25$

(2) $6x^2=18x$　　$6x^2-18x=0$　　$6x(x-3)=0$

$x=0,\ x-3=0$　　$x=0,\ 3$

(3) $x^2-2x+1=0$　　$(x-1)^2=0$

$x-1=0$　　$x=1$

(4) $x^2+10x+25=0$　　$(x+5)^2=0$

$x+5=0$　　$x=-5$

(5) $x^2-9=0$　　$(x+3)(x-3)=0$

$x+3=0,\ x-3=0$　　$x=\pm3$

(6) $x^2-16=0$　　$(x+4)(x-4)=0$

$x+4=0,\ x-4=0$　　$x=\pm4$

13 (1) $-x^2-2x+15=0$

$x^2+2x-15=0$　　$(x+5)(x-3)=0$

$x+5=0,\ x-3=0$　　$x=-5,\ 3$

(2) $3x^2-12x+12=0$

$x^2-4x+4=0$　　$(x-2)^2=0$

$x-2=0$　　$x=2$

(3) $2x^2-12x+16=0$

$x^2-6x+8=0$　　$(x-2)(x-4)=0$

$x-2=0,\ x-4=0$　　$x=2,\ 4$

(4) $4x^2-64=0$

$x^2-16=0$　　$(x+4)(x-4)=0$

$x+4=0,\ x-4=0$　　$x=\pm4$

14 (1) $x^2+12=8x$

$x^2-8x+12=0$　　$(x-2)(x-6)=0$

$x-2=0,\ x-6=0$　　$x=2,\ 6$

(2) $x^2+4=-6x-5$

$x^2+6x+9=0$　　$(x+3)^2=0$

$x+3=0$　　$x=-3$

(3) $(x+5)(x-3)=7x-1$

$x^2+2x-15=7x-1$

$x^2-5x-14=0$　　$(x+2)(x-7)=0$

$x+2=0,\ x-7=0$　　$x=-2,\ 7$

(4) $2x^2+x=(x+2)^2$

$2x^2+x=x^2+4x+4$

$x^2-3x-4=0$　　$(x+1)(x-4)=0$

$x+1=0,\ x-4=0$　　$x=-1,\ 4$

(5) $(x+2)^2+2(x+2)-15=0$

$x+2=A$ とおく

$A^2+2A-15=0$

因数分解

$(A-3)(A+5)=0$

A を $x+2$ にもどす

$(x+2-3)(x+2+5)=0$

整理

$(x-1)(x+7)=0$

よって，$x=1,\ -7$

15 (1) $x^2+ax+2=0$ に $x=-2$ を代入すると，

$4-2a+2=0$ より，$a=3$

方程式は $x^2+3x+2=0$ となり，これを解くと，

$(x+1)(x+2)=0$ より，$x=-1,\ -2$

よって，もう1つの解は，$x=-1$

(2) $x^2-ax+a-1=0$ に $x=-3$ を代入すると，

$9+3a+a-1=0$ より，$a=-2$

方程式は $x^2+2x-3=0$ となり，これを解くと，

$(x-1)(x+3)=0$ より，$x=1,\ -3$

よって，もう1つの解は，$x=1$

16 (1) $x=2,\ 4$ を解とする方程式の1つは，

$(x-2)(x-4)=0 \qquad x^2-6x+8=0$

よって，$a=-6,\ b=8$

別解 $x^2+ax+b=0$ に $x=2,\ 4$ を代入すると，

$4+2a+b=0 \quad \cdots①,\ 16+4a+b=0 \quad \cdots②$

この連立方程式を解くと，$a=-6,\ b=8$

(2) $x=-1,\ 5$ を解とする方程式の1つは，

$(x+1)(x-5)=0 \qquad x^2-4x-5=0$

よって，$a=-4,\ b=-5$

別解 $x^2+ax+b=0$ に $x=-1,\ 5$ を代入すると，

$1-a+b=0 \quad \cdots①,\ 25+5a+b=0 \quad \cdots②$

この連立方程式を解くと，$a=-4,\ b=-5$

17 $x^2-8x+a=0$ に $x=4+\sqrt{6}$ を代入すると，

$(4+\sqrt{6})^2-8(4+\sqrt{6})+a=0$

$16+8\sqrt{6}+6-32-8\sqrt{6}+a=0$

$a=10$

もとの方程式は $x^2-8x+10=0$ となり，これを解くと，

$$x=\frac{-(-8)\pm\sqrt{(-8)^2-4\times1\times10}}{2\times1}$$

$$=\frac{\overset{4}{\cancel{8}}\pm\overset{1}{\cancel{2}}\sqrt{6}}{\underset{1}{\cancel{2}}}=4\pm\sqrt{6}$$

よって，もう1つの解は，$x=4-\sqrt{6}$

p.70〜p.71 ▶ 確認問題

1 $-2,\ 1$

2 (1) $x=\pm2\sqrt{3}$ (2) $x=\pm4$

(3) $x=\pm\dfrac{\sqrt{5}}{3}$ (4) $x=3\pm\sqrt{5}$

(5) $x=-2\pm2\sqrt{3}$ (6) $x=4,\ -1$

3 (1) $x=-3\pm\sqrt{17}$ (2) $x=-5\pm\sqrt{23}$

(3) $x=\dfrac{3\pm\sqrt{17}}{2}$

4 (1) $x=\dfrac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$ (2) $x=\dfrac{-5\pm\sqrt{41}}{4}$

(3) $x=2\pm\sqrt{13}$ (4) $x=\dfrac{-1\pm\sqrt{10}}{3}$

(5) $x=\dfrac{1}{2},\ -2$ (6) $x=\dfrac{3}{2},\ \dfrac{2}{3}$

5 (1) $x=\dfrac{3}{2},\ -5$ (2) $x=-3,\ -8$

(3) $x=5,\ -6$ (4) $x=2,\ 4$

(5) $x=-3,\ 7$ (6) $x=0,\ \dfrac{5}{2}$

(7) $x=2$ (8) $x=-6$

(9) $x=\pm8$

6 (1) $x=-1,\ -3$ (2) $x=3$

(3) $x=-2,\ 6$ (4) $x=2,\ 5$

(5) $x=-1,\ -4$ (6) $x=3,\ 5$

7 (1) $a=-3,\ b=-10$

(2) $a=4$，もう1つの解…$x=-3-\sqrt{5}$

解説

2 (2) $\dfrac{1}{4}x^2-4=0 \qquad x^2-16=0 \qquad x^2=16$

$x=\pm4$

(3) $9x^2-4=1 \qquad 9x^2=5 \qquad x^2=\dfrac{5}{9} \qquad x=\pm\dfrac{\sqrt{5}}{3}$

(4) $(x-3)^2=5 \qquad x-3=\pm\sqrt{5} \qquad x=3\pm\sqrt{5}$

(5) $(x+2)^2-12=0 \qquad (x+2)^2=12 \qquad x+2=\pm2\sqrt{3}$

$x=-2\pm2\sqrt{3}$

(6) $(2x-3)^2=25 \qquad 2x-3=\pm5$

$2x-3=5$ から，$x=4$

$2x-3=-5$ から，$x=-1$

3 (1) $x^2+6x=8$ ← x の係数6の半分は3，2乗は9

両辺に9をたして，$x^2+6x+9=8+9$

左辺を因数分解して $(x+3)^2=17$

$x+3=\pm\sqrt{17} \qquad x=-3\pm\sqrt{17}$

(2) $x^2+10x+2=0$

$x^2+10x=-2$ ← x の係数10の半分は5，2乗は25

両辺に25をたして，$x^2+10x+25=-2+25$

左辺を因数分解して，$(x+5)^2=23$

$x+5=\pm\sqrt{23} \qquad x=-5\pm\sqrt{23}$

(3)

$x^2-3x-2=0$

$x^2-3x=2$ ← -2 を右辺に移項

$x^2-2\times\dfrac{3}{2}\times x+\dfrac{9}{4}=2+\dfrac{9}{4}$ ← 両辺に $\dfrac{9}{4}$ をたす

$\left(x-\dfrac{3}{2}\right)^2=\dfrac{17}{4}$ ← 左辺を因数分解

$x-\dfrac{3}{2}=\pm\dfrac{\sqrt{17}}{2}$ ← 平方根をとる

$x=\dfrac{3\pm\sqrt{17}}{2}$

4 (1) $x=\dfrac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times1\times1}}{2\times1}=\dfrac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$

(2) $x=\dfrac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times2\times(-2)}}{2\times2}=\dfrac{-5\pm\sqrt{41}}{4}$

(3) $x=\dfrac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4\times1\times(-9)}}{2\times1}=\dfrac{4\pm\sqrt{52}}{2}$

$=\dfrac{\overset{2}{\cancel{4}}\pm\overset{1}{\cancel{2}}\sqrt{13}}{\underset{1}{\cancel{2}}}=2\pm\sqrt{13}$

(4) $x=\dfrac{-2\pm\sqrt{2^2-4\times3\times(-3)}}{2\times3}=\dfrac{-2\pm\sqrt{40}}{6}$

$=\dfrac{-\overset{1}{\cancel{2}}\pm\overset{1}{\cancel{2}}\sqrt{10}}{\underset{3}{\cancel{6}}}=\dfrac{-1\pm\sqrt{10}}{3}$

(5) $x=\dfrac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times2\times(-2)}}{2\times2}=\dfrac{-3\pm\sqrt{25}}{4}$

$=\dfrac{-3\pm5}{4}$

$x=\dfrac{-3+5}{4}$ から，$x=\dfrac{1}{2}$

$x=\dfrac{-3-5}{4}$ から，$x=-2$

(6) $x=\dfrac{-(-13)\pm\sqrt{(-13)^2-4\times6\times6}}{2\times6}=\dfrac{13\pm\sqrt{25}}{12}$

$=\dfrac{13\pm5}{12}$

$x=\dfrac{13+5}{12}$ から，$x=\dfrac{3}{2}$

$x=\dfrac{13-5}{12}$ から，$x=\dfrac{2}{3}$

5 (2) $x^2+11x+24=0$　　$(x+3)(x+8)=0$

$x+3=0,\ x+8=0$　　$x=-3,\ -8$

(3) $x^2+x-30=0$　　$(x-5)(x+6)=0$

$x-5=0,\ x+6=0$　　$x=5,\ -6$

(4) $x^2-6x+8=0$　　$(x-2)(x-4)=0$

$x-2=0,\ x-4=0$　　$x=2,\ 4$

(5) $x^2-4x-21=0$　　$(x+3)(x-7)=0$

$x+3=0,\ x-7=0$　　$x=-3,\ 7$

(6) $2x^2-5x=0$　　$x(2x-5)=0$

$x=0,\ 2x-5=0$　　$x=0,\ \dfrac{5}{2}$

(7) $x^2-4x+4=0$　　$(x-2)^2=0$

$x-2=0$　　$x=2$

(8) $x^2+12x+36=0$　　$(x+6)^2=0$

$x+6=0$　　$x=-6$

(9) $x^2-64=0$　　$(x+8)(x-8)=0$

$x+8=0,\ x-8=0$　　$x=\pm8$

6 (1) $2x^2+8x+6=0$

$x^2+4x+3=0$

$(x+1)(x+3)=0$

$x+1=0,\ x+3=0$

$x=-1,\ -3$

二次方程式
$ax^2+abx+ac=0$
は，両辺を a でわって，x^2 の係数を1にする。

(2) $-2x^2+12x=18$

$-2x^2+12x-18=0$

$x^2-6x+9=0$　　$(x-3)^2=0$

$x-3=0$　　$x=3$

(3) $x^2=4(x+3)$

$x^2-4x-12=0$　　$(x+2)(x-6)=0$

$x+2=0,\ x-6=0$　　$x=-2,\ 6$

(4) $(x-3)(x-4)=2$

$x^2-7x+12=2$

$x^2-7x+10=0$　　$(x-2)(x-5)=0$

$x-2=0,\ x-5=0$　　$x=2,\ 5$

(5) $(x+3)^2=x+5$

$x^2+6x+9=x+5$

$x^2+5x+4=0$　　$(x+1)(x+4)=0$

$x+1=0,\ x+4=0$　　$x=-1,\ -4$

(6) $(x-3)^2=2(x-3)$

$(x-3)^2-2(x-3)=0$

$(x-3)(x-3-2)=0$　　$(x-3)(x-5)=0$

$x-3=0,\ x-5=0$　　$x=3,\ 5$

7 (1) $x=-2,\ 5$ を解とする方程式の1つは，

$(x+2)(x-5)=0$　　$x^2-3x-10=0$

よって，$a=-3,\ b=-10$

別解　$x^2+ax+b=0$ に $x=-2,\ 5$ を代入すると，

$4-2a+b=0$ …①，$25+5a+b=0$ …②

この連立方程式を解くと，$a=-3,\ b=-10$

(2) $x^2+6x+a=0$ に $x=-3+\sqrt{5}$ を代入すると，

$(-3+\sqrt{5})^2+6(-3+\sqrt{5})+a=0$

$9-6\sqrt{5}+5-18+6\sqrt{5}+a=0$

$a=4$

もとの方程式は $x^2+6x+4=0$ となり，これを解くと，

$x=\dfrac{-6\pm\sqrt{6^2-4\times1\times4}}{2\times1}$

$=\dfrac{-\overset{3}{\cancel{6}}\pm\overset{1}{\cancel{2}}\sqrt{5}}{\underset{1}{\cancel{2}}}=-3\pm\sqrt{5}$

よって，もう1つの解は，$x=-3-\sqrt{5}$

7 二次方程式の利用

p.72〜p.75

1 (1) $x(x+4)=60$
(2) 縦…6cm　横…10cm

2 $x=1$

3 8m

4 (1) $x^2=2x+24$　(2) -4, 6

5 (1) ㋐…$x+1$, ㋑ $4x+8$
(2) -2, -1, 0 と 2, 3, 4

6 4, 5

7 (1) $x+5$(cm)　(2) 11cm

8 $4+2\sqrt{7}$ (cm)

9 3cm, 5cm

10 (1) $20-2x$(cm)　(2) 3 秒後, 7 秒後

11 4 秒後

12 $6+\sqrt{6}$ (cm), $6-\sqrt{6}$ (cm)

解説

1 (1) 横の長さは $(x+4)$cm になるから,
$x(x+4)=60$
(2) $x(x+4)=60$
$x^2+4x-60=0$
$(x+10)(x-6)=0$　$x=-10$, 6
$x>0$ であるから, $x=6$ は問題にあっているが, $x=-10$ はあわない。
よって, 縦の長さは 6cm
横の長さは $6+4=10$(cm)

2 縦, 横とも xm 短くなるので,
$(6-x)(9-x)=40$
$x^2-15x+14=0$
$(x-1)(x-14)=0$　$x=1$, 14
$0<x<6$ より, $x=1$ は問題にあっているが, $x=14$ はあわない。よって, $x=1$

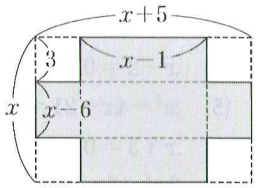
3 もとの正方形の 1 辺を xm とすると, 縦は $(x-4)$m, 横は $(x+2)$m になる。
$(x-4)(x+2)=40$
$x^2-2x-48=0$
$(x+6)(x-8)=0$　$x=-6$, 8
$x>4$ であるから, $x=8$ は問題にあっているが, $x=-6$ はあわない。よって, $x=8$

4 (2) $x^2=2x+24$
$x^2-2x-24=0$
$(x+4)(x-6)=0$　$x=-4$, 6
これらは問題にあっている。

5 (1) 連続する 3 つの整数は, $x-1$, x, $x+1$
(もっとも小さい数)^2+(もっとも大きい数)^2
$=4\times$(まん中の数)$+8$
にあてはめる。
(2) $(x-1)^2+(x+1)^2=4x+8$
$x^2-2x+1+x^2+2x+1=4x+8$
$x^2-2x-3=0$
$(x+1)(x-3)=0$　$x=-1$, 3
$x=-1$ のとき, 3 つの整数は, -2, -1, 0
$x=3$ のとき, 3 つの整数は, 2, 3, 4
これらは問題にあっている。

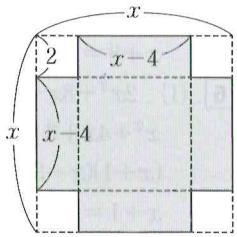
6 連続する 2 つの自然数を x, $x+1$ とすると,
$x^2+(x+1)^2=41$
$2x^2+2x-40=0$
$x^2+x-20=0$
$(x-4)(x+5)=0$　$x=4$, -5
$x=-5$ は自然数ではないので, 問題にあわない。
よって, $x=4$ で, 2 つの自然数は, 4, 5

7 (2) 横の長さは $(x+5)$cm になるから, 四すみから 3cm ずつ切り取るので, 底面の縦, 横はそれぞれ 6cm 短くなる。



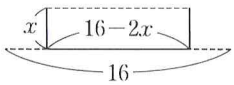
$3(x-6)(x-1)=150$
$(x-6)(x-1)=50$
$x^2-7x-44=0$
$(x+4)(x-11)=0$　$x=-4$, 11
$x>6$ であるから, $x=11$ は問題にあっているが, $x=-4$ はあわない。よって, $x=11$

8 もとの正方形の 1 辺の長さを $x$cm とすると,



$2(x-4)^2=56$
$(x-4)^2=28$
$x-4=\pm2\sqrt{7}$
$x=4\pm2\sqrt{7}$
$x>4$ であるから,
$x=4+2\sqrt{7}$ は問題にあっているが, $x=4-2\sqrt{7}$ はあわない。
よって, $x=4+2\sqrt{7}$

9 縦の長さを $x$cm とすると, 横の長さは $(16-2x)$cm になる。

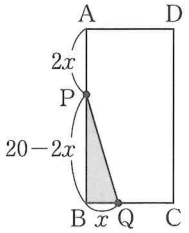


$x(16-2x)=30$
$16x-2x^2=30$
$x^2-8x+15=0$
$(x-3)(x-5)=0$　$x=3$, 5
$0<x<8$ であるから, これらは問題にあっている。

10 (1) x 秒間に点Pは $2x$cm 動くから，

AP $=2x$cm より，PB $=20-2x$(cm)

(2) x 秒間に点Qは $x$cm 動くから，



BQ $=x$cm

$\frac{1}{2}x(20-2x)=21$

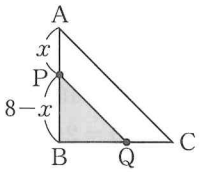
$10x-x^2=21$

$x^2-10x+21=0$

$(x-3)(x-7)=0$　　$x=3,\ 7$

$0<x<10$ であるから，これらは問題にあっている。

11 x 秒間に点P，Qは $x$cm 動くので，BP $=$ BQ $=8-x$(cm) である。



$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 8\times 8=32(cm^2)$

より，$\triangle PBQ=32\times\frac{1}{4}=8(cm^2)$ になればよい。

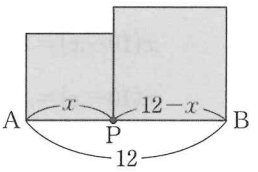
$\frac{1}{2}(8-x)^2=8$

$(8-x)^2=16$

$8-x=\pm 4$　　$x=4,\ 12$

$0<x<8$ であるから，$x=4$ は問題にあっているが，$x=12$ はあわない。よって，$x=4$

12 AP $=x$cm とすると，PB $=12-x$(cm) である。



$x^2+(12-x)^2=84$

$x^2+144-24x+x^2=84$

$2x^2-24x+60=0$

$x^2-12x+30=0$

$$x=\frac{-(-12)\pm\sqrt{(-12)^2-4\times 1\times 30}}{2}$$

$$=\frac{12\pm 2\sqrt{6}}{2}$$

$$=6\pm\sqrt{6}$$

$2<\sqrt{6}<3$ であるから，$0<6\pm\sqrt{6}<12$

よって，これらは問題にあっている。

p.76〜p.77　▶ 確認問題

1 (1) 7cm　　(2) 8m

(3) $x=4$

2 (1) -12，-6 と 6，12

(2) 8，9，10

(3) -8 と 10

3 (1) 12cm　　(2) 1cm

(3) 3cm，8cm

4 2 秒後，10 秒後

5 2 秒後，8 秒後

解　説

1 (1) 縦と横の長さの和は，$30\div 2=15$(cm) で，短い方の辺を $x$cm とすると，長い方は $(15-x)$cm である。

$x(15-x)=56$

$15x-x^2=56$

$x^2-15x+56=0$

$(x-7)(x-8)=0$

$x=7,\ 8$

$x=7$ のとき，7cm と 8cm

$x=8$ のとき，8cm と 7cm

よって，短い方の辺は，7cm である。

(2) 正方形の花だんの 1 辺を xm とすると，

$(x-2)^2=36$

$x-2=\pm 6$

$x-2=6$ から，$x=8$

$x-2=-6$ から，$x=-4$

$x>2$ であるから，$x=8$ は問題にあっているが，$x=-4$ はあわない。よって，$x=8$

(3) 縦の長さは，$(10-x)$m

横の長さは，$(8+x)$m

である。

$(10-x)(8+x)=72$

$x^2-2x-8=0$

$(x-4)(x+2)=0$

$x=-2,\ 4$

$0<x<10$ であるから，$x=4$ は問題にあっているが，$x=-2$ はあわない。よって，$x=4$

2 (1) 小さい整数を x とすると，大きい整数は $x+6$ と表されるから，

$x(x+6)=72$

$x^2+6x-72=0$

$(x+12)(x-6)=0$

$x=-12,\ 6$

$x=-12$ のとき，2 つの整数は，-12，-6

$x=6$ のとき，2 つの整数は，6，12

これらは問題にあっている。

(2) 連続する3つの自然数を，$x-1$，x，$x+1$ とすると，

$$x^2=3\{(x-1)+x+(x+1)\}$$
$$x^2=9x$$
$$x^2-9x=0$$
$$x(x-9)=0$$
$$x=0,\ 9$$

$x=0$ は自然数ではないので，問題にあわない。

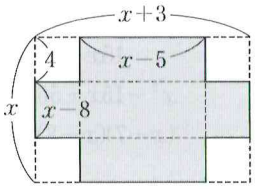
よって，$x=9$ で，3つの自然数は，8，9，10

(3) ある整数を x とすると，

$$x^2=2x+80$$
$$x^2-2x-80=0$$
$$(x+8)(x-10)=0$$
$$x=-8,\ 10$$

これらは問題にあっている。

3 (1) 縦の長さを $x$cm とすると，横の長さは $(x+3)$cm である。四すみから4cmずつ切り取るので，底面の縦，横はそれぞれ8cm短くなる。



$$4(x-8)(x-5)=112$$
$$(x-8)(x-5)=28$$
$$x^2-13x+12=0$$
$$(x-1)(x-12)=0$$
$$x=1,\ 12$$

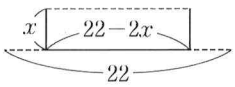
$x>8$ であるから，$x=12$ は問題にあっているが，$x=1$ はあわない。よって，$x=12$

(2) 切り取る正方形の1辺の長さを $x$cm とすると，底面の縦の長さは $(12-2x)$cm，横の長さは $(16-2x)$cm である。

$$(12-2x)(16-2x)=140$$
$$4(6-x)(8-x)=140$$
$$(x-6)(x-8)=35$$
$$x^2-14x+13=0$$
$$(x-1)(x-13)=0$$
$$x=1,\ 13$$

$12-2x>0$ であるから，$x=1$ は問題にあっているが，$x=13$ はあわない。よって，$x=1$ で，箱の高さは1cm

(3) 縦の長さを $x$cm とすると，横の長さは $(22-2x)$cm になる。



$$x(22-2x)=48$$
$$22x-2x^2=48$$
$$x^2-11x+24=0$$
$$(x-3)(x-8)=0$$
$$x=3,\ 8$$

$0<x<11$ であるから，これらは問題にあっている。

4 x 秒間に点P，Qはそれぞれ $x$cm 動くので，

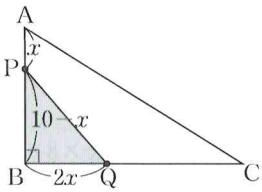
BP $=12-x$(cm)，BQ $=x$cm

である。

$$\frac{1}{2}x(12-x)=10$$
$$x(12-x)=20$$
$$x^2-12x+20=0$$
$$(x-2)(x-10)=0$$
$$x=2,\ 10$$

$0<x<12$ であるから，これらは問題にあっている。

5 x 秒後のPB，BQの長さは



PB $=10-x$(cm)

BQ $=2x$cm

である。

△PBQ

$$=\frac{1}{2}\times 2x\times(10-x)$$
$$=x(10-x)$$

また，

$$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 16\times 10=80$$

よって，

$$x(10-x)=80\times\frac{1}{5}$$
$$x(10-x)=16$$
$$x^2-10x+16=0$$
$$(x-2)(x-8)=0$$
$$x=2,\ 8$$

$0<x\leqq 8$ であるから，これらは問題にあっている。

絶対落とせない! 必答 ✔ 問題

p.78〜p.79

1 (1) ㋐ 二次方程式

(2) ㋑ 解

㋒ 二次方程式を解く

(3) ㋓ $\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

㋔ 解の公式

2 (1) $x=\pm2\sqrt{2}$　(2) $x=9,\ -3$

(3) $x=0,\ -10$　(4) $x=\dfrac{-5\pm\sqrt{21}}{2}$

(5) $x=\dfrac{7\pm3\sqrt{5}}{2}$　(6) $x=\dfrac{3\pm\sqrt{33}}{4}$

(7) $x=-2,\ 7$　(8) $x=0,\ 7$

(9) $x=-3,\ 4$　(10) $x=-8,\ 3$

(11) $x=-4$　(12) $x=\pm6$

3 (1) ㋐ 36　㋑ 6

(2) ㋒ $\dfrac{81}{4}$　㋓ $\dfrac{9}{2}$

4 (1) $x=\pm\dfrac{7}{2}$　(2) $x=\pm3\sqrt{5}$

(3) $x=3\pm\sqrt{5}$　(4) $x=-\dfrac{3}{2},\ 4$

(5) $x=-2,\ 5$　(6) $x=3$

5 8cm

6 (1) 7, 9　(2) 6, 7

解説

2 (1) $3x^2=24$　$x^2=8$　$x=\pm2\sqrt{2}$

(2) $(x-3)^2=36$　$x-3=\pm6$

$x=3\pm6$　$x=3+6=9$

$x=3-6=-3$

(3) $(x+5)^2-25=0$　$(x+5)^2=25$　$x+5=\pm5$

$x=-5\pm5$　$x=-5+5=0,\ x=-5-5=-10$

(4) $x=\dfrac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times1\times1}}{2\times1}=\dfrac{-5\pm\sqrt{21}}{2}$

(5) $x=\dfrac{-(-7)\pm\sqrt{(-7)^2-4\times1\times1}}{2\times1}=\dfrac{7\pm\sqrt{45}}{2}$

$=\dfrac{7\pm3\sqrt{5}}{2}$

(6) $x=\dfrac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times2\times(-3)}}{2\times2}=\dfrac{3\pm\sqrt{33}}{4}$

(8) $x^2-7x=0$　$x(x-7)=0$　$x=0,\ 7$

(9) $x^2-x-12=0$　$(x+3)(x-4)=0$

$x=-3,\ 4$

(10) $x^2+5x-24=0$　$(x+8)(x-3)=0$

$x=-8,\ 3$

(11) $x^2+8x+16=0$　$(x+4)^2=0$　$x=-4$

(12) $x^2-36=0$　$(x+6)(x-6)=0$　$x=\pm6$

4 (1), (2), (4)は分数の計算に注意する。(3)は約分できることに注意する。(5)〜(6)は $ax^2+bx+c=0$ の形にすることに注意する。

(1) $4x^2-49=0$　$x^2=\dfrac{49}{4}$　$x=\pm\dfrac{7}{2}$

(2) $\dfrac{1}{3}x^2=15$　$x^2=45$　$x=\pm3\sqrt{5}$

(3) $x=\dfrac{-(-6)\pm\sqrt{(-6)^2-4\times1\times4}}{2\times1}=\dfrac{6\pm\sqrt{20}}{2}$

$=\dfrac{6\pm2\sqrt{5}}{2}=3\pm\sqrt{5}$

(4) $(x-4)(2x+3)=0$

$x-4=0$ より，$x=4$

$2x+3=0$ より，$x=-\dfrac{3}{2}$

別解 $(x-4)(2x+3)=0$　$2x^2-5x-12=0$

$x=\dfrac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times2\times(-12)}}{2\times2}$

$=\dfrac{5\pm\sqrt{121}}{4}=\dfrac{5\pm11}{4}$

$x=\dfrac{5+11}{4}=4,\ x=\dfrac{5-11}{4}=-\dfrac{3}{2}$

(5) $x^2-10=3x$　$x^2-3x-10=0$

$(x+2)(x-5)=0$　$x=-2,\ 5$

(6) $x^2=6x-9$　$x^2-6x+9=0$　$(x-3)^2=0$

$x=3$

5 もとの正方形の1辺を $x$cm とすると，

$(x-2)(x+3)=66$　$x^2+x-72=0$

$(x-8)(x+9)=0$　$x=-9,\ 8$

$x>2$ であるから，$x=8$ は問題にあっているが，

$x=-9$ はあわない。

よって，$x=8$

6 (1) 小さい整数を x とすると，大きい整数は $16-x$ と表されるから，$x(16-x)=63$

$x^2-16x+63=0$

$(x-7)(x-9)=0$　$x=7,\ 9$

小さい整数が7，大きい整数が9。

(2) 連続する2つの自然数を x，$x+1$ とすると，

$x^2+(x+1)^2=85$　$2x^2+2x+1=85$

$x^2+x-42=0$　$(x-6)(x+7)=0$

$x=6,\ -7$

$x=-7$ は自然数ではないので，問題にあわない。

よって，$x=6$ のとき，2つの自然数は，6，7

差がつく！ 活用問題

p.80〜p.81

1

$$ax^2+bx+c=0$$
$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$$
$$x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}$$
$$x^2+\frac{b}{a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2=-\frac{c}{a}+\left(\frac{b}{2a}\right)^2$$
$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=-\frac{c}{a}+\frac{b^2}{4a^2}$$
$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$$
$$x+\frac{b}{2a}=\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$
$$x=-\frac{b}{2a}\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$
$$=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

2 $\frac{3}{2}$m

3 (1) 153 cm²　(2) 5 秒後

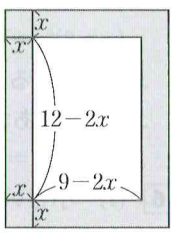
4 (1) $6x-x^2$(cm³)　(2) 3

5 (1) $\frac{1}{2}p+8$　(2) P(8, 4)

6 15

解説

2 道路の幅を xm とすると，
花だんの面積は，



$$(12-2x)(9-2x)=\frac{1}{2}\times12\times9$$

$2x=A$ とおくと，
$$(12-A)(9-A)=54$$
$$A^2-21A+54=0$$
$$(A-3)(A-18)=0$$
$$A=3,\ 18$$

よって，$2x=3$ より，$x=\frac{3}{2}$

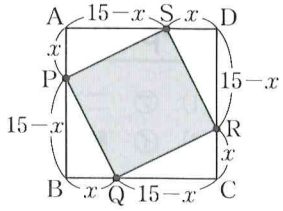
$2x=18$ より，$x=9$

$0<x<\frac{9}{2}$ より，$x=9$ はあわない。$x=\frac{3}{2}$

3 (1) 3 秒間に，点 P，Q，R，S は 3cm 動くので，
AP＝BQ＝CR＝DS＝3cm
PB＝QC＝RD＝SA＝15−3＝12(cm)
よって，正方形 PQRS の面積は，正方形 ABCD の面積から △APS，△BQP，△CRQ，△DSR の面積をひけばいいから，

$$15\times15-\frac{1}{2}\times3\times12\times4=153(\text{cm}^2)$$

(2) x 秒後，



AP＝BQ＝CR＝DS
＝$x$cm
PB＝QC＝RD＝SA
＝15−x(cm)
と表されるので，

$$15\times15-\frac{1}{2}x(15-x)\times4=125$$
$$225-30x+2x^2=125\qquad 2x^2-30x+100=0$$
$$x^2-15x+50=0\qquad (x-5)(x-10)=0$$

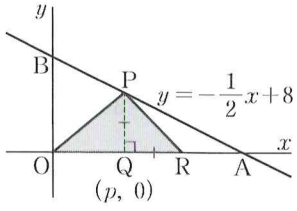
$x=5,\ 10$　よって，はじめて 125 cm² になるのは 5 秒後。

4 (1) PG＝6−x(cm)であるから，三角錐 QPGH の体積は，$\frac{1}{3}\times(6-x)x\times\frac{1}{2}\times6=6x-x^2$(cm³)

(2)
$$6x-x^2=9$$
$$x^2-6x+9=0$$
$$(x-3)^2=0\qquad x=3$$

これは問題にあっている。

5 (1) OR＝OQ＋QR
＝OQ＋PQ



P の座標は，
$\left(p,\ -\frac{1}{2}p+8\right)$
であるから，

$$\text{OR}=p+\left(-\frac{1}{2}p+8\right)=\frac{1}{2}p+8$$

(2)
$$\triangle\text{OPR}=\frac{1}{2}\times\text{OR}\times\text{PQ}$$
$$=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}p+8\right)\times\left(-\frac{1}{2}p+8\right)$$
$$=\frac{1}{2}\times\left(64-\frac{1}{4}p^2\right)$$
$$=32-\frac{1}{8}p^2=24$$
$$p^2=64\qquad p=\pm8$$

$p>0$ であるから，$p=8$

点 P の y 座標は，$-\frac{1}{2}\times8+8=4$

よって，点 P の座標は，(8, 4)

6 x の真上の数は，$x-7$，真下の数は，$x+7$
右どなりの数は，$x+1$，左どなりの数は，$x-1$ と表せるので，
$$(x-7)(x+7)=6\{(x+1)+(x-1)\}-4$$
$$x^2-49=12x-4$$
$$x^2-12x-45=0$$
$$(x+3)(x-15)=0\qquad x=-3,\ 15$$

$x>8$ であるから，$x=15$

定期テスト ◘ 得点UP問題 (1)

p.82〜p.83

1 (1) ア，ウ　　(2) イ，ウ

2 (1) $x=\pm\frac{\sqrt{7}}{2}$　　(2) $x=\pm\frac{4}{3}$

(3) $x=3,\ -4$　　(4) $x=\frac{6\pm\sqrt{5}}{4}$

3 (1) ㋐…16，㋑…4　　(2) ㋐…$\frac{49}{4}$，㋑…$\frac{7}{2}$

4 ㋐ $\frac{c}{a}$　　㋑ $\frac{b}{2a}$

㋒ b^2-4ac　　㋓ $-b\pm\sqrt{b^2-4ac}$

5 (1) $x=\frac{3\pm\sqrt{21}}{2}$　　(2) $x=5\pm2\sqrt{7}$

(3) $x=3,\ \frac{1}{2}$　　(4) $x=\frac{2\pm\sqrt{10}}{3}$

6 (1) $x=-1,\ 0$　　(2) $x=-2,\ -8$

(3) $x=7$　　(4) $x=\pm9$

(5) $x=-3,\ 4$　　(6) $x=\frac{1}{3}$

7 $\frac{121}{4}$

8 (1) $x=3$　　(2) $x=-\frac{4}{3},\ \frac{1}{2}$

(3) $x=-2\pm\sqrt{6}$　　(4) $x=\frac{1}{2}$

(5) $x=1,\ 6$　　(6) $x=0,\ 3$

解説

2 (2) $9x^2-16=0$　$9x^2=16$　$x^2=\frac{16}{9}$　$x=\pm\frac{4}{3}$

(3) $(2x+1)^2=49$　$2x+1=\pm7$

$2x+1=7$ から，$x=3$　$2x+1=-7$ から，$x=-4$

(4) $4(2x-3)^2-5=0$　$4(2x-3)^2=5$

$(2x-3)^2=\frac{5}{4}$　$2x-3=\pm\frac{\sqrt{5}}{2}$

$2x=\frac{6\pm\sqrt{5}}{2}$　$x=\frac{6\pm\sqrt{5}}{4}$

3 x^2+px に，x の係数 p の半分の2乗 $\left(\frac{p}{2}\right)^2$ をたすと，

$x^2+px+\left(\frac{p}{2}\right)^2=\left(x+\frac{p}{2}\right)^2$

4 ㋑ x の係数 $\frac{b}{a}$ の半分の2乗 $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$ を両辺にたす。

㋒ $-\frac{c}{a}+\left(\frac{b}{2a}\right)^2=-\frac{c}{a}+\frac{b^2}{4a^2}=-\frac{c\times4a}{a\times4a}+\frac{b^2}{4a^2}$

$=-\frac{4ac}{4a^2}+\frac{b^2}{4a^2}=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$

5 (1) $x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times1\times(-3)}}{2\times1}=\frac{3\pm\sqrt{21}}{2}$

(2) $x=\frac{-(-10)\pm\sqrt{(-10)^2-4\times1\times(-3)}}{2\times1}$

$=\frac{10\pm\sqrt{112}}{2}=\frac{\overset{5}{\cancel{10}}\pm\overset{2}{\cancel{4}}\sqrt{7}}{\underset{1}{\cancel{2}}}=5\pm2\sqrt{7}$

(3) $x=\frac{-(-7)\pm\sqrt{(-7)^2-4\times2\times3}}{2\times2}$

$=\frac{7\pm\sqrt{25}}{4}=\frac{7\pm5}{4}$

$x=\frac{7+5}{4}=3,\ x=\frac{7-5}{4}=\frac{1}{2}$

(4) $3x^2-2=4x$　$3x^2-4x-2=0$

$x=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4\times3\times(-2)}}{2\times3}$

$=\frac{4\pm\sqrt{40}}{6}=\frac{\overset{2}{\cancel{4}}\pm\overset{1}{\cancel{2}}\sqrt{10}}{\underset{3}{\cancel{6}}}=\frac{2\pm\sqrt{10}}{3}$

6 (1) $x^2+x=0$　$x(x+1)=0$　$x=0,\ -1$

(5) $x^2-x=12$　$x^2-x-12=0$

$(x+3)(x-4)=0$　$x=-3,\ 4$

(6) $9x^2-6x+1=0$　$(3x-1)^2=0$　$x=\frac{1}{3}$

7 (　　)$^2=0$ の形になるとき，解が1つになるから，

□ は x の係数の半分の2乗が入る。

$x^2+11x+\left(\frac{11}{2}\right)^2=\left(x+\frac{11}{2}\right)^2$

8 (1) $-5x^2+30x-45=0$　$x^2-6x+9=0$

$(x-3)^2=0$　$x=3$

(2) $x^2+\frac{5}{6}x=\frac{2}{3}$　両辺に6をかけて，

$6x^2+5x=4$　$6x^2+5x-4=0$

$x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times6\times(-4)}}{2\times6}=\frac{-5\pm\sqrt{121}}{12}$

$=\frac{-5\pm11}{12}$

$x=\frac{-5+11}{12}=\frac{1}{2},\ x=\frac{-5-11}{12}=-\frac{4}{3}$

(3) $x(x+4)-2=0$　$x^2+4x-2=0$

$x=\frac{-4\pm\sqrt{4^2-4\times1\times(-2)}}{2\times1}=\frac{-4\pm\sqrt{24}}{2}$

$=\frac{-\overset{2}{\cancel{4}}\pm\overset{1}{\cancel{2}}\sqrt{6}}{\underset{1}{\cancel{2}}}=-2\pm\sqrt{6}$

(4) $4x(x-1)=-1$　$4x^2-4x+1=0$

$(2x-1)^2=0$　$x=\frac{1}{2}$

(5) $(x-3)(x-4)=6$　$x^2-7x+6=0$

$(x-1)(x-6)=0$　$x=1,\ 6$

(6) $(x+2)(x-2)=3x-4$　$x^2-4=3x-4$

$x^2-3x=0$　$x(x-3)=0$　$x=0,\ 3$

定期テスト 得点UP問題 (2)

p.84〜p.85

1 (1) $a=3$，もう1つの解…$x=3$
(2) $a=-1$，$b=-30$
(3) $a=9$

2 11cm

3 15m

4 (1) 3，4，5　　(2) 3と-11

5 12cm

6 2秒後，6秒後

7 $5+\sqrt{5}$(秒後)，$5-\sqrt{5}$(秒後)

8 (1) A$(2a,\ 0)$　　(2) P$(6,\ 7)$

9 十二角形

解説

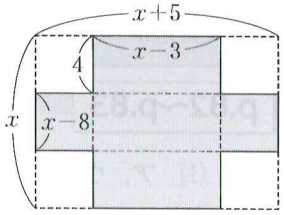
1 (1) $x^2+ax-18=0$ に $x=-6$ を代入すると，
$36-6a-18=0$ より，$a=3$
よって，方程式は，$x^2+3x-18=0$
これを解くと，$(x-3)(x+6)=0$ より，$x=3,\ -6$
よって，もう1つの解は，$x=3$
(2) $x=-5,\ 6$ を解とする方程式の1つは，
$(x+5)(x-6)=0$　　$x^2-x-30=0$
よって，$a=-1$，$b=-30$
(3) $x^2-3x-28=0$　　$(x+4)(x-7)=0$
よって，$x=-4,\ 7$
$x^2+ax+2a+2=0$ に $x=-4$ を代入して，
$16-4a+2a+2=0$ より，$a=9$

2 もとの正方形の1辺を $x$cm とすると，
$(x-5)(x+3)=84$　　$x^2-2x-99=0$
$(x+9)(x-11)=0$　　$x=-9,\ 11$
$x>5$ であるから，$x=11$

3 縦と横の長さの和は35mで，縦を xm とすると，横は $(35-x)$m である。幅2mだけ縦，横とも短くなるので，$(x-2)(33-x)=234$　　$x^2-35x+300=0$
$(x-15)(x-20)=0$　　$x=15,\ 20$
$2<x<33$ であるから，2つの解は長方形の2辺としてあっている。よって，短い方の1辺は15mである。

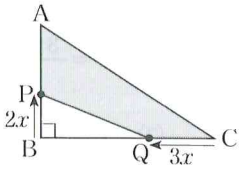
4 (1) 連続する3つの自然数を $x-1$，x，$x+1$ とすると，$x^2=(x-1)+x+(x+1)+4$
$x^2-3x-4=0$　　$(x+1)(x-4)=0$　　$x=-1,\ 4$
$x=-1$ は自然数ではないので，問題にあわない。
よって，$x=4$ で，3つの自然数は，3，4，5
(2) $(x+5)^2=2(x+5)+48$
$x^2+10x+25=2x+10+48$　　$x^2+8x-33=0$
$(x-3)(x+11)=0$　　$x=3,\ -11$
これらは問題にあっている。

5 縦の長さを $x$cm とすると，横の長さは $(x+5)$cm である。四すみから4cmずつ切り取るので，



$4(x-8)(x-3)=144$
$(x-8)(x-3)=36$
$x^2-11x-12=0$　　$(x+1)(x-12)=0$
$x=-1,\ 12$
$x>8$ であるから，$x=12$ は問題にあっているが，$x=-1$ はあわない。よって，$x=12$

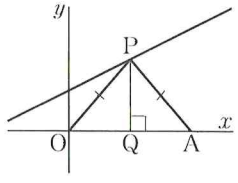
6 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times24\times16=192(\text{cm}^2)$
四角形 APQC $=\triangle ABC-\triangle PBQ=192-\triangle PBQ$ と考える。x 秒間に点P，Qが動いた長さはそれぞれ $2x$cm，$3x$cm であるので，



$192-\frac{1}{2}(24-3x)\times2x=156$
$192-24x+3x^2=156$　　$x^2-8x+12=0$
$(x-2)(x-6)=0$　　$x=2,\ 6$
$0<x<8$ であるから，これらは問題にあっている。

7 点PがAを出発してから x 秒後に $\triangle PBQ$ の面積が 20cm^2 になるとする。AP $=x$cm，BQ $=2x$cm，BP $=10-x$(cm)と表せるから，$\frac{1}{2}\times2x\times(10-x)=20$
$x(10-x)=20$　　$x^2-10x+20=0$
$$x=\frac{-(-10)\pm\sqrt{(-10)^2-4\times1\times20}}{2\times1}=\frac{10\pm\sqrt{20}}{2}$$
$$=\frac{10\pm2\sqrt{5}}{2}=5\pm\sqrt{5}$$
$0<x<10$ であるから，これらは問題にあっている。

8 点Pから x 軸にひいた垂線と x 軸との交点をQとすると，Q$(a,\ 0)$ である。



(1) $\triangle OPQ\equiv\triangle APQ$ であるから，OA $=$ OQ$\times2$
よって，A$(2a,\ 0)$
(2) OA $=2a$，PQ $=\frac{1}{2}a+4$ であるから，
$\frac{1}{2}\times2a\times\left(\frac{1}{2}a+4\right)=42$　　$a^2+8a-84=0$
$(a-6)(a+14)=0$　　$a=6,\ -14$
$a>0$ であるから，$a=6$
点Pの y 座標は，$\frac{1}{2}\times6+4=7$

9 $\frac{n(n-3)}{2}=54$　　$n(n-3)=108$
$n^2-3n-108=0$　　$(n+9)(n-12)=0$
よって，$n=-9,\ 12$
$n\geqq3$ であるから，$n=12$

8 関数 $y=ax^2$ とグラフ

p.86〜p.89

1 (1) $y=2x^2$　(2) 比例する。
(3) ㋐…8，㋑…32，㋒…6　(4) 9倍

2 (1) $y=65x$，×　(2) $y=24x^2$，○
(3) $y=\frac{50}{x}$，×

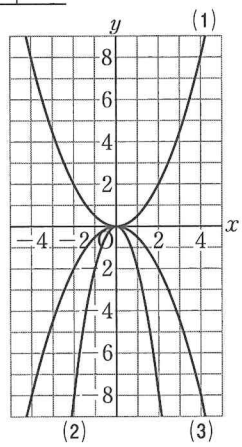
3 (1) $y=2x^2$　(2) $y=32$

4 (1) $y=-\frac{1}{3}x^2$　(2) $y=-12$
(3) $x=\pm 9$

5 (1) $a=5$
(2)

x	-4	0.2	1	2	5
y	80	0.2	5	20	125

6 (1) (左から順に)
8，4.5，2，0.5，0，
0.5，2，4.5，8
(2) (左から順に)
-8，-4.5，-2，
-0.5，0，-0.5，
-2，-4.5，-8
(3) (左から順に)
-8，-4.5，-2，
-0.5，0，-0.5，
-2，-4.5，-8



7 ① ウ　② ア
③ エ　④ イ

8 (1) $a=-\frac{1}{2}$，$b=8$
(2) ① $y=32$　② $y=-8$

解説

1 (1) $y=\frac{1}{2}\times x\times 4x=2x^2$
(2) (1)より，y は x の関数で，x と y の関係が $y=ax^2$ と表されるから，y は x の2乗に比例する。
(3) ㋐ $y=2\times 2^2=8$
㋑ $y=2\times 4^2=32$
㋒ $72=2x^2$　$x^2=36$　$x=\pm 6$
$x>0$ であるから，$x=6$
(4) (3)の表から，x の値が2倍，3倍，…になると，y の値は4倍，9倍，…になる。

3倍
2倍

x(cm)	2	…	4	…	6
y(cm²)	8	…	32	…	72

4倍
9倍

2 (1) (距離)＝(速さ)×(時間) であるから，
$y=65x$
y は x に比例するが，x の2乗には比例しない。
(2) 1つの面の面積は，$2x\times 2x=4x^2$
よって，$y=4x^2\times 6=24x^2$
これは，x の2乗に比例する。
(3) (1分間に入れる水の量)×(満水までの時間)＝50
であるから，$xy=50$　$y=\frac{50}{x}$
これは，x に反比例するが，x の2乗には比例しない。

3 (1) $y=ax^2$ とおいて，$x=-2$，$y=8$ を代入すると，
$8=a\times(-2)^2$　$8=4a$　$a=2$
したがって，$y=2x^2$
(2) $y=2x^2$ に $x=-4$ を代入すると，
$y=2\times(-4)^2=32$

4 (1) $y=ax^2$ とおいて，$x=3$，$y=-3$ を代入すると，
$-3=a\times 3^2$　$-3=9a$　$a=-\frac{1}{3}$
したがって，$y=-\frac{1}{3}x^2$
(2) $y=-\frac{1}{3}x^2$ に $x=-6$ を代入すると，
$y=-\frac{1}{3}\times(-6)^2=-12$
(3) $y=-\frac{1}{3}x^2$ に $y=-27$ を代入すると，
$-27=-\frac{1}{3}x^2$　$x^2=81$　$x=\pm 9$

5 (1) $y=ax^2$ に $x=2$，$y=20$ を代入すると，
$20=a\times 2^2$　$a=5$
(2) $y=5x^2$ に x，y の値を代入していく。
$x=-4$ のとき，$y=5\times(-4)^2=80$
$x=0.2$ のとき，$y=5\times 0.2^2=0.2$
$x=1$ のとき，$y=5\times 1^2=5$
$y=125$ のとき，$125=5x^2$　$x^2=25$
$x=\pm 5$　$x>0$ であるから，$x=5$

6 それぞれ，次のように対応表をつくり，グラフが通る点を調べる。
(1)

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
x^2	16	9	4	1	0	1	4	9	16
y	8	4.5	2	0.5	0	0.5	2	4.5	8

(2)

x	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2
x^2	4	2.25	1	0.25	0	0.25	1	2.25	4
y	-8	-4.5	-2	-0.5	0	-0.5	-2	-4.5	-8

(3)

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
x^2	16	9	4	1	0	1	4	9	16
y	-8	-4.5	-2	-0.5	0	-0.5	-2	-4.5	-8

参考 放物線のグラフは，y 軸について線対称なので，実際には，$x=0$，1，2，3，…で y の値を調べ，それらの点と y 軸について線対称な点をとればよい。

7 ①，②はともに上に開いた放物線である。よって，$y=ax^2$ において，$a>0$ であるから，アかウのどちらかである。また，a の絶対値が大きいほど開き方は小さいので，②より開き方の小さい①の式は，ウである。つまり，①…ウ，②…ア

③，④はともに下に開いた放物線である。よって，$y=ax^2$ において，$a<0$ であるから，イかエのどちらかである。また，a の絶対値が大きいほど開き方は小さいので，④より開き方の小さい③の式は，エである。つまり，③…エ，④…イ

8 (1) 関数 $y=ax^2$…②のグラフ上に点 B(2, −2) があるので，
$y=ax^2$ に $x=2$，$y=-2$ を代入すると，$-2=a\times2^2$　　$a=-\frac{1}{2}$

グラフが通る点の x 座標，y 座標の値を，関数の式の x，y に代入する。

関数 $y=2x^2$…①のグラフ上に点 A(2, b) があるので，$y=2x^2$ に $x=2$，$y=b$ を代入すると，
$b=2\times2^2=8$

(2) ① $y=2x^2$ に $x=-4$ を代入すると，
$y=2\times(-4)^2=32$

② $y=-\frac{1}{2}x^2$ に $x=-4$ を代入すると，
$y=-\frac{1}{2}\times(-4)^2=-8$

p.90〜p.91　▶ 確認問題

1 (1) $y=x^2$，○　　(2) $y=12x$，×
(3) $y=2x^2$，○

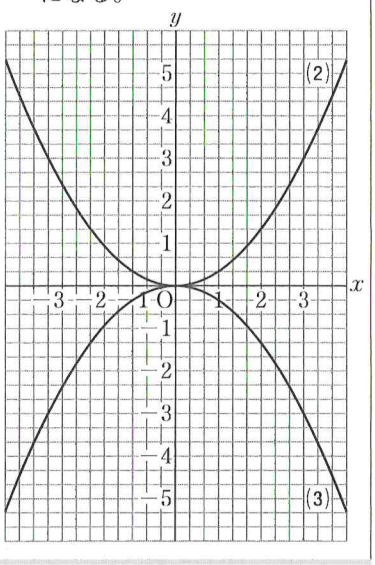
2 (1)

x(秒)	0	1	2	3	4	…
x^2	0	1	4	9	16	…
y(m)	0	0.4	1.6	3.6	6.4	…

(2) $y=0.4x^2$
(3) 4 倍，9 倍，…になる。

3 (1) $a=-4$
(2) $y=3x^2$
(3) $y=-18$

4 (1) (左から順に)
$3, \frac{4}{3}, \frac{4}{3}, 3$
(2) 右の図
(3) 右の図



5 (1) エ，オ
(2) エ
(3) ウとオ

6 (1) A(4, 4)
(2) $y=\frac{1}{2}x^2$

解説

1 $y=ax^2$ で表されるとき，y は x の 2 乗に比例する。
(1) 正方形の面積は (1 辺)^2 であるから，$y=x^2$
y は x の 2 乗に比例し，比例定数は 1 である。
(2) 立方体に辺は 12 本あるので，$y=12x$
y は x に比例する関数である。
(3) $y=x\times2x=2x^2$
y は x の 2 乗に比例し，比例定数は 2 である。

2 (1) 図の目もりは，1m を 5 等分しているので，1 目もりは 0.2m である。
(2) (1)の表から，y の値は，どこでも x^2 の値の 0.4 倍になっている。よって，$y=0.4x^2$
(3) (1)の表から，x の値が 2 倍，3 倍，…になると，y の値は 4 倍，9 倍，…になる。

3 倍
2 倍

x(秒)	0	1	2	3	4	…
y(m)	0	0.4	1.6	3.6	6.4	…

4 倍
9 倍

3 (1) $y=ax^2$ に $x=-2$，$y=-16$ を代入すると，
$-16=a\times(-2)^2$　　$-16=4a$　　$a=-4$
(2) y は x の 2 乗に比例するから，$y=ax^2$ と表される。
$x=3$，$y=27$ を代入すると，$27=a\times3^2$
$27=9a$　　$a=3$　　したがって，$y=3x^2$
(3) y は x の 2 乗に比例するから，$y=ax^2$ と表される。
$x=-2$，$y=-2$ を代入すると，$-2=a\times(-2)^2$
$-2=4a$　　$a=-\frac{1}{2}$　　したがって，$y=-\frac{1}{2}x^2$
$x=6$ を代入すると，$y=-\frac{1}{2}\times6^2=-18$

4 (2) (1)の表から x と y の値の組を座標とする点をとり，なめらかな曲線になるようにつなげる。
(3) (2)のグラフと x 軸について線対称なグラフをかく。

5 (1) $y=ax^2$ で $a<0$ のとき，下に開いた放物線になる。
(2) $y=ax^2$ で，a の絶対値が大きいほど，開き方は小さい。
(3) $y=ax^2$ と $y=-ax^2$ のグラフは，x 軸について線対称である。

6 (1) $y=\frac{1}{4}x^2$ に $x=4$ を代入すると，
$y=\frac{1}{4}\times4^2=4$　よって，座標は，A(4, 4) である。
(2) 点 B は，点 A の y 座標を 2 倍にした点なので，座標は (4, 8) である。
点 B を通る放物線の式を $y=ax^2$ とする。
$y=ax^2$ に $x=4$，$y=8$ を代入すると，
$8=a\times4^2$　　$a=\frac{1}{2}$　　したがって，$y=\frac{1}{2}x^2$

9 関数 $y=ax^2$ の値の変化

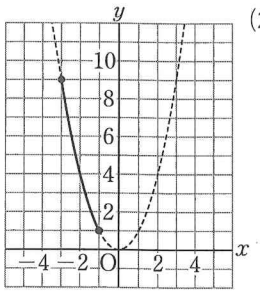
p.92〜p.95

1 ㋐ 負　㋑ 増加
㋒ 最大
2 (1) $1 \leqq y \leqq 9$　(2) $0 \leqq y \leqq 9$
3 (1) $-8 \leqq y \leqq 0$　(2) $-8 \leqq y \leqq 0$
4 (1) 18　(2) -15
5 (1) -4　(2) -8
(3) 6
6 (1) 9　(2) -18　(3) 3
7 (1) 4　(2) 直線 AB の傾き
8 (1) 秒速 6m　(2) 秒速 12m
9 ㋐ 放物線　㋑ 増加
㋒ 減少　㋓ 増加
㋔ 減少　㋕ 増加
㋖ 減少　㋗ 等しい
㋘ はない
10 (1) 60　(2) 48
11 (1) A$(-2,\ 4)$　B$(4,\ 16)$
(2) $y=2x+8$　(3) 24

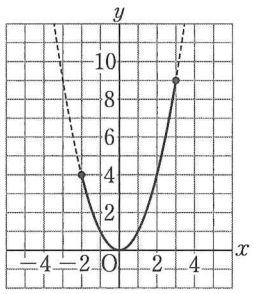
解説

1 関数 $y=ax^2$ のグラフで，$x \geqq 0$ の範囲で x の値が増加するとき，y の値が減少するのは，下に開いた放物線である。

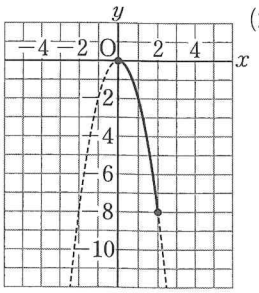
2 (1)



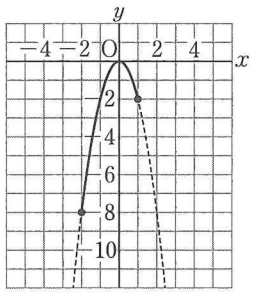
(2)



3 (1)



(2)



4 (1) x の増加量は，$5-1=4$
y の増加量は，$75-3=72$
変化の割合は，$\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=\dfrac{72}{4}=18$

(2) x の増加量は，$-2-(-3)=1$
y の増加量は，$12-27=-15$
変化の割合は，$\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=\dfrac{-15}{1}=-15$

5 (1) x の増加量は，$4-0=4$
y の増加量は，$-16-0=-16$

x	0	4
y	0	-16

変化の割合は，$\dfrac{-16}{4}=-4$

(2) x の増加量は，$6-2=4$
y の増加量は，$-36-(-4)$
$=-32$

x	2	6
y	-4	-36

変化の割合は，$\dfrac{-32}{4}=-8$

(3) x の増加量は，$-1-(-5)$
$=4$
y の増加量は，$-1-(-25)$
$=24$

x	-5	-1
y	-25	-1

変化の割合は，$\dfrac{24}{4}=6$

6 (1) $\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=\dfrac{6^2-3^2}{6-3}=\dfrac{27}{3}=9$

(2) $\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=\dfrac{-2\times6^2-(-2)\times3^2}{6-3}$
$=\dfrac{-54}{3}=-18$

(3) $\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=\dfrac{\frac{1}{3}\times6^2-\frac{1}{3}\times3^2}{6-3}=\dfrac{9}{3}=3$

7 (1) $\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=\dfrac{3^2-1^2}{3-1}=\dfrac{8}{2}=4$

(2) 関数 $y=x^2$ で，x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合は，$y=x^2$ のグラフ上の 2 点 A$(1,\ 1)$，B$(3,\ 9)$ を通る直線 AB の傾きを表している。直線 AB の傾きは，
傾き $=\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=\dfrac{9-1}{3-1}=\dfrac{8}{2}=4$

8 (1) 平均の速さは，
$\dfrac{\text{進んだ道のり}}{\text{かかった時間}}=\dfrac{3\times2^2}{2}=6(\text{m/s})$

(2) 平均の速さは，
$\dfrac{\text{進んだ道のり}}{\text{かかった時間}}=\dfrac{3\times3^2-3\times1^2}{3-1}$
$=\dfrac{24}{2}=12(\text{m/s})$

9 関数 $y=ax^2$ のグラフでは，$x=0$ を境として，x の値が増加したときの，y の値の変化が逆転する。

10 (1) 直線 AB と y 軸との交点を C とすると，
$\triangle\text{OAB}=\triangle\text{OAC}+\triangle\text{OBC}$
$=\dfrac{1}{2}\times12\times6+\dfrac{1}{2}\times12\times4$
$=36+24=60$

(2) $y=-\frac{1}{4}x^2$ に $y=-16$ を代入して点Aの x 座標を求める。

$-16=-\frac{1}{4}x^2$　　$x^2=64$　　$x=\pm 8$

$x<0$ より，A$(-8,\ -16)$

直線ABと y 軸との交点をCとすると，

$\triangle OAB=\triangle OAC+\triangle OBC$

$=\frac{1}{2}\times 8\times 8+\frac{1}{2}\times 8\times 4$

$=32+16=48$

11 (1) $y=x^2$ にそれぞれの x 座標の値を代入して，

$y=(-2)^2=4$　　A$(-2,\ 4)$

$y=4^2=16$　　B$(4,\ 16)$

(2) 2点A，Bを通る直線の傾きは

傾き $=\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=\frac{16-4}{4-(-2)}=2$

直線の式を $y=2x+b$ とおき，点A$(-2,\ 4)$ の座標の値を代入する。

$4=2\times(-2)+b$ より，$b=8$

よって，$y=2x+8$

(3) 直線ABと y 軸との交点をCとすると，点Cの y 座標は8だから，

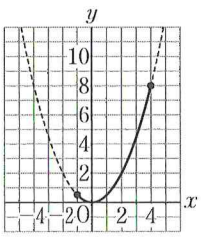
$\triangle OAB=\triangle OAC+\triangle OBC$

$=\frac{1}{2}\times 8\times 2+\frac{1}{2}\times 8\times 4$

$=8+16=24$

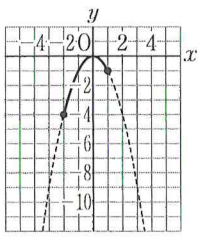
p.96〜p.97　▶ 確認問題

1 (1)



$0\leqq y\leqq 8$

(2)



$-4\leqq y\leqq 0$

2 (1) $-\frac{25}{3}\leqq y\leqq -\frac{4}{3}$　(2) $-12\leqq y\leqq -3$

(3) $-12\leqq y\leqq 0$

3 (1) 6　(2) 3

(3) -18

4 (1) -12　(2) 4

(3) 16

5 (1) 秒速 9.8m　(2) 秒速 24.5m

6 (1) イ　(2) エ

(3) ア　(4) ウ

7 (1) 21　(2) 64

(3) 60　(4) 45

解説

1 関数 $y=ax^2$ のグラフでは，$x=0$ を境に，x が増加したときの y の値の変化が逆転することに注意する。特に，x の変域に0がふくまれる場合，

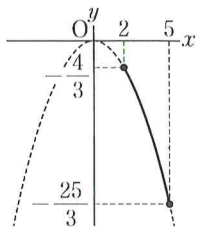
$y=ax^2\ (a>0)$ では，$x=0$ のとき，y は最小値0

$y=ax^2\ (a<0)$ では，$x=0$ のとき，y は最大値0

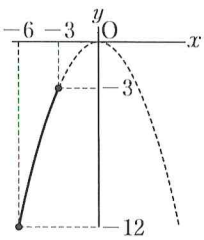
をとる。

関数 $y=ax^2$ で，x の変域に対応する y の変域について考えるときは，$y=ax^2$ のグラフをかいて考えるとよい。

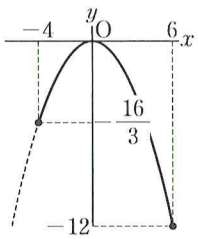
2 (1)



(2)



(3)



3 (1) $\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=\frac{4^2-2^2}{4-2}=\frac{16-4}{2}=6$

(2) x の増加量は，$4-2=2$

y の増加量は，$\frac{1}{2}\times 4^2-\frac{1}{2}\times 2^2=8-2=6$

よって，$\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=\frac{6}{2}=3$

(3) $\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=\frac{-3\times 4^2-(-3)\times 2^2}{4-2}$

$=\frac{-48-(-12)}{2}=-18$

4 (1) $\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=\frac{3\times(-1)^2-3\times(-3)^2}{-1-(-3)}$

$=\frac{3-27}{2}=-12$

(2) $\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=\frac{-1\times(-1)^2-(-1)\times(-3)^2}{-1-(-3)}$

$=\frac{-1+9}{2}=4$

(3) $\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=\frac{-4\times(-1)^2-(-4)\times(-3)^2}{-1-(-3)}$

$=\frac{-4-(-36)}{2}=16$

5 (1) 平均の速さは，

$\frac{\text{進んだ道のり}}{\text{かかった時間}}=\frac{4.9\times 2^2}{2}=9.8(\text{m/s})$

(2) 平均の速さは，

$$\frac{\text{進んだ道のり}}{\text{かかった時間}}=\frac{4.9\times3^2-4.9\times2^2}{3-2}$$
$$=4.9\times(3^2-2^2)$$
$$=24.5(\text{m/s})$$

6 (1) $y\geqq0$ で，上に開いた放物線である。

(2) 放物線は，$x=0$ を境に増加と減少が反対になる。直線 $y=ax+b$ は，$a>0$ のとき，つねに増加，$a<0$ のとき，つねに減少する。

(3) 一次関数の変化の割合は一定で，傾きに等しい。

(4) 上に開いた放物線は，最小値が 0，下に開いた放物線は，最大値が 0 である。

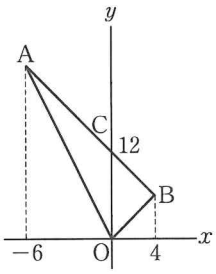
7 (1) 直線 AB と y 軸との交点を C とすると，

$\triangle OAB=\triangle OAC+\triangle OBC$

$$=\frac{1}{2}\times6\times3+\frac{1}{2}\times6\times4=9+12=21$$

(2) 点 A の座標は $(-4,\ 16)$，点 B の座標は $(4,\ 16)$ だから，$\frac{1}{2}\times(4+4)\times16=64$

(3) 点 A の座標は $(-6,\ 18)$，点 B の座標は $(4,\ 8)$ だから，2 点 A，B を通る直線の傾きは，$\frac{8-18}{4-(-6)}=-1$



直線 AB の式を $y=-x+b$ とおき，点 B$(4,\ 8)$ の座標の値を代入して，

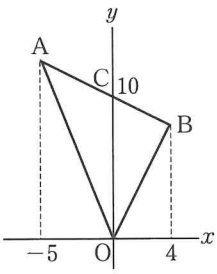
$8=-4+b$　　$b=12$　　よって，$y=-x+12$

直線 AB と y 軸との交点を C とすると，

$\triangle OAB=\triangle OAC+\triangle OBC$

$$=\frac{1}{2}\times12\times6+\frac{1}{2}\times12\times4=60$$

(4) 点 A の座標は $\left(-5,\ \frac{25}{2}\right)$，点 B の座標は $(4,\ 8)$ だから，2 点 A，B を通る直線の傾きは，



$$\left(8-\frac{25}{2}\right)\div\{4-(-5)\}$$
$$=-\frac{9}{2}\div9=-\frac{1}{2}$$

直線 AB の式を $y=-\frac{1}{2}x+b$ とおき，点 B$(4,\ 8)$ の座標の値を代入して，$8=-\frac{1}{2}\times4+b$　　$b=10$

よって，$y=-\frac{1}{2}x+10$

直線 AB と y 軸との交点を C とすると，

$\triangle OAB=\triangle OAC+\triangle OBC$

$$=\frac{1}{2}\times10\times5+\frac{1}{2}\times10\times4=45$$

10 いろいろな事象と関数の利用

p.98〜p.101

1 (1) $y=0.05x^2$　　(2) 80m

(3) 時速 $10\sqrt{2}$ km

2 (1) $y=1.5x^2$　　(2) 13.5m

(3) 4 秒後

3 (1) 4m　　(2) 6 秒

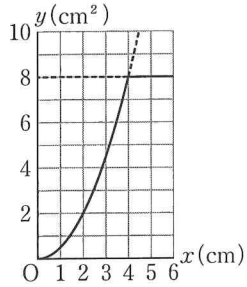
4 (1) $y=3x^2$　　(2) 27m

(3) 5 秒後

5 (1) ① $y=\frac{1}{2}x^2$

② $y=8$

(2) 右の図



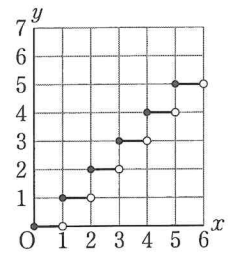
(3) $x=2\sqrt{3}$

6 (1) A

(2) B

7 イ

8 (1) $y=1$　　(2)



解説

1 (1) $y=ax^2$ とおいて，$x=20,\ y=20$ を代入すると，

$20=a\times20^2$　　$a=0.05$

したがって，$y=0.05x^2$　…①

(2) ①に $x=40$ を代入すると，$y=0.05\times40^2=80$

(3) ①に $y=10$ を代入すると，

$10=0.05x^2$　　$x=\pm10\sqrt{2}$

$x>0$ であるから，$x=10\sqrt{2}$

2 (2) $y=1.5x^2$ に $x=3$ を代入すると，

$y=1.5\times3^2=13.5$

(3) $y=1.5x^2$ に $y=24$ を代入すると，

$24=1.5x^2$　　$x^2=16$　　$x=\pm4$

$x>0$ であるから，$x=4$

3 (1) $y=\frac{1}{4}x^2$ に $x=4$ を代入すると，

$$y=\frac{1}{4}\times4^2=4$$

(2) $y=\frac{1}{4}x^2$ に $y=9$ を代入すると，

$9=\frac{1}{4}x^2$　　$x=\pm6$

$x>0$ であるから，$x=6$

4 (1) $y=ax^2$ とおいて，$x=2$，$y=12$ を代入すると，

$12=a\times2^2$　$a=3$

したがって，$y=3x^2$

(2) $y=3x^2$ に $x=3$ を代入すると，

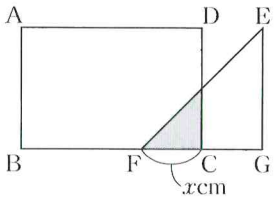
$y=3\times3^2=27$

(3) $y=3x^2$ に $y=75$ を代入すると，

$75=3x^2$　　$x^2=25$　　$x=\pm5$

$x>0$ より　$x=5$

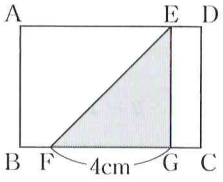
5 (1) ① 重なる部分の図形は，底辺，高さともに $x$cm の直角二等辺三角形であるから，



$y=\frac{1}{2}\times x\times x$

$=\frac{1}{2}x^2$

② 重なる部分の図形は △EFG であるから，



$y=\frac{1}{2}\times4\times4=8$

(2) $0\leqq x\leqq4$ は放物線，$4\leqq x\leqq6$ は直線のグラフになる。

(3) グラフより，面積が 6cm^2 になるのは $0\leqq x\leqq4$ のときであるから，

$y=\frac{1}{2}x^2$ に $y=6$ を代入すると，

$6=\frac{1}{2}x^2$　　$x^2=12$　　$x=\pm2\sqrt{3}$

$x>0$ であるから，$x=2\sqrt{3}$

6 運送会社 A と運送会社 B の料金を表に整理する。

運送会社 A

長さの合計	料金
80cm まで	900 円
120cm まで	1500 円
160cm まで	2100 円
200cm まで	2700 円
240cm まで	3300 円

運送会社 B

長さの合計	料金
50cm まで	1000 円
100cm まで	1500 円
150cm まで	2000 円
200cm まで	2500 円
250cm まで	3000 円

(1) 70cm のとき，A は 900 円，B は 1500 円

(2) 230cm のとき，A は 3300 円，B は 3000 円

7 プールに 1 つの入水管から水を入れるとき，入水管をあけてからの時間 x 分と水面の高さ $y$cm の関係は，$y=ax$ と表すことができる。

入水管を 2 つにすると，

水のたまる速さが 2 倍になるため，$y=2ax$

入水管を 3 つにすると，

水のたまる速さが 3 倍になるため，$y=3ax$

したがって，傾きの異なる直線をつないだグラフになる。

8 小数点以下を切り捨てるので，

$0\leqq x<1$ のとき，$y=0$

$1\leqq x<2$ のとき，$y=1$

$2\leqq x<3$ のとき，$y=2$

$3\leqq x<4$ のとき，$y=3$

$4\leqq x<5$ のとき，$y=4$

$5\leqq x<6$ のとき，$y=5$

(1) $1\leqq1.7<2$ より，$y=1$

(2) y の値がとびとびになっているので，階段状のグラフになる。

p.102〜p.103　▶ 確認問題

1 (1) $y=0.005x^2$　　(2) 12.5m

(3) 60km

2 (1) $y=1.5x^2$　　(2) 121.5m

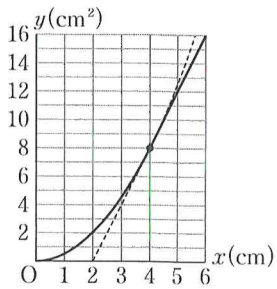
(3) 3 秒後

3 (1) 1m　　(2) 1.4 秒

4 (1) ① $y=\frac{1}{2}x^2$

② $y=4x-8$

(2)

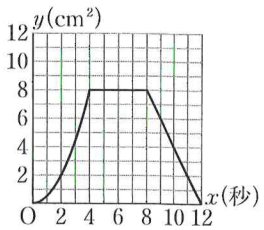


(3) $x=4.5$

5 (1) ① $y=\frac{1}{2}x^2$　　② $y=8$

③ $y=-2x+24$

(2)



(3) $x=2\sqrt{2}$，$x=10$

6 (1) 1800 円　　(2) 240 分

解　説

1 (1) $y=ax^2$ とおいて，$x=30$，$y=4.5$ を代入すると，

$4.5=a\times30^2$　　$a=0.005$

したがって，$y=0.005x^2$

(2) $y=0.005x^2$ に $x=50$ を代入すると，

$y=0.005\times50^2=12.5$

(3) $y=0.005x^2$ に $y=18$ を代入すると，

$18=0.005x^2$　　$x^2=3600$　　$x=\pm60$

$x>0$ であるから，$x=60$

2 (1) $y=ax^2$ とおいて，$x=6$，$y=54$ を代入すると，

$54=a\times6^2$　　$a=1.5$

したがって，$y=1.5x^2$

(2) $y=1.5x^2$ に $x=9$ を代入すると，

$y=1.5\times9^2=121.5$

(3) $y=1.5x^2$ に $y=13.5$ を代入すると，

$13.5=1.5x^2$　　$x^2=9$　　$x=\pm3$

$x>0$ であるから，$x=3$

3 (1) $y=\frac{1}{4}x^2$ に $x=2$ を代入すると，

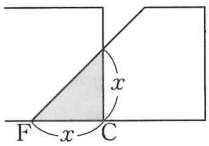
$y=\frac{1}{4}\times2^2=1$

(2) $y=\frac{1}{4}x^2$ に $y=0.49$ を代入すると，

$0.49=\frac{1}{4}x^2$　　$x^2=\frac{49}{100}\times4$　　$x=\pm1.4$

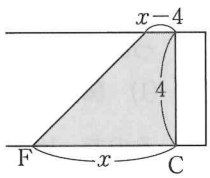
$x>0$ であるから，$x=1.4$

4 (1) ① 重なる部分の図形は，底辺，高さともに $x$cm の直角二等辺三角形であるから，



$y=\frac{1}{2}\times x\times x=\frac{1}{2}x^2$

② 重なる部分の図形は，右の図のような台形になる。よって，



$y=\frac{1}{2}\{(x-4)+x\}\times4$

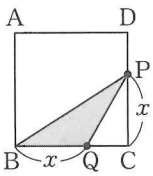
$=4x-8$

(3) (2)のグラフより，面積が 10cm^2 になるのは $4\leqq x\leqq6$ のときであるから，

$y=4x-8$ に $y=10$ を代入すると，

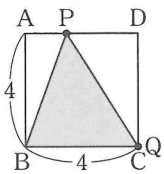
$10=4x-8$　　$x=4.5$

5 (1) ① $0\leqq x\leqq4$ のとき，点Pは辺CD上，点Qは辺BC上にある。BQ＝CP＝$x$cm であるから，



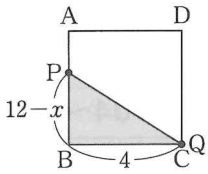
$y=\frac{1}{2}x^2$

② $4\leqq x\leqq8$ のとき，点Pは辺DA上を動き，点QはCに停止している。よって，



$y=\frac{1}{2}\times4\times4=8$

③ $8\leqq x\leqq12$ のとき，点Pは辺AB上を動き，点QはCに停止している。



BP＝(CD＋DA＋AB)$-x$

$=12-x$(cm)

であるから，

$y=\frac{1}{2}\times4\times(12-x)=-2x+24$

(2) 変域に注意して，グラフをかく。

①のとき，$y=\frac{1}{2}x^2$ $(0\leqq x\leqq4)$

原点，点(2, 2)，(4, 8)を通る放物線をかく。

②のとき，$y=8$ $(4\leqq x\leqq8)$

点(4, 8)，(8, 8)を通り x 軸と平行な直線をかく。

③のとき，$y=-2x+24$ $(8\leqq x\leqq12)$

点(8, 8)，(12, 0)を通る直線をかく。

(3) グラフより，$y=4$ となるのは，①のときと，③のときの2回あることがわかる。

①のとき，$4=\frac{1}{2}x^2$　　$x^2=8$

$0\leqq x\leqq4$ であるから，$x=2\sqrt{2}$

③のとき，$4=-2x+24$　　$x=10$

6 時間と料金の関係を表に整理する。

時間	料金
60分まで	600円
90分まで	900円
120分まで	1200円
150分まで	1500円
180分まで	1800円
210分まで	2100円
240分まで	2400円

(1) 2時間40分＝160分

表から読みとって，1800円。

別解 60分までを基本料金とし，30分ごとに加算される。

160−60＝100(分)

100÷30＝3 あまり 10

4回加算されるから，600＋300×4＝1800(円)

(2) 表から読みとって，240分。

別解 600円から加算された金額は，

2400−600＝1800(円)

30分ごとに300円加算されるので，

1800÷300＝6

6回加算されるから，

60＋30×6＝60＋180＝240(分)

絶対落とせない! 必答 ✓ 問題

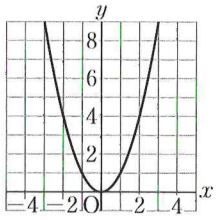
p.104〜p.107

1 (1) ㋐ 2乗　㋑ 比例定数
㋒ a（比例定数）
(2) ㋓ n^2
(3) ㋔ 原点　㋕ y 軸
㋖ 放物線
(4) ㋗ x 軸
(5) ㋘ 放物線の軸　㋙ 放物線の頂点
㋚ y 軸　㋛ 原点
(6) ㋜ 上　㋝ 下
(7) ㋞ 小さ　㋟ 大き
(8) ㋠ 減少　㋡ 増加
(9) ㋢ 増加　㋣ 減少

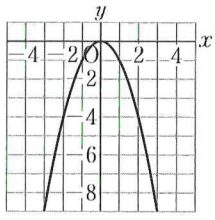
2 (1) $y=\frac{\pi}{2}x^2$，○　(2) $y=50x$，×
(3) $y=4x^2$，○

3 (1) $y=4x^2$　(2) $y=16$
(3) $x=\pm5$

4 (1)



(2)



5 (1) イ，ウ，エ　(2) オ
(3) アとウ

6 (1) $a=\frac{1}{2}$，$b=\frac{9}{2}$　(2) $a=-\frac{1}{4}$，$b=4$

7 (1) $1\leqq y\leqq16$　(2) $0\leqq y\leqq25$
(3) $0\leqq y<16$

8 (1) 3　(2) 2　(3) −4

9 (1) 80m　(2) 6秒
(3) 秒速 20m

10 (1) A(−2, 2)　B(6, 18)
(2) $y=2x+6$　(3) 24

11 (1) 64cm　(2) 0.8秒

12 (1) 式…$y=3x^2$，変域…$0\leqq x\leqq2$
(2) 式…$y=6x$，変域…$2\leqq x\leqq6$
(3) $x=\sqrt{3}$

解説

2 (1) 半径 $x$cm の円の面積は πx^2cm^2 である。半円であるから，$y=\frac{\pi}{2}x^2$
これは x の2乗に比例する。

(2) (距離)＝(速さ)×(時間) であるから，$y=50x$
y は x に比例するが，x の2乗には比例しない。

(3) (角錐の体積)＝$\frac{1}{3}$×(底面積)×(高さ)
であるから，
$y=\frac{1}{3}\times x^2\times12=4x^2$
これは x の2乗に比例する。

3 (1) $y=ax^2$ とおいて，$x=-3$，$y=36$ を代入すると，$36=a\times(-3)^2$　$a=4$
したがって，$y=4x^2$

(2) $y=4x^2$ に $x=2$ を代入すると，
$y=4\times2^2=16$

(3) $y=4x^2$ に $y=100$ を代入すると，
$100=4x^2$　$x^2=25$　$x=\pm5$

4 (1)

x	0	1	2	3
y	0	1	4	9

x の値がマイナスになっても y の値は同じである。
よって，次の点をなめらかな曲線で結ぶ。
(−3, 9)，(−2, 4)，(−1, 1)，(0, 0)，
(1, 1)，(2, 4)，(3, 9)

(2) (1)のグラフと x 軸について対称なグラフをかく。

5 (1) $y=ax^2$ で，$a<0$ のとき，グラフは下に開いている。

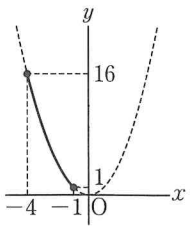
(2) $y=ax^2$ で，a の絶対値が小さいほど，グラフの開き方は大きくなる。

(3) $y=ax^2$ で，a の絶対値が等しく符号が異なる2つのグラフは x 軸について線対称である。

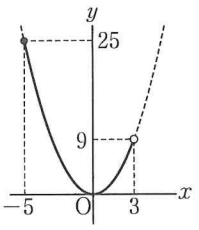
6 (1) 関数 $y=ax^2$ のグラフ上に点 A(−6, 18) があるので，$18=a\times(-6)^2$　$a=\frac{1}{2}$
点 B(3, b) も関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上の点だから，
$b=\frac{1}{2}\times3^2=\frac{9}{2}$

(2) 関数 $y=ax^2$ のグラフ上に点 A(−8, −16) があるので，$-16=a\times(-8)^2$　$a=-\frac{1}{4}$
点 B(b, −4) も関数 $y=-\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上の点だから，$-4=-\frac{1}{4}\times b^2$　$b^2=16$　$b=\pm4$
$b>0$ より，$b=4$

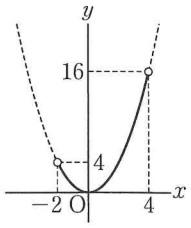
7 (1)



(2)



(3)



8 (1) (x の増加量)$=-2-(-4)=2$

(y の増加量)$=-\frac{1}{2}\times(-2)^2-\left\{-\frac{1}{2}\times(-4)^2\right\}$

$=-2-(-8)=6$

$\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=\frac{6}{2}=3$

(2) (x の増加量)$=-1-(-3)=2$

(y の増加量)$=-\frac{1}{2}\times(-1)^2-\left\{-\frac{1}{2}\times(-3)^2\right\}$

$=-\frac{1}{2}-\left(-\frac{9}{2}\right)=4$

$\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=\frac{4}{2}=2$

(3) (x の増加量)$=6-2=4$

(y の増加量)$=-\frac{1}{2}\times6^2-\left(-\frac{1}{2}\times2^2\right)$

$=-18+2=-16$

$\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=\frac{-16}{4}=-4$

9 (1) $y=5x^2$ に $x=4$ を代入すると,

$y=5\times4^2=80$

(2) $y=5x^2$ に $y=180$ を代入すると,

$180=5x^2$　　$x^2=36$　　$x=\pm6$

$x>0$ であるから, $x=6$

(3) $\frac{5\times3^2-5\times1^2}{3-1}=\frac{45-5}{2}=20$

10 (1) 2点A, Bはともに $y=\frac{1}{2}x^2$ 上の点であるから,

x 座標の値を代入して y 座標を求める。

点Aの y 座標…$y=\frac{1}{2}\times(-2)^2=2$

点Bの y 座標…$y=\frac{1}{2}\times6^2=18$

(2) 2点A, Bを通る直線の傾きは,

傾き$=\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=\frac{18-2}{6-(-2)}=2$

よって, 直線の式を $y=2x+b$ とおき, 点A$(-2,\ 2)$ の座標の値を代入すると,

$2=2\times(-2)+b$ より, $b=6$

したがって, $y=2x+6$

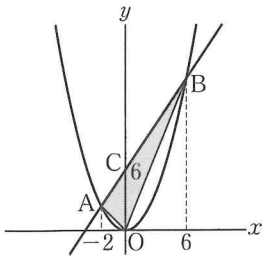
(3) 直線ABと y 軸との交点をCとすると,

△OAB

$=$△OAC$+$△OBC

$=\frac{1}{2}\times6\times2+\frac{1}{2}\times6\times6$

$=24$



11 (1) $y=ax^2$ に $x=2$, $y=1$ を代入すると,

$1=a\times2^2$　　$a=\frac{1}{4}$　　よって, $y=\frac{1}{4}x^2$

$y=\frac{1}{4}x^2$ に $x=1.6$ を代入すると,

$y=\frac{1}{4}\times1.6^2=0.64$

(2) $y=\frac{1}{4}x^2$ に $y=0.16$ を代入すると,

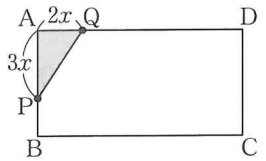
$0.16=\frac{1}{4}x^2$　　$x^2=0.64$　　$x=\pm0.8$

$x>0$ であるから, $x=0.8$

12 (1) 点Pが辺AB上にあるのは, $0\leqq x\leqq2$ のときで, AP$=3x$cm

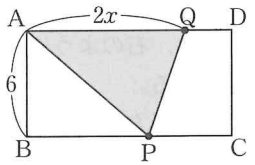
AQ$=2x$cm であるから,

$y=\frac{1}{2}\times3x\times2x=3x^2$



(2) 点Pが辺BC上にあるのは, $2\leqq x\leqq6$ のときで, △APQは底辺 $2x$cm, 高さ 6cm であるから,

$y=\frac{1}{2}\times2x\times6=6x$



(3) グラフは右のようになる。グラフより, $y=9$ となるのは, $0\leqq x\leqq2$ のときである。

$y=3x^2$ に $y=9$ を代入すると,

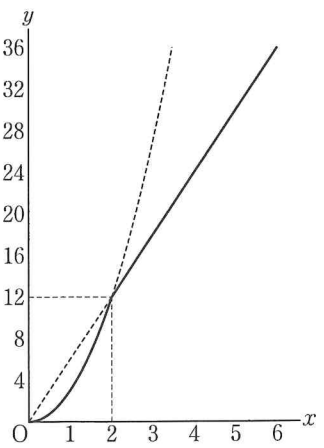
$9=3x^2$

$x^2=3$

$x=\pm\sqrt{3}$

$x>0$ であるから,

$x=\sqrt{3}$



差がつく！ 活用問題

p.108〜p.109

1 (1) PQ…$2a$　　PR…$\frac{a^2}{3}$

(2) P(6, 12)

2 (1) $a=3$　　(2) $a=-4$

(3) $a=\frac{1}{3}$, $b=0$

(4) $a=-4$　　(5) $a=-\frac{1}{2}$

3 (1) 48　　(2) $y=5x$

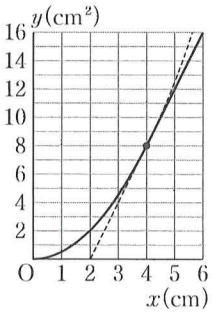
(3) P(0, -24)

4 (1) ① $y=\frac{1}{2}x^2$

② $y=4x-8$

(2) 右の図

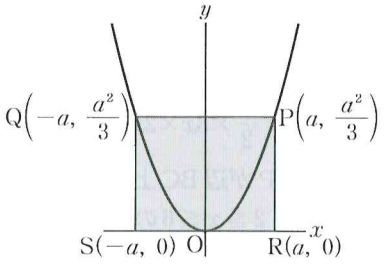
(3) $x=5$



5 ウ

解説

1 (1) 点Pと点Q，点Rと点Sはy軸について対称であるから，それぞれの座標は，右のようになる。



(2) 正方形になるのは，PQ＝PRのときだから，

$2a=\frac{a^2}{3}$　　$a>0$であるから，$a=6$

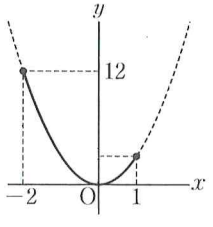
よって，点Pのy座標は，$y=\frac{6^2}{3}=12$

2 (1) $0\leqq y\leqq 12$より，$a>0$

xの値の絶対値が大きい方が対応するyの値が大きくなるから，$y=12$になるのは，$x=-2$のときである。

$y=ax^2$に$x=-2$，$y=12$を代入すると，

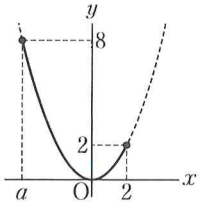
$12=a\times(-2)^2$　　$a=3$



(2) $x=2$のとき，$y=2$であるから，yが最大値8になるのは，$x=a$のときである。

$8=\frac{1}{2}a^2$　　$a=\pm 4$

yの最小値は0であるから，



xの変域は0をふくむ。よって，$a\leqq 0$である。

以上より，$a=-4$

(3) yの変域より，$a>0$

$x=0$がxの変域にふくまれ，$x=0$のとき，yは最小値をとるから，$b=0$

$x=3$のとき，yは最大値3をとるから，

$3=a\times 3^2$　　$a=\frac{1}{3}$

(4) (変化の割合)$=\frac{-2(a+2)^2-(-2a^2)}{(a+2)-a}=-4a-4$

よって，$-4a-4=12$　　$a=-4$

(5) この場合の$y=ax^2$の変化の割合は，

$\frac{a\times 6^2-a\times 4^2}{6-4}=10a$

一次関数の変化の割合は一定で，傾きに等しいので，

$10a=-5$　　$a=-\frac{1}{2}$

3 (1) $y=-\frac{1}{4}x^2$に，$x=-8$，$x=4$を代入して，点A，Bのy座標を求めると，それぞれ-16，-4である。

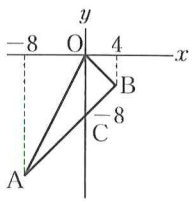
2点A(-8, -16)，B(4, -4)を通る直線の傾きは，

$\frac{-4-(-16)}{4-(-8)}=1$

直線ABの式を$y=x+b$とおき，点Aの座標の値を代入すると，$-16=-8+b$　　$b=-8$

よって，直線ABの式は，$y=x-8$

直線ABとy軸の交点をCとすると，



$\triangle OAB=\triangle OAC+\triangle OBC$

$=\frac{1}{2}\times 8\times 8+\frac{1}{2}\times 8\times 4$

$=48$

(2) 2点A，Bの中点をMとすると，点Mの座標は，

$\left(\frac{(-8)+4}{2}, \frac{(-16)+(-4)}{2}\right)=(-2, -10)$

原点と，点M(-2, -10)を通る直線の式は，$y=5x$である。

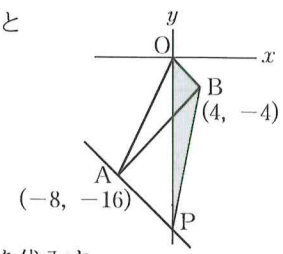
(3) △OABの底辺を辺OBと考える。直線OBの式は，

$y=-x$

点Aを通り，直線OBと平行な直線の式を

$y=-x+c$

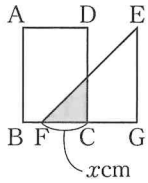
とおき，点Aの座標の値を代入すると，$-16=-(-8)+c$　　$c=-24$



$y=-x-24$とy軸との交点(0, -24)が点Pである。

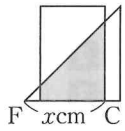
別解　点Pの座標を(0, $-p$)とおき，△OPBの底辺をOP＝pとみると，高さは点Bのx座標4と等しい。$\frac{1}{2}\times p\times 4=48$　　$p=24$

4 (1) ① 重なる部分の図形は，底辺，高さともに $x$cm の直角二等辺三角形であるから，

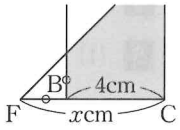


$$y=\frac{1}{2}\times x\times x=\frac{1}{2}x^2$$

② FB＝FC－BC＝$x-4$(cm)
重なる部分の図形は，上底 $(x-4)$ cm，下底 $x$cm，高さ 4cm の台形であるから，



$$y=\frac{1}{2}\times\{(x-4)+x\}\times 4$$
$$=4x-8$$



別解 $y=\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}(x-4)^2$
$$=\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}(x^2-8x+16)$$
$$=4x-8$$

(2) 点 (4, 8) で放物線と直線がつながる。

(3) 長方形の面積の半分は，$6\times4\div2=12$(cm²)であるから，(2)のグラフより，$4\leqq x\leqq 6$ のときである。
$y=4x-8$ に $y=12$ を代入して，
$12=4x-8$　　$x=5$

5 右の図は水そうを横から見た図である。
図1～**図3**の3つの範囲に分けて考える。それぞれに，y は x の値によって，一定の割合で増えていくので，y は x の一次関数であり，右上がりの直線となる。
ただし，底面の面積は**図1**から**図3**になるにつれて，せまくなるので，直線の傾きは**図1**～**図3**の間で段階的に急になる。
よって，ウのような形のグラフとなる。

図1

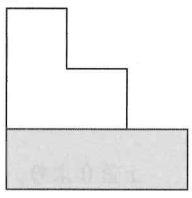


図2

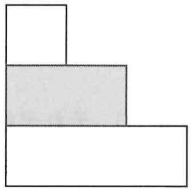
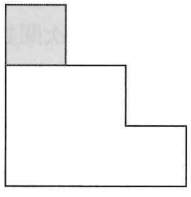


図3



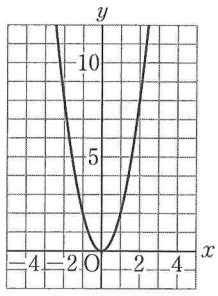
定期テスト 得点UP問題 (1)

p.110～p.111

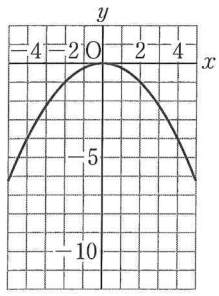
1 (1) ㋐…2，㋑…8，㋒…8，㋓…64
(2) $y=\frac{1}{2}x^2$
(3) 4倍，9倍，…になる。

2 (1) $y=-\frac{4}{3}x^2$　　(2) $y=-48$
(3) $x=\pm3\sqrt{3}$

3 (1)



(2)



4 ① ア　　② エ
③ ウ　　④ イ

5 (1) A(4, 16)　　(2) $a=-\frac{1}{2}$

6 (1) $-8\leqq y\leqq -2$　　(2) $-\frac{9}{2}\leqq y\leqq 0$

7 $a=\frac{1}{3}$

8 (1) 2　　(2) $-\frac{7}{3}$

9 $a=1$

解説

1 (1) △BPQ は，底辺も高さも $x$cm の直角二等辺三角形である。
(3) (1)の表より，x の値が2倍になると，y の値は4倍，x の値が4倍になると，y の値は16倍になる。したがって，x の値が3倍になると，y の値は9倍になる。

2 (1) $y=ax^2$ とおいて，$x=-3$，$y=-12$ を代入すると，$-12=a\times(-3)^2$　　$a=-\frac{4}{3}$
したがって，$y=-\frac{4}{3}x^2$　…①
(2) ①に $x=6$ を代入して，$y=-\frac{4}{3}\times6^2=-48$
(3) ①に $y=-36$ を代入して，
$-36=-\frac{4}{3}x^2$　　$x^2=27$
よって，$x=\pm3\sqrt{3}$　←x の値は2つある。

3 (1) 点 $(-2, 8)$，$(-1, 2)$，$(0, 0)$，$(1, 2)$，$(2, 8)$ をなめらかな曲線で結び，両端をのばす。

(2) 点$(-4,\ -4)$, $(-2,\ -1)$, $(0,\ 0)$, $(2,\ -1)$, $(4,\ -4)$をなめらかな曲線で結び，両端をのばす。

4 ①，②はともに上に開いた放物線である。よって，アかエのどちらかである。また，①は，②より開き方が小さいので，アである。つまり，①…ア，②…エ

③，④はともに下に開いた放物線である。よって，イかウのどちらかである。また，③は，④より開き方が小さいので，ウである。つまり，③…ウ，④…イ

5 (1) 放物線はy軸について線対称なので，点Aのx座標は$AB=8$の半分より，4である。

$y=x^2$に$x=4$を代入して，

$y=4^2=16$

よって，$A(4,\ 16)$

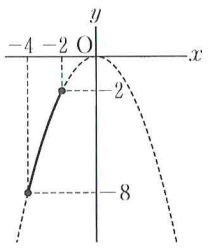
(2) $AD=24$で点Aのy座標が16なので，

$24-16=8$より，点Dのy座標は-8である。

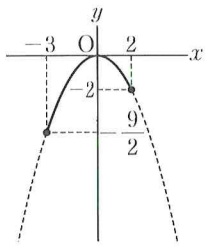
$y=ax^2$に，$x=4$，$y=-8$を代入すると，

$-8=a\times4^2 \qquad a=-\dfrac{1}{2}$

6 (1)



(2)

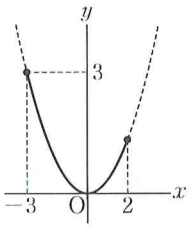


7 $0\leqq y\leqq3$より，$a>0$

xの値の絶対値が大きい方が対応するyの値が大きくなるから，

$y=3$になるのは，$x=-3$のとき。

$y=ax^2$に$x=-3$，$y=3$を代入すると，



$3=a\times(-3)^2 \qquad a=\dfrac{1}{3}$

8 (1) (xの増加量)$=-2-(-4)=2$

(yの増加量)$=-\dfrac{1}{3}\times(-2)^2-\left\{-\dfrac{1}{3}\times(-4)^2\right\}$

$=-\dfrac{4}{3}-\left(-\dfrac{16}{3}\right)=4$

$\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=\dfrac{4}{2}=2$

(2) (xの増加量)$=5-2=3$

(yの増加量)$=-\dfrac{1}{3}\times5^2-\left(-\dfrac{1}{3}\times2^2\right)$

$=-\dfrac{25}{3}-\left(-\dfrac{4}{3}\right)=-7$

$\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=\dfrac{-7}{3}=-\dfrac{7}{3}$

9 (変化の割合)$=\dfrac{3(a+3)^2-3a^2}{(a+3)-a}=6a+9$

よって，$6a+9=15 \qquad a=1$

定期テスト 得点UP問題 (2)

p.112〜p.113

1 (1) $y=4.9x^2$ (2) $\dfrac{20}{7}$秒

(3) 秒速29.4m

2 (1) イ，ウ，エ，カ (2) イ，ウ

3 (1) $P(-4,\ 8)$，$Q(2,\ 2)$

(2) $y=-x+4$ (3) 12

4 (1) $y=0.007x^2$ (2) 37.2m

5 (1) ① 式…$y=\dfrac{1}{2}x^2$，変域…$0\leqq x\leqq6$

② 式…$y=18$，変域…$6\leqq x\leqq12$

③ 式…$y=-3x+54$，変域…$12\leqq x\leqq18$

(2) $x=2\sqrt{6}$，$x=14$

6 (1) 1060円 (2) 11kg

(3) ○ xの値に対してyの値がただ1つ決まるから。

解説

1 (1) $y=ax^2$とおいて，$x=2$，$y=19.6$を代入すると，

$19.6=a\times2^2 \qquad a=4.9$

したがって，$y=4.9x^2$ …①

(2) ①に$y=40$を代入して，

$40=4.9x^2 \qquad x^2=\dfrac{400}{49} \qquad x=\pm\dfrac{20}{7}$

$x\geqq0$より，$x=\dfrac{20}{7}$

(3) $\dfrac{\text{進んだ道のり}}{\text{かかった時間}}=\dfrac{4.9\times4^2-4.9\times2^2}{4-2}$

$=\dfrac{4.9\times(4^2-2^2)}{2}=29.4(\text{m/s})$

2 (1) それぞれの関数のグラフをかいて，xの値が増加するときの，yの値の変化をみる。

(2) グラフから，1から2までの変化の割合が負の値をとる関数を選ぶと，イ，ウ，エ，カ。

イは一次関数だから，つねに変化の割合は傾きである-1。よって，あてはまる。

ウのyの増加量は $-\dfrac{1}{3}\times2^2-\left(-\dfrac{1}{3}\right)\times1^2=-1$

よって，変化の割合は，-1で，あてはまる。

エのyの増加量は $\dfrac{12}{2}-\dfrac{12}{1}=6-12=-6$

よって，変化の割合は，-6で，あてはまらない。

カの変化の割合は，$\dfrac{-3\times2^2-(-3)\times1^2}{2-1}=-9$で，あてはまらない。

3 (1) 2点P，Qはともに$y=\dfrac{1}{2}x^2$上の点であるから，

x 座標の値を代入して y 座標を求める。

点Pの y 座標…$y=\frac{1}{2}\times(-4)^2=8$

点Qの y 座標…$y=\frac{1}{2}\times 2^2=2$

(2) 2点P，Qを通る直線の傾きは，

傾き $=\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=\frac{2-8}{2-(-4)}=-1$

よって，直線の式を $y=-x+b$ とおき，点Q(2, 2)の座標の値を代入すると，

$2=-2+b$ より，$b=4$

よって，$y=-x+4$

(3) 直線PQと y 軸との交点をRとすると，

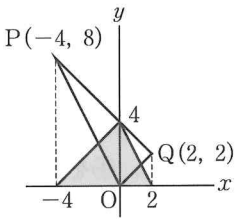
$\triangle OPQ=\triangle OPR+\triangle OQR$

$=\frac{1}{2}\times 4\times 4+\frac{1}{2}\times 4\times 2$

$=12$

別解 右の図のような等積変形により，△OPQの面積は，底辺6，高さ4の三角形の面積と等しいから，

$\frac{1}{2}\times 6\times 4=12$



4 (1) $y=ax^2$ に $x=50$，$y=17.5$ を代入すると，

$17.5=a\times 50^2$　　$a=0.007$

よって，$y=0.007x^2$

(2) $y=ax$ に $x=50$，$y=10$ を代入すると，

$10=50a$　　$a=\frac{1}{5}$

よって，時速60kmの空走距離は　$y=\frac{1}{5}x$ に

$x=60$ を代入すると，$y=\frac{1}{5}\times 60=12$(m)

また，時速60kmで走るときの制動距離は，

$y=0.007x^2$ に $x=60$ を代入すると，

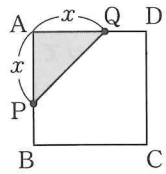
$y=0.007\times 60^2=25.2$(m)

したがって，車間は制動距離＋空走距離であるから，

$25.2+12=37.2$(m)

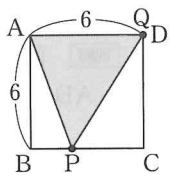
5 (1) ① $0\leqq x\leqq 6$ のとき，点Pは辺AB上に，点Qは辺AD上にあり，動いた長さはそれぞれ $x$cmである。

$y=\frac{1}{2}x^2$



② $6\leqq x\leqq 12$ のとき，点Pは辺BC上を動き，点Qは点Dに停止する。

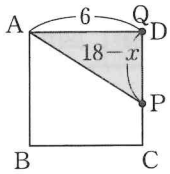
$y=\frac{1}{2}\times 6\times 6=18$



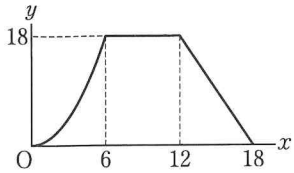
③ $12\leqq x\leqq 18$ のとき，点Pは辺CD上を動き，点Qは点Dに停止する。

$y=\frac{1}{2}\times 6\times(18-x)$

$=-3x+54$



(1)のグラフは，右の図のようになる。



(2) グラフより，$y=12$ となるのは，①と③のときである。

①のとき，$12=\frac{1}{2}x^2$　　$x=\pm 2\sqrt{6}$

$0\leqq x\leqq 6$ であるから，$x=2\sqrt{6}$

③のとき，$12=-3x+54$　　$x=14$

6 3kgまでは580円で，その後1kg増えるごとに120円加算される。表に整理すると，右のようになる。

重さ	料金
3kgまで	580円
4kgまで	700円
5kgまで	820円
6kgまで	940円
7kgまで	1060円
8kgまで	1180円
9kgまで	1300円
10kgまで	1420円
11kgまで	1540円

1kgごとで区切ったとき，はんぱも加算される。

別解

(1) $6.4-3=3.4$(kg)

1kgごとに加算されるので，加算は4回となる。

$580+120\times 4=1060$(円)

(2) $1540-580=960$(円)

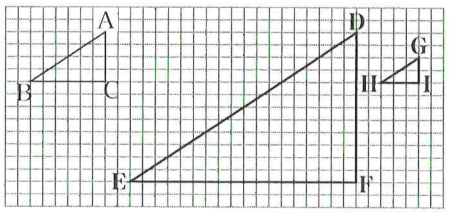
1回の加算は120円なので，$960\div 120=8$ より，加算は8回である。つまり8kgまで重さが増えてもよい。

$3+8=11$(kg)

11 図形と相似

p.114〜p.117

1 (1)



(2) △ABC∽△DEF，△ABC∽△GHI

(3) ㋐…HI，㋑…FD，㋒…HGI，
㋓…GHI，㋔…HIG

2 ㋐…4：5，㋑…4：5，㋒…4：5，㋓…4：5

3 (1) 相似比…4：3，x の値…$x=6$

(2) 相似比…1：2，x の値…$x=4$

4 (1) $x=3$

(2) AB：AC…2：1，DE：DF…2：1

5 (1) $x=4$　　(2) $x=2.8$

6 相似な三角形(相似条件)の形で，
㋐と㋒(2組の角が，それぞれ等しい)
㋑と㋔(3組の辺の比が，すべて等しい)
㋓と㋕(2組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しい)

7 (1) 辺AC，∠B　　(2) 辺AB，∠A，∠C

8 ㋐…4：3，㋑…4：3，㋒…DBE
㋓…2組の辺の比とその間の角

9 △ABCと△ADEで，
平行線の同位角より，∠ABC＝∠ADE　…①
また，∠Aは共通　…②
①，②より，2組の角が，それぞれ等しいから，
△ABC∽△ADE

10 (1) △ABCと△AEDで，
AB：AE＝18：9＝2：1
AC：AD＝12：6＝2：1
よって，AB：AE＝AC：AD　…①
また，∠Aは共通　…②
①，②より，2組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しいから，
△ABC∽△AED

(2) $\frac{21}{2}$

解説

1 (1) ∠C＝90°で，辺BC，ACの長さを3倍にすると△DEFに，$\frac{1}{2}$ にすると△GHIになる。

(3) DE：GH＝3AB：$\frac{1}{2}$AB＝3：$\frac{1}{2}$＝6：1

3 (1) 相似比は，AB：DE＝12：9＝4：3
8：x＝4：3　　$4x=8\times3$　　$x=6$

(2) 相似比は，BC：FG＝6：12＝1：2
x：8＝1：2　　$2x=8$　　$x=4$

4 (1) AB：DE＝AC：DFより
10：6＝5：x　　$10x=6\times5$　　$x=3$

(2) AB：AC＝DE：DF＝2：1より，相似な図形では，それぞれの図形を構成する辺の長さの比も等しいことがわかる。

5 図形を構成する辺の比をくらべる。

(1) AC：BC＝9：4.5＝2：1
DF：EF＝8：x
よって，8：x＝2：1　　$2x=8$　　$x=4$

(2) AB：AC＝12：4＝3：1
DE：DF＝8.4：x
よって，8.4：x＝3：1　　$3x=8.4$　　$x=2.8$

別解　対応する辺の比をくらべる。
(1) 9：8＝4.5：x　　$9x=8\times4.5$　　$x=4$
(2) 12：8.4＝4：x　　$12x=8.4\times4$　　$x=2.8$

6 ㋐と㋒は70°と60°の2組の角が，それぞれ等しい。
㋑，㋔，㋖を構成する3辺を短い順に並べると，
㋑…2：2.5：3＝4：5：6
㋔…2.4：3：3.6＝4：5：6
㋖…2.8：3：3.2＝14：15：16
よって，3組の辺の比が，すべて等しいのは，㋑と㋔
㋓の2.1cmと4.5cmの辺がはさむ角の大きさは，
180°−(92°＋28°)＝60°
60°をはさむ2辺の比は，2.1：4.5＝7：15
㋕の60°をはさむ2辺の比は，1.4：3＝7：15
よって，㋓と㋕は2組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しい。

7 (1) 2組の辺の長さをふくむ相似条件は，
3組の辺→2組の辺＋1組の辺
2組の辺とその間の角→2組の辺＋その間の角
よって，辺ACまたは∠Bを調べればよい。

(2) 1組の辺と角をふくむ相似条件は，
2組の辺とその間の角→1組の辺と角＋1組の辺
2組の角→1組の角＋1組の角
よって，辺AB，∠A，∠Cのなかのどれか1つを調べればよい。

10 (2) (1)より，△ABCと△AEDの相似比は，2：1
よって，CB：DE＝2：1　　21：DE＝2：1
$2DE=21$　　$DE=\frac{21}{2}$

別解　図形を構成する辺の比で求める。
AD：DE＝AC：CB　　6：DE＝12：21
$12DE=6\times21$　　$DE=\frac{21}{2}$

p.118〜p.119 ▶ 確認問題

1 (1) 2倍　(2) △ABC∽△GIH

2 (1) 2：3　(2) ①…12cm，②…65°

3 (1) $x=6$　(2) $x=4.2$　(3) $x=9$

4 相似な三角形(相似条件)の形で，
㋐と㋕(3組の辺の比が，すべて等しい)
㋑と㋓(2組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しい)
㋔と㋖(2組の角が，それぞれ等しい)

5 (1) 相似な三角形…△ABC∽△EBD
相似条件…2組の角が，それぞれ等しい
(2) 相似な三角形…△OAB∽△OCD
相似条件…2組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しい
(3) 相似な三角形…△OAB∽△OCD
相似条件…2組の角が，それぞれ等しい

6 △ABCと△ADBで，
AB：AD＝20：16＝5：4
AC：AB＝(16＋9)：20＝25：20＝5：4
よって，AB：AD＝AC：AB　…①
また，∠Aは共通　…②
①，②より，2組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しいから，
△ABC∽△ADB

7 (1) $x=21$　(2) $x=4.8$　(3) $x=6$

解説

1 (1) ㋐は底辺BC＝6，高さ4，㋑は底辺EF＝12，高さ8である。よって，2倍の拡大図である。
(2) 対応する点が同じ順になるように書く。点AとG，点BとI，点CとHがそれぞれ対応する。

2 (1) 辺BCと辺FGが対応する。
相似比は，BC：FG＝10：15＝2：3
(2) 辺ABと辺EFが対応する。EF＝$x$cmとすると，
8：x＝2：3　$2x=8\times3$　$x=12$　…①
∠F＝∠B＝65°　…②

3 (1) AB：DE＝BC：EFより，
12：8＝9：x　$12x=8\times9$　$x=6$
(2) BC：EF＝AC：DFより，
15：8.4＝7.5：x　$15x=8.4\times7.5$　$x=4.2$
(3) AB：DE＝AC：DFより，
12：x＝10：7.5　$10x=12\times7.5$　$x=9$

別解 図形を構成する辺の比を比べる。
(1) AB：BC＝12：9＝4：3
AB：BC＝DE：EFより，4：3＝8：x
(2) BC：AC＝15：7.5＝2：1
BC：AC＝EF：DFより，2：1＝8.4：x
(3) AB：AC＝12：10＝6：5
AB：AC＝DE：DFより，6：5＝x：7.5

4 ㋐，㋒，㋕を構成する3辺を短い順に並べると，
㋐…8：12：16＝2：3：4　㋒…9：14：16
㋕…6：9：12＝2：3：4
よって，3組の辺の比が，すべて等しいのは㋐と㋕。
㋑と㋓は，50°をはさむ2辺の比が
㋑…9：12＝3：4　㋓…12：16＝3：4
よって，2組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しい。
㋔のもう1つの角は，180°−(80°＋30°)＝70°
よって，㋔と㋖は80°と70°が等しい。

5 (1) △ABCと△EBDで，
∠ACB＝∠EDB＝62°　…①
∠Bは共通　…②
①，②より，2組の角が，それぞれ等しいので，
△ABC∽△EBD
(2) △OABと△OCDで，
OA：OB＝3.9：7.8＝1：2
OC：OD＝3：6＝1：2
よって，OA：OB＝OC：OD
すなわち，OA：OC＝OB：OD　…①
また，∠AOB＝∠COD(対頂角)　…②
①，②より，2組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しいので，△OAB∽△OCD

図形を構成する辺の比の方が簡単な場合がある。

(3) △OABと△OCDで，
∠OAB＝∠OCD＝80°　…①
∠AOB＝∠COD(対頂角)　…②
①，②より，2組の角が，それぞれ等しいので，
△OAB∽△OCD

7 (1) ∠Aをはさむ2辺の比を調べる。
△ABC∽△AED(2組の辺の比とその間の角)で，
相似比は，AB：AE＝15：7.5＝2：1
よって，x：10.5＝2：1　$x=21$
(2) ∠Dをはさむ2辺の比を調べる。
△ABD∽△CAD(2組の辺の比とその間の角)で，
相似比は，AD：CD＝3：2
よって，x：3.2＝3：2　$x=4.8$
(3) △ABC∽△EDC(2組の角)で，
相似比は，BC：DC＝15：10＝3：2
よって，9：x＝3：2　$3x=9\times2$　$x=6$

12 平行線と線分の比(1)

p.120〜p.123

1 ㋐ 対頂角　㋑ 錯角
㋒ 2組の角

2 ㋐ BDF　㋑ DBF
㋒ 2組の角　㋓ DFCE
㋔ EC　㋕ AE：EC

3 (1) $x=8$, $y=18$　(2) $x=18$, $y=5$
(3) $x=12$, $y=7$　(4) $x=\frac{21}{2}$, $y=16$
(5) $x=12$, $y=10$　(6) $x=\frac{15}{2}$, $y=6$

4 (1) $x=6$, $y=6$　(2) $x=10$, $y=12$

5 (1) 3：1　(2) 4：1
(3) 3cm

6 (1) 2：3　(2) 2：5
(3) 6cm

7 (1) $x=20$　(2) $x=15$
(3) $x=18$　(4) $x=4$

8 (1) $x=15$, $y=6$　(2) $x=4$, $y=12$

解説

3 (1) AD：AB＝AE：AC より，
$x:12=10:15$　$15x=12\times10$　$x=8$
AE：AC＝DE：BC より，
$10:15=12:y$　$10y=15\times12$　$y=18$

(2) AD：AB＝AE：AC より，
$6:x=7:(7+14)$　$7x=6\times21$　$x=18$
AE：AC＝DE：BC より，
$7:(7+14)=y:15$　$21y=7\times15$　$y=5$

(3) AB：AD＝AC：AE より，
$16:8=x:6$　$8x=16\times6$　$x=12$
AB：AD＝BC：DE より，
$16:8=14:y$　$16y=8\times14$　$y=7$

(4) AB：AD＝AC：AE より，
$12:9=14:x$　$12x=9\times14$　$x=\frac{21}{2}$
AB：AD＝BC：DE より，
$12:9=y:12$　$9y=12\times12$　$y=16$

(5) AB：BD＝AC：CE より，
$x:8=9:6$　$6x=8\times9$　$x=12$
AC：AE＝BC：DE より，
$9:(9+6)=6:y$　$9y=15\times6$　$y=10$

(6) AD：DB＝AE：EC より，
$6:x=4:5$　$4x=6\times5$　$x=\frac{15}{2}$
AE：AC＝DE：BC より，
$4:(4+5)=y:13.5$　$9y=4\times13.5$　$y=6$

4 (1) AD：AB＝DE：BC より，
$x:(x+4)=6:10$　$10x=6(x+4)$
$10x=6x+24$　$4x=24$　$x=6$
AE：AC＝DE：BC より，
$(15-y):15=6:10$　$10(15-y)=15\times6$
$15-y=9$　$y=6$

別解　△ADE∽△ABC で，相似比は，
DE：BC＝6：10＝3：5
よって，AD：AB＝3：5
AD：DB＝3：(5−3)＝3：2
$x:4=3:2$　$2x=4\times3$　$x=6$
また，AE：AC＝3：5
EC：AC＝(5−3)：5＝2：5
$y:15=2:5$　$5y=15\times2$　$y=6$

(2) AD：AB＝DE：BC より，
$15:x=18:12$　$18x=15\times12$　$x=10$
AE：AC＝DE：BC より，
$y:(20-y)=18:12$　$12y=18(20-y)$
$12y=360-18y$　$30y=360$　$y=12$

別解　△ADE∽△ABC で，相似比は，
DE：BC＝18：12＝3：2
よって，AE：AC＝3：2
AE：EC＝3：(3+2)＝3：5
$y:20=3:5$　$5y=20\times3$　$y=12$

5 (1) AB∥CD より，△ABE∽△DCE
AE：DE＝AB：DC＝12：4＝3：1
(2) AD：ED＝(3+1)：1＝4：1
(3) AB∥EF より，△ABD∽△EFD
AB：EF＝AD：ED＝4：1
EF＝$x$cm とおくと，
$12:x=4:1$　$4x=12$　$x=3$

6 (1) AD∥BC より，△AGD∽△CGB
AG：GC＝AD：CB＝10：15＝2：3
(2) AG：AC＝2：(2+3)＝2：5
(3) EF∥BC より，△AEG∽△ABC
EG：BC＝AG：AC＝2：5
EG＝$x$cm とおくと，
$x:15=2:5$　$5x=15\times2$　$x=6$

7 (1) AB：BC＝DE：EF より，
$18:24=15:x$　$18x=24\times15$　$x=20$
(2) AB：BC＝DE：EF より，
$10:x=14:21$　$14x=10\times21$　$x=15$
(3) AB：BC＝DE：EF より，
$x:12=15:(25-15)$　$10x=12\times15$　$x=18$
(4) AB：BC＝DE：EF より，
$6:3=(12-x):x$　$6x=3(12-x)$
$2x=12-x$　$3x=12$　$x=4$

8 (1) AB：BC＝EF：FG より，

$18:12=x:10$　$12x=18\times10$　$x=15$

BC：CD＝FG：GH より，

$12:y=10:5$　$10y=12\times5$　$y=6$

(2) BC：CD＝FC：CG より，

$3:9=x:12$　$9x=3\times12$　$x=4$

AB：CD＝EF：CG より，

$y:9=(20-x):12$　$12y=9\times16$　$y=12$

p.124〜p.125　▶ 確認問題

1 ∠D は共通　…①

AG // BF より，同位角は等しいから，

∠DAG＝∠DBF　…②

①，②より，2 組の角が，それぞれ等しいから，

2 (1) $x=10$，$y=12$　(2) $x=6$，$y=12$

(3) $x=5$，$y=14$　(4) $x=4$，$y=10$

(5) $x=6$，$y=\frac{15}{2}$　(6) $x=10$，$y=12$

3 (1) $x=12$　(2) $x=24$

4 6cm

5 (1) $x=5$　(2) $x=8$　(3) $x=15$

(4) $x=9$　(5) $x=\frac{48}{5}$

(6) $x=12$，$y=10$，$z=10$

解説

2 (1) $12:18=x:15$　$18x=12\times15$　$x=10$

$12:18=8:y$　$12y=18\times8$　$y=12$

(2) $8:4=x:3$　$4x=8\times3$　$x=6$

$8:(8+4)=8:y$　$8y=12\times8$　$y=12$

(3) $x:15=6:18$　$18x=15\times6$　$x=5$

$7:y=x:(15-x)$　$7:y=5:10$

$5y=7\times10$　$y=14$

別解　△ADE ∽ △ABC で，相似比は，

DE：BC＝6：18＝1：3

よって，AD：AB＝1：3

AD：DB＝1：(3−1)＝1：2

$7:y=1:2$　$y=14$

(4) $x:8=3:6$　$6x=8\times3$　$x=4$

$3:6=5:y$　$3y=6\times5$　$y=10$

(5) $x:9=8:12$　$12x=9\times8$　$x=6$

$5:y=8:12$　$8y=5\times12$　$y=\frac{15}{2}$

(6) $8:x=10:12.5$　$10x=8\times12.5$　$x=10$

$8:x=y:(27-y)$　$8:10=y:(27-y)$

$10y=8(27-y)$　$10y=216-8y$　$18y=216$

$y=12$

別解　△ADE ∽ △ABC で，相似比は，

DE：BC＝10：12.5＝4：5

よって，AD：AB＝4：5

AD：DB＝4：(4+5)＝4：9

$y:27=4:9$　$9y=27\times4$　$y=12$

3 (1) AB // CD より，△ABE ∽ △DCE

BE：CE＝AB：DC＝21：28＝3：4

EF // CD より，△BEF ∽ △BCD

EF：CD＝BE：BC＝3：(3+4)＝3：7

$x:28=3:7$　$x=12$

(2) EF // CD より，△BEF ∽ △BCD

BE：BC＝BF：BD＝40：64＝5：8

AB // CD より，△ABE ∽ △DCE

AB：DC＝BE：CE＝5：(8−5)＝5：3

$40:x=5:3$　$x=24$

4 AD // BC より，△AGD ∽ △CGB

AG：CG＝DG：BG

＝AD：CB

＝4：12＝1：3

AD // EF より，△ABD ∽ △EBG

AD：EG＝BD：BG＝(3+1)：3

4：EG＝4：3　EG＝3

同様に，△ACD ∽ △GCF より，

4：GF＝4：3　GF＝3

よって，EF＝3+3＝6

5 (1) $8:4=10:x$　$8x=4\times10$　$x=5$

(2) $x:12=6:9$　$9x=12\times6$　$x=8$

(3) $x:9=20:12$　$12x=9\times20$　$x=15$

(4) $12:x=8:(14-8)$　$8x=12\times6$　$x=9$

(5) $(8-3):8=6:x$　$5x=8\times6$　$x=\frac{48}{5}$

別解　$(8-3):3=6:(x-6)$　$5(x-6)=3\times6$

$5x-30=18$　$5x=48$　$x=\frac{48}{5}$

(6) AB：CD＝IJ：GK＝12：18 より，

$8:x=12:18$　$12x=8\times18$　$x=12$

EF：GH＝IJ：GK＝12：18 より，

$y:15=12:18$　$18y=15\times12$　$y=10$

EF：FG＝IJ：JG＝12：12 より，

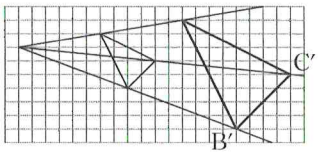
$y:z=12:12=1:1$　$z=y=10$

13 平行線と線分の比(2)

p.126〜p.129

1 線分…EF
長さ…4.8

2 (1) 右の図



(2) ㋐…2：1，㋑…2：1

(3) (2)より，AB // A′B′ であるから，
△OA′B′ で，
平行線と線分の比の定理より，
AB：A′B′＝1：2 …①
同様にして，BC：B′C′＝1：2 …②
CA：C′A′＝1：2 …③
①，②，③より，3 組の辺の比が，すべて等しいから，
△ABC ∽ △A′B′C′

3 (1) $x=\frac{7}{2}$，$y=82$　(2) $x=4.8$，$y=40$

4 (1) 4.5cm　(2) 13.5cm
(3) △CAB と相似な三角形

5 (1) 1：1　(2) 4cm
(3) 10cm

6 (1) 7cm　(2) 1：1
(3) 10.5cm

7 (1) ひし形　(2) 長方形

8 (1) ひし形　(2) 長方形

9 (1) 二等辺三角形
(2) ㋐ 中点連結定理　㋑ AB
㋒ CD　㋓ EF
㋔ 2 つの辺　㋕ 二等辺三角形

解説

1 AD：DB＝3：5，
AF：FC＝4.8：7.2＝2：3
これより，DF // BC ではない。
BD：DA＝5：3，
BE：EC＝4：6＝2：3
これより，DE // AC ではない。
CE：EB＝6：4＝3：2，
CF：FA＝7.2：4.8＝3：2
これより，EF // BA
また，EF // BA より，EF：BA＝CE：CB であるから，
EF：(5＋3)＝6：(6＋4)　EF：8＝6：10
EF：8＝3：5　5EF＝8×3　EF＝4.8

3 (1) 中点連結定理より，$DE=\frac{1}{2}BC$，DE // BC
よって，$x=\frac{1}{2}\times7=\frac{7}{2}$
∠AED＝∠ACB より，$y=82$
(2) 中点連結定理より，$DE=\frac{1}{2}BC$，DE // BC
よって，BC＝2DE より，$x=2\times2.4=4.8$
∠AED＝∠ACB より，$y=40$

4 (1) 中点連結定理より，
$DE=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\times9=4.5$ (cm)
(2) (1)と同様に，中点連結定理より，
$EF=\frac{1}{2}BA=\frac{1}{2}\times8=4$ (cm)
$DF=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}\times10=5$ (cm)
よって，DE＋EF＋DF＝4.5＋4＋5
＝13.5 (cm)
(3) △DEF と △CAB で，
DE：CA＝1：2，EF：AB＝1：2，
FD：BC＝1：2
3 組の辺の比が，すべて等しいから，
△DEF ∽ △CAB

5 (1) EF // AD だから，
BF：FD＝BE：EA＝1：1
(2) △BAD で，点 E，F はそれぞれ辺 BA，BD の中点であるから，中点連結定理より，
$EF=\frac{1}{2}AD=\frac{1}{2}\times8=4$ (cm)
(3) △DBC で，DF：FB＝1：1，FG // BC より，点 G は辺 DC の中点であるから，中点連結定理より，
$FG=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}\times12=6$ (cm)
よって，EG＝EF＋FG＝4＋6＝10 (cm)

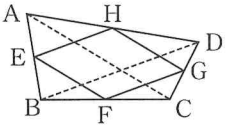
6 (1) △ABC で，中点連結定理より，
$DE=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}\times14=7$ (cm)
(2) △ABC で，中点連結定理より，DE // BC
△FDE で，BG // DE だから，
FG：GE＝FB：BD＝1：1
(3) △FDE で，点 B，G はそれぞれ辺 FD，FE の中点であるから，中点連結定理より，
$BG=\frac{1}{2}DE=\frac{1}{2}\times7=3.5$ (cm)
よって，GC＝BC−BG＝14−3.5＝10.5 (cm)

7 中点連結定理より，

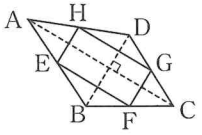
$EF = HG = \frac{1}{2}AC$，$EH = FG = \frac{1}{2}BD$ …①

$EF \parallel HG \parallel AC$，$EH \parallel FG \parallel BD$ …②

(1) $AC = BD$ のとき，①より，
$EF = HG = EH = FG$
4つの辺がすべて等しいから，ひし形である。



(2) $AC \perp BD$ のとき，②より，
$EF \perp EH$，$EF \perp FG$，
$HG \perp EH$，$HG \perp FG$
4つの角がすべて等しいから，長方形である。



8 (1) 平行四辺形ABCDで，$\angle B = 90°$ のとき，他の3つの角も90°となるから，平行四辺形ABCDは長方形である。よって，$AC = BD$
中点連結定理より，

$EF = HG = \frac{1}{2}AC$，$EH = FG = \frac{1}{2}BD$

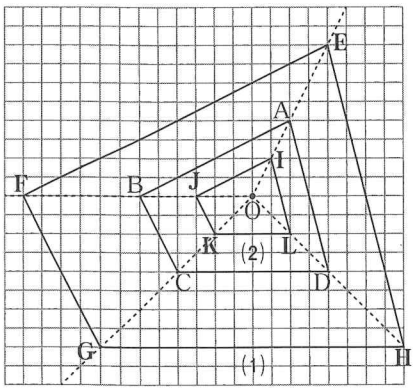
よって，$EF = HG = EH = FG$
このとき，四角形EFGHはひし形となる。

(2) 平行四辺形ABCDで，$AB = AD$ のとき，平行四辺形のとなりあう2辺が等しいから，平行四辺形ABCDはひし形である。よって，$AC \perp BD$
中点連結定理より，
$EF \parallel AC \parallel HG$，$EH \parallel BD \parallel FG$
よって，$EF \perp EH$，$EF \perp FG$，$HG \perp EH$，$HG \perp FG$
このとき，四角形EFGHは長方形となる。

p.130〜p.131 ▶ 確認問題

1 $PA \parallel RC$

2 (1)，(2)



3 (1) $x = 4$，$y = 48$　(2) $x = 14$，$y = 120$

4 21cm

5 (1) 11cm　(2) 16.5cm

6 (1) 9cm　(2) 4cm

7 (1) ㋐…中点連結定理，㋑…DF，㋒…DE，㋓…2組の向かいあう辺が，それぞれ平行
(2) ①…エ，②…イ，③…イ，エ

解説

1 半直線OY上では，
$OP : OQ = 4 : 9$，$OP : OR = 4 : 12 = 1 : 3$，
$OQ : OR = 9 : 12 = 3 : 4$
半直線OX上では，
$OA : OB = 5 : 10 = 1 : 2$，$OA : OC = 5 : 15 = 1 : 3$，
$OB : OC = 10 : 15 = 2 : 3$
よって，$OP : OR = OA : OC$
であるから，$PA \parallel RC$

3 中点連結定理より，$DE = \frac{1}{2}BC$，$DE \parallel BC$

(2) $DE \parallel BC$ より，$\angle ADE = \angle ABC = 60°$
よって，$\angle y = 180° - 60° = 120°$

4 中点連結定理より，

$DE = \frac{1}{2}AC$，$EF = \frac{1}{2}AB$，$FD = \frac{1}{2}BC$

よって，$AC = 2DE$，$AB = 2EF$，$BC = 2FD$
したがって，$AB + BC + CA = 2EF + 2FD + 2DE$
$= 2(EF + FD + DE) = 2 \times (3 + 4 + 3.5)$
$= 2 \times 10.5 = 21$ (cm)

5 (1) △BACで，中点連結定理より，
$DE \parallel AC$ …①

$DE = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 22 = 11$(cm)

(2) △FDEで，$FC : CE = 1 : 1$ …②
①，②より，$FG : GD = 1 : 1$
よって，点Gは辺FDの中点であるから，

$GC = \frac{1}{2}DE = \frac{1}{2} \times 11 = 5.5$(cm)

したがって，$AG = AC - GC$
$= 22 - 5.5 = 16.5$ (cm)

6 (1) △ABCで，中点連結定理より，
$EF \parallel BC$ …①

$EF = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 18 = 9$(cm)

(2) △BADで，$BE : EA = 1 : 1$ …②
①，②，$AD \parallel BC$ より，$BG : GD = 1 : 1$
よって，点Gは辺BDの中点であるから，

$EG = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2} \times 10 = 5$(cm)

$GF = EF - EG = 9 - 5 = 4$(cm)

7 (2) 平行四辺形の1つの角が90°のときは長方形，となりあう2辺が等しいときはひし形になる。

14 相似な図形の計量 / 相似の利用

p.132〜p.135

1 (1) 9：25
(2) 20cm^2

2 (1) 9：64　(2) 165cm^2
(3) 9：55

3 (1) 4：9　(2) 8：27

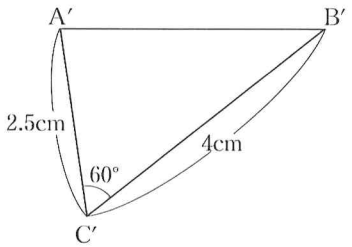
4 表面積の比…16：9，体積の比…64：27

5 (1) 4：5　(2) $125\pi\text{cm}^2$
(3) $128\pi\text{cm}^3$

6 7杯

7 12m

8 (1) 60°
(2) 右の図
約 14m

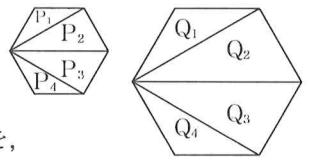


9 ㋐ 2組の角が，それぞれ等しい
㋑ BE：CF
㋒ 2組の角が，それぞれ等しい

10 (1) $x=5$　(2) $x=4$

解説

1 (1) 相似比が 3：5 である三角形の面積の比は，$3^2:5^2=9:25$ である。相似な六角形を，右上の図のように三角形に分割すると，それぞれの面積の比が 9：25 であるから，その和も 9：25 である。このように，相似な多角形の面積の比は，相似比の2乗に等しい。



(2) △ABC：△DEF $=3^2:2^2=9:4$
よって，△DEF $=x\text{cm}^2$ とすると，
$45:x=9:4$　$9x=45\times4$　$x=20$

2 (1) △ADE ∽ △ABC で，相似比は，
AD：AB $=3:(3+5)=3:8$
よって，面積の比は，$3^2:8^2=9:64$
(2) △ABC $=x\text{cm}^2$ とすると，
$27:x=9:64$　$9x=27\times64$　$x=192$
台形 DBCE = △ABC − △ADE
$=192-27=165(\text{cm}^2)$
(3) △ADE：△ABC $=9:64$
台形 DBCE = △ABC − △ADE
よって，$S_1:S_2=$ △ADE：(△ABC − △ADE)
$=9:(64-9)=9:55$

3 (1) 表面積の比は，相似比の2乗に等しいから，
$2^2:3^2=4:9$
(2) 体積の比は，相似比の3乗に等しいから，
$2^3:3^3=8:27$

4 半径が 8cm と 6cm の球は相似で，相似比は，8：6 = 4：3 であり，表面積の比は相似比の2乗，体積の比は相似比の3乗である。このことは，表面積，体積の公式にあてはめて，確かめることができる。
表面積の比　$(4\pi\times8^2):(4\pi\times6^2)=64:36=16:9$
体積の比　$\dfrac{4\pi\times8^3}{3}:\dfrac{4\pi\times6^3}{3}=512:216=64:27$

5 (1) 長さの比は相似比に等しい。
(2) 表面積の比は，$4^2:5^2=16:25$
円錐 Q の表面積を $x\text{cm}^2$ とすると，
$80\pi:x=16:25$　$x=125\pi$
(3) 体積の比は，$4^3:5^3=64:125$
円錐 P の体積を $y\text{cm}^3$ とすると，
$y:250\pi=64:125$　$y=128\pi$

6 水が入っている部分と容器全体は相似で，相似比は 9：18 = 1：2 で，体積の比は，$1^3:2^3=1:8$
コップ1杯の水の体積を $V\text{cm}^3$ とすると，容器全体の体積(容積)は $8V\text{cm}^3$ と表されるから，
$8V-V=7V$　…コップ7杯分

7 △ABC と △DEF で，
太陽光は平行であるから，∠ACB = ∠DFE
また，∠ABC = ∠DEF = 90°
よって，2組の角が，それぞれ等しいから，
△ABC ∽ △DEF
対応する辺の比は等しいから，
AB：DE = BC：EF
1.5：DE = 1.2：9.6　1.5：DE = 1：8
DE = 1.5×8 = 12(m)

8 (1) △A′B′C′ ∽ △ABC より，
∠A′C′B′ = ∠ACB = 60°
(2) $\text{A}'\text{C}'=1000\times\dfrac{1}{400}=2.5(\text{cm})$
$\text{B}'\text{C}'=1600\times\dfrac{1}{400}=4(\text{cm})$
A′B′ の長さを測ると，3.5cm であるから，
AB = 3.5×400 = 1400(cm)
これより，1400cm = 14m

10 (1) AB：AC = BD：DC より，
$14:10=7:x$　$14x=10\times7$　$x=5$
(2) AB：AC = BD：DC，DC = $6-x$ より，
$8:4=x:(6-x)$　$8(6-x)=4x$
$48-8x=4x$　$48=12x$　$x=4$

p.136〜p.137　▶ 確認問題

1 (1)　4：21　　(2)　63cm²

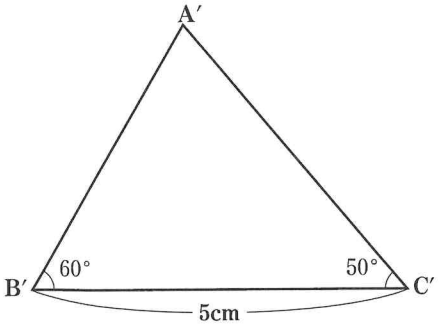
2 (1)　5cm²　　(2)　45cm²

3 (1)　9：16　　(2)　320πcm³

4 (1)　3cm²　　(2)　1：26

5 18m

6 右の図
約 41m



7 (1)　二等辺三角形
(2)　相似な三角形…△ABD ∽ △ECD
相似比…3：2
(3)　6cm

8 (1)　$x=4$　　(2)　$x=8$

解　説

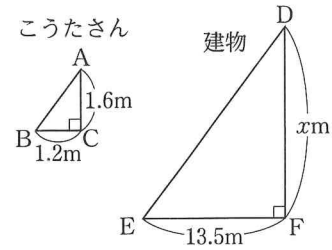
1 直線 ℓ と辺 AC との交点を E とすると，
△ADE ∽ △ABC
で，相似比は，AD：AB＝2：(2＋3)＝2：5
(1)　△ADE：△ABC＝2^2：5^2＝4：25
台形 DBCE＝△ABC－△ADE
よって，㋐：㋑＝△ADE：台形 DBCE
＝4：(25－4)＝4：21
(2)　(1)より，△ABC：台形 DBCE＝25：21
75：㋑＝25：21　　㋑＝63(cm²)

2 (1)　△OAD ∽ △OCB で，相似比は，
AD：CB＝OA：OC＝1：2　…①
△OAD：△OCB＝1^2：2^2＝1：4
よって，△OAD：20＝1：4　　△OAD＝5(cm²)
(2)　△OAB：△OCB＝OA：OC と①より，
△OAB：20＝1：2　　△OAB＝10(cm²)
同様にして，△OCD＝10(cm²)
以上より，台形 ABCD＝5＋10＋20＋10＝45(cm²)

3 (1)　面積の比は相似比の 2 乗に等しいので，
3^2：4^2＝9：16
(2)　P：Q＝3^3：4^3＝27：64
135π：Q＝27：64　　Q＝320π(cm³)

4 三角錐 ODEF と三角錐 OABC は相似で，相似比は，
OD：OA＝1：(1＋2)＝1：3
(1)　対応する面積の比は相似比の 2 乗に等しいので，
△DEF：△ABC＝1^2：3^2＝1：9
△DEF：27＝1：9　　△DEF＝3(cm²)
(2)　三角錐 ODEF：三角錐 OABC＝1^3：3^3
＝1：27
㋑＝三角錐 OABC－三角錐 ODEF
よって，㋐：㋑＝1：(27－1)＝1：26

5 建物やこうたさんと影の関係は，右の図のように表される。



△ABC ∽ △DEF
より，
AC：DF＝BC：EF
1.6：x＝1.2：13.5
1.6：x＝4：45
$4x=1.6\times45$　　$x=18$

6 枠の大きさから，縮尺を 1000 分の 1 にする。
△ABC の縮図を △A′B′C′ とすると，
∠B′＝60°，∠C′＝50°
$B'C'=5000\times\dfrac{1}{1000}=5$(cm)
A′B′ の長さを測ると，約 4.1cm であるから，
$AB=4.1\div\dfrac{1}{1000}=4100$(cm)
これより，4100cm＝41m

7 (2)　△ABD と △ECD で，
対頂角は等しいので，∠ADB＝∠EDC　…①
AB // CE から，　∠BAD＝∠CED　…②
①，②より，2 組の角が，それぞれ等しいから，
△ABD ∽ △ECD
AB：AC＝BD：DC より，
BD：DC＝12：8＝3：2
(3)　BD＝$x$cm とすると，CD＝10－x(cm) であるから，
x：(10－x)＝3：2　　$2x=3(10-x)$
$2x=30-3x$　　$5x=30$　　$x=6$

8 (1)　18：6＝12：x　　$18x=6\times12$　　$x=4$
(2)　12：15＝x：(18－x)　　$12(18-x)=15x$
$4(18-x)=5x$　　$9x=72$　　$x=8$

絶対落とせない! 必答 ✓ 問題

p.138〜p.141

1 (1) ㋐ 相似　㋑ 線分の長さの比
㋒ 角の大きさ
(2) ㋓ 相似比
(3) ㋔ 3組の辺の比が，すべて等しい
㋕ 2組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しい
㋖ 2組の角が，それぞれ等しい
(4) ㋗ DE：EF　㋘ BC：EF
(5) ㋙ //　㋚ $\frac{1}{2}$
㋛ 中点連結定理
(6) ㋜ $m^2：n^2$　㋝ 1：4
㋞ $m^2：n^2$　㋟ 1：4
㋠ $m^3：n^3$　㋡ 1：8

2 (1) 55°　(2) 2：3

3 (1) $x=6$　(2) $x=4.8$

4 相似な三角形…㋐と㋒
相似条件…3組の辺の比が，すべて等しい
相似な三角形…㋑と㋖
相似条件…2組の角が，それぞれ等しい
相似な三角形…㋓と㋕
相似条件…2組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しい

5 △AOC と △BOD で，
仮定より，∠ACO＝∠BDO＝90°　…①
共通な角だから，∠AOC＝∠BOD　…②
①，②より，2組の角が，それぞれ等しいから，
△AOC∽△BOD

6 (1) $x=8$　(2) $x=14$
(3) $x=9$

7 (1) $x=\frac{9}{2}$　(2) $x=9$
(3) $x=6$　(4) $x=25$
(5) $x=12$　(6) $x=14$

8 (1) $x=\frac{36}{5}$　(2) $x=12$

9 (1) $x=12$　(2) $x=5$
(3) $x=\frac{45}{4}$

10 (1) $x=8$　(2) $x=15$
(3) $x=\frac{21}{2}$

11 (1) $x=9$　(2) $x=\frac{25}{2}$
(3) $x=3$

12 3：5

13 (1) 側面積の比…1：3，体積の比…1：7
(2) 表面積…$90\pi cm^2$，体積…$84\pi cm^3$

14 7m

15 (1) $x=6$　(2) $x=4$
(3) $x=9$

解説

3 (1) 12：8＝9：x　$12x=8\times9$　$x=6$
(2) 12：9.6＝6：x　$12x=9.6\times6$　$x=4.8$

6 (1) △ADC と △ACB で，
∠A は共通　…①
∠ACD＝∠ABC　…②
①，②より，2組の角が，それぞれ等しいので，
△ADC∽△ACB
よって，AD：AC＝AC：AB より
x：12＝12：18　$18x=12\times12$　$x=8$
(2) △ABC と △EBD で，
AB：EB＝12：6＝2：1
BC：BD＝16：8＝2：1
よって，AB：EB＝BC：BD　…①
∠B は共通　…②
①，②より，2組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しいので，△ABC∽△EBD
相似比は 2：1 だから，
x：7＝2：1　$x=7\times2=14$
(3) △OAB と △ODC で，
∠AOB＝∠DOC(対頂角)　…①
∠OBA＝∠OCD　…②
①，②より，2組の角が，それぞれ等しいので，
△OAB∽△ODC
よって，OA：OD＝OB：OC より
10：6＝15：x　$10x=6\times15$　$x=9$

7 (1) 6：8＝x：6　$8x=6\times6$　$x=\frac{9}{2}$
(2) x：6＝12：8　$8x=6\times12$　$x=9$
(3) 9：15＝x：10　$15x=9\times10$　$x=6$
(4) 8：(8＋12)＝10：x　$8x=20\times10$
$x=25$
(5) 9：x＝(16−4)：16　$12x=9\times16$　$x=12$
(6) x：(x＋7)＝12：18　$18x=12(x+7)$
$18x=12x+84$　$6x=84$　$x=14$

8 (1) AB // CD より，△ABE∽△DCE
BE：CE＝AB：DC＝18：12＝3：2
EF // CD より，△BEF∽△BCD
EF：CD＝BE：BC＝3：(3＋2)＝3：5

$x : 12 = 3 : 5 \qquad x = \frac{36}{5}$

(2) EF // AB より，△DEF ∽ △DAB

DE : DA = EF : AB = 4 : 6 = 2 : 3

AB // CD より，△ABE ∽ △DCE

AB : DC = AE : DE = (3−2) : 2 = 1 : 2

$6 : x = 1 : 2 \qquad x = 12$

9 (1) $6 : 9 = 8 : x \qquad 6x = 9 \times 8 \qquad x = 12$

(2) $8 : 4 = 10 : x \qquad 8x = 4 \times 10 \qquad x = 5$

(3) $9 : 3 = x : (15 - x) \qquad 3x = 9(15 - x)$

$x = 3(15 - x) \qquad x = 45 - 3x \qquad x = \frac{45}{4}$

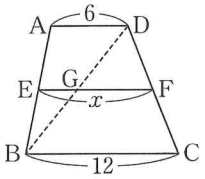
10 中点連結定理より，$DE = \frac{1}{2}BC$ より求める。

11 (1) BD と EF の交点を G とすると，△BAD で，

AD // EG,

BE : EA = 1 : 1

より，点 G は辺 BD の中点であるから，



$EG = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2} \times 6 = 3$

同様に △DBC で，$GF = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 12 = 6$

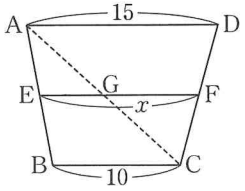
よって，$x = EG + GF = 3 + 6 = 9$

(2) AC と EF の交点を G とすると，△ABC で，

EG // BC,

AE : EB = 1 : 1

より，点 G は辺 AC の中点であるから，



$EG = \frac{1}{2}BC$

$= \frac{1}{2} \times 10 = 5$

同様に △CAD で，$GF = \frac{1}{2}AD = \frac{15}{2}$

よって，$x = EG + GF$

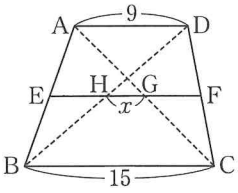
$= 5 + \frac{15}{2} = \frac{25}{2}$

(3) EF と AC, DB との交点を G, H とすると，

△BAD で，AD // EH,

BE : EA = 1 : 1 より，

点 H は辺 BD の中点であるから，



$EH = \frac{1}{2}AD = \frac{9}{2}$

同様に，△ABC で，$EG = \frac{1}{2}BC = \frac{15}{2}$

よって，$x = EG - EH = \frac{15}{2} - \frac{9}{2} = 3$

12 △APR ∽ △AQS ∽ △ABC で，相似比は，

AP : AQ : AB = 1 : 2 : 3

面積の比は，$1^2 : 2^2 : 3^2 = 1 : 4 : 9$

△APR = k，△AQS = $4k$，

△ABC = $9k$ とおくと，

台形 PQSR

= △AQS − △APR

$= 4k - k = 3k$

台形 QBCS = △ABC − △AQS = $9k - 4k = 5k$

よって，台形 PQSR : 台形 QBCS = 3 : 5

> $m : n$ である 2 つの量は，k を 0 でない数として，
> mk，nk
> のように表される。

13 V_1 と全体の円錐は相似で，相似比は 1 : 2 である。よって，V_1 の底面の半径は 3cm，母線の長さは 5cm である。

(1) 全体の円錐を V とすると，

(V_1 の側面積) : (V の側面積) = $1^2 : 2^2 = 1 : 4$

(V_1 の体積) : (V の体積) = $1^3 : 2^3 = 1 : 8$

側面積，体積について，

(V_2 の側面積) = (V の側面積) − (V_1 の側面積)

(V_2 の体積) = (V の体積) − (V_1 の体積)

であるから，

(V_1 の側面積) : (V_2 の側面積) = 1 : (4−1) = 1 : 3

(V_1 の体積) : (V_2 の体積) = 1 : (8−1) = 1 : 7

(2) V_1 の側面は，半径が 5cm，弧の長さが底面の円周に等しいおうぎ形である。

弧の長さ = 底面の円周 = $2\pi \times 3$(cm)

側面のおうぎ形の中心角の大きさを $a°$ とすると，

$2\pi \times 5 \times \frac{a}{360} = 2\pi \times 3 \qquad \frac{a}{360} = \frac{3}{5}$

(V_1 の側面積) $= \pi \times 5^2 \times \frac{a}{360}$

$= \pi \times 5^2 \times \frac{3}{5} = 15\pi(\text{cm}^2)$

よって，(V_1 の側面積) : (V_2 の側面積) = 1 : 3

より，(V_2 の側面積) $= 15\pi \times 3 = 45\pi(\text{cm}^2)$

(V_2 の表面積) $= 45\pi + \pi \times 3^2 + \pi \times 6^2 = 90\pi(\text{cm}^2)$

また，(V_1 の体積) $= \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 4 = 12\pi(\text{cm}^3)$

よって，(V_2 の体積) $= 12\pi \times 7 = 84\pi(\text{cm}^3)$

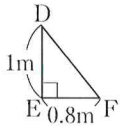
参考 V_1 の側面積は，次の公式で求めることができる。

(おうぎ形の面積) = (半径) × (弧の長さ) × $\frac{1}{2}$

また，次の円錐の側面積の公式を利用してもよい。

(円錐の側面積) = (半径) × (母線の長さ) × π

14 木と影がつくる△ABCと，右の図の棒と影がつくる△DEFは相似である。AB：DE＝BC：EFより，



AB：1＝5.6：0.8　　AB＝7(m)

別解　同じ時刻，場所では，(物の高さ)：(影の長さ)は等しい。よって，

AB：5.6＝1：0.8　　AB＝7(m)

15 AB：AC＝BD：DCより求める。

(1)　16：12＝8：x　　$16x=12\times8$　　$x=6$

(2)　15：12＝$(9-x)$：x　　$15x=12(9-x)$

$5x=4(9-x)$　　$5x=36-4x$

$9x=36$　　$x=4$

(3)　14：21＝$(15-x)$：x　　$14x=21(15-x)$

$2x=3(15-x)$　　$2x=45-3x$

$5x=45$　　$x=9$

差がつく！活用問題

p.142〜p.143

1 (1)　合同…△BQP≡△BCP

相似…△ABQ∽△DQP

(2)　10cm

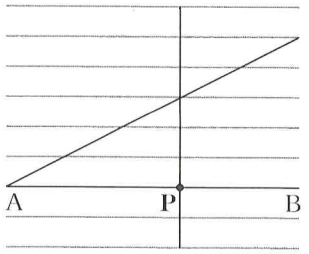
2 (1)　△DCP，△AEP

(2)　$\frac{36}{5}$cm

3 (1)　$x=\frac{72}{5}$　　(2)　$x=10$

4 (1)　3：2　　(2)　12cm

5 例　右の図



6 (1)　$x=21$

(2)　$x=5$

7 12cm²

8 $\frac{448}{3}$cm³

9 (1)　$\frac{1}{500}$

(2)　19.5m

解説

1 (1)　△ABQと△DQPで，

仮定より，∠A＝∠D＝90°　…①

また，∠ABQ＝180°－∠A－∠AQB

＝180°－90°－∠AQB

＝90°－∠AQB

∠DQP＝180°－∠BQP－∠AQB

＝180°－90°－∠AQB

＝90°－∠AQB

よって，∠ABQ＝∠DQP　…②

①，②より，2組の角が，それぞれ等しいから，

△ABQ∽△DQP

また，折り返した図形は合同であるから，

△BQP≡△BCP

(2)　DQ＝6cm，BQ＝BC＝30cm，PQ＝PC

△ABQ∽△DQPより，

AB：DQ＝BQ：QP

18：6＝30：PC　　PC＝10(cm)

2 (2)　AB＝AC＝20cm，AD＝AE＝16cm

△ABD∽△AEPより，

AB：AE＝AD：AP

20：16＝16：AP　　AP＝$\frac{64}{5}$(cm)

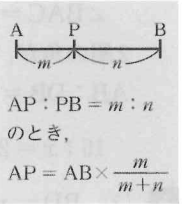
よって，PC＝AC－AP＝$20-\frac{64}{5}=\frac{36}{5}$(cm)

3 (1) △EBG∽△CDG より，

BG：DG＝EB：CD＝(6＋12)：12＝3：2

$x = BG = BD \times \frac{3}{3+2}$

$= 24 \times \frac{3}{5} = \frac{72}{5}$



別解　△EAF∽△CDF より，

AF：DF＝6：12＝1：2

$DF = AD \times \frac{2}{1+2} = 18 \times \frac{2}{3} = 12$

△DFG∽△BCG より，

DG：BG＝DF：BC＝12：18＝2：3

$BG = BD \times \frac{3}{3+2} = 24 \times \frac{3}{5} = \frac{72}{5}$

(2) △ABH∽△FDH より，

BH：DH＝AB：FD＝12：6＝2：1

$BH = BD \times \frac{2}{2+1} = 24 \times \frac{2}{3} = 16$

△BEG∽△DAG より，

BG：DG＝BE：DA＝6：18＝1：3

$BG = BD \times \frac{1}{1+3} = 24 \times \frac{1}{4} = 6$

よって，$x = BH - BG = 16 - 6 = 10$

4 (1) △ADC で，EF∥DC より，

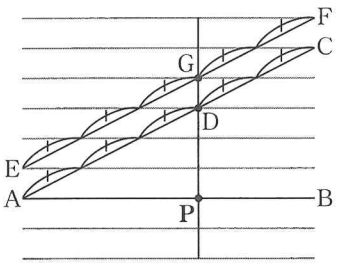
AF：FC＝AE：ED＝9：6＝3：2

(2) △ABC で，DF∥BC より，

DF：BC＝AF：AC＝3：(3＋2)＝3：5

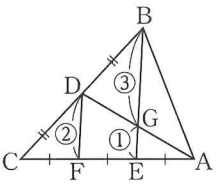
DF：20＝3：5　　DF＝12(cm)

5 右のように点Aから5行上にある右はしの点をCとし，線分ABより3行上の罫(けい)と線分ACの交点をDとする。



また，点A以外に左はしの点Eをとり，同様に点F，Gをとる。直線GDと線分ABの交点が点Pとなる。

6 右の図のように，辺BCの中点をD，辺ACを3等分する点をE，Fとするとき，



△DCF∽△BCE より，

DF：BE＝1：2　…①

△AGE∽△ADF より，

GE：DF＝1：2　…②

①，②より，GE：DF：BE＝1：2：4

よって，GE：DF：BG＝1：2：(4－1)＝1：2：3

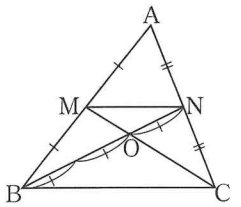
(1) EG：GB＝1：3 より

7：x＝1：3　　x＝7×3＝21

(2) BG：GE＝3：1 より

15：x＝3：1　　3x＝15　　x＝5

7 2組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しいから，



△AMN∽△ABC

相似比は1：2

よって，△AMN と △ABC の面積の比は，1：4

△AMN の面積は $\frac{36}{4} = 9$

また，中点連結定理より，MN∥BC

2組の角が，それぞれ等しいので，△OMN∽△OCB

ON：OB＝MN：CB＝1：2

よって，$\triangle OMN = \frac{1}{3}\triangle MBN = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}\triangle ABN$

$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\triangle ABC$

$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 36 = 3$

したがって，四角形AMONの面積は，

9＋3＝12

参考　三角形の頂点とそれに対する辺の中点とを結ぶ線分(中線(ちゅうせん))は1つの点で交わり，その交点は中線を2：1に分ける。

よって，

$\triangle AOM = \triangle AON = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \triangle ABC$

$= \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times 36 = 6$

したがって，四角形AMONの面積は，6×2＝12

8 辺GC，FN，HMを延長して，交わった点をOとする。

△OFG で，NC∥FG，NC：FG＝4：8＝1：2

より，OC＝8cm

三角錐OMNCの体積は，

$\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times 8 = \frac{64}{3}$

三角錐OMNCと三角錐OHFGは相似で，体積の比は $1^3 : 2^3 = 1 : 8$　よって，求める立体の体積を V とすると，三角錐OMNC：V＝1：(8－1)＝1：7

したがって，$V = \frac{64}{3} \times 7 = \frac{448}{3}$ (cm³)

9 (1) 30m＝3000cm として，$\frac{6}{3000} = \frac{1}{500}$

(2) AC＝3.6×500＝1800(cm)

よって，校舎の高さは，18＋1.5＝19.5(m)

定期テスト 得点UP問題 (1)

p.144〜p.145

1 △ABC∽△KJL
2組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しい。
△DEF∽△WXV
3組の辺の比が，すべて等しい。
△GHI∽△PQR
2組の角が，それぞれ等しい。

2 ㋐ 3：2　　㋑ DB
㋒ ∠DBA
㋓ 2組の辺の比とその間の角

3 (1) $x=6$　　(2) $x=5$
(3) $x=22$　　(4) $x=\frac{64}{5}$

4 (1) △ABDと△ACBで，
∠Aは共通　…①
仮定より，∠ABD＝∠ACB　…②
①，②より，2組の角が，それぞれ等しいので，
△ABD∽△ACB
(2) 12cm　　(3) 4cm

5 (1) △DBA，△DAC
(2) AD…9.6cm　　BD…7.2cm

6 (1) △CAE　　(2) 12cm

解説

3 (1) △ABCと△AEDで，
AB：AE＝14：7＝2：1
AC：AD＝10：5＝2：1
∠Aは共通
2組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しいので，
△ABC∽△AED
相似比は2：1だから，12：x＝2：1　　$x=6$

(2) △ABCと△AEDで，
∠ABC＝∠AED＝50°，∠Aは共通
2組の角が，それぞれ等しいので，△ABC∽△AED
AB：AE＝AC：ADより，
$(x+7):6=10:x$　　$x(x+7)=60$
$x^2+7x-60=0$　　$(x+12)(x-5)=0$
$x=-12,\ 5$
$x>0$であるから，$x=5$

(3) △ABCと△DECで，
AC：DC＝14：21＝2：3
BC：EC＝20：30＝2：3
∠ACB＝∠DCE(対頂角)
2組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しいので，
△ABC∽△DEC
相似比は2：3だから，x：33＝2：3　　$x=22$

(4) △ABCと△DBAで，
∠BAC＝∠BDA＝90°，∠Bは共通
2組の角が，それぞれ等しいので，△ABC∽△DBA
AB：DB＝CB：ABより，
16：x＝20：16　　$x=\frac{64}{5}$

4 (2) BD＝$x$cmとすると，BD：CB＝AD：ABより，
$x:18=8:12$　　$12x=18\times8$　　$x=12$

(3) AD＝$x$cmとすると，AD：AB＝AB：ACより，
$x:6=6:(x+5)$　　$x(x+5)=6\times6$
$x^2+5x-36=0$　　$(x-4)(x+9)=0$
$x=4,\ -9$
$x>0$であるから，$x=4$

5 (1) △ABCと△DBAで，
∠BAC＝∠BDA＝90°，∠Bは共通
2組の角が，それぞれ等しいから，
△ABC∽△DBA
△ABCと△DACで，
∠BAC＝∠ADC＝90°，∠Cは共通
2組の角が，それぞれ等しいから，
△ABC∽△DAC

(2) △ABC∽△DACより，
BA：AD＝AC：DC
12：AD＝16：12.8　　AD＝9.6(cm)
〔または，BA：AC＝AD：DC
12：16＝AD：12.8　　AD＝9.6(cm)〕
△ABC∽△DBAより，
BA：BD＝AC：DA
12：BD＝16：9.6　　BD＝7.2(cm)
〔または，BA：AC＝BD：DA
12：16＝BD：9.6　　BD＝7.2(cm)〕

6 (1) △ABDと△CAEで，
∠ADB＝∠CEA＝90°　…①
△ABDで，∠BAD＝90°−∠ABD
また，∠BAC＝90°より，∠BAD＝90°−∠CAE
よって，∠ABD＝∠CAE　…②
①，②より，2組の角が，それぞれ等しいから，
△ABD∽△CAE

(2) △ABD∽△CAEより，
AB：CA＝AD：CE
15：20＝9：CE　　CE＝12(cm)
〔または，AB：AD＝CA：CE
15：9＝20：CE　　CE＝12(cm)〕

定期テスト 得点UP問題 (2)

p.146〜p.147

1 (1) $x=15$, $y=6$
(2) $x=12$, $y=15$

2 (1) $x=\frac{48}{5}$　　(2) $x=7$

3 (1) $x=7$, $y=20$
(2) $x=\frac{9}{2}$, $y=\frac{33}{5}$

4 2cm

5 $x=12$

6 △ABD で，点 P，S はそれぞれ辺 AD，BD の中点であるから，中点連結定理より，

AB // PS，PS $=\frac{1}{2}$AB　…①

△ABC で，同様に，AB // RQ，RQ $=\frac{1}{2}$AB　…②

①，②より，PS // RQ，PS = RQ
1 組の向かいあう辺が，等しくて平行だから，四角形 PSQR は平行四辺形である。

7 (1) 2：3
(2) △OCB…18cm²
△AOB…12cm²

8 1960cm³

9 (1) 3m　　(2) 8m

10 (1) 二等辺三角形　　(2) 10

解説

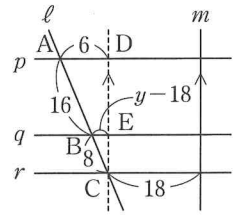
1 (1) DE // BC より，
AD：AB = AE：AC であるから，
$4:(4+8)=5:x$　　$4x=12\times5$
$x=15$
AD：AB = DE：BC であるから，
$4:(4+8)=y:18$　　$12y=4\times18$
$y=6$

(2) DE // BC より，
∠ABC = ∠ADE，∠ACB = ∠AED
2 組の角が，それぞれ等しいので，
△ABC ∽ △ADE
AC：AE = BC：DE　　$8:12=x:18$
$12x=8\times18$　　$x=12$
AC：AE = AB：AD　　$8:12=10:y$
$8y=12\times10$　　$y=15$

2 (1) AB // CD より，△ABE ∽ △DCE
BE：CE = AB：DC = 24：16 = 3：2
EF // CD より，△BEF ∽ △BCD
EF：CD = BE：BC = 3：(3+2) = 3：5
$x:16=3:5$　　$x=\frac{48}{5}$

(2) △CAB で，
FE：BA = CE：CA = 7：(7+3.5) = 2：3
8：BA = 2：3　　BA = 12
また，CF：FB = CE：EA = 7：3.5 = 2：1
FB = CB $\times\frac{1}{2+1}=9\times\frac{1}{3}=3$
△HEF で，
BG：FE = HB：HF = 5：(5+3) = 5：8
BG：8 = 5：8　　BG = 5
よって，x = BA − BG = 12 − 5 = 7

3 (1) $8:(8+16)=x:21$　　$24x=8\times21$　　$x=7$
右の図のように，点 C を通り，直線 m に平行な直線をひく。△CBE ∽ △CAD で，相似比は，

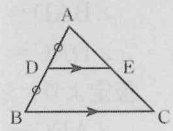


CB：CA = 8：(8+16)
= 1：3
BE：AD = 1：3　　BE：6 = 1：3　　BE = 2
$y-18=2$　　$y=20$

(2) $3:x=4:6$　　$4x=3\times6$　　$x=\frac{9}{2}$
$(11-y):y=4:6$　　$4y=6(11-y)$
$10y=66$　　$y=\frac{33}{5}$

4 △ABC で，
AE：EB = 1：1，EH // BC より，AH：HC = 1：1
よって，点 H は辺 AC の中点である。同様に，点 G は辺 BD の中点である。

△ABC の辺 AB の中点を通り，辺 BC に平行な直線は，辺 AC の中点を通る。



△ABC で，中点連結定理より，
EH $=\frac{1}{2}$BC $=\frac{1}{2}\times10=5$(cm)
△ABD で，中点連結定理より，
EG $=\frac{1}{2}$AD $=\frac{1}{2}\times6=3$(cm)
GH = EH − EG = 5 − 3 = 2(cm)

5 中点連結定理より，
△CBE で，BE = 2DF = 2×8 = 16
△ADF で，GE $=\frac{1}{2}$DF $=\frac{1}{2}\times8=4$
よって，$x=16-4=12$

7 (2) △OAD と △OCB の面積の比は，

△OAD : △OCB $= 2^2 : 3^2 = 4 : 9$

8 : △OCB $= 4 : 9$　　△OCB $= \dfrac{8\times9}{4} = 18$

OD : OB $= 2 : 3$ より，

△OAD と △AOB の面積の比は，

△OAD : △AOB $= 2 : 3$

8 : △AOB $= 2 : 3$　　△AOB $= \dfrac{8\times3}{2} = 12$

8 深さの比が相似比になるから，$12 : 20 = 3 : 5$

水の体積と容器の体積(容積)の比は，

$3^3 : 5^3 = 27 : 125$

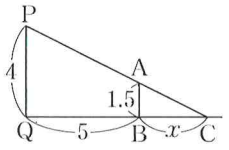
よって，水の体積と残りの部分の体積の比は，

$27 : (125-27) = 27 : 98$

残りの部分の体積を $x$cm³ とすると，

$540 : x = 27 : 98$　　$x = 1960$

9 (1) BC を xm とすると，



AB // PQ より，

AB : PQ = BC : QC

$1.5 : 4 = x : (x+5)$

$4x = 1.5(x+5)$

$2.5x = 7.5$　　$x = 3$

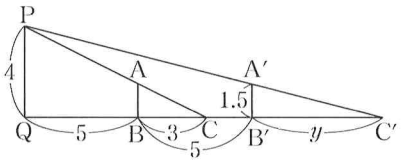
(2) B′C′ を ym とすると，A′B′ // PQ より，

A′B′ : PQ = B′C′ : QC′

$1.5 : 4 = y : (y+10)$

$4y = 1.5(y+10)$　　$2.5y = 15$　　$y = 6$

したがって，CC′ $= 2+6 = 8$



10 (1) AD // EC より，

∠BAD = ∠AEC　(同位角)

∠DAC = ∠ACE　(錯角)

仮定より，∠BAD = ∠DAC であるから，

∠AEC = ∠ACE

(2) AB : AC = BD : DC

$= 15 : 12 = 5 : 4$

よって，BD $= \dfrac{5}{5+4}\times18 = 10$

別解 (1)より，△ACE は AC = AE の二等辺三角形である。よって，AE = 12

BA : AE $= 15 : 12 = 5 : 4$

AD // EC より，

BD : DC = BA : AE $= 5 : 4$

よって，BC : BD $= (5+4) : 5 = 9 : 5$

BD $= x$ とすると，

$18 : x = 9 : 5$　　$9x = 18\times5$　　$x = 10$

15 円周角と中心角 / 円の性質の利用

p.148〜p.153

1 ㋐ $\angle a + \angle b$　　㋑ $\angle b$

㋒ $2\angle a$

2 (1) $\angle x = 96°$　　(2) $\angle x = 63°$

(3) $\angle x = 105°$

3 (1) $\angle x = 37°$　　(2) $\angle x = 50°$

(3) $\angle x = 25°$

4 (1) $\angle x = 55°$　　(2) $\angle x = 50°$

(3) $\angle x = 25°$

5 (1) $\angle x = 32°$　　(2) $\angle x = 65°$

(3) $\angle x = 75°$

6 ㋐ <　㋑ <　㋒ >　㋓ >

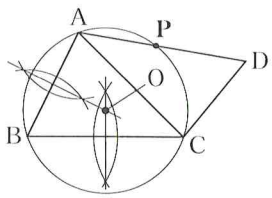
7 イ，ウ

8 $\angle x = 37°$，$\angle y = 48°$

9 (1)㋐ $\overset{\frown}{BC}$

㋑ 円周角

(2) 右の図

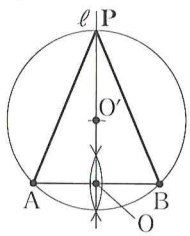


10 右の図

11 ㋐ 半円

㋑ 90°

㋒ ⊥

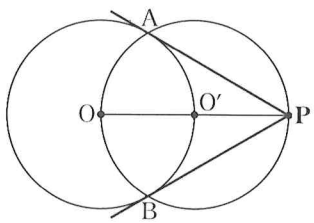


12 右の図

13 ㋐ 共通

㋑ ∠OCA

㋒ 斜辺と他の1辺



14 (1) $x = 6$　　(2) $x = 25$

15 ㋐ ∠ACE　　㋑ ∠CAE

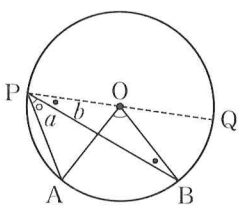
㋒ 2組の角　　㋓ AE

16 ㋐ 円周角　　㋑ ∠RSQ

㋒ 錯角

解説

1 ①の式は，次のように導かれる。



△OPA は二等辺三角形であるから，

∠OPA = ∠OAP

$= \angle a + \angle b$

△OPA で，外角の性質より，

$\angle AOQ = \angle OPA + \angle OAP$
$= 2(\angle a + \angle b)$

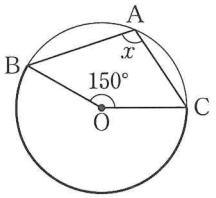
②の式も同様に，

$\angle BOQ = \angle OPB + \angle OBP = 2\angle b$

2 (1) $\overset{\frown}{BC}$ に対する円周角が 48°，中心角が $\angle x$ であるから，$\angle x = 48° \times 2 = 96°$

(2) $\overset{\frown}{BC}$ に対する円周角が $\angle x$，中心角が 126° であるから，$\angle x = 126° \times \frac{1}{2} = 63°$

(3) ∠A を円周角とする弧は，右の図の太線部分である。



よって，中心角の大きさは，

$360° - 150° = 210°$

よって，$\angle x = 210° \times \frac{1}{2} = 105°$

3 (1) 同じ弧に対する円周角は等しいから，$\overset{\frown}{BC}$ に対する円周角より，$\angle BAC = \angle BDC$

よって，$\angle x = 37°$

(2) $\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角より，

$\angle ACB = \angle ADB = 34°$

△EBC で，内角の性質より，

$\angle x = 180° - 96° - 34° = 50°$

［∠CAD = ∠CBD = ∠xより，△EADの内角を利用してもよい。］

(3) $\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角より，

$\angle ADB = \angle ACB = 65°$

△BED で，外角の性質より，

$\angle x = 65° - 40° = 25°$

［∠CAE = ∠CBD = ∠xより，△ACEの外角を利用してもよい。］

4 (1) 半円の弧(直径 BC)に対する円周角は直角だから，$\angle BAC = 90°$

△ABC の内角の和より，

$\angle x = 180° - (90° + 35°) = 55°$

(2) $\overset{\frown}{BC}$ に対する円周角より，

$\angle BAC = \angle BDC = 40°$

半円の弧(直径 BD)に対する円周角より，

$\angle BAD = 90°$

よって，$\angle x = 90° - 40° = 50°$

(3) △OCA は二等辺三角形であるから，

$\angle OAC = (180° - 50°) \div 2 = 65°$

半円の弧(直径 BC)に対する円周角より，

$\angle BAC = 90°$

よって，$\angle x = 90° - 65° = 25°$

別解 △OAB は二等辺三角形であるから，外角の性質より，

$\angle x = 50° \div 2 = 25°$

5 (1) 等しい弧に対する円周角の大きさは等しいから，$\overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{EF}$ より，$\angle BAC = \angle EDF$

よって，$\angle x = 32°$

(2) $\overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{DE}$ より，

$\angle DAE = \angle BAC = 25°$

半円の弧(直径 AD)に対する円周角より，

$\angle AED = 90°$

△AED で，内角の性質より，

$\angle x = 180° - 90° - 25° = 65°$

(3) $\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角の大きさは，

$50° \times \frac{1}{2} = 25°$

$\overset{\frown}{BC} = 3\overset{\frown}{AB}$ より，

$\angle x = 25° \times 3 = 75°$

7 ア 3 点 A，B，D を通る円 O を考えたとき，$\overset{\frown}{AD}$ に対する円周角は，$\angle ABD = 43°$

また，△ACD で，内角の性質より，

$\angle ACD = 180° - 40° - (55° + 36°) = 49°$

$\angle ACD > \angle ABD$ より，点 C は円 O の内部にある。

イ △DBC は直角二等辺三角形であるから，

$\angle BDC = \angle BAC = 90°$

よって，4 点 A，B，C，D は線分 BC を直径とする同じ円周上にある。

ウ 3 点 A，B，D を通る円 O を考えたとき，$\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角は，$\angle ADB = 25°$

また，AC と BD の交点を E とすると，△EBC で，外角の性質より，

$\angle ACB = 78° - 53° = 25°$

よって，∠ADB = ∠ACB であるから，4 点 A，B，C，D は同じ円周上にある。

8 $\angle ABD = \angle ACD = 35°$ であるから，4 点 A，B，C，D は同じ円周上にある。

$\overset{\frown}{CD}$ に対する円周角より，$\angle x = 37°$

$\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角より，$\angle y = 48°$

9 (2) 〈作図の手順〉

① 辺 AB の垂直二等分線をひく。

② 辺 BC の垂直二等分線をひき，①との交点を O とする。このとき，点 O は，3 点 A，B，C を通る円の中心である。

③ 点 O を中心に，半径 OA の円をかく。この円と辺 AD との交点が，求める点 P である。

10 〈作図の手順〉

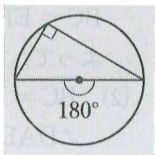
① 線分 AB の垂直二等分線 ℓ をひき，線分 AB との交点を O とする。

② 点 O を中心に，半径 OA の円をかき，直線 ℓ との交点を O′ とする。このとき，∠AO′B = 90° である。

③ 点 O′ を中心に，半径 O′A の円をかき，直線 ℓ と

の交点をPとする。このとき，∠APB＝45°である。

11 円O′で考える。



線分OPは円O′の直径であるから，半円の弧に対する円周角が直角であることがいえる。

よって，∠OAP＝90°

12 〈作図の手順〉

① 長さ4cmの線分OPをひく。

② 線分OPと円Oとの交点(線分OPの中点)をO′とする。

③ 点O′を中心に，半径O′Pの円をかき，円Oとの交点をA，Bとする。

④ 直線PA，PBをひく。

14 (1) △ACPと△DBPで，

$\overset{\frown}{CB}$に対する円周角は等しいから，

∠CAP＝∠BDP …①

$\overset{\frown}{AD}$に対する円周角は等しいから，

∠ACP＝∠DBP …②

(②は，対頂角より，∠APC＝∠DPBでもよい。)

①，②より，2組の角が，それぞれ等しいから，

△ACP∽△DBP

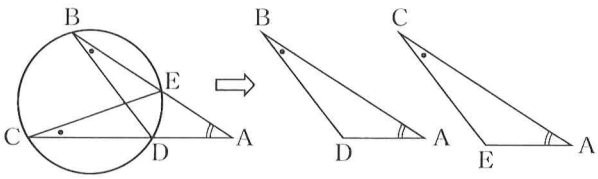
よって，AP：DP＝CP：BP

10：5＝12：x　　x＝6

(2) △ADP∽△CBPであるから，

20：x＝12：15　　x＝25

15 △ABD∽△ACEより，



対応する辺の比より比例式を立てると，

AB：AC＝AD：AE …㋐

三角形を構成する辺の比より比例式を立てると，

AB：AD＝AC：AE …㋑

㋐，㋑のどちらの式も，比例式の性質より，

AB×AE＝AD×AC

となる。

p.154〜p.155 ▶ 確認問題

1 (1) ∠x＝84°　(2) ∠x＝72°

(3) ∠x＝40°　(4) ∠x＝35°

(5) ∠x＝30°　(6) ∠x＝23°

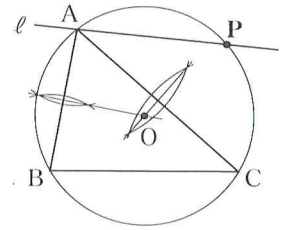
2 (1) ∠x＝35°　(2) ∠x＝25°

(3) ∠x＝36°

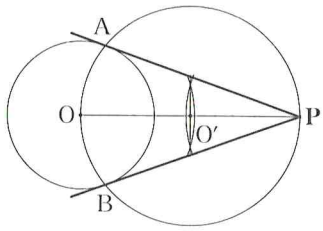
3 (1) ア，イ，エ

(2) ∠x＝28°，∠y＝32°

4 右の図



5 右の図



6 67°

7 (1) ㋐ 円周角　㋑ ∠PBC

㋒ ∠BCP　㋓ 2組の角

(2) 9cm

解説

1 (1) $\overset{\frown}{AB}$に対する円周角が42°，中心角が∠xであるから，∠x＝42°×2＝84°

(2) ∠Bを円周角とする弧に対する中心角は，

360°−216°＝144°

よって，∠x＝144°×$\frac{1}{2}$＝72°

(3) 同じ弧に対する円周角は等しいから，$\overset{\frown}{AB}$に対する円周角より，∠ADB＝∠ACB

よって，∠x＝40°

(4) $\overset{\frown}{BC}$に対する円周角より，

∠BDC＝∠BAC＝54°

△DPCで，外角の性質より，

∠x＝89°−54°＝35°

[∠ABD＝∠ACD＝∠xより，△ABPの外角を利用してもよい。]

(5) 半円の弧(直径BD)に対する円周角は直角だから，

∠BAD＝90°

$\overset{\frown}{ED}$に対する円周角より，∠EBD＝∠ECD＝∠x

△ABDの内角の和より，

∠x＝180°−(∠BAD＋∠ABE＋∠ADB)

＝180°−(90°＋25°＋35°)＝30°

(6) △OAB は二等辺三角形であるから，
$\angle OAB = \angle OBA = 48°$
半円の弧(直径 AD)に対する円周角より，
$\angle ACD = 90°$
△ACD で，内角の性質より，
$\angle CAD = 180° - 90° - 65° = 25°$
よって，$\angle x = 48° - 25° = 23°$

2 (1) $\overset{\frown}{CD}$ に対する円周角は，$70° \times \frac{1}{2} = 35°$
$\overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{CD}$ より，円周角は等しいから，$\angle x = 35°$
(2) △ABE で，$\angle A = 90°$ であるから，
$\angle AEB = 180° - 90° - 65° = 25°$
$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$ より，円周角は等しいから，$\angle x = 25°$
(3) $\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角は ∠C，$\overset{\frown}{AC}$ に対する円周角は ∠B，$\overset{\frown}{BC}$ に対する円周角は ∠A であるから，
△ABC で，$\angle B = \angle C = 2\angle A$
よって，$2\angle x + 2\angle x + \angle x = 180°$　　$\angle x = 36°$

3 (1) ア　$\angle BAC = 48°$，$\angle BDC = 112° - 64° = 48°$
よって，4 点 A，B，C，D は同じ円周上にある。
イ　$\angle BAC = 80°$，$\angle BDC = 56° + 24° = 80°$
よって，4 点 A，B，C，D は同じ円周上にある。
ウ　$\angle BAC = 60°$，$\angle BDC = 180° - 23° - 110° = 47°$
よって，点 D は 3 点 A，B，C を通る円の外部にある。
エ　$\angle BAC = 59°$，$\angle BDC = 180° - 85° - 36° = 59°$
よって，4 点 A，B，C，D は同じ円周上にある。
(2) $\angle BAC = \angle BDC = 90°$ であるから，4 点 A，B，C，D は線分 BC を直径とする同じ円周上にある。
$\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角より，$\angle x = 28°$
$\overset{\frown}{AD}$ に対する円周角より，$\angle y = 32°$

4 〈作図の手順〉
① 辺 AB の垂直二等分線をひく。
② 辺 AC の垂直二等分線をひき，①との交点を O とする。
③ 点 O を中心に，半径 OA の円をかく。この円と直線 ℓ との交点が，求める点 P である。

5 〈作図の手順〉
① 長さ 6cm の線分 OP をひく。
② 線分 OP の垂直二等分線をひき，線分 OP との交点(線分 OP の中点)を O′ とする。
③ 点 O′ を中心に，半径 O′P の円をかき，円 O との交点を A，B とする。
④ 直線 PA，PB をひく。

6 △PAB は二等辺三角形であるから，
$\angle PAB = (180° - 46°) \div 2 = 67°$

7 (2) △ABC ∽ △BPC より，
AC : BC = BC : PC
16 : 12 = 12 : PC　　PC = 9(cm)

絶対落とせない! 必答 ✓ 問題

p.156〜p.157

1 (1) ㋐ 円周角　㋑ 中心角
㋒ ∠AQB　㋓ $\frac{1}{2}$
(2) ㋔ 直角 (90°)
(3) ㋕ 等しい
(4) ㋖ ∠ACB
(5) ㋗ 接線の長さ　㋘ =
㋙ 90°

2 (1) $\angle x = 120°$　(2) $\angle x = 45°$
(3) $\angle x = 107°$　(4) $\angle x = 32°$
(5) $\angle x = 50°$　(6) $\angle x = 40°$

3 (1) $\angle x = 28°$　(2) $\angle x = 34°$
(3) $\angle x = 33°$　(4) $\angle x = 80°$
(5) $\angle x = 65°$　(6) $\angle x = 60°$

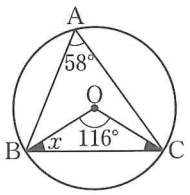
4 ア，ウ，エ

5 (1) $\angle x = 27°$　(2) $\angle x = 34°$
(3) $\angle x = 65°$

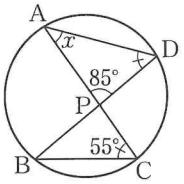
6 (1) $x = 9$　(2) $x = 13$
(3) $x = 10$

解　説

2 (1) $\angle x = 60° \times 2 = 120°$
(2) $\angle x = 90° \times \frac{1}{2} = 45°$
(3) ∠C を円周角とする弧に対する中心角の大きさは，
$360° - 146° = 214°$
よって，$\angle x = 214° \times \frac{1}{2} = 107°$
(4) $\angle BOC = 58° \times 2 = 116°$
△BOC は二等辺三角形であるから，
$\angle x = (180° - 116°) \div 2 = 32°$

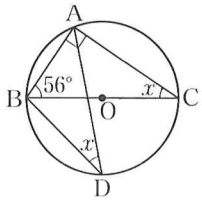


(5) 同じ弧に対する円周角の大きさは等しいから，
$\angle x = \angle ABD = 50°$
(6) $\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角より，
$\angle ADB = \angle ACB = 55°$
弦 AC と BD の交点を P とすると，△ADP で，内角の性質より，
$\angle x = 180° - 85° - 55° = 40°$



3 (1) 半円の弧(直径 AC)に対する円周角より，
$\angle B = 90°$
△ABC で，内角の性質より，
$\angle x = 180° - 90° - 62° = 28°$

(2) 半円の弧(直径 BC)に対する円周角より，$\angle BAC = 90°$



△ABC で，内角の性質より，

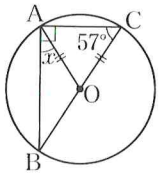
$\angle ACB = 180° - 90° - 56°$

$= 34°$

よって，$\angle x = \angle ADB$

$= \angle ACB = 34°$

(3) $\angle OAC = \angle OCA = 57°$



半円の弧(直径 BC)に対する円周角より，

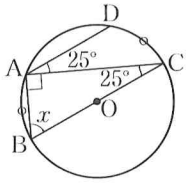
$\angle BAC = 90°$ であるから，

$\angle x = 90° - 57° = 33°$

(4) $\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角は，$\overset{\frown}{BC}$ に対する円周角 40° と等しいので，

$\angle x = 40° \times 2 = 80°$

(5) $\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角は，$\overset{\frown}{CD}$ に対する円周角 25° と等しいので，

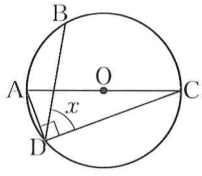


$\angle ACB = 25°$

△ABC で，$\angle BAC = 90°$ であるから，

$\angle x = 180° - 90° - 25° = 65°$

(6) $\overset{\frown}{BC} = 2\overset{\frown}{AB}$ より，



$\overset{\frown}{BC} = \frac{2}{3}\overset{\frown}{AC}$

半円の弧に対する円周角は 90° であるから，

$\angle x = \angle ADC \times \frac{2}{3}$

$= 90° \times \frac{2}{3} = 60°$

4 ア　2 点 A，D が直線 BC について同じ側にあり，$\angle BAC = \angle BDC = 60°$ であるから，4 点 A，B，C，D は同じ円周上にある。

イ　$\angle CAD = 50°$ または $\angle BDC = 50°$ でなければ，4 点 A，B，C，D が同じ円周上にあるとはいえない。

ウ　2 点 A，D が直線 BC について同じ側にあり，$\angle BAC = \angle BDC = 90°$ であるから，4 点 A，B，C，D は同じ円周上にある。

エ　$\angle A = 180° - (60° + 30°) = 90°$

$\angle C = 180° - (45° + 45°) = 90°$

よって，点 A も点 C も線分 BD を直径とする円の円周上にある。よって，4 点 A，B，C，D は同じ円周上にある。

5 (1) △PAO で，$\angle PAO = 90°$ であるから，

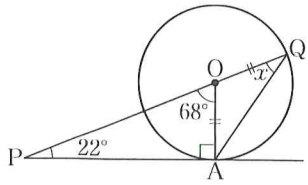
$\angle x = 180° - 90° - 63° = 27°$

(2) 点 O と A を結ぶ。△PAO で，$\angle PAO = 90°$ であるから，

$\angle POA = 180° - 90° - 22° = 68°$

△OAQ は二等辺三角形であるから，

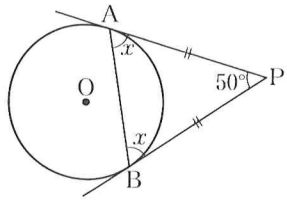
$\angle x = 68° \div 2 = 34°$



[$\angle x$ は中心角が $\angle POA$ の弧に対する円周角であると考えてもよい。]

(3) △PAB は二等辺三角形であるから，

$\angle x = (180° - 50°) \div 2 = 65°$



6 (1) △ABE ∽ △CDE で，AE : CE = BE : DE

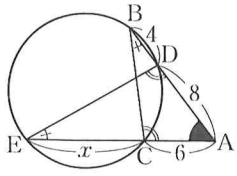
$6 : 4 = x : 6$　　$x = 9$

(2) △ABE ∽ △DCE で，AE : DE = BE : CE

$6 : 3 = BE : 5$　　$BE = 10$　　$x = 10 + 3 = 13$

(3) △ABC ∽ △AED で，AB : AE = AC : AD

$(8 + 4) : (x + 6) = 6 : 8$　　$x + 6 = 16$　　$x = 10$



差がつく！活用問題

p.158〜p.159

1 仮定より，∠BAC＝∠BDC
直線BCについて2点A，Dは同じ側にあるから，4点A，B，C，Dは同じ円周上にある。
よって，$\overset{\frown}{AB}$に対する円周角より，
∠ADB＝∠ACB

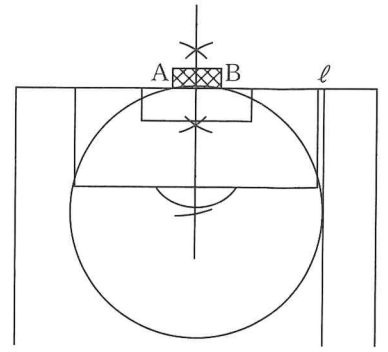
2 (1) AP…$9-r$　$(3+r)$
BP…$12-r$　$(6+r)$
(2) 3

3 (1) $\overset{\frown}{AD}$に対する円周角より，
∠ABD＝∠ACD　…①
$\overset{\frown}{AB}$に対する円周角より，
∠ADB＝∠ACB　…②
△ABDで，内角の性質より，
∠BAD＋∠ABD＋∠ADB＝180°　…③
①，②，③より，
∠BAD＋∠ACD＋∠ACB＝180°
よって，∠BAD＋∠BCD＝180°
(2) 72°

4 (1) △PADと△PCBで，
$\overset{\frown}{BD}$に対する円周角より，
∠PAD＝∠PCB　…①
共通な角より，∠APD＝∠CPB　…②
①，②より，2組の角が，それぞれ等しいから，
△PAD∽△PCB
対応する辺の比は等しいから，
PA：PC＝PD：PB
よって，PA×PB＝PC×PD
(2) 14

5 (1) 位置…D
理由…点Cや点Eは，2点A，Bを通り，直線ℓに接する円の外側にあるから，∠ACBや∠AEBは$\overset{\frown}{AB}$に対する円周角∠ADBより小さくなり，∠ADBがもっとも角度が大きい。
よって，ゴールをねらいやすいのは点Dの位置である。

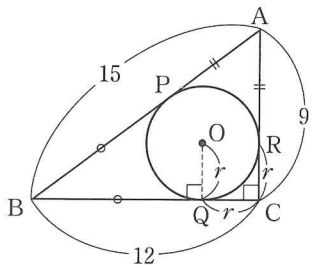
(2)



解説

1 円周角を利用しないで証明すると，次のようになる。
証明 対角線ACとBDの交点をOとする。
△OABと△ODCで，
仮定より，∠OAB＝∠ODC　…①
対頂角より，∠AOB＝∠DOC　…②
①，②より，2組の角が，それぞれ等しいから，
△OAB∽△ODC
したがって，三角形を構成する辺の比は等しいから，
OA：OB＝OD：OC　…③
△OADと△OBCで，
対頂角より，∠AOD＝∠BOC　…④
③，④より，2組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しいから，
△OAD∽△OBC
よって，∠ADB＝∠ACB

2 (1) 四角形OQCRは1辺がrの正方形であるから，
CR＝rより，AR＝$9-r$
CQ＝rより，BQ＝$12-r$
円外の1点から1つの円にひいた接線の長さは等しいので，
AP＝AR＝$9-r$
BP＝BQ＝$12-r$



別解 AP＝AB−BP
＝$15-(12-r)=3+r$
BP＝AB−AP
＝$15-(9-r)=6+r$
(2) AP＋BP＝AB＝15であるから，
$(9-r)+(12-r)=15$　　$2r=6$　　$r=3$

3 (1) 円周上にある4点を結んだ四角形を円に内接する四角形という。この問題では，円に内接する四角形の性質を証明している。

(2) $\overset{\frown}{BAD}:\overset{\frown}{BCD}=2:3$ より，

$\angle BCD:\angle BAD=2:3$

(1)より，2つの角の和は180°であるから，

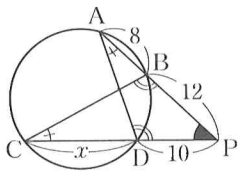
$\angle BCD=180^\circ\times\dfrac{2}{2+3}=72^\circ$

4 (1) この問題は，相似を利用した円に関する性質の証明である。この定理を方べきの定理という。

(2) 弦CDの長さをxとおくと，(1)より，

$(8+12)\times12=(x+10)\times10$

$x+10=24$　　$x=14$



5 (2) 〈作図の手順〉

① 線分ABの垂直二等分線をひき，線分ABとの交点をM(線分ABの中点)とする。

② 直線ABと直線ℓとの交点をNとして，線分MNの長さ(求める円の半径)をコンパスではかりとる。

③ 点Aまたは点Bを中心に，半径MNの円をかき，線分ABの垂直二等分線との交点をOとする。

④ 点Oを中心に，半径OAまたは半径OBの円をかく。

定期テスト 得点UP問題

p.160〜p.161

1 (1) $\angle x=30^\circ$　(2) $\angle x=150^\circ$

(3) $\angle x=28^\circ$　(4) $\angle x=25^\circ$

(5) $\angle x=35^\circ$　(6) $\angle x=110^\circ$

(7) $\angle x=31^\circ$　(8) $\angle x=22^\circ$

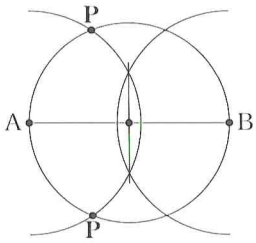
(9) $\angle x=25^\circ$，$\angle y=65^\circ$

(10) $\angle x=36^\circ$，$\angle y=72^\circ$

2 (1) $\angle x=20^\circ$

(2) $\angle x=40^\circ$

3 右の図



4 $\angle x=71^\circ$

5 △BCPと△CQPで，

$\overset{\frown}{PC}=\overset{\frown}{AP}$ より，$\angle PBC=\angle PCQ$　…①

共通な角より，$\angle BPC=\angle CPQ$　…②

①，②より，2組の角が，それぞれ等しいから，

△BCP∽△CQP

6 △AECと△DEAで，

共通な角より，$\angle AEC=\angle DEA$　…①

仮定より，$\angle ACE=\angle BCE$

$\overset{\frown}{BE}$ に対する円周角は等しいから，

$\angle BCE=\angle DAE$

よって，$\angle ACE=\angle DAE$　…②

①，②より，2組の角が，それぞれ等しいから，

△AEC∽△DEA

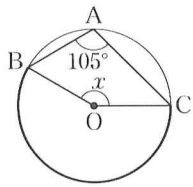
7 (1) $x=12$　(2) $x=\dfrac{87}{5}$

解説

1 (1) $\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角と中心角の関係より，

$\angle x=60^\circ\times\dfrac{1}{2}=30^\circ$

(2) ∠Aを円周角とする弧は右の図の太線部分である。

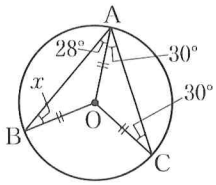


中心角は，$105^\circ\times2=210^\circ$

よって，

$\angle x=360^\circ-210^\circ=150^\circ$

(3) 2点A，Oを結び，二等辺三角形OCAで，



$\angle OAC=\angle OCA=30^\circ$

よって，$\angle OAB=58^\circ-30^\circ$

$=28^\circ$

二等辺三角形OABで，

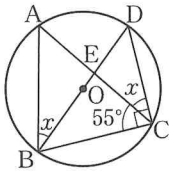
$\angle x=\angle OAB=28^\circ$

(4) $\overset{\frown}{BC}$ に対する円周角より，$\angle BDC = 55°$

△CDE で，外角の性質より，

$\angle x = 80° - 55° = 25°$

(5) 半円の弧(直径 BD)に対する円周角より，

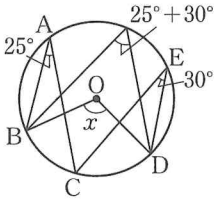


$\angle BCD = 90°$

よって，$\angle x = \angle ACD$

$= 90° - 55° = 35°$

(6) $\overset{\frown}{BD} = \overset{\frown}{BC} + \overset{\frown}{CD}$ より，



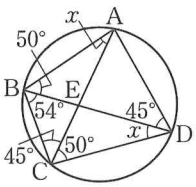
$\overset{\frown}{BD}$ に対する円周角は，

$25° + 30° = 55°$

$\angle x$ は $\overset{\frown}{BD}$ に対する中心角であるから，

$\angle x = 55° \times 2 = 110°$

(7) $\overset{\frown}{AD}$ に対する円周角より，



$\angle ABD = 50°$

$\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角より，

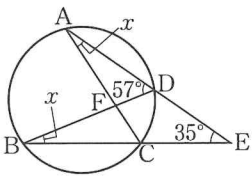
$\angle ACB = 45°$

△ABC で，内角の性質より，

$\angle x = 180° - (50° + 54°) - 45°$

$= 31°$

(8) $\overset{\frown}{CD}$ に対する円周角より，



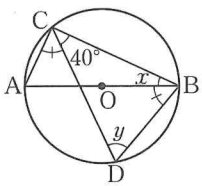
$\angle CBD = \angle x$

△BDE で，外角の性質より，

$\angle x = \angle CBD$

$= 57° - 35° = 22°$

(9) $\angle ACB = 90°$



$\overset{\frown}{AD}$ に対する円周角より，

$\angle ABD = \angle ACD$

$= 90° - 40° = 50°$

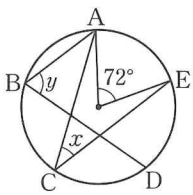
$\angle ABC$ は $\overset{\frown}{AC}$ に対する円周角で，$\overset{\frown}{AD} = 2\overset{\frown}{AC}$ より，

$\angle x = 50° \times \dfrac{1}{2} = 25°$

$\overset{\frown}{BC}$ に対する円周角より，

$\angle y = \angle BAC = 180° - 90° - 25° = 65°$

(10) 円全体の中心角は 360° であるから，円周を 5 等分した 1 つの弧に対する中心角は，



$360° \div 5 = 72°$

円周角は，$\angle x = 72° \div 2 = 36°$

$\angle y$ は $\overset{\frown}{AD}$ に対する円周角であるから，$\overset{\frown}{AD} = 2\overset{\frown}{AE}$ より，

$\angle y = 36° \times 2 = 72°$

2 (1) $\angle BAC = \angle BDC = 90°$ より，4 点 A，B，C，D は線分 BC を直径とする同じ円周上にある。

$\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角より，$\angle ACB = \angle x$

$\overset{\frown}{AD}$ に対する円周角より，

$\angle ABD = \angle ACD = 40°$

△ABC で，内角の性質より，

$\angle x = \angle ACB = 180° - 90° - (40° + 30°) = 20°$

[$\angle DAC = \angle DBC = 30°$ より，△ACD の内角を利用してもよい。]

(2) △ABE で，外角の性質より，

$\angle ABD = 110° - 70° = 40°$

$AC = BC$ より，$\angle CBA = \angle CAB = 70°$

また，$\angle ACB = 180° - 70° \times 2 = 40°$

仮定より，$\angle DCA = \angle ACB = 40°$

$\angle ABD = \angle DCA = 40°$ より，4 点 A，B，C，D は同じ円周上にあるから，$\angle x = \angle ACB = 40°$

3 〈作図の手順〉

① 点 A，B を中心に，半径 1.5cm の円をかく。

② ①を利用して，線分 AB の中点 O を求める。

③ 点 O を中心に，半径 OA の円をかき，円 A との交点を P とする。これが求める点である。

4 中心 O と接点 A，B を結ぶと，四角形 APBO で，

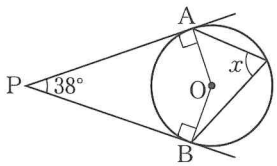
$\angle PAO = \angle PBO = 90°$

四角形の内角の和は 360° であるから，

$\angle AOB = 360° - 38° - 90° - 90° = 142°$

$\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角と中心角の関係より，

$\angle x = 142° \times \dfrac{1}{2} = 71°$



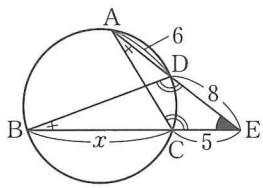
7 (1) △ABE ∽ △DCE で，AE : DE = AB : DC

$20 : x = 35 : 21 \qquad x = 12$

(2) △ACE ∽ △BDE で，AE : BE = CE : DE

$(6+8) : (x+5) = 5 : 8$

$x + 5 = \dfrac{112}{5} \qquad x = \dfrac{87}{5}$



16 直角三角形の３辺の関係

p.162〜p.165

1 (1) 合同な三角形…△FCA
合同条件…2組の辺とその間の角が，それぞれ等しい

(2) ㋐ △ACE　㋑ △FCA
㋒ ACDE　㋓ BJKG
㋔ AFGB

2 (1) $x=8$　(2) $x=3\sqrt{5}$
(3) $x=2\sqrt{6}$

3 (1) $x=15$　(2) $x=4\sqrt{3}$
(3) $x=3\sqrt{6}$

4 ㋐ 15　㋑ $2\sqrt{6}$
㋒ 6　㋓ 3
㋔ $5\sqrt{3}$

5 (1) 13cm　(2) $3\sqrt{13}$ cm

6 (1) 高さ…8cm　面積…48cm^2
(2) 高さ…$4\sqrt{2}$ cm　面積…$28\sqrt{2}$ cm^2

7 ㋐ 三平方の定理　㋑ a^2+b^2
㋒ a^2+b^2　㋓ c
㋔ DE　㋕ FD
㋖ 3組の辺

8 イ，ウ

9 ア，エ

解説

1 (1) △BEA と △FCA で，
仮定より，AE＝AC　…①
AB＝AF　…②
また，∠BAE＝∠CAE＋∠BAC
＝90°＋∠BAC
∠FAC＝∠FAB＋∠BAC
＝90°＋∠BAC
よって，∠BAE＝∠FAC　…③
①，②，③より，2組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので，△BEA≡△FCA

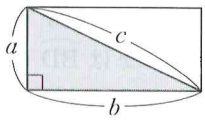
2 (1) $x^2=(4\sqrt{3})^2+4^2=64$
$x>0$ であるから，$x=8$
(2) $x^2=6^2+3^2=36+9=45$
$x>0$ であるから，$x=3\sqrt{5}$
(3) $x^2=(2\sqrt{2})^2+4^2=24$
$x>0$ であるから，$x=2\sqrt{6}$

$x^2=a$ となる x を a の平方根という。
正の平方根…$\sqrt{a}$
負の平方根…$-\sqrt{a}$

3 (1) $8^2+x^2=17^2$　$x^2=17^2-8^2=225$
$x>0$ であるから，$x=15$
(2) $4^2+x^2=8^2$　$x^2=8^2-4^2=48$
$x>0$ であるから，$x=4\sqrt{3}$
(3) $x^2+(3\sqrt{3})^2=9^2$　$x^2=9^2-(3\sqrt{3})^2=54$
$x>0$ であるから，$x=3\sqrt{6}$

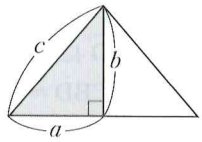
4 $a^2+b^2=c^2$ より，$a=\sqrt{c^2-b^2}$
$b=\sqrt{c^2-a^2}$
$c=\sqrt{a^2+b^2}$
㋐…$c=\sqrt{9^2+12^2}=\sqrt{225}=15$
㋑…$b=\sqrt{7^2-5^2}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$
㋒…$a=\sqrt{(6\sqrt{2})^2-6^2}=\sqrt{36}=6$
㋓…$c=\sqrt{(\sqrt{2})^2+(\sqrt{7})^2}=\sqrt{9}=3$
㋔…$b=\sqrt{10^2-5^2}=\sqrt{75}=5\sqrt{3}$

5 右の図のように，長方形の対角線を斜辺とする直角三角形に三平方の定理をあてはめる。



(1) $a=5$cm，$b=12$cm のときであるから，
$c^2=5^2+12^2=169$
$c>0$ であるから，$c=\sqrt{169}=13$
(2) $a=6$cm，$b=9$cm のときであるから，
$c^2=6^2+9^2=117$
$c>0$ であるから，$c=\sqrt{117}=3\sqrt{13}$

6 右の図のような直角三角形に三平方の定理をあてはめて二等辺三角形の高さを求める。



(1) $a=12\times\frac{1}{2}=6$(cm)，
$c=10$cm のときであるから，
$6^2+b^2=10^2$　$b^2=10^2-6^2=64$
$b>0$ であるから，$b=\sqrt{64}=8$
よって，高さは8cm である。
面積は，$\frac{1}{2}\times12\times8=48$(cm^2)
(2) $a=14\times\frac{1}{2}=7$(cm)，$c=9$cm のときであるから，
$7^2+b^2=9^2$　$b^2=9^2-7^2=32$
$b>0$ であるから，$b=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$
よって，高さは $4\sqrt{2}$ cm である。
面積は，$\frac{1}{2}\times14\times4\sqrt{2}=28\sqrt{2}$ (cm^2)

8 ア…$5^2+7^2=74$　$8^2=64$
イ…$12^2+16^2=400$
$20^2=400$
よって，$12^2+16^2=20^2$
ウ…$20^2+21^2=841$　$29^2=841$
よって，$20^2+21^2=29^2$
エ…$10^2+15^2=325$　$20^2=400$
以上より，三平方の定理の逆が成り立つのはイとウ。

直角三角形の斜辺にあたるのは，3辺の中で，もっとも長い辺である。

9 ア…$0.5^2+1.2^2=1.69$　　$1.3^2=1.69$

よって，$0.5^2+1.2^2=1.3^2$

イ…$(\sqrt{10})^2+4^2=26$　　$5^2=25$

ウ…$(\sqrt{5})^2+3^2=14$　　$4^2=16$

エ…$(\sqrt{3})^2+(\sqrt{6})^2=9$　　$3^2=9$

よって，$(\sqrt{3})^2+(\sqrt{6})^2=3^2$

以上より，三平方の定理の逆が成り立つのはアとエ。

p.166〜p.167　▶ 確認問題

1 169cm^2

2 ㋐ $a-b$

㋑ △ABC　(△BDF，△DEG，△EAH)

㋒ $a-b$　　㋓ $\frac{1}{2}ab$

3 (1) $x=2\sqrt{5}$　　(2) $x=\sqrt{15}$

(3) $x=6$　　(4) $x=6$

(5) $x=2$　　(6) $x=\sqrt{11}$

4 (1) $x=3\sqrt{5}$　　(2) $x=4\sqrt{6}$

5 (1) 高さ…12cm　　面積…60cm^2

(2) 高さ…$2\sqrt{7}$ cm　　面積…$12\sqrt{7}\text{ cm}^2$

6 (1) ×　　(2) ○

(3) ○　　(4) ○

(5) ×　　(6) ○

7 イ，ウ

解説

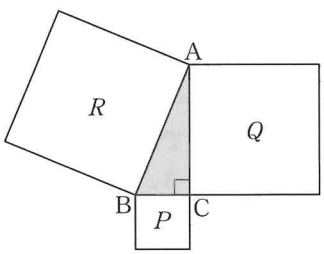
1 右の図で，

面積 $P=\text{BC}^2$，

面積 $Q=\text{AC}^2$，

面積 $R=\text{AB}^2$

を表している。



三平方の定理より，

$\text{AB}^2=\text{BC}^2+\text{AC}^2$

だから，

面積 R＝面積 P＋面積 Q

$=25+144=169(\text{cm}^2)$

3 (1) $x^2=2^2+4^2=20$

$x>0$ であるから，$x=2\sqrt{5}$

(2) $x^2=3^2+(\sqrt{6})^2=15$

$x>0$ であるから，$x=\sqrt{15}$

(3) $x^2=4^2+(2\sqrt{5})^2=36$

$x>0$ であるから，$x=6$

(4) $x^2+8^2=10^2$　　$x^2=10^2-8^2=36$

$x>0$ であるから，$x=6$

(5) $x^2+(2\sqrt{3})^2=4^2$　　$x^2=4^2-(2\sqrt{3})^2=4$

$x>0$ であるから，$x=2$

(6) $x^2+(\sqrt{5})^2=4^2$　　$x^2=4^2-(\sqrt{5})^2=11$

$x>0$ であるから，$x=\sqrt{11}$

4 (1) $x^2=3^2+6^2=45$

$x>0$ であるから，$x=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$

(2) $5^2+x^2=11^2$　　$x^2=11^2-5^2=96$

$x>0$ であるから，$x=\sqrt{96}=4\sqrt{6}$

5 二等辺三角形の高さを $x$cm とする。

(1) $5^2+x^2=13^2$　　$x^2=13^2-5^2=144$

$x>0$ であるから，$x=\sqrt{144}=12$

よって，高さは 12cm である。

面積は，$\frac{1}{2}\times10\times12=60(\text{cm}^2)$

(2) $6^2+x^2=8^2$　　$x^2=8^2-6^2=28$

$x>0$ であるから，$x=\sqrt{28}=2\sqrt{7}$

よって，高さは $2\sqrt{7}$ cm である。

面積は，$\frac{1}{2}\times12\times2\sqrt{7}=12\sqrt{7}\,(\text{cm}^2)$

6 (いちばん短い辺)^2＋(まん中の辺)^2 と，(いちばん長い辺)^2 が等しい三角形が直角三角形である。

(1) $4^2+5^2=41$，$6^2=36$

よって，×

(2) $5^2+12^2=169$，$13^2=169$

よって，○

(3) $1.5^2+2^2=6.25$，$2.5^2=6.25$

よって，○

(4) $0.8^2+1.5^2=2.89$，$1.7^2=2.89$

よって，○

(5) $2^2+(\sqrt{6})^2=10$，$3^2=9$

よって，×

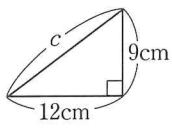
(6) $(\sqrt{3})^2+2^2=7$，$(\sqrt{7})^2=7$

よって，○

7 残りの 1 辺が斜辺 c であるとき，

$c=\sqrt{9^2+12^2}=\sqrt{225}$

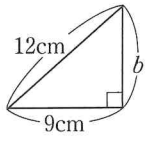
$=15$…イ



残りの 1 辺が直角をはさむ辺 b であるとき，

$b=\sqrt{12^2-9^2}=\sqrt{63}$

$=3\sqrt{7}$…ウ



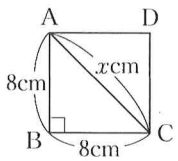
17 三平方の定理の利用

p.168〜p.173

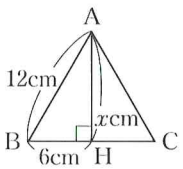
1 (1) $8\sqrt{2}$ cm　(2) $6\sqrt{3}$ cm
2 (1) $x=4\sqrt{2}$　(2) $x=4\sqrt{3}$
3 (1) $x=6\sqrt{3}$，$y=3\sqrt{3}$
(2) $x=5\sqrt{2}$，$y=5\sqrt{3}$
4 (1) 12cm　(2) $2\sqrt{21}$ cm
5 (1) 直角三角形　(2) $8\sqrt{2}$ cm
6 $3\sqrt{5}$ cm
7 (1) $2\sqrt{2}$　(2) $3\sqrt{5}$
8 (1) 5　(2) $\sqrt{41}$
9 (1) $AB=\sqrt{13}$，$BC=2\sqrt{13}$，$AC=\sqrt{65}$
(2) △ABC で，
$AB^2+BC^2=(\sqrt{13})^2+(2\sqrt{13})^2=65$
$AC^2=(\sqrt{65})^2=65$
よって，
$AB^2+BC^2=AC^2$
が成り立つので，直角三角形である。
10 (1) $\sqrt{74}$ cm　(2) $3\sqrt{10}$ cm
11 (1) $3\sqrt{5}$ cm　(2) 9cm
12 (1) $5\sqrt{5}$ cm　(2) $10\sqrt{3}$ cm
13 高さ…$3\sqrt{14}$ cm，体積…$36\sqrt{14}$ cm^3
14 (1) $4\sqrt{3}$ cm　(2) $64+64\sqrt{3}$ (cm^2)
15 高さ…$5\sqrt{3}$ cm，体積…$\frac{125\sqrt{3}}{3}\pi cm^3$
16 (1) $5\sqrt{2}$ cm　(2) $2\sqrt{17}$ cm
17 3cm

解　説

1 (1) 正方形を ABCD とし，対角線 AC＝$x$cm とすると，
△ABC で，
$x^2=8^2+8^2=128$
$x>0$ であるから，$x=8\sqrt{2}$



(2) 正三角形を ABC とし，A から底辺 BC にひいた垂線を AH とすると，BH＝6cm である。
AH＝$x$cm とすると，△ABH で，
$x^2+6^2=12^2$　$x^2=12^2-6^2=108$
$x>0$ であるから，$x=6\sqrt{3}$



2 (1) BC：AC＝1：$\sqrt{2}$ より，
$4:x=1:\sqrt{2}$　$x=4\sqrt{2}$
(2) BC：AB＝$\sqrt{3}$：2 より，
$x:8=\sqrt{3}:2$　$x=4\sqrt{3}$

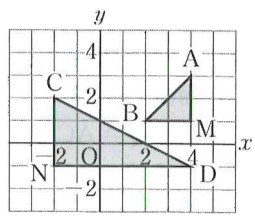
3 (1) △ABC で，AB：BC＝$\sqrt{3}$：2 より，
$x:12=\sqrt{3}:2$　$x=6\sqrt{3}$
△ABD で，AD：AB＝1：2 より，
$y:6\sqrt{3}=1:2$　$y=3\sqrt{3}$
(2) △ABD で，BD：AB＝1：$\sqrt{2}$ より，
$5:x=1:\sqrt{2}$　$x=5\sqrt{2}$
また，AD＝BD＝5cm
△ACD で，AD：CD＝1：$\sqrt{3}$ より，
$5:y=1:\sqrt{3}$　$y=5\sqrt{3}$

4 (1) 中心 O から弦 AB に垂線 OH をひくと，△OAH で，
$8^2+AH^2=10^2$　$AH^2=10^2-8^2=36$
AH＞0 であるから，AH＝6(cm)
AH＝BH より，AB＝2AH＝12(cm)
(2) 中心 O から弦 CD に垂線 OH をひくと，
CH＝DH より，$CH=\frac{1}{2}CD=\frac{1}{2}\times8=4$(cm)
△OCH で，
$4^2+OH^2=10^2$　$OH^2=10^2-4^2=84$
OH＞0 であるから，OH＝$2\sqrt{21}$(cm)

5 (1) ∠OBA＝90° である。
(2) △OAB で，
$AB^2+4^2=12^2$　$AB^2=12^2-4^2=128$
AB＞0 であるから，AB＝$8\sqrt{2}$ (cm)

6 △OAO′ で，
$6^2+AO'^2=9^2$　$AO'^2=9^2-6^2=45$
AO′＞0 であるから，AO′＝$3\sqrt{5}$ (cm)

7 (1) $AB^2=2^2+2^2=8$
AB＞0 であるから，
AB＝$2\sqrt{2}$
(2) $CD^2=6^2+3^2=45$
CD＞0 であるから，
CD＝$3\sqrt{5}$

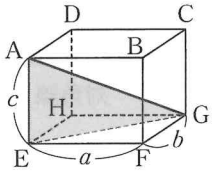


8 (1) $AB=\sqrt{\{3-(-1)\}^2+\{1-(-2)\}^2}$
$=\sqrt{4^2+3^2}=\sqrt{25}=5$
(2) $CD=\sqrt{\{1-(-3)\}^2+\{4-(-1)\}^2}$
$=\sqrt{4^2+5^2}=\sqrt{41}$

9 (1) $AB=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$
$BC=\sqrt{6^2+4^2}=\sqrt{52}=2\sqrt{13}$
$AC=\sqrt{8^2+1^2}=\sqrt{65}$

10 (1) 直角三角形 AEF で，
$AF^2=AE^2+EF^2=5^2+7^2=74$
AF＞0 であるから，AF＝$\sqrt{74}$ (cm)
(2) 線分 DF は長方形 AFGD の対角線であるから，直角三角形 AFD で，
$DF^2=DA^2+AF^2=4^2+(\sqrt{74})^2=90$
DF＞0 であるから，DF＝$3\sqrt{10}$ (cm)

11 右の図のような直方体で，



$EG^2 = EF^2 + FG^2$

$= a^2 + b^2$

$AG^2 = EG^2 + AE^2$

$= a^2 + b^2 + c^2$

$AG > 0$ であるから，

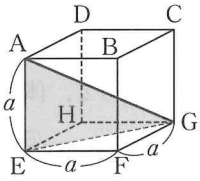
$AG = \sqrt{a^2+b^2+c^2}$

(1) $AG = \sqrt{5^2+4^2+2^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$ (cm)

(2) $AG = \sqrt{6^2+6^2+3^2} = \sqrt{81} = 9$(cm)

12 (1) $\sqrt{6^2+5^2+8^2} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$ (cm)

(2) 右の図のような立方体で，



$EG^2 = EF^2 + FG^2$

$= a^2 + a^2 = 2a^2$

$AG^2 = EG^2 + AE^2$

$= 2a^2 + a^2 = 3a^2$

$AG > 0$，$a > 0$ であるから，$AG = \sqrt{3}\,a$

よって，$\sqrt{3} \times 10 = 10\sqrt{3}$ (cm)

13 △ABD で，$AB : BD = 1 : \sqrt{2}$

よって，$BD = 6\sqrt{2}$ (cm)

$BH = \frac{1}{2}BD$ であるから，$BH = 3\sqrt{2}$ (cm)

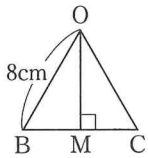
直角三角形 OBH で，

$OH^2 = OB^2 - BH^2 = 12^2 - (3\sqrt{2})^2 = 126$

$OH > 0$ であるから，$OH = 3\sqrt{14}$ (cm)

よって，体積 $= \frac{1}{3} \times 6^2 \times 3\sqrt{14} = 36\sqrt{14}$ (cm³)

14 (1) 側面の △OBC は正三角形であるから，$OM : OB = \sqrt{3} : 2$



$OM : 8 = \sqrt{3} : 2$

$OM = 4\sqrt{3}$ (cm)

(2) $\triangle OBC = \frac{1}{2} \times 8 \times 4\sqrt{3}$

$= 16\sqrt{3}$ (cm²)

側面積 $= \triangle OBC \times 4 = 64\sqrt{3}$ (cm²)

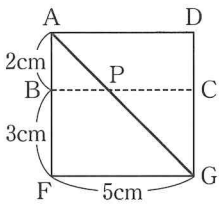
表面積 = 底面積 + 側面積 であるから，

表面積 $= 64 + 64\sqrt{3}$ (cm²)

15 $PO = \sqrt{10^2 - 5^2} = 5\sqrt{3}$ (cm) …高さ

よって，体積 $= \frac{1}{3} \times 25\pi \times 5\sqrt{3} = \frac{125\sqrt{3}}{3}\pi$ (cm³)

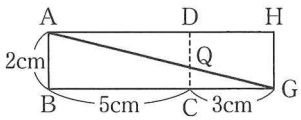
16 (1) 面 ABCD と面 BFGC を開いて平面にすると，右の図のような正方形になる。



$AF : AG = 1 : \sqrt{2}$ より，

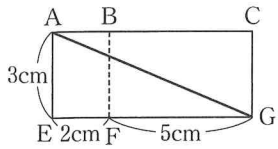
$AG = 5\sqrt{2}$ (cm)

(2) 面 ABCD と面 CGHD を開いて平面にすると，右の図のような長方形になる。



$AG = \sqrt{2^2+8^2} = \sqrt{68} = 2\sqrt{17}$ (cm)

参考 面 ABFE を横切るように，辺 BF 上の点を通って A から G までひもをかける場合，面 ABFE と面 BFGC の展開図は右のようになる。このときのひもの長さは，

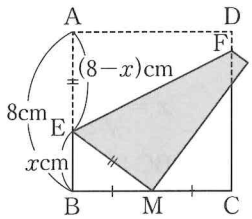


$AG = \sqrt{3^2+7^2}$

$= \sqrt{58}$ (cm)

これらのひものかけ方の中で，ひもの長さがもっとも短いのは(1)の場合である。

17 EB = $x$cm とすると，



ME = AE = $8 - x$(cm)

と表される。直角三角形 EBM において，

BM = 4cm であるから，

$x^2 + 4^2 = (8-x)^2$

$x^2 + 16 = 64 - 16x + x^2$

$16x = 48 \qquad x = 3$

p.174〜p.175 ▶ 確認問題

1 (1) $12\sqrt{2}$ cm

(2) 高さ…$4\sqrt{3}$ cm，面積…$16\sqrt{3}$ cm²

2 (1) $x = 4\sqrt{2}$ (2) $x = 5\sqrt{3}$

(3) $x = 3\sqrt{3}$

3 (1) $x = 4\sqrt{3}$，$y = 2\sqrt{6}$

(2) $x = 2\sqrt{3}$，$y = 3$

(3) $x = 5\sqrt{3}$，$y = 5\sqrt{6}$

4 (1) $x = 4\sqrt{30}$ (2) $x = 3\sqrt{5}$

5 (1) $2\sqrt{10}$ (2) $3\sqrt{5}$

(3) 10

6 (1) $7\sqrt{5}$ cm (2) $10\sqrt{2}$ cm

(3) $9\sqrt{3}$ cm

7 (1) 高さ…$3\sqrt{2}$ cm 体積…$36\sqrt{2}$ cm³

(2) 高さ…4cm 体積…12πcm³

8 体積…336cm³

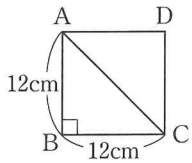
表面積…$144 + 24\sqrt{85}$ (cm²)

9 $3\sqrt{5}$ cm

10 $\frac{10}{3}$cm

解説

1 (1) 右の図のようになるから，



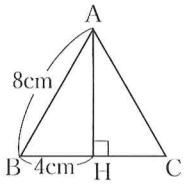
△ABC で，

$AC^2 = 12^2 + 12^2 = 2 \times 12^2$

$AC > 0$ であるから，

$AC = 12\sqrt{2}$ (cm)

(2) 正三角形 ABC で，A から底辺 BC に垂線 AH をひくと，



$BH = 4\text{cm}$

△ABH で，

$AH^2 + 4^2 = 8^2$

$AH^2 = 8^2 - 4^2 = 48$

$AH > 0$ であるから，$AH = 4\sqrt{3}$ (cm)

また，$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 8 \times 4\sqrt{3} = 16\sqrt{3}$ (cm²)

2 (1) $AC : BC = 1 : \sqrt{2}$ より，

$x : 8 = 1 : \sqrt{2}$　　$\sqrt{2}x = 8$

$x = \frac{8}{\sqrt{2}} = \frac{8 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = 4\sqrt{2}$

(2) $BC : AB = \sqrt{3} : 2$ より，

$x : 10 = \sqrt{3} : 2$　　$x = 5\sqrt{3}$

(3) $AB : AC = 1 : \sqrt{3}$ より，

$x : 9 = 1 : \sqrt{3}$　　$\sqrt{3}x = 9$

$x = \frac{9}{\sqrt{3}} = \frac{9 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = 3\sqrt{3}$

3 (1) △ABC で，$AC : AB = \sqrt{3} : 2$ より，

$x : 8 = \sqrt{3} : 2$　　$x = 4\sqrt{3}$

△ACD で，$AD : AC = 1 : \sqrt{2}$ より，

$y : 4\sqrt{3} = 1 : \sqrt{2}$　　$y = 2\sqrt{6}$

(2) △ABD で，$AD : BD = 1 : \sqrt{2}$ より，

$\sqrt{6} : x = 1 : \sqrt{2}$　　$x = 2\sqrt{3}$

△BCD で，$BC : BD = \sqrt{3} : 2$ より，

$y : 2\sqrt{3} = \sqrt{3} : 2$　　$y = 3$

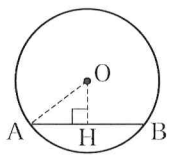
(3) △ACD で，$AD : AC = \sqrt{3} : 2$ より，

$x : 10 = \sqrt{3} : 2$　　$x = 5\sqrt{3}$

△ABD で，$AD : AB = 1 : \sqrt{2}$ より，

$5\sqrt{3} : y = 1 : \sqrt{2}$　　$y = 5\sqrt{6}$

4 (1) 右の図で，OA = 13cm，



$OH = 7\text{cm}$

$AH = \sqrt{13^2 - 7^2}$

$= \sqrt{120} = 2\sqrt{30}$ (cm)

$AB = 2AH = 4\sqrt{30}$ (cm)

(2) $\angle OPA = 90°$ より，△OAP は直角三角形である。

$x = \sqrt{9^2 - 6^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

5 (1) $AB = \sqrt{6^2 + 2^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

(2) $CD = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

(3) $EF = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10$

6 (1) $\sqrt{8^2 + 10^2 + 9^2} = \sqrt{245} = \sqrt{7^2 \times 5} = 7\sqrt{5}$ (cm)

(2) $\sqrt{6^2 + 10^2 + 8^2} = \sqrt{200} = \sqrt{10^2 \times 2} = 10\sqrt{2}$ (cm)

別解　直角三角形 ABF で，

$AF = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10$(cm)

よって，△AFG は，AF = FG の直角二等辺三角形となるから，$FG : AG = 1 : \sqrt{2}$ より，

$AG = \sqrt{2}FG = \sqrt{2} \times 10 = 10\sqrt{2}$ (cm)

(3) $\sqrt{9^2 + 9^2 + 9^2} = \sqrt{9^2 \times 3} = 9\sqrt{3}$ (cm)

別解　立方体の 1 辺を a とすると，その対角線は，

対角線 $= \sqrt{a^2 + a^2 + a^2} = \sqrt{a^2 \times 3} = a \times \sqrt{3}$

$= \sqrt{3}a$

よって，$AG = \sqrt{3} \times 9 = 9\sqrt{3}$ (cm)

7 (1) 2 点 A, H を結ぶ。線分 AH は正方形 ABCD の対角線 AC の $\frac{1}{2}$ であるから，

$AH = \frac{1}{2} \times 6\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$ (cm)

直角三角形 OAH で，

$OH = \sqrt{6^2 - (3\sqrt{2})^2} = 3\sqrt{2}$ (cm)　…高さ

よって，体積 $= \frac{1}{3} \times 36 \times 3\sqrt{2} = 36\sqrt{2}$ (cm³)

(2) $PO = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$(cm)　…高さ

よって，体積 $= \frac{1}{3} \times 9\pi \times 4 = 12\pi$ (cm³)

8 $OH = \sqrt{11^2 - (6\sqrt{2})^2} = \sqrt{49} = 7$(cm) より，

体積 $= \frac{1}{3} \times 12^2 \times 7 = 336$(cm³)

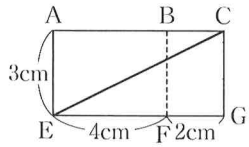
頂点 O から辺 AB に垂線 OM をひくと，AM = BM

$OM = \sqrt{11^2 - 6^2} = \sqrt{85}$ (cm) より，

表面積 $= 12^2 + \frac{1}{2} \times 12 \times \sqrt{85} \times 4$

$= 144 + 24\sqrt{85}$ (cm²)

9 面 AEFB と面 BFGC を開いて平面にすると，右の図のような長方形になる。



$EC = \sqrt{3^2 + 6^2}$

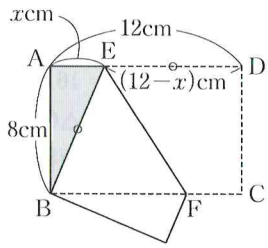
$= \sqrt{45}$

$= 3\sqrt{5}$ (cm)

10 $AE = x$cm とすると，

$BE = DE = 12 - x$ (cm)

と表される。直角三角形 ABE において，



$x^2 + 8^2 = (12 - x)^2$

$x^2 + 64 = 144 - 24x + x^2$

$24x = 80$　　$x = \frac{10}{3}$

絶対落とせない! 必答 ✓ 問題

p.176〜p.177

1 (1) ㋐ $a^2+b^2=c^2$
㋑ 三平方の定理 (ピタゴラスの定理)
(2) ㋒ $\sqrt{2}$ ㋓ 1
㋔ 2 ㋕ $\sqrt{3}$

2 (1) $x=2\sqrt{13}$ (2) $x=20$
(3) $x=4\sqrt{10}$

3 $50\sqrt{2}\,\text{cm}^2$

4 イ，ウ

5 (1) $x=5\sqrt{2}$ (2) $x=2\sqrt{3}$

6 (1) $x=3\sqrt{3}$，$y=9\sqrt{2}$
(2) $x=6\sqrt{3}$，$y=9$

7 (1) $x=10$ (2) $x=8\sqrt{5}$

8 (1) 5 (2) $7\sqrt{2}$

9 (1) $3\sqrt{11}\,\text{cm}$ (2) $8\sqrt{3}\,\text{cm}$

10 高さ…$6\sqrt{2}\,\text{cm}$ 体積…$18\sqrt{2}\,\pi\text{cm}^3$

11 体積…$12\sqrt{31}\,\text{cm}^3$
表面積…$36+24\sqrt{10}\,(\text{cm}^2)$

解説

2 (1) $x^2=4^2+6^2=52$
$x>0$ であるから，$x=\sqrt{52}=2\sqrt{13}$
(2) $15^2+x^2=25^2$ $x^2=25^2-15^2=400$
$x>0$ であるから，$x=\sqrt{400}=20$
別解 15：25＝3：5 で，5 にあたる辺が斜辺だから，この三角形は，辺の比が 3：4：5 の直角三角形である。よって，15：x＝3：4
$3x=15\times4$ $x=20$
(3) 対角線を斜辺とする直角三角形を考える。
$x^2=4^2+12^2=160$
$x>0$ であるから，$x=\sqrt{160}=4\sqrt{10}$

3 頂点 A から底辺 BC に垂線 AH をひくと，
BH＝5cm であるから，△ABH で，
$5^2+\text{AH}^2=15^2$ $\text{AH}^2=15^2-5^2=200$
AH＞0 であるから，$\text{AH}=\sqrt{200}=10\sqrt{2}$
よって，面積は，$\frac{1}{2}\times10\times10\sqrt{2}=50\sqrt{2}\,(\text{cm}^2)$

4 ア…$2^2+5^2=29$ $5^2=25$
イ…$8^2+15^2=289$ $17^2=289$
よって，$8^2+15^2=17^2$
ウ…$(\sqrt{6})^2+3^2=15$ $(\sqrt{15})^2=15$
よって，$(\sqrt{6})^2+3^2=(\sqrt{15})^2$

5 (1) 直角二等辺三角形であるから，
AB：BC＝1：$\sqrt{2}$ より，x：10＝1：$\sqrt{2}$
$\sqrt{2}x=10$ $x=5\sqrt{2}$
(2) 30°，60°，90° の直角三角形であるから，
AB：BC＝1：$\sqrt{3}$ より，x：6＝1：$\sqrt{3}$
$\sqrt{3}x=6$ $x=2\sqrt{3}$

6 (1) △ABC で，BC：AC＝1：$\sqrt{3}$ より，
x：9＝1：$\sqrt{3}$ $x=3\sqrt{3}$
△ACD で，AC：CD＝1：$\sqrt{2}$ より，
9：y＝1：$\sqrt{2}$ $y=9\sqrt{2}$
(2) △ABC で，AB：AC＝1：$\sqrt{3}$ より，
6：x＝1：$\sqrt{3}$ $x=6\sqrt{3}$
△ACD で，CD：AC＝$\sqrt{3}$：2 より，
y：$6\sqrt{3}=\sqrt{3}$：2 $y=9$

7 中心 O から弦 AB へ垂線 OH をひくと，AH＝BH
(1) $x=\sqrt{6^2+8^2}=\sqrt{100}=10$
(2) $\sqrt{12^2-8^2}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$ より，
$x=2\times4\sqrt{5}=8\sqrt{5}$

8 (1) $\text{AB}=\sqrt{\{1-(-3)\}^2+(5-2)^2}$
$=\sqrt{4^2+3^2}$
$=\sqrt{25}=5$
(2) $\text{CD}=\sqrt{\{6-(-1)\}^2+\{4-(-3)\}^2}$
$=\sqrt{7^2+7^2}$
$=\sqrt{7^2\times2}=7\sqrt{2}$

9 (1) $\sqrt{5^2+7^2+5^2}=\sqrt{99}=3\sqrt{11}\,(\text{cm})$
(2) $\sqrt{8^2+8^2+8^2}=\sqrt{8^2\times3}=8\sqrt{3}\,(\text{cm})$

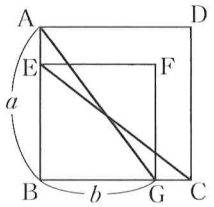
10 円錐の高さは，$\sqrt{9^2-3^2}=\sqrt{72}=6\sqrt{2}\,(\text{cm})$ より，
体積＝$\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times6\sqrt{2}=18\sqrt{2}\,\pi\,(\text{cm}^3)$

11 $\text{OH}=\sqrt{7^2-(3\sqrt{2})^2}=\sqrt{31}\,(\text{cm})$ より，
体積＝$\frac{1}{3}\times6^2\times\sqrt{31}=12\sqrt{31}\,(\text{cm}^3)$
頂点 O から辺 AB に垂線 OM をひくと，AM＝BM
$\text{OM}=\sqrt{7^2-3^2}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}\,(\text{cm})$ より，
表面積＝$6^2+\frac{1}{2}\times6\times2\sqrt{10}\times4$
$=36+24\sqrt{10}\,(\text{cm}^2)$

差がつく！ 活用問題

p.178〜p.179

1 図…右の図の線分 AG または線分 EC どちらか 1 つ



説明…2 つの正方形の面積の和は，a^2+b^2 だから，三平方の定理より，直角をはさむ 2 辺の長さが a，b の直角三角形の斜辺が，求める正方形の 1 辺と等しい。

2 (1) $x=6\sqrt{3}$　(2) $24\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

3 (1) 126　(2) 15

4 A_1B_5…$\sqrt{5}$　A_1B_8…$2\sqrt{2}$

5 およそ 160km

6 $100\pi\text{cm}^3$

7 高さ…$3\sqrt{3}$ cm　体積…$9\sqrt{3}\,\pi\text{cm}^3$

8 $12\sqrt{3}$ cm

9 (1) $18\sqrt{3}\,\text{cm}^2$　(2) $2\sqrt{3}$ cm

解説

1 直角をはさむ 2 辺の長さが a，b にならないと三平方の定理が利用できないことに注意する。

2 (1) 三平方の定理より，

△ABH で，$AH^2=AB^2-BH^2=12^2-x^2$ …①

△ACH で，$AH^2=AC^2-CH^2$

$=(4\sqrt{3})^2-(8\sqrt{3}-x)^2$ …②

①，②より，$12^2-x^2=(4\sqrt{3})^2-(8\sqrt{3}-x)^2$

これを解いて，$x=6\sqrt{3}$

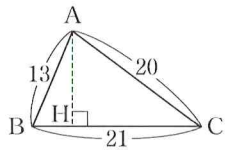
(2) $x=6\sqrt{3}$ を①に代入して，

$AH^2=12^2-(6\sqrt{3})^2=36$

$AH>0$ であるから，$AH=6$(cm)

よって，$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times8\sqrt{3}\times6=24\sqrt{3}$ (cm²)

3 (1) 点 A から辺 BC に垂線 AH をひき，$BH=x$ とする。



△ABH で，

$AH^2=13^2-x^2$ …①

△ACH で，$AH^2=20^2-(21-x)^2$ …②

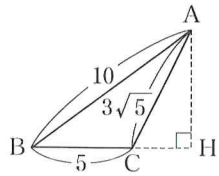
①，②より，$13^2-x^2=20^2-(21-x)^2$

これを解いて，$x=5$

①より，$AH=\sqrt{13^2-5^2}=12$

よって，$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times21\times12=126$

(2) 点 A から辺 BC の延長に垂線 AH をひき，$CH=x$ とする。△ACH で，



$AH^2=(3\sqrt{5})^2-x^2$ …①

△ABH で，

$AH^2=10^2-(x+5)^2$ …②

①，②より，$(3\sqrt{5})^2-x^2=10^2-(x+5)^2$

これを解いて，$x=3$

①より，$AH=\sqrt{(3\sqrt{5})^2-3^2}=6$

よって，$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times5\times6=15$

4 $A_1B_2=A_1C_1=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$

$A_1B_3=A_1C_2=\sqrt{1^2+(\sqrt{2})^2}=\sqrt{3}$

$A_1B_4=A_1C_3=\sqrt{1^2+(\sqrt{3})^2}=\sqrt{4}\ (=2)$

$A_1B_5=A_1C_4=\sqrt{1^2+(\sqrt{4})^2}=\sqrt{5}$

5 △OAB で，三平方の定理より，

$AB^2=AO^2-BO^2$

$=(h+r)^2-r^2$

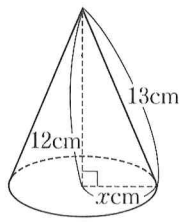
$=h^2+2hr$

$=2^2+2\times2\times6378=25516$

$AB>0$ であるから，$AB=\sqrt{25516}=159.737\cdots$

小数第 1 位を四捨五入すると，$AB=160$(km)

6 直線 AB を回転の軸として 1 回転させてできる立体は右の図のようになる。



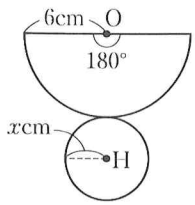
$x=\sqrt{13^2-12^2}$

$=\sqrt{25}=5$

よって，体積は，

$\frac{1}{3}\times\pi\times5^2\times12=100\pi$ (cm³)

7 底面の半径を $x$cm とする。側面の弧の長さと底面の円周の長さは等しいから，

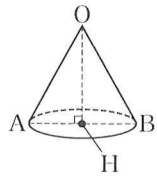


$(2\pi\times6):(2\pi\times x)$

$=360:180$

これを解くと，$x=3$

円錐の高さ OH は，



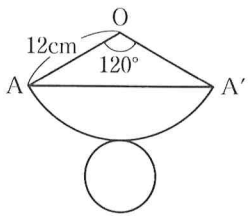
$OH=\sqrt{6^2-3^2}$

$=\sqrt{27}=3\sqrt{3}$ (cm)

円錐の体積は，

$\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times3\sqrt{3}=9\sqrt{3}\,\pi$ (cm³)

8 側面の展開図はおうぎ形で，その中心角を $x°$ とすると，



$12:4=360:x$

$x=120$

もっとも短くなるときのひもは，2 点 A，A′ を結ぶ直線になる。点 O から弦 AA′ に垂線 OH をひくと，

△OAH で，OH＝6cm，AH＝$6\sqrt{3}$ cm
よって，AA′＝2AH＝$12\sqrt{3}$ (cm)

9 (1) AC＝AF＝CF＝$6\sqrt{2}$ cm より，△AFC は正三角形であるから，その高さを AI とすると，
AC：AI＝2：$\sqrt{3}$　　$6\sqrt{2}$：AI＝2：$\sqrt{3}$
AI＝$3\sqrt{6}$ (cm)
よって，△AFC＝$\frac{1}{2}\times6\sqrt{2}\times3\sqrt{6}=18\sqrt{3}$ (cm²)

(2) 三角錐 BAFC の底面を，△ABC とするときと，△AFC とするときについて，体積を考えると，
$\frac{1}{3}\times$△ABC$\times$BF＝$\frac{1}{3}\times$△AFC$\times$BM
$\frac{1}{3}\times18\times6=\frac{1}{3}\times18\sqrt{3}\times$BM
$\sqrt{3}$ BM＝6　　BM＝$\frac{6}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}$ (cm)

定期テスト ◻ 得点UP問題 (1)

p.180〜p.181

1 (1) $x=4\sqrt{5}$　(2) $x=5$
(3) $x=2\sqrt{7}$　(4) $x=2\sqrt{30}$
(5) $x=2\sqrt{13}$　(6) $x=4\sqrt{6}$

2 150cm²

3 (1) イ，ウ，エ
(2) $6\sqrt{3}$ cm，$6\sqrt{5}$ cm

4 (1) $5\sqrt{5}$ cm　(2) $3\sqrt{2}$ cm
(3) $\sqrt{34}$ cm

5 (1) AH…$\sqrt{55}$　面積…$3\sqrt{55}$
(2) AH…$8\sqrt{3}$　面積…$64\sqrt{3}$

6 (1) $x=2\sqrt{7}$
(2) $x=3\sqrt{3}$，$y=3+3\sqrt{3}$
(3) $x=2\sqrt{2}$，$y=4\sqrt{2}$
(4) $x=4\sqrt{6}$，$y=3\sqrt{2}+\sqrt{6}$

7 (1) 16　(2) $18\sqrt{3}-18$

解説

1 (1) $x=\sqrt{4^2+8^2}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$
(2) $x=\sqrt{13^2-12^2}=\sqrt{25}=5$
(3) 点 A より辺 BC に垂線 AH をひくと，
BH＝10−4＝6
△ABH で，$x=\sqrt{8^2-6^2}=2\sqrt{7}$
(4) △ABC で，AC＝$\sqrt{12^2+5^2}=13$
△ACD で，$x=\sqrt{13^2-7^2}=2\sqrt{30}$
(5) △ABD で，AD＝$\sqrt{5^2-3^2}=4$
△ADC で，$x=\sqrt{4^2+6^2}=2\sqrt{13}$
(6) △ACD で，AD＝$\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}$
△ABD で，$x=\sqrt{(6+2)^2+(4\sqrt{2})^2}=4\sqrt{6}$

2 △BCE で，BE＝14−6＝8(cm)
$BE^2+CE^2=BC^2$ より，$8^2+CE^2=17^2$
$CE^2=17^2-8^2=225$
CE＞0 であるから，CE＝15
これより，台形 ABCD は，上底 6cm，下底 14cm，高さ 15cm の台形であるから，
(6＋14)×15÷2＝150(cm²)

3 (1) ア　$6^2+7^2=85$，$9^2=81$
イ　$1^2+2.4^2=6.76$
$2.6^2=6.76$
よって，$1^2+2.4^2=2.6^2$

直角三角形の斜辺にあたるのは，3 辺の中で，もっとも長い辺である。

別解　構成する辺の比で考える。
2.6：2.4：1＝13：12：5 であるから，
$12^2+5^2=169$，$13^2=169$
ウ　もっとも長い辺は 5cm である。
$(\sqrt{7})^2+(3\sqrt{2})^2=25$，$5^2=25$

よって，$(\sqrt{7})^2+(3\sqrt{2})^2=5^2$

エ　もっとも長い辺は 3cm である。

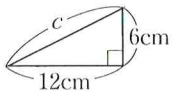
$2^2+(\sqrt{5})^2=9$，$3^2=9$

よって，$2^2+(\sqrt{5})^2=3^2$

以上より，三平方の定理の逆が成り立つのは，

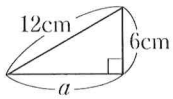
イ，ウ，エ

(2)　残りの 1 辺が斜辺 c であるとき，



$c=\sqrt{6^2+12^2}=\sqrt{180}$

$=6\sqrt{5}$ (cm)



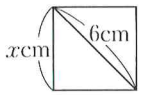
残りの 1 辺が直角をはさむ辺 a であるとき，

$a=\sqrt{12^2-6^2}=\sqrt{108}$

$=6\sqrt{3}$ (cm)

4　(1)　$\sqrt{5^2+10^2}=\sqrt{125}=5\sqrt{5}$ (cm)

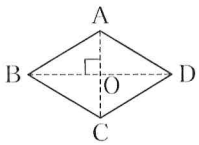
(2)　正方形の 1 辺を $x$cm とすると，



$x:6=1:\sqrt{2}$　　$\sqrt{2}x=6$

$x=\dfrac{6}{\sqrt{2}}=\dfrac{6\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=3\sqrt{2}$

(3)　右の図のひし形で，



BD = 10cm，AC = 6cm とすると，BO = 5cm，AO = 3cm

$AB=\sqrt{5^2+3^2}=\sqrt{34}$ (cm)

5　(1)　直角三角形 ABH で，BH = 3

$AH=\sqrt{8^2-3^2}=\sqrt{55}$

よって，$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times6\times\sqrt{55}=3\sqrt{55}$

(2)　直角三角形 ABH で，

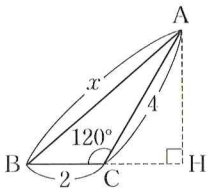
$AH:AB=\sqrt{3}:2$ より，

$AH:16=\sqrt{3}:2$　　$2AH=16\sqrt{3}$

$AH=8\sqrt{3}$

よって，$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times16\times8\sqrt{3}=64\sqrt{3}$

6　(1)　点 A から辺 BC の延長に垂線 AH をひく。△ACH で，∠ACH = 60° であるから，

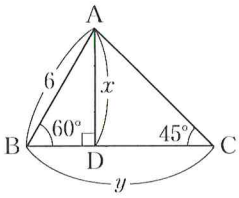


CH = 2，$AH=2\sqrt{3}$

△ABH で，

$x=\sqrt{(2+2)^2+(2\sqrt{3})^2}=2\sqrt{7}$

(2)　△ABD で，



$AD:AB=\sqrt{3}:2$ より，

$x:6=\sqrt{3}:2$

$x=3\sqrt{3}$

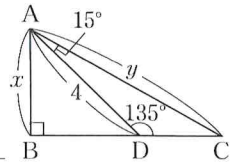
BD : AB = 1 : 2 より，

BD = 3

△ADC で，$CD=AD=3\sqrt{3}$ であるから，

$y=BD+CD=3+3\sqrt{3}$

(3)　△ABD で，



∠ADB = 180° − 135°

= 45°

$AB:AD=1:\sqrt{2}$ より，

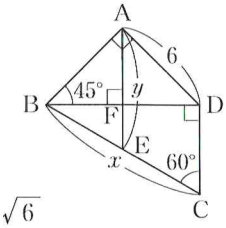
$x:4=1:\sqrt{2}$　　$x=2\sqrt{2}$

△ABC で，∠ACB = 45° − 15° = 30°

AB : AC = 1 : 2 より，

$2\sqrt{2}:y=1:2$　　$y=4\sqrt{2}$

(4)　△ABD で，



$AD:BD=1:\sqrt{2}$ より，

$BD=6\sqrt{2}$

△BCD で，

$BD:BC=\sqrt{3}:2$ より，

$6\sqrt{2}:x=\sqrt{3}:2$　　$x=4\sqrt{6}$

CD : BC = 1 : 2 より，$CD=2\sqrt{6}$

点 F は BD の中点で，$AF=FD=\dfrac{1}{2}BD=3\sqrt{2}$

FE // DC であるから，FE : DC = 1 : 2 より，

$FE:2\sqrt{6}=1:2$　　$FE=\sqrt{6}$

よって，$y=AF+FE=3\sqrt{2}+\sqrt{6}$

7　(1)　△ABC で，∠B = 180° − 75° × 2 = 30°

点 A から辺 BC にひいた垂線を AH とすると，

AH = 4

よって，$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times8\times4=16$

(2)　△ABH で，AH = 6，$BH=6\sqrt{3}$

△ACH で，AH = CH = 6

よって，$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times(6\sqrt{3}-6)\times6=18\sqrt{3}-18$

定期テスト 得点UP問題 (2)

p.182〜p.183

1 (1) $x=4\sqrt{3}$　(2) $x=10\sqrt{3}$

(3) $x=4$　(4) $x=\dfrac{40}{13}$

2 3cm

3 (1) AB…$2\sqrt{10}$　BC…$4\sqrt{5}$

CA…$2\sqrt{10}$

(2) 直角二等辺三角形

(3) $2\sqrt{5}$

4 (1) 9cm　(2) $3\sqrt{6}$ cm

5 体積…$\dfrac{100\sqrt{31}}{3}$ cm^3

表面積…$100+40\sqrt{14}$ (cm^2)

6 (1) 高さ…12cm　体積…324πcm^3

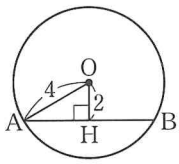
(2) 高さ…$8\sqrt{2}$ cm　体積…$\dfrac{128\sqrt{2}}{3}\pi$cm^3

7 $3\sqrt{13}$ cm

8 (1) $\dfrac{9}{2}$cm　(2) $\dfrac{45}{2}$cm^2

解説

1 (1) 右の図の △OAH で，



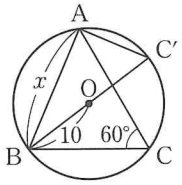
$AH=\sqrt{4^2-2^2}$

$=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$

$x=2AH$ であるから，

$x=2\times2\sqrt{3}=4\sqrt{3}$

(2) 右の図で，円周角の定理より，



$\angle BAC'=90°$，$\angle C'=60°$

であるから，△ABC′ で，

$AB:BC'=\sqrt{3}:2$

$x:20=\sqrt{3}:2$

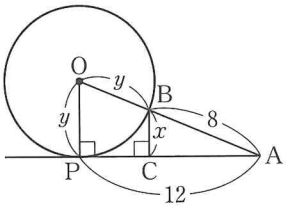
$x=10\sqrt{3}$

(3) △OAP で，$\angle OPA=90°$ であるから，

$x^2+(2\sqrt{21})^2=(x+6)^2$　$x^2+84=x^2+12x+36$

$12x=48$　$x=4$

(4) 円Oの半径を y とすると，



$y^2+12^2=(y+8)^2$

これを解いて，$y=5$

△AOP∽△ABC より，

$OP:BC=AO:AB$

$5:x=(5+8):8$　$x=\dfrac{40}{13}$

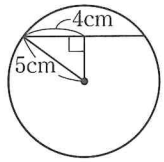
2 切り口の円の面積が 16πcm^2 であるから，その半径を r とすると，

$\pi r^2=16\pi$　$r^2=16$

$r>0$ より，$r=4$

切断面と球の中心との関係は，

右の図のようになる。



求める距離は，

$\sqrt{5^2-4^2}=\sqrt{9}=3$

3 (1) $AB=\sqrt{\{(-1)-(-3)\}^2+\{3-(-3)\}^2}$

$=\sqrt{2^2+6^2}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$

$BC=\sqrt{\{5-(-3)\}^2+\{1-(-3)\}^2}$

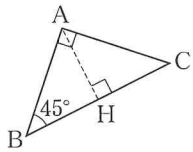
$=\sqrt{8^2+4^2}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$

$CA=\sqrt{\{5-(-1)\}^2+(3-1)^2}$

$=\sqrt{6^2+2^2}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$

(2) (1)より，$AB=CA$，$AB^2+CA^2=BC^2$ であるから，△ABC は直角二等辺三角形である。

(3) 点Aから辺BCに垂線AHをひくと，△ABH も直角二等辺三角形で，$AH:AB=1:\sqrt{2}$



$AH:2\sqrt{10}=1:\sqrt{2}$

よって，$AH=2\sqrt{5}$

別解 △ABC の面積を2通りの方法で表す。

底辺を AB と見ると，$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times AB\times AC$

底辺を BC と見ると，$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times BC\times AH$

よって，$AB\times AC=BC\times AH$ であるから，

$2\sqrt{10}\times2\sqrt{10}=4\sqrt{5}\times AH$　$AH=2\sqrt{5}$

4 (1) 下の図1のように，AP を対角線とする直方体は，縦 6cm，横 3cm，高さ 6cm である。

$AP=\sqrt{6^2+3^2+6^2}=\sqrt{81}=9$(cm)

(2) 下の図2のように，PQ を対角線とする直方体は，縦 6cm，横 3cm，高さ 3cm である。

$PQ=\sqrt{6^2+3^2+3^2}=\sqrt{54}=3\sqrt{6}$ (cm)

図1

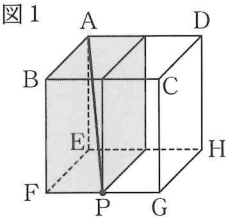
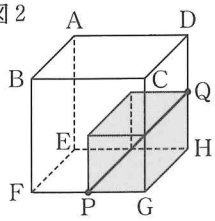
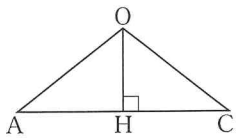


図2



5 右の図のように，



△OAC をぬき出すと，

$OA=9$cm，$AH=5\sqrt{2}$ cm

であるから，

$OH=\sqrt{9^2-(5\sqrt{2})^2}=\sqrt{31}$

よって，体積は，$\dfrac{1}{3}\times10\times10\times\sqrt{31}=\dfrac{100\sqrt{31}}{3}$(cm^3)

表面積は，底面積＋側面積×4 であるから，OM の長さを求める。

OA＝9cm，AM＝5cm であるから，

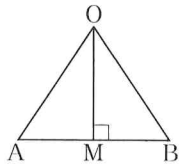
$OM=\sqrt{9^2-5^2}$

$=\sqrt{56}=2\sqrt{14}$ (cm)

よって，表面積は，

$10\times10+\frac{1}{2}\times10\times2\sqrt{14}\times4$

$=100+40\sqrt{14}$ (cm^2)



6 (1) △ABO で，OB＝9cm であるから，

高さ $=\sqrt{15^2-9^2}=\sqrt{144}=12$ (cm)

よって，体積は，

$\frac{1}{3}\times\pi\times9^2\times12=324\pi$ (cm^3)

(2) 底面の円の半径を $r$cm とすると，

$12:r=360:120$　　$12:r=3:1$

$3r=12$　　$r=4$

△OAH で，

高さ $=\sqrt{12^2-4^2}=\sqrt{128}=8\sqrt{2}$ (cm)

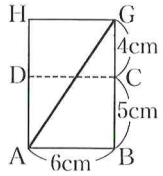
よって，体積は，

$\frac{1}{3}\times\pi\times4^2\times8\sqrt{2}=\frac{128\sqrt{2}}{3}\pi$ (cm^3)

7 右の図より，

$AG=\sqrt{6^2+9^2}=\sqrt{117}$

$=3\sqrt{13}$ (cm)



8 (1) DE＝$x$cm とすると，EC＝AE＝$12-x$ (cm) と表されるから，△DEC で，

$x^2+6^2=(12-x)^2$　　$x^2+36=144-24x+x^2$

$24x=108$　　$x=\frac{9}{2}$

(2) △EFC で，$FC=EC=12-\frac{9}{2}=\frac{15}{2}$ (cm)

$\triangle EFC=\frac{1}{2}\times FC\times AB=\frac{1}{2}\times\frac{15}{2}\times6=\frac{45}{2}$ (cm^2)

18 標本調査

p.184〜p.185

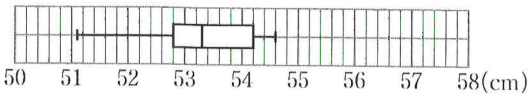
1 ア，ウ，エ

2 (1) ある中学校の生徒 200 人

(2) 選び出した生徒 20 人

3 イ

4 (1)



(2) いえる。

5 およそ 100 個

6 およそ 25 個

解説

1 ア…全世帯を調査するとなると，時間や労力，費用がかかり，現実的ではないので，標本調査が適切である。

イ…国勢調査は，人口や世帯の実態を明らかにするために国がおこなう全数調査である。費用も時間もかかるが，ほぼ 5 年に 1 度おこなわれ，国の政策立案の資料などとして利用されている。

ウ…牛乳をすべて調査すると，商品として売るものがなくなってしまうので，標本調査が適切である。

エ…世論調査は，社会的な問題や，政党支持率や，政策の支持率などの政治的なことがらについて，人々の意見や意識を明らかにするために新聞社やテレビ局，国や地方自治体がおこなう調査である。時間がかかると，問題が解決したり，政策が決まってしまったりなど，調査した意味がなくなってしまうため，標本調査をおこなう。

2 中学校の生徒 200 人を母集団とし，20 人を標本として選び出して標本調査をおこなっている。

3 ア…すぐに回答をした 60 人だけに標本がかたよっている。

イ…生徒全員から無作為に 80 人を抽出しているので，かたよりなく標本を抽出していると考えられる。

ウ…標本が，背の高い順に後ろから 100 人にかたよってしまうので，適切とはいえない。

4 (1) 標本の平均値を大きさの順に並べると，下の表のようになる。

①	②	③	④	⑤
51.1	52.5	52.8	52.9	53.2
⑥	⑦	⑧	⑨	⑩
53.4	53.7	54.2	54.5	54.6

最小値は 51.1cm，最大値は 54.6cm である。
第 1 四分位数は前半部分の中央値だから，①～⑤の中の中央値で，③の 52.8cm になる。
第 2 四分位数はデータ全体の中央値だから，⑤と⑥の平均値で，$\frac{53.2+53.4}{2}=53.3$(cm)
第 3 四分位数は後半部分の中央値だから，⑥～⑩の中の中央値で，⑧の 54.2cm になる。
これらの値を箱ひげ図にまとめる。

(2) 箱ひげ図を比べると，(1)の箱ひげ図の方が分布の範囲や四分位範囲が小さくなり，ばらつきが小さくなっている。よって，標本の性質が母集団の性質に，つねに近づくとはいえないが，近づくことが多くなるとはいえる。

5 袋の中の全部の玉の数を x 個として，次の比が等しいと考えて比例式をつくる。
標本……取り出した玉：印のついた玉＝30：6
母集団…全部の玉：印をつけた玉＝x：20
よって，30：6＝x：20 より，
$6x=30\times20$　　$x=100$

6 製品 5000 個の中の不良品の個数を x 個として，次の比が等しいと考えて比例式をつくる。
標本……取り出した製品：不良品＝400：2
母集団…全部の製品：不良品＝5000：x
よって，400：2＝5000：x より，
$400x=2\times5000$　　$x=25$

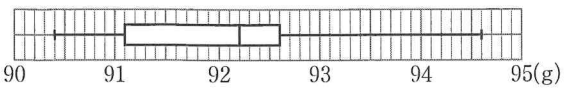
p.186～p.187 ▶ 確認問題

1 (1) 調査…標本調査　　理由…ウ
(2) 調査…全数調査　　理由…ア
(3) 調査…標本調査　　理由…イ
(4) 調査…全数調査　　理由…ア

2 (1) ある市の中学生 5800 人
(2) 選び出した 200 人
(3) 200

3 イ

4 (1)



(2) ア，ウ，エ

5 (1) およそ 200 個
(2) およそ 150 匹
(3) およそ 54 個

解説

1 (1) すべてのテレビを解体して品質を調査すると，商品として売るものがなくなってしまうので，標本調査が適切である。
(2) 生徒全員の現在の体力の状態を知ることが調査の目的なので，全数調査が適切である。
(3) 有権者全員に支持する政党を調査すると，時間がかかってしまい，調査したときの支持率と現在の支持率が一致しないことが起きるので，標本調査が適切である。
(4) 生徒全員の現在の学力の状態を知ることが調査の目的なので，全数調査が適切である。

2 (1) 標本調査をするときの集団全体のことを母集団というので，この調査の全体は，ある市の中学生 5800 人である。
(2) 標本調査をするときの取り出した一部の集団のことを標本というので，この調査の取り出した一部の集団は，選び出した 200 人である。
(3) 標本の大きさは標本となった人やものの数なので，(2)より，200 である。

3 イ…調査したい母集団は中学 3 年生 100 人であるが，標本はある 1 つのクラスの生徒だけにかたよっているので，適切ではない。

4 (1) 標本の平均値を大きさの順に並べると，下の表のようになる。

①	②	③	④	⑤
90.4	90.6	91.1	91.2	92.0
⑥	⑦	⑧	⑨	⑩
92.4	92.4	92.6	93.2	94.6

最小値は 90.4g，最大値は 94.6g である。第 1 四分位数は前半部分の中央値だから，①～⑤の中の中央値で，③の 91.1g になる。
第 2 四分位数はデータ全体の中央値だから，⑤と⑥の平均値で，$\frac{92.0+92.4}{2}=92.2$(g)
第 3 四分位数は後半部分の中央値だから，⑥～⑩の中の中央値で，⑧の 92.6g になる。
これらの値を箱ひげ図にまとめる。

(2) ア…第 2 四分位数(中央値)は 92.2g であるから，母集団の平均値は 92g に近い値と推測できる。
別解 標本の平均値を平均すると，
$(90.4+90.6+91.1+91.2+92.0+92.4+92.4+92.6+93.2+94.6)\div10$
$=920.5\div10=92.05$
であるから，母集団の平均値は 92g に近い値と考えられる。
イ…標本の平均値が，母集団の平均値とぴったり一致するとは限らないので，イは正しいと考えら

れない。

ウ…標本の大きさが大きいほど，標本の平均値は母集団の平均値に近い値をとることが多くなる。

エ…標本の平均値の範囲は，最小値の 90.4g 以上で，最大値の 94.6g 以下であるから，母集団の平均値もこの範囲に近いと考えられる。

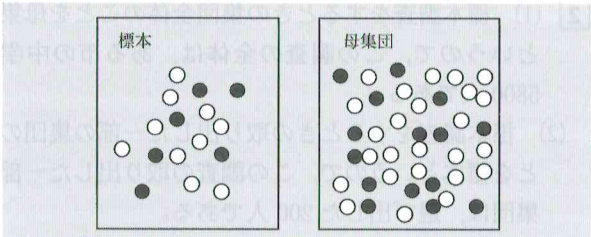
5 (1) 黒いご石の数を x 個として，次の比が等しいと考えて比例式をつくる。

標本……白いご石：黒いご石 $= 30 : 120$

母集団…白いご石：黒いご石 $= 50 : x$

よって，$30 : 120 = 50 : x$ より，

$30x = 120 \times 50 \qquad x = 200$



標本を構成する比率と，母集団を構成する比率が等しいと考える。

(2) 全部のフナの数を x 匹として，次の比が等しいと考えて比例式をつくる。

標本……捕らえたフナ：印のついたフナ $= 30 : 6$

母集団…全部のフナ：印をつけたフナ $= x : 30$

よって，$30 : 6 = x : 30$ より，

$6x = 30 \times 30 \qquad x = 150$

(3) 製品 9000 個の中の不良品の個数を x 個として，次の比が等しいと考えて比例式をつくる。

標本……取り出した製品：不良品 $= 500 : 3$

母集団…全部の製品：不良品 $= 9000 : x$

よって，$500 : 3 = 9000 : x$ より，

$500x = 3 \times 9000 \qquad x = 54$

絶対落とせない！必答 ✓ 問題

p.188

1 (1) ㋐ 全数調査　㋑ 標本調査
㋒ 標本　㋓ 全数

(2) ㋔ 母集団　㋕ 標本
㋖ 標本の大きさ
㋗ あるパン工場で 1 日に製造するあんぱん 1800 個
㋘ 選び出したあんぱん 30 個
㋙ 30

(3) ㋚ 無作為　㋛ 抽出
㋜ 適切でない　㋝ 適切である
㋞ 適切でない

解説

1 (1) ㋒ すべてのタイヤをすり減らして耐久性を調査すると，商品として売るものがなくなってしまうので，標本調査が適している。

㋓ 生徒全員の現在の健康状態を知ることが調査の目的なので，全数調査が適している。

(2) ㋗ 母集団は標本調査をするときの集団全体のことであるから，あるパン工場で 1 日に製造するあんぱん 1800 個である。

㋘ 標本は標本調査をするときの取り出した一部の集団であるから，選び出したあんぱん 30 個である。

㋙ 標本の大きさは標本となった人やものの数なので，30 である。

(3) ㋜ テストの成績上位者にかたよっているから，適切でない。

㋝ かたよっていない選び方であるから，適切である。

㋞ 成績上位と下位にかたよっているから，適切でない。

差がつく！活用問題

p.189

1 (1) 48.6 語
(2) およそ 8 万 3 千語
(3) 標本の大きさを大きくする。

2 (1) 5　(2) 16.2 度
(3) およそ 360 個

解説

1 (1) $(58+49+35+56+40+46+51+45+70+36)\div 10$
$=486\div 10=48.6$(語)

(2) $48.6\times 1700=82620$
千の位までの概数で答えるから，百の位を四捨五入して，$82\overset{3}{6}20\rightarrow 83000$

(3) 標本の大きさが大きいほど，標本の性質は母集団の性質に近づくことが多くなる。

2 (1) ㋐にあてはまる数を x とすると，
$1+3+x+7+8+6=30$　　$x+25=30$
$x=5$

(2) 度数分布表から平均値を求める場合は，

$$\frac{(\text{階級値}\times\text{度数})\text{の合計}}{\text{度数の合計}}$$

$$=\frac{486}{30}=16.2(\text{度})$$

階級値
度数分布表で，各階級のまん中の値を階級値という。

糖度(度)	階級値	度数(個)	階級値×度数
以上　未満			
12.5 ～ 13.5	13.0	1	13.0
13.5 ～ 14.5	14.0	3	42.0
14.5 ～ 15.5	15.0	5	75.0
15.5 ～ 16.5	16.0	7	112.0
16.5 ～ 17.5	17.0	8	136.0
17.5 ～ 18.5	18.0	6	108.0
計		30	486

(3) もも 1350 個のうち，糖度が 16.5 度以上 17.5 度未満のももの個数を x 個として，次の比が等しいと考えて比例式をつくる。
標本……
取り出したもも：16.5 度～17.5 度＝30：8
母集団…
全部のもも：16.5 度～17.5 度＝1350：x
よって，30：8＝1350：x より，
$30x=8\times 1350$　　$x=360$

定期テスト得点UP問題

p.190～p.191

1 (1) 調査…標本調査
理由…調査に時間や労力，費用がかかり，現実的ではないから。
(2) 調査…全数調査
理由…1 人 1 人の学力や中学校での活動など知る必要があるから。
(3) 調査…標本調査
理由…缶詰のふたをすべて開けて調査すると，商品として売るものがなくなるから。

2 (1) ある市に住んでいる有権者 47 万人
(2) 選び出した 1000 人
(3) 1000

3 (1) 県のホームページを見た人だけなので，かたよっているから。
(2) 20 歳以上の大学生だけにかたよっているから。

4 エ

5 (1) およそ 500 個　(2) およそ 144 匹
(3) およそ 152 個　(4) およそ 20200 個

解説

1 全数調査は，集団すべてのものについての情報を，正確に得ることができる。しかし，調査の内容や目的によっては，全数調査をすることが現実的ではない場合やふつごうな場合があり，そのようなときに標本調査をおこなう。つまり，全数調査をできない理由があるかどうかを考える。

2 (1) 母集団は標本調査をするときの集団全体のことであるから，ある市に住んでいる有権者 47 万人である。
(2) 標本は標本調査をするときの取り出した一部の集団であるから，選び出した 1000 人である。
(3) 標本の大きさは標本となった人やものの数なので，1000 である。

3 母集団を代表するように，かたよりなく標本を選ぶことが必要になる。
(1) 母集団は，県内に住んでいる人や，県外に住んでいる人などが考えられる。ホームページを見た人だけにかたよっているから，適切ではない。
(2) 母集団は，市内に住んでいて図書館を利用できる人や，図書館を利用している人などが考えられる。20 歳以上の大学生だけにかたよっているから，適切ではない。

4 ア…「標本の数が多くなる」ということは標本の大きさが大きくなることである。
標本の大きさが大きいほど，標本の性質は母集団の性質に近づくことが多くなるので，「標本の平均値は母集団の平均値よりも大きくなる」とはいえない。

イ…標本の平均値にはばらつきがあり，偶然一致することはあっても，基本的に母集団の平均値との間には誤差がある。

ウ…取り出し方を変えることで，標本の平均値にはばらつきが出るので，母集団の平均値と大きくくい違うこともある。

エ…標本の大きさが大きいほど，標本の性質は母集団の性質に近づくことが多くなるので，標本の大きさはできるだけ大きいほうがよい。しかし，標本の大きさが大きいほど，調査に時間や労力がかかるので，実際に標本調査をおこなうときには，目的に応じて標本の大きさを決める必要がある。

5 (1) 箱の中に最初からはいっていた白玉の数を x 個として，次の比が等しいと考えて比例式をつくる。

標本……取り出した玉：赤玉 $=24:4$

母集団…全部の玉：赤玉 $=(x+100):100$

よって，$24:4=(x+100):100$ より，

$4(x+100)=24\times100$　　$x+100=600$

$x=500$

(2) 全部のコイの数を x 匹として，次の比が等しいと考えて比例式をつくる。

標本……つかまえたコイ：印のついたコイ

$=54:18$

母集団…全部のコイ：印をつけたコイ $=x:48$

よって，$54:18=x:48$ より，

$18x=54\times48$　　$x=144$

(3) 回収したスチール缶の数を x 個として，次の比が等しいと考えて比例式をつくる。

標本……取り出した空き缶：スチール缶 $=45:19$

母集団…全部の空き缶：スチール缶 $=360:x$

よって，$45:19=360:x$ より，

$45x=19\times360$　　$x=152$

(4) 生産する個数を x 個として，次の比が等しいと考えて比例式をつくる。

標本……良品：生産個数 $=496:500$

母集団…良品：生産個数 $=20000:x$

よって，$496:500=20000:x$ より，

$496x=500\times20000$　　$x=20161.\cdots$

十の位を四捨五入して，百の位までの概数にすると，20200 個

4 3 2 1 0 9 8 7 6
* * D C B A