

教科書ガイド

啓林館版

未来へひろがる数学 準拠

中学数学 2年

未来へひろがる

数学 2

[61 啓林館] 数学 061-02

文部科学省検定済教科書
中学校数学科用



啓林館

編集発行
新興出版社

1章 式の計算

1節 式の計算	5
1 式の加法, 減法	6
2 いろいろな多項式の計算	10
3 単項式の乗法, 除法	14
2節 文字式の利用	19
1 文字式の利用	20
学びをたしかめよう	24
学びを身につけよう	28

2章 連立方程式

1節 連立方程式	33
1 連立方程式とその解	34
2 連立方程式の解き方	37
2節 連立方程式の利用	46
1 連立方程式の利用	47
学びをたしかめよう	52
学びを身につけよう	56

3章 一次関数

1節 一次関数とグラフ	60
1 一次関数	61
2 一次関数の値の変化	63
3 一次関数のグラフ	66
4 一次関数の式を求めること	70
2節 一次関数と方程式	75
1 方程式とグラフ	76
2 連立方程式とグラフ	80
3節 一次関数の利用	82
1 一次関数の利用	83
学びをたしかめよう	88
学びを身につけよう	91

4章 図形の調べ方

1節 平行と合同	95
1 角と平行線	96
2 多角形の角	100
3 三角形の合同	106
2節 図形の性質の利用	110
1 図形の性質の利用	111
3節 証 明	113
1 証明とそのしくみ	114
2 証明の進め方	117
学びをたしかめよう	119
学びを身につけよう	122

5章 図形の性質と証明

1節 三角形 126

1 二等辺三角形 127

2 直角三角形の合同 134

2節 四角形 137

1 平行四辺形の性質 138

2 平行四辺形になるための条件 ... 141

3 いろいろな四角形 146

4 平行線と面積 150

3節 図形の性質と証明の利用 ... 152

1 図形の性質を利用した証明 ... 153

学びをたしかめよう 154

学びを身につけよう 157

6章 場合の数と確率

1節 場合の数と確率 162

1 確率の求め方 163

2 いろいろな確率 166

2節 確率の利用 170

1 確率の利用 171

学びをたしかめよう 173

学びを身につけよう 174

7章 箱ひげ図とデータの活用

1節 箱ひげ図 177

1 箱ひげ図 178

2 データを活用して、問題を解決しよう 181

学びをたしかめよう 182

学びを身につけよう 184

数学広場

学びをふりかえろう 187

力をつけよう 193

学びをいかそう 220



本書の特長と使い方

本書の特長

1

教科書にぴったりなので、予習・復習に役立つ

「教科書ガイド」は、あなたが使っている数学の教科書にぴったり合わせてつくられていますので、予習・復習やテスト前の勉強に役立ちます。

2

教科書の内容がよくわかる

教科書のすべての問題や、問いかけに、わかりやすいガイドと解答がついていますので、授業の内容、教科書の内容を十分に理解することができます。

3

テストの得点がアップする

教科書のポイントや注意点をわかりやすく示していますので、定期テスト前に、本書で教科書のポイントや問題の解答をチェックしておくだけで、得点アップが期待できます。

内容と使い方

学習のねらい

各項で何を学習するのかを示しています。
学習をはじめる前に読んで、しっかり頭に入れておきましょう。

教科書のまとめ テスト前にチェック

ポイントとなる内容について、わかりやすくまとめています。
テスト前にもう一度目をとおり、理解できているかどうか、
チェックしましょう。

ガイド

問題を解くための着眼点やヒントを示しています。解き方が
わからないときなどに参考にしましょう。

解答

解答例

模範となる解答をのせています。問題の答え合わせに、また、
解答の書き方の手本として活用しましょう。

参考

学習に役立つことがらです。目をとおして、理解を深めましょう。

ミスに注意

まちがしやすい内容を確認できます。テストで同じまちがいを
しないよう、注意しましょう。

テストによく出る

定期テストによく出る問題です。定期テスト直前にもチェック
しましょう。

1 章 式の計算

1 節 式の計算

世界一周道路をつくろう

地表から1m^{はな}離してつくった世界一周道路と赤道の長さの差を考えることにしました。

地球の赤道の半径は約6378000mだよ。



話しあおう

教科書
p.12

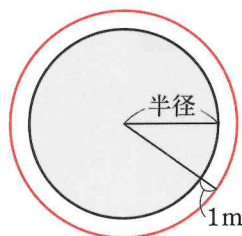
この世界一周道路と赤道の長さの差は、次のどれと同じくらいでしょうか。

- ㊦ バドミントンのコート(ダブルス)の横幅^{よこはば} (約6m)
- ㉠ 日本万国博覧会^{ばんこく} 太陽の塔^{とう} (大阪府吹田市^{すいた})の高さ (約70m)
- ㉡ 瀬戸内しまなみ海道サイクリングロードの長さ (約70km)
- ㊥ 新幹線さくら 新大阪-鹿児島中央間の営業距離^{きょり} (約911km)
- ㉢ 月の半径 (約1700km)

解答例

- 円周率を π とすると、円周 $=2\pi \times$ 半径 だから、地球の半径を6378000mとして求める。(けいたさん)

赤道の長さは、 $2\pi \times 6378000$ (m)
 一周道路の長さは、 $2\pi \times (6378000+1)$ (m)
 差は、 $2\pi \times (6378000+1) - 2\pi \times 6378000$
 $= 12756002\pi - 12756000\pi = 2\pi$ (m)



- 1年生のときに学んだ文字を使って求める。(かりんさん)

地球の半径を r m とすると、赤道の長さは、 $2\pi \times r$ (m)
 一周道路の長さは、 $2\pi \times (r+1)$ (m)
 差は、 $2\pi \times (r+1) - 2\pi \times r$
 $= 2\pi r + 2\pi - 2\pi r$
 $= 2\pi$ (m)

$$2\pi \times (r+1) = 2\pi r + 2\pi$$

2π m は、 π を3.14 とすると、 $2\pi = 2 \times 3.14 = 6.28$ となって、約6m
 よって、㊦のバドミントンのコート(ダブルス)の横幅と同じくらい。

参考

文字を使って計算すると、求めた差には半径 r が出てこないから、長さの差は半径には関係がないということがわかります。

1 式の加法, 減法

学習のねらい

数量や数量の関係を、いくつかの文字を使って正しく表現できるようにします。
そして、式で表現されたものを、たしたり、ひいたり、まとめたりすることが
できるようにします。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□単項式

▶ $50a$, xy , p^2 のように、数や文字の乗法だけでできている式を、**単項式** たんこうしき といいます。 c や 1000 のような、1つの文字や1つの数も単項式と考えます。

□多項式, 項

▶ $10a+4b$ のように、単項式の和の形で表された式を**多項式** たこうしき といい、1つ1つの単項式 $10a$, $4b$ を、多項式 $10a+4b$ の**項** こう といいます。

□次数

▶ 単項式で、かけあわされている文字の個数を、その式の**次数** じすう といいます。多項式では、各項の次数のうち、もっとも大きいものを、その多項式の次数といいます。

□一次式, 二次式

▶ 次数が1の式を**一次式** いちじしき, 次数が2の式を**二次式** にじじしき といいます。

□同類項

▶ 多項式の中で、文字の部分が同じ項を**同類項** どうるいこう といいます。同類項は、

$$ma+na=(m+n)a$$

を使って、1つの項にまとめることができます。

□多項式の加法, 減法

$$\begin{array}{ll} \text{▶ } (5a+3b)+(2a+5b) & (5a+3b)-(2a+5b) \\ =5a+3b+2a+5b & =5a+3b-2a-5b \\ =7a+8b & =3a-2b \end{array}$$

▶ 上のような多項式の加法, 減法では、同類項が上下にそろうように並べて計算することでもできます。

$$\begin{array}{rcl} 3x-7y & \rightarrow & \text{上下の同類項を、次のように計算します。} \\ +) 2x+5y & & 3x+2x=5x, -7y+5y=-2y \\ \hline 5x-2y \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 4x+6y & \rightarrow & \text{上下の同類項を、次のように計算します。} \\ -) x+6y-5 & & 4x-x=3x, 6y-6y=0, 0-(-5)=5 \\ \hline 3x \quad +5 \end{array}$$

単項式と多項式について学びましょう。



次の数量を表す式を書きましょう。

- (1) 1個50円の球根 a 個の代金
- (2) 縦 x m, 横 y m の花だんの面積
- (3) 1辺が p cm の正方形のタイルの面積
- (4) 1000円で、 c 円のプリンターを買ったときのおつり
- (5) 1本 a 円の苗 10 本と1本 b 円の苗 4 本を買ったときの代金

ガイド

文字のかわりに、適当な数をあてはめて考えてみましょう。

- (1) (1 個の値段) $\times$ (個数) (2) (長方形の面積) = (縦) $\times$ (横)
 (3) (正方形の面積) = (1 辺の長さ)² (4) 1000 円 - (代金)
 (5) (1 本 a 円の苗 10 本の代金) + (1 本 b 円の苗 4 本の代金)

解答

- (1) $50a$ (円) (2) xy (m²) (3) p^2 (cm²)
 (4) $1000 - c$ (円) (5) $10a + 4b$ (円)

問1

多項式 $6a - b + 5$ の項をいいなさい。

また、 a 、 b の係数を、それぞれいいなさい。

教科書
p. 14

ガイド

項は、**単項式の和の形に書きかえて**考えます。負の項は () を使って表し、**+** でつないで多項式に表します。

$$\downarrow 6a + (-b) + 5$$

式の項が $6a$ や $-b$ のように、数と文字の積のとき、その数が文字の係数だったね。



解答

項… $6a$ 、 $-b$ 、 5

a の係数… 6 b の係数… -1

参考

$-b$ は $(-1) \times b$ のことだから、 b の係数は -1 となります。

問2

次の多項式は何次式ですか。

- (1) $-x^2 + 4y + 3$ (2) $a - b + 5$ (3) $xy - 2$

教科書
p. 15

ガイド

各項のかけあわされている**文字の個数のもっとも多いものが、その多項式の次数**です。

(1)では、 x^2 は、 $x \times x$ だから、文字の数は 2 個と考えます。

解答

- (1) 二次式 (2) 一次式 (3) 二次式

文字の部分が同じ項をまとめる計算について学びましょう。

問3

次の式の同類項をいいなさい。

- (1) $4a + 5b - 6c + 7a - 8c$ (2) $xy + x - 5xy - 2x$

教科書
p. 15

ガイド

文字の部分が同じ項を見つけます。

解答

- (1) $4a$ と $7a$ 、 $-6c$ と $-8c$ (2) xy と $-5xy$ 、 x と $-2x$

問4

次の式の同類項をまとめなさい。

- (1) $3a - 6b + 8a + b$ (2) $3x - 7y - x + 2y$
 (3) $x^2 - 4x + 2 + 3x$ (4) $y^2 - 3y - 3y^2 + 2y$

教科書
p. 16

ガイド

同類項は、 $ma + na = (m + n)a$ の計算法則を使って、1 つの項にまとめます。
 同類項の**係数どうしを計算**します。

解答

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & 3a-6b+8a+b \\
 & =3a+8a-6b+b \\
 & =(3a+8a)+(-6b+b) \\
 & =(3+8)a+(-6+1)b \\
 & =11a-5b
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad & x^2-4x+2+3x \\
 & =x^2-4x+3x+2 \\
 & =x^2+(-4x+3x)+2 \\
 & =x^2+(-4+3)x+2 \\
 & =x^2-x+2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & 3x-7y-x+2y \\
 & =3x-x-7y+2y \\
 & =(3x-x)+(-7y+2y) \\
 & =(3-1)x+(-7+2)y \\
 & =2x-5y
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (4) \quad & y^2-3y-3y^2+2y \\
 & =y^2-3y^2-3y+2y \\
 & =(y^2-3y^2)+(-3y+2y) \\
 & =(1-3)y^2+(-3+2)y \\
 & =-2y^2-y
 \end{aligned}$$

多項式の加法, 減法について学びましょう。


1 冊 a 円のノートと 1 本 b 円のペンがあります。姉はノート 5 冊とペン 3 本, 弟はノート 2 冊とペン 5 本を買いました。2 人の代金の合計を式に表しましょう。また, 姉の代金は弟の代金よりいくら多いか式に表しましょう。

教科書
p.16

ガイド

それぞれの代金を式に表し, それぞれ**かっこをつけて, 記号+, -でつないで計算**します。

解答

姉の代金… $5a+3b$ (円), 弟の代金… $2a+5b$ (円)

〈代金の合計〉

$$\begin{aligned}
 & (5a+3b)+(2a+5b) \\
 & =5a+3b+2a+5b \\
 & =(5a+2a)+(3b+5b) \\
 & =7a+8b
 \end{aligned}$$

〈代金の^{ちが}違い〉

$$\begin{aligned}
 & (5a+3b)-(2a+5b) \\
 & =5a+3b-2a-5b \\
 & =(5a-2a)+(3b-5b) \\
 & =3a-2b
 \end{aligned}$$

・()の前が-なので, かっこをはずすと符号が変わる。

$$7a+8b \text{ (円)}$$

$$3a-2b \text{ (円)}$$

問5

次の2つの多項式をたしなさい。

$$(1) \quad 4x-7y, x+5y$$

$$(2) \quad 5a-2b, -a-3b$$

教科書
p.16

ガイド

それぞれの式にかっこをつけて加法の式に表し, 次にかっこをはずして同類項をまとめます。

解答

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & (4x-7y)+(x+5y) \\
 & =4x-7y+x+5y \\
 & =5x-2y
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & (5a-2b)+(-a-3b) \\
 & =5a-2b-a-3b \\
 & =4a-5b
 \end{aligned}$$

問6

次の2つの多項式で, 左の式から右の式をひきなさい。

$$(1) \quad 5x+2y, 3x+y$$

$$(2) \quad 3a-6b, 2a-4b$$

教科書
p.17

ガイド

それぞれの式にかっこをつけて減法の式に表し, 次にかっこをはずして同類項をまとめます。

解答

$$\begin{aligned}(1) \quad & (5x+2y)-(3x+y) \\ & =5x+2y-3x-y \\ & =2x+y\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \quad & (3a-6b)-(2a-4b) \\ & =3a-6b-2a+4b \\ & =a-2b\end{aligned}$$

問7

次の計算をなさい。

$$\begin{array}{r}(1) \quad 2x-3y \\ +) 4x+5y \\ \hline\end{array}$$

$$\begin{array}{r}(3) \quad 5x-2y \\ -) x-3y \\ \hline\end{array}$$

$$\begin{array}{r}(2) \quad x+y \\ +) x-y \\ \hline\end{array}$$

$$\begin{array}{r}(4) \quad 6x+y \\ -) 6x-y-8 \\ \hline\end{array}$$

ガイド

それぞれ、上下の同類項を見て、 $2x+4x$ と $-3y+5y$ のように計算します。
(4)の -8 の上のように、何も書いていないところは、 0 があるものと考えて計算します。
減法のこのような計算では、符号に気をつけましょう。

解答

$$\begin{array}{r}(1) \quad 2x-3y \\ +) 4x+5y \\ \hline 6x+2y\end{array}$$

$$\begin{array}{r}(3) \quad 5x-2y \\ -) x-3y \\ \hline 4x+y\end{array}$$

$$\begin{array}{r}(2) \quad x+y \\ +) x-y \\ \hline 2x\end{array}$$

$$\begin{array}{r}(4) \quad 6x+y \\ -) 6x-y-8 \\ \hline 2y+8\end{array}$$

教科書
p.17

教科書
p.17

説明しよう

右の計算が正しくない理由を説明しましょう。

✕ 誤答例

$$\begin{aligned}3x-2y+5x+4y &= 8x+2y \\ &= 10xy\end{aligned}$$

解答例

計算が正しくない理由は、同類項ではない $8x$ と $2y$ をたしているから。

練習問題

① 式の加法，減法

教科書
p.17

1

次の2つの多項式について、下の問いに答えなさい。

$$8x-7y, \quad -2x+5y$$

(1) 2つの式をたしなさい。

(2) 左の式から右の式をひきなさい。

ガイド

それぞれの式にかっこをつけて、記号 $+$ 、 $-$ でつないで1つの式にします。
次にかっこをはずして同類項をまとめます。かっこをはずすときは、符号に注意しましょう。

解答

$$\begin{aligned}(1) \quad & (8x-7y)+(-2x+5y) \\ & =8x-7y-2x+5y \\ & =6x-2y\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \quad & (8x-7y)-(-2x+5y) \\ & =8x-7y+2x-5y \\ & =10x-12y\end{aligned}$$

2

いろいろな多項式の計算

学習のねらい

多項式に数をかけたり、多項式を数でわったりして、同類項をまとめます。そして、その結果に文字の値を代入し、式の値を求めることを学習します。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□数×多項式

▶ $m(a+b)=ma+mb$ を使って計算します。

例 $5(2a+3b)=5\times 2a+5\times 3b=10a+15b$

□多項式÷数

▶ $(a+b)\div m=\frac{a+b}{m}=\frac{a}{m}+\frac{b}{m}$ を使って計算します。

例 $(9x-6y)\div 3=\frac{9x}{3}-\frac{6y}{3}=3x-2y$

□かっこがある
式の計算

▶ かっこをはずして、さらに項をまとめます。

例 $3(x-2y)+2(2x+y)=3x-6y+4x+2y=7x-4y$

$5(x+3y)-3(2x-5y+1)=5x+15y-6x+15y-3=-x+30y-3$

$\frac{1}{3}(2x+y)-\frac{1}{6}(x-5y)=\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}y-\frac{1}{6}x+\frac{5}{6}y=\frac{1}{2}x+\frac{7}{6}y$

□分数の形の式
の計算

▶ まず、通分してから計算します。

例
$$\begin{aligned}\frac{3x+2y}{2}-\frac{2x-y}{3}&=\frac{3(3x+2y)}{6}-\frac{2(2x-y)}{6} \\&=\frac{3(3x+2y)-2(2x-y)}{6} \\&=\frac{9x+6y-4x+2y}{6} \\&=\frac{5x+8y}{6}\end{aligned}$$

□式の値の計算

▶ 式を計算してから文字の値を代入して、式の値を求めます。

一次式のいろいろな計算について学びましょう。

問1

次の計算をなさい。

(1) $7(5x+4y)$

(2) $-4(2a-3b)$

(3) $(12x-16y)\times\frac{1}{4}$

(4) $(-8x+6y)\div 2$

(5) $(5a-15b)\div(-5)$

(6) $(14a-7b)\div\left(-\frac{7}{2}\right)$

教科書
p.18

ガイド

かっこがある式を、1年生で学んだときと同じように、 $m(a+b)=ma+mb$

$\frac{a+b}{m}=\frac{a}{m}+\frac{b}{m}$ などを使って計算します。

解答

$$(1) 7(5x+4y)$$

$$=7 \times 5x + 7 \times 4y$$

$$=35x+28y$$

$$(3) (12x-16y) \times \frac{1}{4}$$

$$=12x \times \frac{1}{4} - 16y \times \frac{1}{4}$$

$$=3x-4y$$

$$(5) (5a-15b) \div (-5)$$

$$=-\frac{5a}{5} + \frac{15b}{5}$$

$$=-a+3b$$

$$(2) -4(2a-3b)$$

$$=-4 \times 2a - 4 \times (-3b)$$

$$=-8a+12b$$

$$(4) (-8x+6y) \div 2$$

$$=-\frac{8x}{2} + \frac{6y}{2}$$

$$=-4x+3y$$

$$(6) (14a-7b) \div \left(-\frac{7}{2}\right)$$

$$=14a \times \left(-\frac{2}{7}\right) - 7b \times \left(-\frac{2}{7}\right)$$

$$=-4a+2b$$

問2

次の計算をなさい。

$$(1) 2(3x-y)+3(x+2y)$$

$$(3) 4(a+1)+2(2a+b-3)$$

$$(2) 3(5a-b)-2(2a-2b)$$

$$(4) 6(4x+y-2)-7(x-2y+1)$$

教科書
p.19

ガイド

数×多項式を計算してから、同類項をまとめます。

解答

$$(1) 2(3x-y)+3(x+2y)$$

$$=6x-2y+3x+6y$$

$$=9x+4y$$

$$(3) 4(a+1)+2(2a+b-3)$$

$$=4a+4+4a+2b-6$$

$$=8a+2b-2$$

$$(2) 3(5a-b)-2(2a-2b)$$

$$=15a-3b-4a+4b$$

$$=11a+b$$

$$(4) 6(4x+y-2)-7(x-2y+1)$$

$$=24x+6y-12-7x+14y-7$$

$$=17x+20y-19$$

問3

次の計算をなさい。

$$(1) \frac{1}{3}(x-2y)+\frac{1}{5}(-x+3y)$$

$$(2) \frac{1}{4}(3x-y)-\frac{1}{2}(5x-3y)$$

教科書
p.19

ガイド

まず、かっこをはずしてから計算します。

解答

$$(1) \frac{1}{3}(x-2y)+\frac{1}{5}(-x+3y)$$

$$=\frac{1}{3}x-\frac{2}{3}y-\frac{1}{5}x+\frac{3}{5}y$$

$$=\frac{5}{15}x-\frac{3}{15}x-\frac{10}{15}y+\frac{9}{15}y$$

$$=\frac{2}{15}x-\frac{1}{15}y \left(\frac{2x-y}{15}\right)$$

$$(2) \frac{1}{4}(3x-y)-\frac{1}{2}(5x-3y)$$

$$=\frac{3}{4}x-\frac{1}{4}y-\frac{5}{2}x+\frac{3}{2}y$$

$$=\frac{3}{4}x-\frac{10}{4}x-\frac{1}{4}y+\frac{6}{4}y$$

$$=-\frac{7}{4}x+\frac{5}{4}y \left(\frac{-7x+5y}{4}\right)$$

問4

次の計算をなさい。

(1) $\frac{x+5y}{6} + \frac{-4x+3y}{9}$

(2) $\frac{3a-5b}{4} - \frac{a-7b}{8}$

ガイド

まず、**通分してから**計算します。

解答

(1) $\frac{x+5y}{6} + \frac{-4x+3y}{9}$

$$= \frac{3(x+5y)}{18} + \frac{2(-4x+3y)}{18}$$

$$= \frac{3(x+5y)+2(-4x+3y)}{18}$$

$$= \frac{3x+15y-8x+6y}{18}$$

$$= \frac{-5x+21y}{18} \quad \left(-\frac{5}{18}x + \frac{7}{6}y\right)$$

(2) $\frac{3a-5b}{4} - \frac{a-7b}{8}$

$$= \frac{2(3a-5b)}{8} - \frac{a-7b}{8}$$

$$= \frac{2(3a-5b)-(a-7b)}{8}$$

$$= \frac{6a-10b-a+7b}{8}$$

$$= \frac{5a-3b}{8} \quad \left(\frac{5}{8}a - \frac{3}{8}b\right)$$

はじめの式を

$$\frac{1}{6}(x+5y) + \frac{1}{9}(-4x+3y) \text{ とみて、}$$

かっこをはずして計算してもいいね。



式の値について学びましょう。

問5

 $a = -\frac{1}{6}$, $b = 3$ のとき、次の式の値を求めなさい。

(1) $2a-3b+5b-8a$

(2) $5(4a-3b)-4(2a-5b)$

ガイド

式を計算してから, a と b の値を代入して求めます。

解答

(1) $2a-3b+5b-8a$

$$= 2a-8a-3b+5b$$

$$= -6a+2b$$

$$= -6 \times \left(-\frac{1}{6}\right) + 2 \times 3$$

$$= 1+6$$

$$= 7$$

(2) $5(4a-3b)-4(2a-5b)$

$$= 20a-15b-8a+20b$$

$$= 12a+5b$$

$$= 12 \times \left(-\frac{1}{6}\right) + 5 \times 3$$

$$= -2+15$$

$$= 13$$



練習問題

2 いろいろな多項式の計算

教科書
p. 20

1

次の計算をなさい。

(1) $\frac{2}{5}(10x+25y)$

(2) $(8a-12b) \div 4$

(3) $(2x-4y) \div \frac{2}{3}$

(4) $7(a-b)-(4a+6b)$

(5) $-4(x+2y)+3(x+5y)$

(6) $3\left(4x-\frac{1}{3}y\right)-6(2x-3y)$

ガイド

1年生で学んだときと同じように考えてかっこをはずします。かっこの前が「-」のときは、かっこをはずすと、かっこの中の数の符号が変わるので注意します。

解答

(1) $\frac{2}{5}(10x+25y)$

$$= \frac{2}{5} \times 10x + \frac{2}{5} \times 25y$$

$$= 4x + 10y$$

(2) $(8a-12b) \div 4$

$$= \frac{8a}{4} - \frac{12b}{4}$$

$$= 2a - 3b$$

(3) $(2x-4y) \div \frac{2}{3}$

$$= (2x-4y) \times \frac{3}{2}$$

$$= 2x \times \frac{3}{2} - 4y \times \frac{3}{2}$$

$$= 3x - 6y$$

(4) $7(a-b)-(4a+6b)$

$$= 7a - 7b - 4a - 6b$$

$$= 3a - 13b$$

(5) $-4(x+2y)+3(x+5y)$

$$= -4x - 8y + 3x + 15y$$

$$= -x + 7y$$

(6) $3\left(4x-\frac{1}{3}y\right)-6(2x-3y)$

$$= 12x - y - 12x + 18y$$

$$= 17y$$

2

次の計算をなさい。

(1) $\frac{1}{5}(2x+3y) + \frac{1}{3}(5x-2y-1)$

(2) $\frac{5x-2y}{3} - \frac{-3x+7y}{4}$

ガイド

かっこをはずしてから通分するか、通分してから計算するか方針を決めます。

解答

(1) $\frac{1}{5}(2x+3y) + \frac{1}{3}(5x-2y-1)$

$$= \frac{2}{5}x + \frac{3}{5}y + \frac{5}{3}x - \frac{2}{3}y - \frac{1}{3}$$

$$= \frac{6}{15}x + \frac{25}{15}x + \frac{9}{15}y - \frac{10}{15}y - \frac{1}{3}$$

$$= \frac{31}{15}x - \frac{1}{15}y - \frac{1}{3} \quad \left(\frac{31x-y-5}{15} \right)$$

(2) $\frac{5x-2y}{3} - \frac{-3x+7y}{4}$

$$= \frac{4(5x-2y) - 3(-3x+7y)}{12}$$

$$= \frac{20x-8y+9x-21y}{12}$$

$$= \frac{29x-29y}{12} \quad \left(\frac{29}{12}x - \frac{29}{12}y \right)$$

3

単項式の乗法, 除法

学習のねらい

単項式の意味の理解を深め、単項式どうしのかけ算と、単項式を単項式でわる計算ができるようにします。つまり、文字式の乗法と除法の基礎を学習します。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□単項式の乗法

▶単項式の乗法では、係数の積と文字の積をかけます。つまり、 $2a \times 3b$ では、係数の積 2×3 と文字の積 $a \times b$ をかけて、 $6ab$ となります。

□指数をふくむ式の計算

▶指数をふくむ式の計算も、指数の意味から上と同じようにします。

$$\text{例 } (-5y)^2 = (-5y) \times (-5y) = (-5) \times (-5) \times y \times y = 25y^2$$

□単項式の除法

▶単項式の除法は、数の除法と同じように考えて計算します。

$$\text{例 } 8xy \div 4x = \frac{8xy}{4x} = \frac{\overset{2}{8} \times \overset{1}{x} \times y}{\underset{1}{4} \times \underset{1}{x}} = 2y$$

□分数をふくむ式の除法

▶分数をふくむ式の除法も、数の除法と同じように考えて計算します。

$$\begin{aligned} \text{例 } -\frac{3}{2}x^2 \div \frac{3}{4}x &= -\frac{3x^2}{2} \div \frac{3x}{4} \\ &= -\left(\frac{3x^2}{2} \times \frac{4}{3x}\right) \\ &= -\frac{\overset{1}{3} \times \overset{x}{x^2} \times \overset{2}{4}}{\underset{1}{2} \times \underset{3}{3} \times \underset{1}{x}} = -2x \end{aligned}$$

□3つの式の乗除

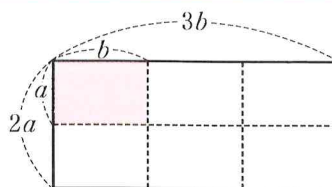
▶ $A \div B \times C$ のような計算では、 $\div B$ の部分を $\times \frac{1}{B}$ にして計算します。

$$A \div B \times C = A \times \frac{1}{B} \times C = \frac{A \times C}{B} \quad A \div B \div C = A \times \frac{1}{B} \times \frac{1}{C} = \frac{A}{B \times C}$$

単項式の乗除について学びましょう。



縦 a cm, 横 b cm のタイルを右の図のように並べて、縦 $2a$ cm, 横 $3b$ cm の長方形をつくりました。この長方形の面積を求めましょう。



教科書 p.21

ガイド

長方形の面積の公式は、縦 $\times$ 横 です。上の図のように、 ab が 6 つ分です。

解答

タイル 1 枚の面積は、 $ab \text{ cm}^2$

タイルは縦に 2 枚, 横に 3 枚並んでいるから、長方形の面積は、 $ab \times 2 \times 3 = 6ab \text{ (cm}^2\text{)}$
 $\nwarrow$ タイルの枚数

問1

次の計算をなさい。

教科書
p.21

- (1) $(-4x) \times 5y$ (2) $(-7y) \times (-3x)$ (3) $\frac{5}{9}a \times (-3b)$
 (4) $\frac{1}{2}x \times \frac{3}{4}x$ (5) $3ab \times b$ (6) $(-x) \times (-8xy)$

ガイド

単項式の乗法では、係数の積と文字の積をかけます。

解答

- (1) $(-4x) \times 5y$
 $= (-4 \times x) \times (5 \times y)$
 $= (-4) \times 5 \times x \times y = -20xy$
 (2) $(-7y) \times (-3x)$
 $= (-7 \times y) \times (-3 \times x)$
 $= (-7) \times (-3) \times y \times x = 21xy$
 (3) $\frac{5}{9}a \times (-3b)$
 $= \frac{5}{9} \times (-3) \times a \times b = -\frac{5}{3}ab$
 (4) $\frac{1}{2}x \times \frac{3}{4}x$
 $= \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times x \times x = \frac{3}{8}x^2$
 (5) $3ab \times b$
 $= 3 \times a \times b \times b$
 $= 3ab^2$
 (6) $(-x) \times (-8xy)$
 $= (-1 \times x) \times (-8 \times x \times y)$
 $= (-1) \times (-8) \times x \times x \times y = 8x^2y$

問2

次の計算をなさい。

教科書
p.22

- (1) $(-7a)^2$ (2) $\frac{1}{3}x \times (3x)^2$
 (3) $-(4x)^2$ (4) $(-a)^2 \times 3a$

ガイド

2乗の式を乗法の式になおしてから考えます。

解答

- (1) $(-7a)^2$
 $= (-7a) \times (-7a)$
 $= (-7) \times (-7) \times a \times a$
 $= 49a^2$
 (2) $\frac{1}{3}x \times (3x)^2$
 $= \frac{1}{3}x \times 3x \times 3x$
 $= \frac{1}{3} \times 3 \times 3 \times x \times x \times x = 3x^3$
 (3) $-(4x)^2$
 $= -(4x \times 4x)$
 $= -(4 \times 4 \times x \times x) = -16x^2$
 (4) $(-a)^2 \times 3a$
 $= (-a) \times (-a) \times 3a$
 $= (-1) \times (-1) \times 3 \times a \times a \times a = 3a^3$

参考

$-x^2$ と $(-x)^2$ の違いに注意しましょう。
 $-x^2 = -(x \times x)$, $(-x)^2 = (-x) \times (-x) = (-1) \times (-1) \times x \times x = x^2$

問3

次の計算をなさい。

教科書
p.22

- (1) $(-6ab) \div 2a$ (2) $8x^2 \div x$
 (3) $(-9x^2y) \div (-3y)$ (4) $5a^2 \div (-10a^2)$

ガイド まず、**分数の形に表してから約分**します。

解答

$$\begin{aligned}(1) \quad (-6ab) \div 2a &= -\frac{6ab}{2a} \\ &= -\frac{\overset{3}{\cancel{6}} \times \overset{1}{\cancel{a}} \times b}{\underset{1}{\cancel{2}} \times \underset{1}{\cancel{a}}} \\ &= -3b\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \quad 8x^2 \div x &= \frac{8x^2}{x} \\ &= \frac{8 \times \overset{1}{\cancel{x}} \times x}{\underset{1}{\cancel{x}}} \\ &= 8x\end{aligned}$$

分数の形にしたら、
係数は係数どうし、
文字は文字どうしで
約分しよう。



$$\begin{aligned}(3) \quad (-9x^2y) \div (-3y) &= \frac{9x^2y}{3y} \\ &= \frac{\overset{3}{\cancel{9}} \times x \times x \times \overset{1}{\cancel{y}}}{\underset{1}{\cancel{3}} \times \underset{1}{\cancel{y}}} \\ &= 3x^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(4) \quad 5a^2 \div (-10a^2) &= -\frac{5a^2}{10a^2} \\ &= -\frac{\overset{1}{\cancel{5}} \times \overset{1}{\cancel{a}} \times \overset{1}{\cancel{a}}}{\underset{2}{\cancel{10}} \times \underset{1}{\cancel{a}} \times \underset{1}{\cancel{a}}} \\ &= -\frac{1}{2}\end{aligned}$$

問4

次の計算をなさい。

教科書
p. 22

$$(1) \quad 7x^2 \div \left(-\frac{7}{4}x\right)$$

$$(2) \quad -\frac{5}{18}ab \div \left(-\frac{10}{9}b\right)$$

$$(3) \quad -\frac{1}{5}x^3y \div \frac{1}{5}x$$

$$(4) \quad \frac{2}{3}y^2 \div \frac{3}{2}y^2$$

ガイド

分数でわる計算は、**わる式の分子と分母を入れかえて逆数にし、乗法にして考えます。**

解答

$$\begin{aligned}(1) \quad 7x^2 \div \left(-\frac{7}{4}x\right) &= \frac{7x^2}{1} \div \left(-\frac{7x}{4}\right) \\ &= -\left(\frac{7x^2}{1} \times \frac{4}{7x}\right) \\ &= -\frac{\overset{1}{\cancel{7}} \times \overset{x}{\cancel{x^2}} \times 4}{1 \times \underset{1}{\cancel{7}} \times \underset{1}{\cancel{x}}} = -4x\end{aligned}$$

ミスに注意
 $\frac{7}{4}x$ の分子と分母を
入れかえたものは
 $\frac{4}{7}x$ ではない。
 $\frac{4}{7x}$ が正しい。

$$\begin{aligned}(2) \quad -\frac{5}{18}ab \div \left(-\frac{10}{9}b\right) &= -\frac{5ab}{18} \div \left(-\frac{10b}{9}\right) \\ &= \frac{5ab}{18} \times \frac{9}{10b} \\ &= \frac{\overset{1}{\cancel{5}} \times \overset{1}{\cancel{a}} \times \overset{1}{\cancel{b}} \times 9}{\underset{2}{\cancel{18}} \times \underset{2}{\cancel{10}} \times \underset{1}{\cancel{b}}} = \frac{1}{4}a \left(\frac{a}{4}\right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(3) \quad -\frac{1}{5}x^3y \div \frac{1}{5}x &= -\frac{x^3y}{5} \div \frac{x}{5} \\ &= -\left(\frac{x^3y}{5} \times \frac{5}{x}\right) \\ &= -\frac{\overset{x^2}{\cancel{x^3}} \times y \times \overset{1}{\cancel{5}}}{\underset{1}{\cancel{5}} \times \underset{1}{\cancel{x}}} \\ &= -x^2y\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(4) \quad \frac{2}{3}y^2 \div \frac{3}{2}y^2 &= \frac{2y^2}{3} \div \frac{3y^2}{2} \\ &= \frac{2y^2}{3} \times \frac{2}{3y^2} \\ &= \frac{2 \times \overset{1}{\cancel{y^2}} \times 2}{3 \times 3 \times \underset{1}{\cancel{y^2}}} \\ &= \frac{4}{9}\end{aligned}$$

問5

次の計算をなさい。

教科書
p.23

(1) $2a \times 3ab \times 4b$

(2) $-5xy \times 7y \times (-2x)$

(3) $4a \times 9b \div (-8a)$

(4) $8x^2 \div (-4x) \times (-3x)$

(5) $6ab \times (-7a) \div 14b$

(6) $16xy^2 \div 4y \div (-2x)$

ガイド

除法がふくまれているときは、分数になおして計算します。

解答

(1) $2a \times 3ab \times 4b$

$$= 2 \times 3 \times 4 \times a \times ab \times b$$

$$= 24a^2b^2$$

(2) $-5xy \times 7y \times (-2x)$

$$= (-5) \times 7 \times (-2) \times xy \times y \times x$$

$$= 70x^2y^2$$

(3) $4a \times 9b \div (-8a) = -\frac{4a \times 9b}{8a}$

$$= -\frac{9}{2}b$$

(4) $8x^2 \div (-4x) \times (-3x) = \frac{8x^2 \times 3x}{4x}$

$$= 6x^2$$

(5) $6ab \times (-7a) \div 14b = -\frac{6ab \times 7a}{14b}$

$$= -3a^2$$

(6) $16xy^2 \div 4y \div (-2x) = -\frac{16xy^2}{4y \times 2x}$

$$= -2y$$

話しあおう

教科書
p.23

次の計算は、それぞれどこに誤りがありますか。
また、どのようになおせば正しくなるでしょうか。

✕ 誤答例

$$\begin{aligned} (1) \quad & 18ab \div 3a \times 2b \\ & = 18ab \div 6ab \\ & = 3 \end{aligned}$$

✕ 誤答例

$$\begin{aligned} (2) \quad & 4xy \div \left(-\frac{2}{3}x\right) \\ & = 4xy \times \left(-\frac{3}{2}x\right) \\ & = -6x^2y \end{aligned}$$

解答例

• (1)は、 $3a \times 2b$ をさきに計算しているところが誤っている。

正しくするには、 $A \div B \times C = \frac{A \times C}{B}$ を使って、分数の形になおして計算する。

$$18ab \div 3a \times 2b = \frac{18ab \times 2b}{3a} = 12b^2$$

• (2)は、 $\div \left(-\frac{2}{3}x\right)$ を $\times \left(-\frac{3}{2}x\right)$ としたところが誤っている。

$$\text{正しい計算は、} 4xy \div \left(-\frac{2}{3}x\right) = 4xy \div \left(-\frac{2x}{3}\right) = 4xy \times \left(-\frac{3}{2x}\right) = -6y$$

練習問題

③ 単項式の乗法、除法

教科書
p.23

1 次の計算をなさい。

(1) $5x \times (-2x)$

(2) $12m \div 2m$

(3) $(-4x)^2$

(4) $\frac{2}{3}xy \times \frac{1}{4}x$

(5) $\frac{2}{5}x \times (-10y^2)$

(6) $\frac{5}{6}x^3 \div \left(-\frac{10}{3}x\right)$

ガイド 係数どうし、文字どうしを計算します。

分数をふくむ式でわるときは、わる式の分子と分母を入れかえて乗法にして計算します。

解答

(1) $5x \times (-2x) = 5 \times (-2) \times x \times x$
 $= -10x^2$

(2) $12m \div 2m = \frac{12m}{2m}$
 $= 6$

(3) $(-4x)^2 = (-4x) \times (-4x)$
 $= (-4) \times (-4) \times x \times x$
 $= 16x^2$

(4) $\frac{2}{3}xy \times \frac{1}{4}x = \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} \times xy \times x$
 $= \frac{1}{6}x^2y$

(5) $\frac{2}{5}x \times (-10y^2) = \frac{2}{5} \times (-10) \times x \times y^2$
 $= -4xy^2$

(6) $\frac{5}{6}x^3 \div \left(-\frac{10}{3}x\right) = \frac{5x^3}{6} \div \left(-\frac{10x}{3}\right)$
 $= -\frac{5x^3 \times 3}{6 \times 10x}$
 $= -\frac{1}{4}x^2$

ミスの注意

(6) $\frac{5}{6}x^3 \div \left(-\frac{10}{3}x\right) = -\frac{5x^3 \times 3x}{6 \times 10}$ と
間違いやすい。 $\frac{10}{3}x = \frac{10x}{3}$ だから、
 $\div \frac{10}{3}x \Rightarrow \times \frac{3}{10x}$ となる。

2 $x = -2$, $y = \frac{1}{3}$ のとき、次の式の値を求めなさい。

(1) $3x^2 \div 2x \times 4y$

(2) $6x^2y \div 3x \div (-2y)$

ガイド

式を計算してから、 x と y の値を代入して求めます。

解答

(1) $3x^2 \div 2x \times 4y = 6xy$

$= 6 \times (-2) \times \frac{1}{3}$
 $= -4$

(2) $6x^2y \div 3x \div (-2y) = -x$

$= -(-2)$
 $= 2$

ミスの注意

(2) $6x^2y \div 3x \div (-2y)$ のような、 $A \div B \div C$ の計算では、 B と C はどちらも分母になる。

$$A \div B \div C = A \times \frac{1}{B} \times \frac{1}{C} = \frac{A}{B \times C}$$

2. 文字式の利用

どんな数になるかな？

例えば、横に並んだ
3つの数の和
 $7+8+9$ ，
 $13+14+15$
は……？

●月						
日	月	火	水	木	金	土
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31

あっているよ！
すぐに確認できる
方法があるよ。

えーっと……，
24と42かな？

話しあおう

教科書
p. 24

連続する3つの整数の和には、どんな性質があるでしょうか。

ガイド

いろいろな連続する3つの整数の和で調べてみましょう。

㊦ $7+8+9=24$ ㊩ $13+14+15=42$ ㊭ $234+235+236=705$

解答例

上の㊦～㊭より、きまりを見つけると、

- すべて、和は3の倍数になっている。
 - 連続する3つの整数の和を3でわると、3つの整数の中央の数になる。
- 1, 2のことがいえる理由を、□を使って説明すると、

- 3つの整数のいちばん小さい数を□とすると、3つの整数の和は、

$$\square + (\square + 1) + (\square + 2) = 3 \times \square + 3 = 3(\square + 1)$$

だから、3の倍数になる。

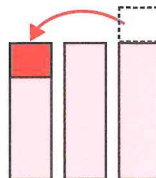
- 3つの整数の中央の数を□とすると、3つの整数の和は、

$$(\square - 1) + \square + (\square + 1) = 3 \times \square$$

だから、3つの整数の和を3でわると、3つの整数の中央の数になる。

参考

連続する3つの整数の和については、
右のように、平均の考え方を使って
考えることもできます。



図で考えるとよくわかるね。



1

文字式の利用

学習のねらい

いろいろな数量を文字で表し、その式の計算を利用して、数量の関係を明らかにしたり、整数の性質を調べたりします。また、数量の関係を表す等式を変形して、文字式を利用することのよさを学習します。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□文字を使って
表す
□等式の変形

- ▶ m, n を整数とすると、偶数は $2m$ 、奇数は $2n+1$ と表せたり、ある円の半径を r m とすると、円周は $2\pi r$ (m) と表せたりします。
- ▶ 等式の性質を使って、等式を変形します。例えば、 $x+2y=3$ の両辺から $2y$ をひくと、 $x=3-2y$ と変形できます。このように、 x を求める式をつくることを x について解くといいます。

1

前ページ(教科書 p.25)の **説明** (省略)で、 $3(n+1)$ という式から、連続する3つの整数の和について、3の倍数であることのほかに、どんなことがいえますか。

教科書
p.26

ガイド

$n+1$ は何を表しているのかを考えましょう。

解答

$n+1$ は中央の数を表しているから、連続する3つの整数の和は、中央の数の3倍である。

説明しよう

教科書
p.26

連続する5つの整数の和について、どんなことが予想できるでしょうか。
また、その予想が正しいかどうかを、文字式を使って説明しましょう。

解答例

(予想) 連続する3つの整数の和が3の倍数なので、連続する5つの整数の和は5の倍数であると予想できる。

(説明) 連続する5つの整数のうち、いちばん小さい数を n と表すと、
連続する5つの整数は、

$$n, n+1, n+2, n+3, n+4$$

と表される。

$$\text{これらの和は、} n+(n+1)+(n+2)+(n+3)+(n+4)=5n+10$$

$$=5(n+2)$$

$n+2$ は整数だから、 $5(n+2)$ は5の倍数である。

したがって、連続する5つの整数の和は、5の倍数である。

偶数と奇数の和



2つの整数について、その和が偶数になるか、奇数になるか、いろいろな場合を調べましょう。

教科書
p.26

ガイド

2つの整数が、それぞれ偶数、奇数の場合に、和がどのようなになるか考えます。

解答

偶数と偶数のとき…和は偶数になる。 偶数と奇数のとき…和は奇数になる。
奇数と偶数のとき…和は奇数になる。 奇数と奇数のとき…和は偶数になる。

問1

奇数と奇数の和は偶数になります。その理由を、文字式を使って説明しなさい。

教科書
p.27

ガイド

2つの奇数を、2つの文字 m , n を使って表して説明します。

解答

2つの整数が、ともに奇数のとき、 m , n を整数とすると、これらは、 $2m+1$, $2n+1$ と表される。

このとき、2数の和は、

$$\begin{aligned}(2m+1)+(2n+1) &= 2m+1+2n+1 \\ &= 2m+2n+2 \\ &= 2(m+n+1)\end{aligned}$$

$m+n+1$ は整数だから、 $2(m+n+1)$ は偶数である。

したがって、奇数と奇数の和は偶数である。



話しあおう

教科書
p.27

問1 で、奇数と奇数の和が偶数になることを、下のように説明(省略)しましたが、この説明では不十分です。なぜでしょうか。

解答例

- 2つの奇数を区別して表すためには、違う文字を使う必要があるから。
- 異なる2つの奇数の和については考えていないから。

2けたの整数の問題



2けたの正の整数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえてできる数との和をいろいろ計算して、どんな数になるか予想してみましょう。

教科書
p.28

ガイド

いろいろな2けたの数で調べてみましょう。

- ㊦ 12 のとき, $12+21=33$ ㊦ 15 のとき, $15+51=66$
㊧ 26 のとき, $26+62=88$ ㊧ 29 のとき, $29+92=121$

解答例

㊦～㊧より、2数の和は11の倍数になることが予想される。

説明しよう

教科書
p.29

例題2 で、和を差にかえると、どんなことがいえるでしょうか。
また、その理由も説明しましょう。

解答 (予想) 2けたの正の整数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえてできる数との差は、いつも 9 の倍数になる。

(理由) 2けたの正の整数の十の位の数 a 、一の位の数 b とすると、この数は、 $10a+b$ と表される。また、十の位の数と一の位の数を入れかえてできる数は、 $10b+a$ となる。このとき、この2数の差は、

$$(10a+b)-(10b+a)=9a-9b=9(a-b)$$

$a-b$ は整数だから、 $9(a-b)$ は9の倍数である。

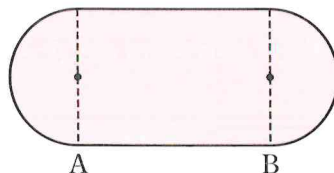
したがって、2けたの正の整数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえてできる数との差は、9の倍数である。

参考 求めた差は、十の位の数と一の位の数との差の9倍になります。

等式の変形について学びましょう。



右の図のような、2つの半円と長方形を組み合わせた形のトラックで、その周の長さが200 mのものを作ります。 $\pi=3.14$ として、半円の半径を10 mにしたときの直線部分 AB の長さは何 m になるでしょうか。

教科書
p.29

ガイド

半円の半径を r m、直線部分 AB の長さを x m として、トラックの周の長さの等式を x について解き、 r に10を代入します。

解答

半円の半径を r m、直線部分 AB の長さを x m とすると、 $2x+2\pi r=200$

この式を x について解くと、 $2x=200-2\pi r$

$$x=100-\pi r$$

半円の半径 r に10を代入すると、 $x=100-10\pi$

$$=68.6$$

68.6 m

問2

前ページ(教科書 p.29)の **ひろげよう** で、半円の半径を15 m、20 m にすると、直線部分 AB の長さは、それぞれ何 m になりますか。

教科書
p.30

ガイド

$x=100-\pi r$ から、 $r=15$ 、 $r=20$ のときをそれぞれ求めます。

解答

$x=100-\pi r$ に $r=15$ を代入すると、

$$x=100-15\pi=52.9$$

$$\underline{52.9 \text{ m}}$$

$x=100-\pi r$ に $r=20$ を代入すると、

$$x=100-20\pi=37.2$$

$$\underline{37.2 \text{ m}}$$

教科書
p. 30

問3

次の等式を、〔 〕内の文字について解きなさい。

(1) $y = ax$ 〔 a 〕

(2) $\ell = 2\pi r$ 〔 r 〕

(3) $x + y = 6$ 〔 x 〕

(4) $2x - y = 3$ 〔 y 〕

ガイド

等式の性質を使って、まず左辺が〔 〕内の文字をふくむ項だけになるように変形します。

解答

(1) $y = ax$
 $ax = y$ 左辺と右辺を
入れかえる。

$$a = \frac{y}{x}$$

(2) $\ell = 2\pi r$
 $2\pi r = \ell$ 左辺と右辺を
入れかえる。

$$r = \frac{\ell}{2\pi}$$

(3) $x + y = 6$

$$x = 6 - y$$

(4) $2x - y = 3$

$$-y = 3 - 2x$$

$$y = 2x - 3$$



練習問題

1 文字式の利用

教科書
p. 30

1

次の等式を、〔 〕内の文字について解きなさい。

(1) $\ell = 2(a + b)$ 〔 a 〕

(2) $4x + 2y = 1$ 〔 y 〕

ガイド

まず左辺が〔 〕内の文字をふくむ項だけになるように変形します。

解答

(1) $\ell = 2(a + b)$
 $2(a + b) = \ell$ 左辺と右辺を
入れかえる。

$$a + b = \frac{\ell}{2}$$

$$a = \frac{\ell}{2} - b \quad \left(a = \frac{\ell - 2b}{2} \right)$$

(2) $4x + 2y = 1$

$$2y = 1 - 4x$$

$$y = \frac{1}{2} - 2x \quad \left(y = \frac{1 - 4x}{2} \right)$$

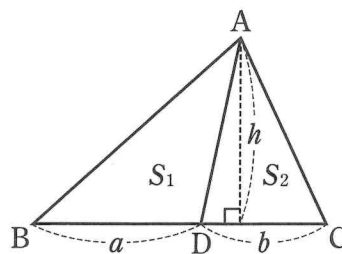
2

右の図の $\triangle ABC$ で、 $\triangle ABD$ の面積を S_1 、 $\triangle ADC$ の面積を S_2

とするとき、

$$S_1 : S_2 = a : b \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

となることを説明しなさい。

また、 $\textcircled{1}$ の比例式を、 S_1 について解きなさい。

ガイド

面積 S_1 、 S_2 を、 a 、 b を使って表して考えます。

解答

$$S_1 \text{ は } \frac{1}{2}ah, S_2 \text{ は } \frac{1}{2}bh \text{ と表せるので, } S_1 : S_2 = \frac{1}{2}ah : \frac{1}{2}bh = a : b$$

$$\text{また, } S_1 : S_2 = a : b \text{ より, } bS_1 = aS_2$$

$$S_1 = \frac{a}{b}S_2$$

1章 章末問題 学びをたしかめよう

教科書 p.32~33

1 次の多項式は何次式ですか。

(1) $ab+c-d$

(2) $x^2y-xy+1$

ガイド 各項のかけあわされている文字の個数のもっとも多いものが、その多項式の次数です。**解答** (1) 二次式

(2) 三次式

p.15 問2

2 次の式の同類項をまとめなさい。

(1) $3x-7y+4x$

(2) $8a-b-7a+2b$

(3) $-5x+9y+3x-8y$

(4) $3x^2-5x-2x^2+x$

(5) $8a^2-5a-2+7a$

(6) $4x-2y-7+2x$

ガイド 同類項は、1つの項にまとめます。同類項の係数どうしを計算します。**解答** (1) $3x-7y+4x$

$$=3x+4x-7y$$

$$=7x-7y$$

(3) $-5x+9y+3x-8y$

$$=-5x+3x+9y-8y$$

$$=-2x+y$$

(5) $8a^2-5a-2+7a$

$$=8a^2-5a+7a-2$$

$$=8a^2+2a-2$$

(2) $8a-b-7a+2b$

$$=8a-7a-b+2b$$

$$=a+b$$

(4) $3x^2-5x-2x^2+x$

$$=3x^2-2x^2-5x+x$$

$$=x^2-4x$$

(6) $4x-2y-7+2x$

$$=4x+2x-2y-7$$

$$=6x-2y-7$$

p.16 問4

3 次の2つの多項式をたしなさい。また、左の式から右の式をひきなさい。

(1) $3a+2b, a-4b$

(2) $x-4y, -2x+3y$

ガイド それぞれの式にかっこをつけて加法、減法の式に表し、2と同様に計算します。かっこをはずすときは、符号に注意しましょう。**解答** (1) $(3a+2b)+(a-4b)$

$$=3a+2b+a-4b$$

$$=4a-2b$$

$$(3a+2b)-(a-4b)$$

$$=3a+2b-a+4b$$

$$=2a+6b$$

(2) $(x-4y)+(-2x+3y)$

$$=x-4y-2x+3y$$

$$=-x-y$$

$$(x-4y)-(-2x+3y)$$

$$=x-4y+2x-3y$$

$$=3x-7y$$

p.16 問5

p.17 問6

4

次の計算をなさい。

$$(1) \quad \begin{array}{r} 3x+4y \\ +) 2x-2y \\ \hline \end{array}$$

$$(2) \quad \begin{array}{r} a-2b \\ -) -a-3b \\ \hline \end{array}$$

$$(3) \quad \begin{array}{r} 7x \\ +) 3x-6y \\ \hline \end{array}$$

$$(4) \quad \begin{array}{r} 4a+6b \\ -) a+6b-5 \\ \hline \end{array}$$

ガイド

上下の同類項を計算し、答えが0になるところがあれば、あけておきます。

解答

$$(1) \quad \begin{array}{r} 3x+4y \\ +) 2x-2y \\ \hline 5x+2y \end{array}$$

$$(2) \quad \begin{array}{r} a-2b \\ -) -a-3b \\ \hline 2a+b \end{array}$$

p. 17 問7

$$(3) \quad \begin{array}{r} 7x \\ +) 3x-6y \\ \hline 10x-6y \end{array}$$

$$(4) \quad \begin{array}{r} 4a+6b \\ -) a+6b-5 \\ \hline 3a \quad +5 \end{array}$$

5

次の計算をなさい。

$$(1) \quad 5(4a-5b)$$

$$(2) \quad -3(4x-9y)$$

$$(3) \quad (-28x+21y) \div 7$$

$$(4) \quad (36a-24b) \div (-4)$$

$$(5) \quad 5x+2(x-2y)$$

$$(6) \quad 2(2x-y)+(5x-y)$$

$$(7) \quad 3(x+y)-3(x-y)$$

$$(8) \quad 5(4a+b)-6(5a-b+3)$$

$$(9) \quad \frac{1}{2}(4x-y) + \frac{1}{3}(x+2y)$$

$$(10) \quad \frac{3a-4b}{4} - \frac{a-b}{2}$$

ガイド

数×多項式の計算をしてから、同類項をまとめて計算します。

解答

$$(1) \quad 5(4a-5b) = 20a-25b$$

$$(2) \quad -3(4x-9y) = -12x+27y$$

$$(3) \quad (-28x+21y) \div 7 = -4x+3y$$

$$(4) \quad (36a-24b) \div (-4) = -9a+6b$$

(1)~(4) p. 18 問1

$$\begin{aligned} (5) \quad 5x+2(x-2y) \\ = 5x+2x-4y \\ = 7x-4y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (6) \quad 2(2x-y)+(5x-y) \\ = 4x-2y+5x-y \\ = 9x-3y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (7) \quad 3(x+y)-3(x-y) \\ = 3x+3y-3x+3y \\ = 6y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (8) \quad 5(4a+b)-6(5a-b+3) \\ = 20a+5b-30a+6b-18 \\ = -10a+11b-18 \end{aligned}$$

(5)~(8) p. 19 問2

$$\begin{aligned} (9) \quad \frac{1}{2}(4x-y) + \frac{1}{3}(x+2y) \\ = 2x - \frac{1}{2}y + \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}y \\ = \frac{7}{3}x + \frac{1}{6}y \quad \left(\frac{14x+y}{6} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (10) \quad \frac{3a-4b}{4} - \frac{a-b}{2} \\ = \frac{3a-4b-2(a-b)}{4} \\ = \frac{a-2b}{4} \quad \left(\frac{1}{4}a - \frac{1}{2}b \right) \end{aligned}$$

p. 19 問4

6

 $a=3, b=-\frac{1}{2}$ のとき、次の式の値を求めなさい。

(1) $2a-7b-a+3b$

(2) $3(a-2b)-(5a+2b)$

ガイド

同類項をまとめ、式を計算してから、 a と b の値を代入して求めます。

解答

(1) $2a-7b-a+3b$

$=a-4b$

$=3-4\times\left(-\frac{1}{2}\right)$

$=3+2$

$=5$

(2) $3(a-2b)-(5a+2b)$

$=3a-6b-5a-2b$

$=-2a-8b$

$=-2\times 3-8\times\left(-\frac{1}{2}\right)$

$=-6+4$

$=-2$

p.20

問5

7

次の計算をなさい。

(1) $2a\times(-9b)$

(2) $(-6x)\times(-3y)$

(3) $(-2a)^2$

(4) $(-4x)^2\times y$

(5) $12ab\div 3b$

(6) $3x^2\div x$

(7) $-\frac{2}{5}x^2\div\frac{3}{2}x$

(8) $8x^3\div\frac{2}{7}x$

(9) $5a\times 2ab\times 3b$

(10) $14x^2\div(-7x)\times(-2x)$

(11) $7a^2\times 6b\div 3a$

(12) $18x^2y\div 3xy\div(-2x)$

ガイド

除法がふくまれているときは、分数の形にしてから約分します。

符号は、最初に決めておくと、間違いが少なくなります。

解答

(1) $2a\times(-9b)$

$=2\times(-9)\times a\times b$

$=-18ab$

(2) $(-6x)\times(-3y)$

$=(-6)\times(-3)\times x\times y$

$=18xy$

(1), (2) p.21

問1

(3) $(-2a)^2$

$=(-2a)\times(-2a)$

$=(-2)\times(-2)\times a\times a$

$=4a^2$

(4) $(-4x)^2\times y$

$=(-4x)\times(-4x)\times y$

$=(-4)\times(-4)\times x\times x\times y$

$=16x^2y$

(3), (4) p.22

問2

(5) $12ab\div 3b$

$=\frac{12\cancel{a}\cancel{b}}{1\cancel{3}\cancel{b}}$

$=4a$

(6) $3x^2\div x$

$=\frac{3\cancel{x}^2x}{\cancel{x}^1}$

$=3x$

(5), (6) p.22

問3

$$(7) -\frac{2}{5}x^2 \div \frac{3}{2}x$$

$$= -\frac{2x^2}{5} \div \frac{3x}{2}$$

$$= -\left(\frac{2x^2}{5} \times \frac{2}{3x}\right)$$

$$= -\frac{2\cancel{x}^2 \times 2}{5 \times 3\cancel{x}_1}$$

$$= -\frac{4}{15}x$$

$$(8) 8x^3 \div \frac{2}{7}x$$

$$= 8x^3 \div \frac{2x}{7}$$

$$= 8x^3 \times \frac{7}{2x}$$

$$= \frac{4\cancel{8}^3 \times 7}{1\cancel{2}_1 \cancel{x}_1}$$

$$= 28x^2$$

(7), (8) p.22

問4

$$(9) 5a \times 2ab \times 3b$$

$$= 5 \times 2 \times 3 \times a \times ab \times b$$

$$= 30a^2b^2$$

$$(10) 14x^2 \div (-7x) \times (-2x)$$

$$= \frac{2\cancel{14}^2 \times 2\cancel{x}^1}{1\cancel{7}_1 \cancel{x}_1}$$

$$= 4x^2$$

$$(11) 7a^2 \times 6b \div 3a$$

$$= \frac{7\cancel{a}^2 \times 6\cancel{b}^1}{1\cancel{3}_1 \cancel{a}_1}$$

$$= 14ab$$

$$(12) 18x^2y \div 3xy \div (-2x)$$

$$= -\frac{3\cancel{18}^2 \times 1\cancel{y}^1}{1\cancel{3}_1 \cancel{x}_1 \times 2\cancel{x}_1}$$

$$= -3$$

(9)~(12) p.23

問5

8

偶数と偶数の和は偶数になります。

その理由を、文字式を使って説明しなさい。

ガイド

2つの偶数を、2つの文字 m , n を使って表して説明します。

解答

2つの整数がともに偶数のとき、 m , n を整数とすると、これらは、 $2m$, $2n$ と表される。

このとき、2数の和は、

$$2m + 2n = 2(m + n)$$

 $m + n$ は整数だから、 $2(m + n)$ は偶数である。

したがって、偶数と偶数の和は偶数である。

p.27

問1

9

等式 $7x + y = 4$ を、 y について解きなさい。また、等式 $7x + y = 4$ を、 x について解きなさい。

ガイド

等式の性質を使って、左辺に y や x だけが残るように変形します。

解答

$$7x + y = 4$$

 $7x$ を移項して、 $y = 4 - 7x$

$$7x + y = 4$$

 y を移項して、 $7x = 4 - y$ 両辺を7でわって、 $x = \frac{4-y}{7}$ $\left(x = \frac{4}{7} - \frac{1}{7}y\right)$

p.30

問3

1章 章末問題

学びを身につけよう

教科書 p.34~35



1

次の計算をなさい。

(1) $0.7x + y - (-1.4x + y)$

(3) $m - 10n - 6(2m - n)$

(5) $\frac{5x-3y}{2} - \frac{8x-4y}{3} + x$

(7) $(-xy) \times (-10xy^2) \div 5x^2$

(9)
$$\begin{array}{r} 25x - 3y + 6 \\ -) \quad 5x - 10y + 6 \end{array}$$

(2) $-x^2y \div 2x \div (-3y)$

(4) $(-a)^2 \times 2a$

(6) $\frac{2}{5}a^2 \div \frac{3}{10}b \times (-6ab)$

(8) $3x^2 + 3x + 1 - (4x + 2x^2)$

(10)
$$\begin{array}{r} 0.8x - 0.5y - 0.3 \\ +) \quad 0.2x + 0.5y + 2 \end{array}$$

ガイド

加法や減法では、符号に注意してかっこをはずし、同類項をまとめます。
 除法がふくまれているときは、分数の形にしてから約分します。

解答

$$\begin{aligned} (1) \quad & 0.7x + y - (-1.4x + y) \\ &= 0.7x + y + 1.4x - y \\ &= 2.1x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & -x^2y \div 2x \div (-3y) \\ &= \frac{\overset{1}{\cancel{x}} \overset{2}{\cancel{x}} \overset{1}{\cancel{y}}}{\underset{1}{\cancel{2}} \underset{1}{\cancel{x}} \times \underset{1}{\cancel{3}} \underset{1}{\cancel{y}}} \\ &= \frac{x}{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad & m - 10n - 6(2m - n) \\ &= m - 10n - 12m + 6n \\ &= -11m - 4n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) \quad & (-a)^2 \times 2a \\ &= a^2 \times 2a \\ &= 2a^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (5) \quad & \frac{5x-3y}{2} - \frac{8x-4y}{3} + x \\ &= \frac{3(5x-3y) - 2(8x-4y) + 6x}{6} \\ &= \frac{15x-9y-16x+8y+6x}{6} \\ &= \frac{5x-y}{6} \left(\frac{5}{6}x - \frac{1}{6}y \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (6) \quad & \frac{2}{5}a^2 \div \frac{3}{10}b \times (-6ab) \\ &= \frac{2a^2}{5} \times \frac{10}{3b} \times (-6ab) \\ &= -\frac{2a^2 \times \overset{2}{\cancel{10}} \times \overset{2}{\cancel{6}} a \overset{1}{\cancel{b}}}{\underset{1}{\cancel{5}} \times \underset{1}{\cancel{3}} \underset{1}{\cancel{b}}} \\ &= -8a^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (7) \quad & (-xy) \times (-10xy^2) \div 5x^2 \\ &= \frac{\overset{1}{\cancel{x}} \overset{2}{\cancel{y}} \times \overset{2}{\cancel{10}} \overset{2}{\cancel{x}} \overset{1}{\cancel{y}} \overset{2}{\cancel{y}}}{\underset{1}{\cancel{5}} \underset{1}{\cancel{x}} \times \underset{1}{\cancel{5}} \underset{1}{\cancel{x}} \times \underset{1}{\cancel{1}}} \\ &= 2y^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (8) \quad & 3x^2 + 3x + 1 - (4x + 2x^2) \\ &= 3x^2 + 3x + 1 - 4x - 2x^2 \\ &= x^2 - x + 1 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} (9) \quad 25x - 3y + 6 \\ -) \quad 5x - 10y + 6 \\ \hline 20x + 7y \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (10) \quad 0.8x - 0.5y - 0.3 \\ +) \quad 0.2x + 0.5y + 2 \\ \hline x + 1.7 \end{array}$$

参考 (9)の減法は右のように、下の式の符号をすべて反対にして、加法で計算してもかまいません。

$$\begin{array}{r} 25x - 3y + 6 \\ +) \quad -5x + 10y - 6 \\ \hline 20x + 7y \end{array}$$

2

$x=0.8, y=2.5$ のとき、次の式の値を求めなさい。

$$(1) -2(6x-2y)+2(x+3y)$$

$$(2) -14xy^2 \div 2xy \times (-5x)$$

ガイド 式を計算してから、 x と y の値をそれぞれの文字に代入して求めます。

解答

$$(1) -2(6x-2y)+2(x+3y)$$

$$= -12x + 4y + 2x + 6y$$

$$= -10x + 10y$$

$$= -10 \times 0.8 + 10 \times 2.5$$

$$= -8 + 25$$

$$= 17$$

$$(2) -14xy^2 \div 2xy \times (-5x)$$

$$= \frac{14xy^2 \times 5x}{2xy}$$

$$= 35xy$$

$$= 35 \times 0.8 \times 2.5$$

$$= 70$$



3

次の等式を、[] 内の文字について解きなさい。

$$(1) -a + 2b = 5 \quad [a]$$

$$(2) 12x + 3y = 11 \quad [y]$$

$$(3) S = \frac{1}{2}ah \quad [h]$$

$$(4) m = \frac{a+b}{2} \quad [b]$$

ガイド 等式の性質を使って、左辺が[]内に示された文字だけになるように変形します。

(3), (4)のように、左辺に[]内の文字がない場合は、左辺と右辺を入れかえて考えます。

解答

$$(1) -a + 2b = 5$$

$$-a = 5 - 2b$$

$$a = 2b - 5$$

$$(2) 12x + 3y = 11$$

$$3y = 11 - 12x$$

$$y = \frac{11-12x}{3}$$

$$y = \frac{11-12x}{3} \text{ は}$$

$$y = \frac{11}{3} - 4x$$

でもいいよ。

$$(3) S = \frac{1}{2}ah$$

$$\frac{1}{2}ah = S$$

$$ah = 2S$$

$$h = \frac{2S}{a}$$

$$(4) m = \frac{a+b}{2}$$

$$\frac{a+b}{2} = m$$

$$a+b = 2m$$

$$b = 2m - a$$



4

12, 14, 16 のような連続する3つの偶数の和が、中央の偶数の3倍になることを、文字式を使って説明するために、次のように考えます。

- ① 連続する3つの偶数のうち、いちばん小さい偶数を $2n$ として、連続する3つの偶数を $2n, 2n+2, 2n+4$ と表す。
- ② それらの和が中央の偶数の3倍になることを示すために、それらの和を $3 \times (\square)$ の形の式に変形する。

- (1) 上の $\square$ にあてはまる式を、 n を使って表しなさい。
- (2) 上の方法で、連続する3つの偶数の和は、中央の偶数の3倍になることを説明しなさい。

ガイド

連続する3つの偶数の和や、中央の偶数の3倍は、文字式でどのように表されるかを考えます。

解答

- (1) $2n+2$
- (2) (説明) n を整数とすると、連続する3つの偶数は、 $2n, 2n+2, 2n+4$ と表される。
このとき、これらの和は、

$$\begin{aligned} 2n + (2n+2) + (2n+4) &= 2n + 2n + 2 + 2n + 4 \\ &= 6n + 6 \\ &= 3(2n+2) \end{aligned}$$

$2n+2$ は、中央の偶数だから、 $3(2n+2)$ は中央の偶数の3倍である。
したがって、連続する3つの偶数の和は、中央の偶数の3倍になる。

5

カレンダーで、右の図のように四角形で囲んだ4つの数の和を計算すると、答えはいつも4の倍数になっています。

このことを、文字式を使って説明しなさい。

日	月	火	水	木	金	土
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30			

ガイド

四角形で囲んだ4つの数のうちでいちばん小さい数を n とすると、4つの数の和は文字式でどのように表されるかを考えます。

解答

(説明) n を整数とすると、四角形で囲んだ4つの数は、

$n, n+1, n+7, n+8$ と表される。このとき、これらの和は、

$$\begin{aligned} n + (n+1) + (n+7) + (n+8) &= n + n + 1 + n + 7 + n + 8 \\ &= 4n + 16 \\ &= 4(n+4) \end{aligned}$$

$n+4$ は整数だから、 $4(n+4)$ は4の倍数である。

したがって、四角形で囲んだ4つの数の和は、4の倍数になる。

6

3けたの正の整数で、374や561のように、百の位の数と一の位の数之和が十の位の数になっている数は、11の倍数であることを、文字式を使って説明しなさい。

ガイド

百の位の数と一の位の数之和が十の位の数になっている数は、文字式でどのように表されるかを考えます。

解答

(説明) 百の位数を a 、一の位数を b とすると、十の位数は $a+b$ となるので、この数は、 $100a+10(a+b)+b$ と表される。

$$\begin{aligned} 100a+10(a+b)+b &= 100a+10a+10b+b \\ &= 110a+11b \\ &= 11(10a+b) \end{aligned}$$

$10a+b$ は整数だから、 $11(10a+b)$ は11の倍数である。

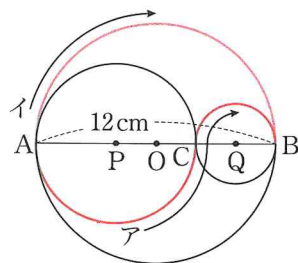
したがって、3けたの正の整数で、百の位の数と一の位の数之和が十の位の数になっている数は、11の倍数である。

7

直径 AB の長さが 12 cm の円 O があります。

AB を 2つの線分 AC と CB に分け、それぞれを直径とする円 P、Q を、円 O の中にかきます。A から B まで行くのに、アのように行くと、イのように行くとでは、どちらが近いですか。

円 P の直径を $2r$ cm として考えなさい。



ガイド

アの行き方とイの行き方を、それぞれ r を使って式に表します。アは、円 P の円周の $\frac{1}{2}$ と円 Q の円周の $\frac{1}{2}$ の合計の長さ、イは、円 O の円周の $\frac{1}{2}$ の長さになっています。

解答

円 P の直径を $2r$ cm としたとき、円 P の半径は、 $2r \times \frac{1}{2} = r$ (cm)、

円 Q の半径は、 $(12-2r) \times \frac{1}{2} = 6-r$ (cm) と表される。

アの行き方は、 $2\pi r \times \frac{1}{2} + 2\pi(6-r) \times \frac{1}{2} = \pi r + 6\pi - \pi r$
 $= 6\pi$ (cm)

イの行き方は、 $12\pi \times \frac{1}{2} = 6\pi$ (cm)

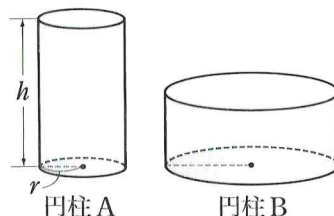
したがって、どちらも同じである。

8 底面の半径が r 、高さが h の円柱Aがあります。

円柱Aの底面の半径を2倍にし、
高さを半分にした円柱Bをつくります。

円柱A、Bについて、次の(ア)~(オ)のうち、正しいものをすべて選びなさい。

- (ア) どちらの体積も同じである。
(イ) 円柱Bの体積は、円柱Aの体積の2倍である。
(ウ) 円柱Aの体積は、円柱Bの体積の3倍である。
(エ) 円柱Bの底面積は、円柱Aの底面積の4倍である。
(オ) 円柱Aと円柱Bで、どちらの側面積が大きいかは、 r と h の値によって変わる。



ガイド 円柱AとBの体積、底面積、側面積を、半径 r と高さ h の文字を使って表してみましょう。

解答	{	Aの体積 $\cdots \pi \times r^2 \times h = \pi r^2 h$	{	Bの体積 $\cdots \pi \times (2r)^2 \times \frac{1}{2}h = 2\pi r^2 h$
		Aの底面積 $\cdots \pi \times r^2 = \pi r^2$		Bの底面積 $\cdots \pi \times (2r)^2 = 4\pi r^2$
		Aの側面積 $\cdots 2\pi \times r \times h = 2\pi rh$		Bの側面積 $\cdots 2\pi \times 2r \times \frac{1}{2}h = 2\pi rh$

$$\frac{\text{Bの体積}}{\text{Aの体積}} = \frac{2\pi r^2 h}{\pi r^2 h} = 2 \text{ (倍)}$$

$$\frac{\text{Bの底面積}}{\text{Aの底面積}} = \frac{4\pi r^2}{\pi r^2} = 4 \text{ (倍)}$$

$$\frac{\text{Bの側面積}}{\text{Aの側面積}} = \frac{2\pi rh}{2\pi rh} = 1 \text{ (倍)}$$

(イ), (エ)

文字式の文字には何を使う？

数学の学習では、式の計算のためのいろいろな文字が出てきます。そのほとんどは英語のアルファベットですが、これは明治以降、数学を西洋から学んできたので、その影響によると思われます。

同じアジアの国の中国や韓国でも事情は同じで、数式で使われる文字はおもにアルファベットで、しかも同じような式に日本と同じ文字を使っています。

例えば、交換法則を表す式 $a+b=b+a$ や分配法則を表す式 $a(b+c)=ab+ac$ などは、日本と同じように、 a 、 b 、 c を使って、このように表しています。

数学における文字は、基本的には、使う人が好きな文字を、好きなように使えばよいのですが、それでもいつのまにか習慣化し、規則のようにになっている文字もあります。例えば、英語のアルファベットではありませんが、円周率を表す文字 π は世界共通で、これ以外の文字で円周率を表した例は見あたりません。 π はギリシア語のアルファベットの16番目の文字で、英語のアルファベット p にあたります。これは、円周率を表すギリシア語の頭文字だといわれています。

π は特別ですが、もっと軽い意味で、次のような役割分担があることがうかがえます。

- a 、 b 、 c などアルファベットの前の方の文字は定数を表すのに使われ、 x 、 y 、 z など後ろの方の文字は変数、または、未知数に使われます。
- 自然数 (natural number) を表す文字 n や、半径 (radius) を表す r 、時間または時刻 (time) を表す t 、周 (lap) を表す ℓ などは、いずれも英語の頭文字からきています。ほかにも、この種の文字として、面積の S 、体積の V などがあります。

2章 連立方程式

1. 連立方程式

班の数はいくつ？

けいたさんとかりんさんのクラスは、社会福祉体験として、点字体験と車いす体験をすることになりました。

点字体験は4人班、車いす体験は3人班でおこないます。

クラスの36人全員がどちらかの班にはいるように分けます。

話しあおう

教科書
p. 36

36人を、3人班と4人班に分けるには、どのような分け方があるでしょうか。

【解答例】

- 3人班を1班つくると、残りの人数は $36-3=33$ (人)
33人全員を4人班に分けられない。
- 3人班を2班つくると、残りの人数は $36-3\times 2=30$ (人)
30人全員を4人班に分けられない。
- 3人班を3班つくると、残りの人数は $36-3\times 3=27$ (人)
27人全員を4人班に分けられない。
- 3人班を4班つくると、残りの人数は $36-3\times 4=24$ (人)
24人を4人班に分けると $24\div 4=6$ (班)
- 3人班を5班つくると、残りの人数は $36-3\times 5=21$ (人)
21人全員を4人班に分けられない。
- 3人班を6班つくると、残りの人数は $36-3\times 6=18$ (人)
18人全員を4人班に分けられない。
- 3人班を7班つくると、残りの人数は $36-3\times 7=15$ (人)
15人全員を4人班に分けられない。
- 3人班を8班つくると、残りの人数は $36-3\times 8=12$ (人)
12人を4人班に分けると $12\div 4=3$ (班)
- 3人班を9班つくると、残りの人数は $36-3\times 9=9$ (人)
9人全員を4人班に分けられない。
- 3人班を10班つくると、残りの人数は $36-3\times 10=6$ (人)
6人全員を4人班に分けられない。
- 3人班を11班つくると、残りの人数は $36-3\times 11=3$ (人)
3人全員を4人班に分けられない。

(したがって、)

3人班を4班と4人班を6班、3人班を8班と4人班を3班

1

連立方程式とその解

学習のねらい

2つの文字をふくむ方程式のつくり方や、1つのことがらについて、2つの文字をふくむ2つの方程式をつくり、それを解いて2つの文字の値を求める方法を学習します。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□二元一次方程式

▶ 2つの文字をふくむ一次方程式を、^{にげんいちじはうていしき}**二元一次方程式**といいます。

□二元一次方程式

▶ 二元一次方程式があるとき、これを成り立たせる文字の値の組を、その方程式の^{かい}**解**といいます。二元一次方程式の解はたくさんあります。

の解

□連立方程式

▶ 2つの方程式を組にしたものを、^{れんりつはうていしき}**連立方程式**といいます。

□連立方程式の解

▶ 2つの方程式のどちらも成り立たせる文字の値の組を、^{れんりつはうていしき}**連立方程式の解**といい、その解を求めることを、^{れんりつはうていしき}**連立方程式を解く**といいます。

2つの文字をふくむ方程式とその解について学びましょう。



(教科書) 36 ページの場面で、点字体験をする4人班の数を x 班、車いす体験をする3人班の数を y 班とすると、クラス的人数が36人であることから、 x と y の関係は、どんな等式で表すことができるでしょうか。

教科書
p. 38

ガイド

4人班の人数は $4x$ (人)、3人班の人数は $3y$ (人)、クラス的人数は全部で36人であることから、等式をつくります。

解答

$$4x + 3y = 36$$

問1

x の値が0, 1, 2, ……のとき、二元一次方程式① ($4x + 3y = 36$) を成り立たせる y の値を求め、下の表に書き入れなさい。

教科書
p. 38

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y	12	$\frac{32}{3}$							

ガイド

$4x + 3y = 36$ で、 $x = 2, 3, 4, \dots, 8$ のときの y の値を求めます。

解答

$$x = 2 \text{ のとき, } 4 \times 2 + 3y = 36 \quad y = \frac{28}{3}$$

$$x = 3 \text{ のとき, } 4 \times 3 + 3y = 36 \quad y = 8$$

⋮

$$x = 8 \text{ のとき, } 4 \times 8 + 3y = 36 \quad y = \frac{4}{3}$$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y	12	$\frac{32}{3}$	$\frac{28}{3}$	8	$\frac{20}{3}$	$\frac{16}{3}$	4	$\frac{8}{3}$	$\frac{4}{3}$

問2

x の値が 0, 1, 2, …… のとき, 二元一次方程式② ($x+y=10$) を成り立たせる y の値を求め, 下の表に書き入れなさい。

教科書
p. 39

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y									

ガイド

$x+y=10$ で, $x=0, 1, 2, 3, \dots, 8$ のときの y の値を求めます。

解答

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y	10	9	8	7	6	5	4	3	2

問3

前ページ(教科書 p.38) の表と上の表から, 二元一次方程式①と②の両方を成り立たせる x, y の値の組を見つけなさい。(表は省略)

教科書
p. 39

ガイド

問1 の解と 問2 の解に共通する x, y の値の組を見つけます。

解答

(6, 4)

問4

次の(ア)~(ウ)のうち, x, y の値の組 (3, 4) が解である連立方程式を選びなさい。

教科書
p. 40

$$(ア) \begin{cases} x+y=7 \\ x+2y=8 \end{cases} \quad (イ) \begin{cases} 3x-y=4 \\ 2x-5y=7 \end{cases} \quad (ウ) \begin{cases} 4x-y=8 \\ -x+3y=9 \end{cases}$$

ガイド

連立方程式の解は, 2つの方程式のどちらも成り立たせる文字の値の組だから, 両方の方程式に x, y の値を代入して, 左辺と右辺が等しくなるかどうかを調べます。

解答

それぞれの連立方程式の上の式を①, 下の式を②とする。

(ア) ①に, $x=3, y=4$ を代入すると, 左辺 $=3+4=7$, 右辺 $=7$

左辺=右辺 となるから, (3, 4) は①の解である。

②に, $x=3, y=4$ を代入すると, 左辺 $=3+2 \times 4=11$, 右辺 $=8$

左辺と右辺が等しくないから, (3, 4) は②の解ではない。

よって, (3, 4) は連立方程式(ア)の解ではない。

(イ) ①に, $x=3, y=4$ を代入すると, 左辺 $=3 \times 3-4=5$, 右辺 $=4$

よって, (3, 4) は連立方程式(イ)の解ではない。

(ウ) ①に, $x=3, y=4$ を代入すると, 左辺 $=4 \times 3-4=8$, 右辺 $=8$

②に, $x=3, y=4$ を代入すると, 左辺 $=-3+3 \times 4=9$, 右辺 $=9$

どちらも 左辺=右辺 となるから, (3, 4) は①の解でも②の解でもある。

よって, (3, 4) は連立方程式(ウ)の解である。

(ウ)



練習問題

① 連立方程式とその解

教科書
p.40

① 二元一次方程式 $x+y=3$ の解について、次の(ア)~(エ)のうち、正しいものを選びなさい。

- (ア) x, y の値の組 $(1, 2)$ の1組だけが、 $x+y=3$ の解である。
 (イ) $x+y=3$ を成り立たせる整数 x, y の値の組だけが、 $x+y=3$ の解である。
 (ウ) $x+y=3$ を成り立たせる x, y の値の組のすべてが、 $x+y=3$ の解である。
 (エ) $x+y=3$ の解はない。

ガイド x の値が $0, 1, 2, \dots$ のとき、二元一次方程式 $x+y=3$ を成り立たせる y の値を考えます。また、 x の値が小数や分数のときの y の値を考えます。

解答 x の値が $0, 1, 2, \dots$ のとき、二元一次方程式 $x+y=3$ を成り立たせる y の値は $3, 2, 1, \dots$ とたくさんある。また、 x の値が小数や分数のときの y の値を考えると、 $x=0.5$ のとき $y=2.5$ 、 $x=\frac{1}{3}$ のとき $y=\frac{8}{3}$ のように、たくさんある。

(ウ)

連立方程式を活用しよう。

連立方程式を使うと、ふだんの身のまわりの問題を解決することもできます。

身のまわりのことがらや実際の問題を数学を用いて解決するには、ふだんから数学的な意識をもって生活することが大切です。例えば、自宅から学校まで何 km あるのかや、自分の歩く速さはどれくらいかなどに興味をもって生活することです。

自宅から 10 km 離れたある町まで、はじめ 15 分歩き、途中から自転車で 45 分走って着いたとします。何 km の地点で自転車に乗ったのでしょうか。

こんなことを考えることもあります。この問題が、数学の問題ならば、歩く速さや自転車で走る速さがわからないので解決しませんが、日常の生活の中では、ふだんの歩く速さや自転車で走る速さを知っていると、適当にそれらの速さを決めて、解決することも可能です。

2

連立方程式の解き方

学習のねらい

連立方程式を解くためには、文字を1つ消して、1つの文字をふくむ一次方程式にすればよいことを学習します。文字の消し方には、加減法と代入法などがあり、それらを利用して、いろいろな連立方程式を解けるようにします。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□消去する

▶ 連立方程式から、1つの文字をふくまない方程式を導くことを、その文字を^{しょうきよ}消去するといいます。

□加減法

▶ 左辺どうし、右辺どうしを、それぞれ、たすかひくかして、1つの文字を消去する方法を^{かげんほう}加減法といいます。

□代入法

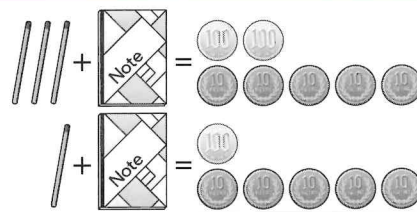
▶ 一方の式を他方の式に代入することによって、1つの文字を消去する方法を^{だいにゅうほう}代入法といいます。

連立方程式の解き方について学びましょう。

➤ 加減法



^{えんぴつ}鉛筆3本とノート1冊の代金は250円、
鉛筆1本とノート1冊の代金は150円です。
このとき、鉛筆1本、ノート1冊の値段は、
それぞれいくらでしょうか。

教科書
p.41

ガイド

共通のものを差しひいて、鉛筆だけの代金になるように考えます。

解答

(鉛筆3本の代金)+(ノート1冊の代金)=250(円) ……①

(鉛筆1本の代金)+(ノート1冊の代金)=150(円) ……②

だから、問題の図の上から下をひくと、(鉛筆2本の代金)=100(円)になる。

したがって、鉛筆1本の値段は、 $100 \div 2 = 50$ (円)、

ノート1冊の値段は、 $150 - 50 = 100$ (円)

鉛筆1本 50円、ノート1冊 100円

参考

鉛筆1本の値段を x 円、ノート1冊の値段を y 円として、上の①、②を方程式にすると、次の連立方程式が得られます。

$$\begin{cases} 3x + y = 250 \\ x + y = 150 \end{cases}$$

上の式から下の式をひくと、 $2x = 100$ これを解くと、 $x = 50$

この値を、下の式の x に代入すると、 $y = 100$

これから、このような連立方程式の解き方を学習します。

問1

次の連立方程式を、左辺どうし、右辺どうしを、それぞれひいて解きなさい。

(1)
$$\begin{cases} x+y=5 \\ x-3y=-3 \end{cases}$$

(2)
$$\begin{cases} 2x-y=-1 \\ 4x-y=-3 \end{cases}$$

ガイド

左辺どうし、右辺どうしをひいて、**文字を1つにして考えます。**

解答

それぞれの連立方程式の上の式を①、下の式を②とする。

(1) ①の左辺から②の左辺をひくと、 $(x+y)-(x-3y)=4y$

$$\begin{array}{r} x+y \\ -) x-3y \\ \hline 4y \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \\ -) -3 \\ \hline 8 \end{array}$$

①の右辺から②の右辺をひくと、 $5-(-3)=8$

したがって、 $4y=8$ これを解くと、 $y=2$

この値を、①の y に代入すると、 $x+2=5$ 、 $x=3$

$(x, y)=(3, 2)$

(2) ①の左辺から②の左辺をひくと、 $(2x-y)-(4x-y)=-2x$

$$\begin{array}{r} 2x-y \\ -) 4x-y \\ \hline -2x \end{array} \quad \begin{array}{r} -1 \\ -) -3 \\ \hline 2 \end{array}$$

①の右辺から②の右辺をひくと、 $-1-(-3)=2$

したがって、 $-2x=2$ 、 $x=-1$

この値を、①の x に代入すると、 $2 \times (-1) - y = -1$ 、 $y = -1$

$(x, y)=(-1, -1)$

問2

次の連立方程式を、左辺どうし、右辺どうしを、それぞれたして解きなさい。

(1)
$$\begin{cases} x-y=8 \\ 3x+y=4 \end{cases}$$

(2)
$$\begin{cases} 3x+2y=5 \\ -3x+5y=2 \end{cases}$$

ガイド

上下の同類項をたして、 x か y の文字を消去します。

解答

それぞれの連立方程式の上の式を①、下の式を②とする。

(1) ①と②の両辺をたすと、

$$\begin{array}{r} x-y=8 \\ +) 3x+y=4 \\ \hline 4x \quad =12 \\ x=3 \end{array}$$

この値を、①の x に代入すると、

$3-y=8$

$y=-5$

$(x, y)=(3, -5)$

(2) ①と②の両辺をたすと、

$$\begin{array}{r} 3x+2y=5 \\ +) -3x+5y=2 \\ \hline 7y=7 \\ y=1 \end{array}$$

この値を、①の y に代入すると、

$3x+2=5$

$x=1$

$(x, y)=(1, 1)$

問3

次の連立方程式を、加減法で解きなさい。

(1)
$$\begin{cases} 6x-y=22 \\ 6x+5y=-2 \end{cases}$$

(2)
$$\begin{cases} 3x-2y=19 \\ 5x+2y=21 \end{cases}$$

(3)
$$\begin{cases} x+y=2 \\ -x+y=-1 \end{cases}$$

ガイド

上の式から下の式をひいたり、たしたりして、 x か y の文字を消去します。

解答

それぞれの連立方程式の上の式を①、下の式を②とする。

(1) ①-②より, $-6y=24$, $y=-4$

この値を, ①の y に代入すると,

$$6x+4=22, 6x=18, x=3$$

$$(x, y)=(3, -4)$$

(2) ①+②より, $8x=40$, $x=5$

この値を, ①の x に代入すると,

$$15-2y=19, -2y=4, y=-2$$

$$(x, y)=(5, -2)$$

(3) ①+②より, $2y=1$, $y=\frac{1}{2}$

この値を, ①の y に代入すると,

$$x+\frac{1}{2}=2, x=\frac{3}{2}$$

$$(x, y)=\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$$



次の連立方程式は, どのような方法で解くことができるでしょうか。

教科書
p.43

$$\begin{cases} x+2y=4 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ 2x+3y=5 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

ガイド

①と②をそのまま, たしたり, ひいたりしても, 1つの文字を消去することはできないので, ①の両辺を2倍して, x の係数を②の x の係数とそろえます。

解答例

①の両辺を2倍して, x の係数を②の x の係数とそろえて, 上の式から下の式をひくと, 加減法で解くことができる。

問4

次の連立方程式を解きなさい。

教科書
p.43

(1) $\begin{cases} x+4y=7 \\ 7x+15y=36 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 5x+3y=-1 \\ 2x-y=4 \end{cases}$

ガイド

一方の式の両辺を何倍かして2つの式の x または y の係数の絶対値をそろえ, 1つの文字を消去します。

解答

それぞれの連立方程式の上の式を①, 下の式を②とする。

(1) ① $\times 7$ $7x+28y=49$ $\cdots\cdots\textcircled{1}'$

$$\begin{array}{r} \textcircled{1}' - \textcircled{2} \quad 7x+28y=49 \\ -) 7x+15y=36 \\ \hline 13y=13 \\ y=1 \end{array}$$

この値を, ①の y に代入すると,

$$x+4=7, x=3$$

$$(x, y)=(3, 1)$$

(2) ② $\times 3$ $6x-3y=12$ $\cdots\cdots\textcircled{2}'$

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} + \textcircled{2}' \quad 5x+3y=-1 \\ +) 6x-3y=12 \\ \hline 11x = 11 \\ x=1 \end{array}$$

この値を, ①の x に代入すると,

$$5+3y=-1, 3y=-6, y=-2$$

$$(x, y)=(1, -2)$$

問5

次の連立方程式を解きなさい。

$$(1) \begin{cases} 3x+2y=8 \\ 5x-3y=7 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} 6x+4y=2 \\ 7x-3y=-13 \end{cases} \quad (3) \begin{cases} 9x-2y=11 \\ 4x-5y=9 \end{cases}$$

ガイド

一方の式を整数倍して、たしたりひいたりしても、1つの文字を消去することができないので、 x か y のどちらかの文字の係数の絶対値をそろえるために、両方の式の両辺を何倍かします。

解答

それぞれの連立方程式の上の式を①、下の式を②とする。

$$\begin{array}{ll} (1) \quad \textcircled{1} \times 3 & 9x+6y=24 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}' \\ & \textcircled{2} \times 2 & 10x-6y=14 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}' \\ & \textcircled{1}' + \textcircled{2}' & 19x=38, \quad x=2 \\ & x=2 \text{ を} \textcircled{1} \text{ に代入すると,} \\ & 6+2y=8, \quad 2y=2, \quad y=1 \\ & (x, y)=(2, 1) \\ (3) \quad \textcircled{1} \times 5 & 45x-10y=55 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}' \\ & \textcircled{2} \times 2 & 8x-10y=18 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}' \\ & \textcircled{1}' - \textcircled{2}' & 37x=37, \quad x=1 \\ & x=1 \text{ を} \textcircled{1} \text{ に代入すると,} \\ & 9-2y=11, \quad -2y=2, \quad y=-1 \\ & (x, y)=(1, -1) \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} (2) \quad \textcircled{1} \times 3 & 18x+12y=6 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}' \\ & \textcircled{2} \times 4 & 28x-12y=-52 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}' \\ & \textcircled{1}' + \textcircled{2}' & 46x=-46, \quad x=-1 \\ & x=-1 \text{ を} \textcircled{1} \text{ に代入すると,} \\ & -6+4y=2, \quad 4y=8, \quad y=2 \\ & (x, y)=(-1, 2) \end{array}$$

➤ 代入法

問6

次の連立方程式を、代入法で解きなさい。

$$(1) \begin{cases} 9x-2y=12 \\ y=3x \end{cases} \quad (2) \begin{cases} x=-5y+4 \\ 2x+y=-1 \end{cases}$$

ガイド

(1)では、下の式は $y=3x$ だから、上の式の y に $3x$ を代入して、文字 y を消去します。
(2)では、上の式は $x=-5y+4$ だから、下の式の x に $-5y+4$ を代入して、文字 x を消去します。

解答

それぞれの連立方程式の上の式を①、下の式を②とする。

$$\begin{array}{ll} (1) \quad \textcircled{1} \text{ の } y \text{ に} \textcircled{2} \text{ の } 3x \text{ を代入すると,} & (2) \quad \textcircled{2} \text{ の } x \text{ に} \textcircled{1} \text{ の } -5y+4 \text{ を代入すると,} \\ 9x-2y=12 & 2(-5y+4)+y=-1 \\ 3x=12 & -10y+8+y=-1 \\ x=4 & -9y=-9 \\ \text{この値を, } \textcircled{2} \text{ の } x \text{ に代入すると, } y=12 & y=1 \\ (x, y)=(4, 12) & \text{この値を, } \textcircled{1} \text{ の } y \text{ に代入すると, } x=-1 \\ & (x, y)=(-1, 1) \end{array}$$

問7

次の連立方程式を解きなさい。

教科書
p.45

$$(1) \begin{cases} y-x=4 \\ 5x-3y=2 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 3x+2y=-11 \\ 3y-x=0 \end{cases}$$

ガイド

一方の式を、消去したい文字について解き、もう一方の式に代入して、1つの文字を消去します。

解答

それぞれの連立方程式の上の式を①、下の式を②とする。

(1) ①を y について解くと、

$$y=4+x \quad \cdots \cdots \textcircled{1}'$$

①'を②に代入すると、

$$5x-3(4+x)=2$$

$$2x=14$$

$$x=7$$

 $x=7$ を①'に代入すると、 $y=11$

$$(x, y)=(7, 11)$$

(2) ②を x について解くと、

$$x=3y \quad \cdots \cdots \textcircled{2}'$$

②'を①に代入すると、

$$9y+2y=-11$$

$$11y=-11$$

$$y=-1$$

 $y=-1$ を②'に代入すると、 $x=-3$

$$(x, y)=(-3, -1)$$

話しあおう

教科書
p.45

次(右)のような連立方程式があります。

どんな解き方があるでしょうか。

$$\begin{cases} y=4x-11 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 8x-3y=25 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

ガイド

教科書の解き方をもとにして、 y を消去することを考えてみましょう。

解答例

$$\bullet \textcircled{1} \times 3 \quad 3y=12x-33 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}'$$

①'の $12x$ を移項すると、

$$-12x+3y=-33 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}''$$

$$\textcircled{1}'' + \textcircled{2} \quad -4x=-8, \quad x=2$$

 $x=2$ を①に代入すると、 $y=-3$

$$(x, y)=(2, -3)$$

$$\bullet \textcircled{1} \times 3 \quad 3y=12x-33 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}'$$

②の $3y$ に①'の $12x-33$ を代入すると、

$$8x-(12x-33)=25, \quad -4x=-8,$$

$$x=2$$

 $x=2$ を①に代入すると、 $y=-3$

$$(x, y)=(2, -3)$$

いろいろな連立方程式の解き方を学びましょう。

問8

次の連立方程式を解きなさい。

教科書
p.46

$$(1) \begin{cases} 4x+7y=39 \\ 2(x-y)=3x+3y \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 3(x+y)=2x-1 \\ x+y=-5 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} 3(x+2y)=5(x-4) \\ x+3y=-2 \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} 2x-(x+7y)=13 \\ 2(x+3y)-5y=-4 \end{cases}$$

ガイド

式のかっこをはずして、整理してから解きます。

解答

それぞれの連立方程式の上の式を①, 下の式を②とする。

(1) ②から, $2x-2y=3x+3y$

$$-x-5y=0 \quad \cdots\cdots\textcircled{2}'$$

$$\textcircled{2}' \times 4 \quad -4x-20y=0 \quad \cdots\cdots\textcircled{2}''$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2}'' \quad y=-3$$

 $y=-3$ を①に代入すると,

$$4x-21=39, \quad x=15$$

$$(x, y)=(15, -3)$$

(3) ①から, $3x+6y=5x-20$

$$-2x+6y=-20 \quad \cdots\cdots\textcircled{1}'$$

$$\textcircled{2} \times 2 \quad 2x+6y=-4 \quad \cdots\cdots\textcircled{2}'$$

$$\textcircled{1}' + \textcircled{2}' \quad 12y=-24, \quad y=-2$$

 $y=-2$ を②に代入すると,

$$x-6=-2, \quad x=4$$

$$(x, y)=(4, -2)$$

(2) ①から, $3x+3y=2x-1$

$$x+3y=-1 \quad \cdots\cdots\textcircled{1}'$$

$$\textcircled{1}' - \textcircled{2} \quad 2y=4, \quad y=2$$

 $y=2$ を②に代入すると,

$$x+2=-5, \quad x=-7$$

$$(x, y)=(-7, 2)$$

(4) ①から, $2x-x-7y=13$

$$x-7y=13 \quad \cdots\cdots\textcircled{1}'$$

$$\textcircled{1}' \times 2 \quad 2x-14y=26 \quad \cdots\cdots\textcircled{1}''$$

$$\textcircled{2} \text{ から, } 2x+6y-5y=-4$$

$$2x+y=-4 \quad \cdots\cdots\textcircled{2}'$$

$$\textcircled{2}' - \textcircled{1}'' \quad 15y=-30, \quad y=-2$$

 $y=-2$ を②'に代入すると,

$$2x-2=-4, \quad x=-1$$

$$(x, y)=(-1, -2)$$

問9

次の連立方程式を解きなさい。

教科書
p.47

(1)
$$\begin{cases} \frac{x}{4} - \frac{y}{5} = 1 \\ 3x + 4y = -52 \end{cases}$$

(2)
$$\begin{cases} 4x + y = 10 \\ \frac{2}{3}x + \frac{y}{7} = 2 \end{cases}$$

(3)
$$\begin{cases} x + y = 11 \\ \frac{8}{100}x + \frac{9}{100}y = 1 \end{cases}$$

(4)
$$\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{4} = 1 \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 2 \end{cases}$$

ガイド

係数が分数のときは, 両辺に同じ数をかけて, 分母をはらってから解きます。

解答

それぞれの連立方程式の上の式を①, 下の式を②とする。

(1) ① $\times 20$ $5x-4y=20 \quad \cdots\cdots\textcircled{1}'$

$$\textcircled{1}' + \textcircled{2} \quad 8x = -32$$

$$x = -4$$

 $x = -4$ を②に代入すると,

$$-12 + 4y = -52$$

$$4y = -40, \quad y = -10$$

$$(x, y) = (-4, -10)$$

(2) ② $\times 21$ $14x+3y=42 \quad \cdots\cdots\textcircled{2}'$

$$\textcircled{1} \times 3 \quad 12x+3y=30 \quad \cdots\cdots\textcircled{1}'$$

$$\textcircled{2}' - \textcircled{1}' \quad 2x = 12$$

$$x = 6$$

 $x = 6$ を①に代入すると,

$$24 + y = 10$$

$$y = -14$$

$$(x, y) = (6, -14)$$

$$(3) \quad \textcircled{2} \times 100 \quad 8x + 9y = 100 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}'$$

$$\textcircled{1} \times 8 \quad 8x + 8y = 88 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}'$$

$$\textcircled{2}' - \textcircled{1}' \quad y = 12$$

$y = 12$ を①に代入すると,

$$x + 12 = 11$$

$$x = -1$$

$$(x, y) = (-1, 12)$$

$$(4) \quad \textcircled{1} \times 4 \quad 2x - y = 4 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}'$$

$$\textcircled{2} \times 6 \quad 2x + 3y = 12 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}'$$

$$\textcircled{2}' - \textcircled{1}' \quad 4y = 8$$

$$y = 2$$

$y = 2$ を①'に代入すると,

$$2x - 2 = 4$$

$$x = 3$$

$$(x, y) = (3, 2)$$

話しあおう

教科書
p. 47

次の連立方程式を解きましょう。

どことなくふうが考えられるでしょうか。

$$(1) \quad \begin{cases} 0.3x + 0.4y = 0.5 \\ x - 2y = -5 \end{cases}$$

$$(2) \quad \begin{cases} 0.1x + 0.04y = 15 \\ 3x - 2y = 50 \end{cases}$$

$$(3) \quad \begin{cases} y = -x + 2 \\ 0.5x + y = 2.5 \end{cases}$$

$$(4) \quad \begin{cases} -20x + 10y = 10 \\ 500x = 200(y - 3) \end{cases}$$

ガイド

(1)の上の式は両辺を $\times 10$, (2)の上の式は両辺を $\times 100$, (3)の下式の両辺を $\times 2$ にして, 係数を整数にします。(4)の下式の両辺を $\div 100$ にして, 係数を簡単な整数にします。

解答

それぞれの連立方程式の上の式を①, 下の式を②とする。

$$(1) \quad \textcircled{1} \times 10 \quad 3x + 4y = 5 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}'$$

$$\textcircled{2} \times 3 \quad 3x - 6y = -15 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}'$$

$$\textcircled{1}' - \textcircled{2}' \quad 10y = 20$$

$$y = 2$$

$y = 2$ を②に代入すると,

$$x - 4 = -5$$

$$x = -1$$

$$(x, y) = (-1, 2)$$

$$(2) \quad \textcircled{1} \times 100 \quad 10x + 4y = 1500 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}'$$

$$\textcircled{2} \times 2 \quad 6x - 4y = 100 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}'$$

$$\textcircled{1}' + \textcircled{2}' \quad 16x = 1600$$

$$x = 100$$

$x = 100$ を②に代入すると,

$$300 - 2y = 50$$

$$-2y = -250$$

$$y = 125$$

$$(x, y) = (100, 125)$$

$$(3) \quad \textcircled{2} \times 2 \quad x + 2y = 5 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}'$$

①の x を移項すると,

$$x + y = 2 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}'$$

$$\textcircled{2}' - \textcircled{1}' \quad y = 3$$

$y = 3$ を①'に代入すると,

$$x + 3 = 2$$

$$x = -1$$

$$(x, y) = (-1, 3)$$

$$(4) \quad \textcircled{2} \div 100 \quad 5x = 2(y - 3)$$

$$5x - 2y = -6 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}'$$

$$\textcircled{1} \div 5 \quad -4x + 2y = 2 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}'$$

$$\textcircled{1}' + \textcircled{2}' \quad x = -4$$

$x = -4$ を①'に代入すると,

$$16 + 2y = 2$$

$$y = -7$$

$$(x, y) = (-4, -7)$$

問10

次の方程式を解きなさい。

(1) $5x+2y=4=-x-y+3$

(2) $2x+y=x-5y+8=3x-y$

ガイド

 $A=B=C$ の形の方程式では、次の3つの連立方程式が考えられます。

(ア) $\begin{cases} A=C \\ B=C \end{cases}$ (イ) $\begin{cases} A=B \\ A=C \end{cases}$ (ウ) $\begin{cases} A=B \\ B=C \end{cases}$

(2)は、(イ)を考えると、加減法で解くときに計算が簡単になりそうなのがわかります。

解答

(1) もとの方程式より、

$$\begin{cases} 5x+2y=4 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ -x-y+3=4 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{2}\text{から}, \quad -x-y=1 \quad \cdots\cdots\textcircled{2}'$$

$$\textcircled{2}'\times 2 \quad -2x-2y=2 \quad \cdots\cdots\textcircled{2}''$$

$$\textcircled{1}+\textcircled{2}'' \quad 3x=6$$

$$x=2$$

 $x=2$ を $\textcircled{2}'$ に代入すると、 $y=-3$

$$(x, y)=(2, -3)$$

(2) もとの方程式より、

$$\begin{cases} 2x+y=x-5y+8 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ 2x+y=3x-y & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1}\text{から}, \quad x+6y=8 \quad \cdots\cdots\textcircled{1}'$$

$$\textcircled{2}\text{から}, \quad -x+2y=0 \quad \cdots\cdots\textcircled{2}'$$

$$\textcircled{1}'+\textcircled{2}' \quad 8y=8$$

$$y=1$$

 $y=1$ を $\textcircled{2}'$ に代入すると、 $x=2$

$$(x, y)=(2, 1)$$

練習問題

2 連立方程式の解き方

1

次の連立方程式を解きなさい。

(1) $\begin{cases} 4x+y=4 \\ x+y=-5 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 2x+5y=18 \\ x=2y \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 4x-5y=3 \\ 5y=8x-11 \end{cases}$

(4) $\begin{cases} y=3x-2 \\ y=2x+3 \end{cases}$

(5) $\begin{cases} 3x+2y=2 \\ \frac{5}{4}x-\frac{y}{5}=6 \end{cases}$

(6) $\begin{cases} x-3y=19 \\ 0.2x-0.5y=3 \end{cases}$

ガイド

(1)は加減法で、(2)、(3)、(4)は代入法で解きます。

(5)、(6)は両辺に適当な数をかけて、係数を整数にして解きます。

解答

(1) $\begin{cases} 4x+y=4 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ x+y=-5 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$

$$\textcircled{1}-\textcircled{2} \quad 3x=9, \quad x=3$$

 $x=3$ を $\textcircled{2}$ に代入すると、

$$y=-8$$

$$(x, y)=(3, -8)$$

(2) $\begin{cases} 2x+5y=18 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ x=2y & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$

 $\textcircled{2}$ を $\textcircled{1}$ に代入すると、

$$4y+5y=18, \quad 9y=18, \quad y=2$$

 $y=2$ を $\textcircled{2}$ に代入すると、

$$x=4$$

$$(x, y)=(4, 2)$$

$$(3) \begin{cases} 4x-5y=3 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ 5y=8x-11 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

②を①に代入すると,

$$4x-(8x-11)=3 \\ -4x=-8, x=2$$

$x=2$ を②に代入すると,

$$5y=16-11, 5y=5, y=1$$

$$(x, y)=(2, 1)$$

$$(5) \begin{cases} 3x+2y=2 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ \frac{5}{4}x-\frac{y}{5}=6 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \times 20 \quad 25x-4y=120 \quad \cdots\cdots\textcircled{2}'$$

$$\textcircled{1} \times 2 \quad 6x+4y=4 \quad \cdots\cdots\textcircled{1}'$$

$$\textcircled{1}' + \textcircled{2}' \quad 31x=124$$

$$x=4$$

$x=4$ を①に代入すると,

$$12+2y=2, y=-5$$

$$(x, y)=(4, -5)$$

$$(4) \begin{cases} y=3x-2 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ y=2x+3 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

①を②に代入すると,

$$3x-2=2x+3, x=5$$

$x=5$ を②に代入すると,

$$y=13$$

$$(x, y)=(5, 13)$$

$$(6) \begin{cases} x-3y=19 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ 0.2x-0.5y=3 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \times 10 \quad 2x-5y=30 \quad \cdots\cdots\textcircled{2}'$$

$$\textcircled{1} \times 2 \quad 2x-6y=38 \quad \cdots\cdots\textcircled{1}'$$

$$\textcircled{2}' - \textcircled{1}' \quad y=-8$$

$y=-8$ を①に代入すると,

$$x+24=19, x=-5$$

$$(x, y)=(-5, -8)$$

2 方程式 $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = x + y = 2$ を解きなさい。

ガイド $A=B=C$ の形の方程式です。 $\begin{cases} A=C \\ B=C \end{cases}$ の形の連立方程式になおしてから解きます。

解答 もとの方程式より,

$$\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 2 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ x + y = 2 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \times 6 \quad 2x+3y=12 \quad \cdots\cdots\textcircled{1}'$$

$$\textcircled{2} \times 2 \quad 2x+2y=4 \quad \cdots\cdots\textcircled{2}'$$

$$\textcircled{1}' - \textcircled{2}' \quad y=8$$

$y=8$ を②に代入すると,

$$x+8=2, x=-6$$

$$(x, y)=(-6, 8)$$

2. 連立方程式の利用

2点シュートと3点シュートの本数は？

同じ中学校の卒業生で、車いすバスケットボールの選手である松山選手の活躍^{かつやく}を知らせる新聞記事が校内^{けいじ}に掲示されています。

松山選手 19 得点の大活躍 !!

○月○日におこなわれた試合は、手に汗^{あせ}にぎる接戦となりました。勝利の立役者である松山選手は、放った2点シュートと3点シュートにより、19 得点をあげる大活躍でした。

今後の活躍から目が離せません！

2点シュートと3点シュートをそれぞれ何本決めたのかな？



話しあおう

教科書
p.49

上の記事から、松山選手が決めた2点シュートと3点シュートの本数がわかるでしょうか。

ガイド

上の記事の数量関係をことばの式で表すと、次のようになります。

$$(2 \text{ 点シュートの得点}) + (3 \text{ 点シュートの得点}) = 19 \text{ (点)} \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

また、①の2点シュートであげた得点と3点シュートであげた得点は、それぞれ、次のように表されます。

$$(2 \text{ 点シュートの得点}) = 2 \times (2 \text{ 点シュートの本数}) \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$(3 \text{ 点シュートの得点}) = 3 \times (3 \text{ 点シュートの本数}) \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

解答例

上のことばの式から、2点シュートの本数を x 本、3点シュートの本数を y 本とすると、①の左辺は、②と③を加えたものだから、

$$2x + 3y = 19$$

という二元一次方程式ができる。

x の値が 0, 1, 2, …… のとき、この二元一次方程式を成り立たせる y の値を求めると、

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y	$\frac{19}{3}$	$\frac{17}{3}$	5	$\frac{13}{3}$	$\frac{11}{3}$	3	$\frac{7}{3}$	$\frac{5}{3}$	1	$\frac{1}{3}$

x の値も y の値も整数なので、二元一次方程式を成り立たせる x, y の値の組は、(2, 5), (5, 3), (8, 1) の3つがある。

よって、この記事に書かれていることだけではそれぞれのシュートの本数はわからない。

1

連立方程式の利用

学習のねらい

問題の場面を理解し、問題にふくまれる数量の関係を、ことばの式や表、線分図などを利用してとらえます。そして、適切な数量（例えば、求めたい数量）を文字で表し、数量の関係から連立方程式をつくります。この連立方程式を解いて問題を解決します。

教科書のまとめ テスト前にチェック

- 問題の中の数量の
関係を見つける
- 適当な数量を
文字で表す
- 連立方程式を
解く

- ▶ことばの式や表に表せないか、また、線分図に表せないかを調べます。
- ▶かならずしも求めたい数量でなくてもよいですが、2つの文字 x , y を使って、2つの方程式をつくります。
- ▶連立方程式を解いて、 x と y の値を求めます。求めた x と y の値が問題にあっているか、問題にあてはめて確かめます。

1

①の問題で、2点シュートであげた得点を x 点、3点シュートであげた得点を y 点とすると、どんな連立方程式になりますか。

また、この連立方程式を解いて、2点シュートと3点シュートの本数を、それぞれ求めなさい。

教科書
p.51

ガイド

2点シュートと3点シュートについて、ことばの式で表すと、

$$(2 \text{ 点シュートの得点}) + (3 \text{ 点シュートの得点}) = 19 \text{ (点)}$$

$$(2 \text{ 点シュートの本数}) + (3 \text{ 点シュートの本数}) = 8 \text{ (本)}$$

となります。

解答

$$\begin{cases} x + y = 19 & \cdots \cdots \text{①} \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 8 & \cdots \cdots \text{②} \end{cases}$$

$$\text{②} \times 6 \quad 3x + 2y = 48 \quad \cdots \cdots \text{②}'$$

$$\text{①} \times 2 \quad 2x + 2y = 38 \quad \cdots \cdots \text{①}'$$

$$\text{②}' - \text{①}' \quad x = 10$$

$x = 10$ を①に代入すると、 $y = 9$

$$(x, y) = (10, 9)$$

2点シュートであげた得点を10点、3点シュートであげた得点を9点とすると、得点はあわせて19点、シュートの本数は $\frac{10}{2} + \frac{9}{3} = 8$ (本) となり、この解は問題にあっている。

2点シュートの本数は $\frac{10}{2} = 5$ (本)、3点シュートの本数は $\frac{9}{3} = 3$ (本) となる。

2点シュート5本、3点シュート3本

問1 1個130円のプリンと1個100円のゼリーをあわせて10個^{はら}買い、1120円払いました。

買ったプリンとゼリーの個数を、それぞれ求めなさい。

ガイド 買ったプリンとゼリーについて、ことばの式で表すと、

$$(\text{プリンの個数}) + (\text{ゼリーの個数}) = 10 \text{ (個)}$$

$$(\text{プリンの代金}) + (\text{ゼリーの代金}) = 1120 \text{ (円)}$$

となります。

解答 買ったプリンの個数を x 個、ゼリーの個数を y 個とすると、

$$\begin{cases} x + y = 10 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 130x + 100y = 1120 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \div 10 \quad 13x + 10y = 112 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}'$$

$$\textcircled{1} \times 10 \quad 10x + 10y = 100 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}'$$

$$\textcircled{2}' - \textcircled{1}' \quad 3x = 12, \quad x = 4$$

$x = 4$ を $\textcircled{1}$ に代入すると、 $y = 6$

$$(x, y) = (4, 6)$$

買ったプリンの個数を4個、ゼリーの個数を6個とすると、個数はあわせて10個、代金は1120円となり、この解は問題にあっている。

プリン4個、ゼリー6個

問2 ある自動販売機^{じどうはんばいき}では、先月は、お茶とスポーツドリンクが、あわせて400本売れました。今月は、先月とくらべて、お茶は80%、スポーツドリンクは90%売れたので、売れた本数は、あわせて345本でした。

先月売れたお茶とスポーツドリンクの本数を、それぞれ求めなさい。

❓ 今月売れたお茶とスポーツドリンクは、それぞれ何本かな。

ガイド (先月のお茶の本数の80%) = (先月のお茶の本数) $\times \frac{80}{100}$

(先月のスポーツドリンクの本数の90%) = (先月のスポーツドリンクの本数) $\times \frac{90}{100}$

問題の中の数量の関係を表にすると、次のようになります。

	お茶	スポーツドリンク	合計
先月売れた本数(本)	Δ	$\square$	400
今月売れた本数(本)	$\Delta \times \frac{80}{100}$	$\square \times \frac{90}{100}$	345

解答

先月売れたお茶の本数を x 本, スポーツドリンクの本数を y 本とすると,

$$\begin{cases} x+y=400 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ \frac{80}{100}x+\frac{90}{100}y=345 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \times 100 \quad 80x+90y=34500 \quad \cdots\cdots\textcircled{2}'$$

$$\textcircled{2}' \div 10 \quad 8x+9y=3450 \quad \cdots\cdots\textcircled{2}''$$

$$\textcircled{1} \times 8 \quad 8x+8y=3200 \quad \cdots\cdots\textcircled{1}'$$

$$\textcircled{2}'' - \textcircled{1}' \quad y=250$$

 $y=250$ を $\textcircled{1}$ に代入すると, $x+250=400$, $x=150$

$$(x, y)=(150, 250)$$

この解は問題にあっている。

お茶 150 本, スポーツドリンク 250 本

② 今月売れたお茶は, $150 \times \frac{80}{100} = 120$ (本), スポーツドリンクは, $250 \times \frac{90}{100} = 225$ (本)

参考

連立方程式を解いたあと, 解が問題にあっているかどうかを調べるのは, 検算をすることだけが目的ではありません。連立方程式の解には負の数や分数や小数が現れることがしばしばあり, 本数を求める問題の解としてふさわしいかどうかを調べる必要があるからです。

話しあおう

教科書
p. 54

上の 例題3 で, コースの全長 50 km, 自転車の時速 20 km, 走った時速 10 km はそのままに, 「全体を 2 時間で完走しました」という問題だったとします。

このとき, 問題の答えはどうなるでしょうか。

ガイド

問題の中の数量の関係は, 次のようになります。

(自転車に進んだ道のり)+(走った道のり)=50 (km)

(自転車に進んだ時間)+(走った時間)=2 (時間)

解答

自転車に進んだ道のりを x km, 走った道のりを y km とすると,

$$\begin{cases} x+y=50 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ \frac{x}{20}+\frac{y}{10}=2 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \times 20 \quad x+2y=40 \quad \cdots\cdots\textcircled{2}'$$

$$\textcircled{2}' - \textcircled{1} \quad y=-10$$

 $y=-10$ を $\textcircled{1}$ に代入すると, $x-10=50$, $x=60$

$$(x, y)=(60, -10)$$

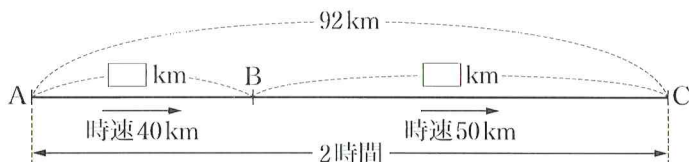
走った道のりが負の数となるので, この解は問題にあっていない。

問3

A地点からB地点を経てC地点まで、92 kmの道のりを自動車で行くのに、A, B間を時速40 km, B, C間を時速50 kmで進むと、2時間かかりました。A, B間とB, C間の道のりを、それぞれ求めなさい。

ガイド

時間・道のり・速さに関する問題では、線分図に表して考えると数量の関係がとらえやすくなります。時間＝ $\frac{\text{道のり}}{\text{速さ}}$ の関係を使って、式をつくりましょう。



$$(A, B \text{ 間の道のり}) + (B, C \text{ 間の道のり}) = 92 \text{ (km)}$$

$$(A, B \text{ 間にかかった時間}) + (B, C \text{ 間にかかった時間}) = 2 \text{ (時間)}$$

解答

A, B間の道のりを x km, B, C間の道のりを y km とすると、

$$\begin{cases} x + y = 92 & \cdots \cdots ① \\ \frac{x}{40} + \frac{y}{50} = 2 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$② \times 200 \quad 5x + 4y = 400 \quad \cdots \cdots ②'$$

$$① \times 4 \quad 4x + 4y = 368 \quad \cdots \cdots ①'$$

$$②' - ①' \quad x = 32$$

$x = 32$ を①に代入すると、 $y = 60$

$(x, y) = (32, 60)$ この解は問題にあっている。

ミスの注意

速さの問題では、式をつくるときに、単位がそろっているかどうかをかならず確認する。

A, B間の道のり 32 km, B, C間の道のり 60 km

練習問題

① 連立方程式の利用

1

2つの数の和が100で、一方の数が他方の数の2倍より10大きいとき、この2つの数を求めなさい。

ガイド

2つの数を x, y として連立方程式をつくります。

解答

2つの数を x, y とすると、

$$\begin{cases} x + y = 100 & \cdots \cdots ① \\ x = 2y + 10 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

②を①に代入すると、 $(2y + 10) + y = 100$, $3y = 90$, $y = 30$

$y = 30$ を①に代入すると、 $x + 30 = 100$, $x = 70$

$(x, y) = (70, 30)$ この解は問題にあっている。

2

生徒会で古紙を集めました。集めた古紙は全部で 960 kg あり、そのうち 220 kg が段ボールで、残りは新聞紙と雑誌です。これらを、右の表の金額で交換している業者にすべて回収してもらうと、その金額の合計は、6640 円になります。集めた新聞紙と雑誌は、それぞれ何 kg ですか。

古紙 1 kg あたりの
交換金額

- ・新聞紙 7 円
- ・雑誌 6 円
- ・段ボール 8 円

ガイド

新聞紙の重さを x kg, 雑誌の重さを y kg として、重さと金額に関する方程式をつくります。

解答

新聞紙の重さを x kg, 雑誌の重さを y kg とすると、

$$\begin{cases} x + y + 220 = 960 & \cdots \cdots ① \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7x + 6y + 8 \times 220 = 6640 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$① \text{ から, } x + y = 740 \quad \cdots \cdots ①'$$

$$①' \times 6 \quad 6x + 6y = 4440 \quad \cdots \cdots ①''$$

$$② \text{ から, } 7x + 6y = 4880 \quad \cdots \cdots ②'$$

$$②' - ①'' \quad x = 440$$

$$x = 440 \text{ を } ①' \text{ に代入すると, } y = 300$$

$$(x, y) = (440, 300)$$

この解は問題にあっている。

新聞紙 440 kg, 雑誌 300 kg

3

ある店で、シャツと帽子^{ぼうし}を買いました。商品についている値札どおりだと、金額の合計は 3100 円でしたが、シャツは値札の 20% 引き、帽子は値札の 30% 引きだったので、代金は 2300 円になりました。

シャツと帽子の値札に表示された値段を、それぞれ求めなさい。

ガイド

値札の $a\%$ 引きの値段は、値札の $(100 - a)\%$ にあたるから、

$$(\text{シャツの代金}) = (\text{シャツの値札の値段}) \times \frac{80}{100}$$

$$(\text{帽子の代金}) = (\text{帽子の値札の値段}) \times \frac{70}{100}$$

問題の中の数量の関係を表にすると、次のようになります。

	シャツ	帽子	合計
値札の値段 (円)	Δ	$\square$	3100
代金 (円)	$\Delta \times \frac{80}{100}$	$\square \times \frac{70}{100}$	2300

解答

値札に表示されたシャツの値段を x 円, 帽子の値段を y 円とすると、

$$\begin{cases} x + y = 3100 & \cdots \cdots ① \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{80}{100}x + \frac{70}{100}y = 2300 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$② \times 100 \quad 80x + 70y = 230000 \quad \cdots \cdots ②'$$

$$②' \div 10 \quad 8x + 7y = 23000 \quad \cdots \cdots ②''$$

$$① \times 7 \quad 7x + 7y = 21700 \quad \cdots \cdots ①'$$

$$②'' - ①' \quad x = 1300$$

$$x = 1300 \text{ を } ① \text{ に代入すると,}$$

$$1300 + y = 3100, \quad y = 1800$$

$$(x, y) = (1300, 1800)$$

この解は問題にあっている。

シャツ 1300 円, 帽子 1800 円

2章 章末問題

学びをたしかめよう

教科書 p.56～57

1

下の表で、二元一次方程式 $x+2y=9$ を成り立たせる y の値を求め、書き入れなさい。

x	-2	-1	0	1	2	3
y						

ガイド

 $x+2y=9$ で、 $x=-2, -1, 0, 1, 2, 3$ のときの y の値を求めます。

解答

x	-2	-1	0	1	2	3
y	$\frac{11}{2}$	5	$\frac{9}{2}$	4	$\frac{7}{2}$	3

p.39 問2

2

次の(ア)～(エ)のうち、 x, y の値の組 $(4, 2)$ が解である連立方程式をすべて選びなさい。

$$(ア) \begin{cases} x+y=6 \\ 2x+y=10 \end{cases}$$

$$(イ) \begin{cases} x+3y=-2 \\ x-y=2 \end{cases}$$

$$(ウ) \begin{cases} x=2y \\ y-x=-2 \end{cases}$$

$$(エ) \begin{cases} x+2y=10 \\ y=x+2 \end{cases}$$

ガイド

それぞれの式に $x=4, y=2$ を代入してみます。

解答

(ア)～(エ)で、上の式を①、下の式を②として、 $x=4, y=2$ を代入すると、

$$(ア) \text{ ①の左辺は、} 4+2=6$$

$$(イ) \text{ ①の左辺は、} 4+3 \times 2=10, \text{ 右辺は } -2$$

$$\text{②の左辺は、} 2 \times 4 + 2 = 10$$

$$\text{②の左辺は、} 4 - 2 = 2$$

(4, 2) は解である。

(4, 2) は解ではない。

$$(ウ) \text{ ①の左辺は } 4, \text{ 右辺は、} 2 \times 2 = 4$$

$$(エ) \text{ ①の左辺は、} 4 + 2 \times 2 = 8, \text{ 右辺は } 10$$

$$\text{②の左辺は、} 2 - 4 = -2$$

$$\text{②の左辺は } 2, \text{ 右辺は、} 4 + 2 = 6$$

(4, 2) は解である。

(4, 2) は解ではない。

(ア), (ウ)

p.40 問4

3

次の連立方程式を、加減法で解きなさい。

$$(1) \begin{cases} x+4y=16 \\ x+y=13 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 5x-y=11 \\ 3x+2y=4 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} 3x-2y=1 \\ 6x-5y=-2 \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} 2x+3y=-2 \\ 3x-2y=-3 \end{cases}$$

ガイド

(2)は、一方の式の両辺を何倍かして、 y の係数の絶対値をそろえます。

解答

$$(1) \begin{cases} x+4y=16 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ x+y=13 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1}-\textcircled{2} \quad 3y=3, \quad y=1$$

$y=1$ を $\textcircled{2}$ に代入すると,

$$x+1=13, \quad x=12$$

$$(x, y)=(12, 1)$$

p.43 問3

$$(2) \begin{cases} 5x-y=11 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ 3x+2y=4 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \times 2 \quad 10x-2y=22 \quad \cdots\cdots\textcircled{1}'$$

$$\textcircled{1}'+\textcircled{2} \quad 13x=26, \quad x=2$$

$x=2$ を $\textcircled{1}$ に代入すると,

$$10-y=11, \quad y=-1$$

$$(x, y)=(2, -1)$$

p.43 問4

$$(3) \begin{cases} 3x-2y=1 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ 6x-5y=-2 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \times 2 \quad 6x-4y=2 \quad \cdots\cdots\textcircled{1}'$$

$$\textcircled{1}'-\textcircled{2} \quad y=4$$

$y=4$ を $\textcircled{1}$ に代入すると,

$$3x-8=1, \quad x=3$$

$$(x, y)=(3, 4)$$

p.43 問4

$$(4) \begin{cases} 2x+3y=-2 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ 3x-2y=-3 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \times 2 \quad 4x+6y=-4 \quad \cdots\cdots\textcircled{1}'$$

$$\textcircled{2} \times 3 \quad 9x-6y=-9 \quad \cdots\cdots\textcircled{2}'$$

$$\textcircled{1}'+\textcircled{2}' \quad 13x=-13, \quad x=-1$$

$x=-1$ を $\textcircled{1}$ に代入すると,

$$-2+3y=-2, \quad y=0$$

$$(x, y)=(-1, 0)$$

p.44 問5

4

次の連立方程式を、代入法で解きなさい。

$$(1) \begin{cases} y=2x \\ x+y=12 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} x+y=6 \\ x-3y=2 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 2x-y=6 \\ x=y-3 \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} 5x+2y=8 \\ y-x=-3 \end{cases}$$

ガイド

$y=\sim$ または, $x=\sim$ になっている式を, もう一方の式に代入して解きます。

解答

$$(1) \begin{cases} y=2x & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ x+y=12 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1}$ を $\textcircled{2}$ に代入すると,

$$x+2x=12, \quad x=4$$

$x=4$ を $\textcircled{1}$ に代入すると, $y=8$

$$(x, y)=(4, 8)$$

$$(3) \begin{cases} x+y=6 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ x-3y=2 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{2}$ を x について解くと,

$$x=3y+2 \quad \cdots\cdots\textcircled{2}'$$

$\textcircled{2}'$ を $\textcircled{1}$ に代入すると,

$$(3y+2)+y=6, \quad y=1$$

$y=1$ を $\textcircled{1}$ に代入すると, $x=5$

$$(x, y)=(5, 1)$$

$$(2) \begin{cases} 2x-y=6 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ x=y-3 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{2}$ を $\textcircled{1}$ に代入すると,

$$2(y-3)-y=6, \quad y=12$$

$y=12$ を $\textcircled{2}$ に代入すると, $x=9$

$$(x, y)=(9, 12) \quad (1), (2) \text{ p.45 問6}$$

$$(4) \begin{cases} 5x+2y=8 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ y-x=-3 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{2}$ を y について解くと,

$$y=x-3 \quad \cdots\cdots\textcircled{2}'$$

$\textcircled{2}'$ を $\textcircled{1}$ に代入すると,

$$5x+2(x-3)=8, \quad x=2$$

$x=2$ を $\textcircled{2}'$ に代入すると, $y=-1$

$$(x, y)=(2, -1) \quad (3), (4) \text{ p.45 問7}$$

5

次の連立方程式を解きなさい。

$$(1) \begin{cases} 3x-7y=5 \\ 5x-(x+7y)=2 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x+2(y-1)=3 \\ x-3y=0 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} x-y=4 \\ \frac{1}{10}x-\frac{3}{10}y=2 \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} 0.5x+0.4y=1.3 \\ x-2y=-3 \end{cases}$$

ガイド

式のかっこをはずしたり、両辺に同じ数をかけて係数を簡単な整数にしてから解きます。

解答

$$(1) \begin{cases} 3x-7y=5 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ 5x-(x+7y)=2 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{2}\text{から}, 5x-x-7y=2$$

$$4x-7y=2 \quad \cdots\cdots\textcircled{2}'$$

$$\textcircled{2}'-\textcircled{1} \quad x=-3$$

 $x=-3$ を $\textcircled{1}$ に代入すると,

$$-9-7y=5, y=-2$$

$$(x, y)=(-3, -2)$$

$$(3) \begin{cases} x-y=4 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ \frac{1}{10}x-\frac{3}{10}y=2 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{2}\times 10 \quad x-3y=20 \quad \cdots\cdots\textcircled{2}'$$

$$\textcircled{1}-\textcircled{2}' \quad 2y=-16, y=-8$$

 $y=-8$ を $\textcircled{1}$ に代入すると,

$$x+8=4, x=-4$$

$$(x, y)=(-4, -8) \quad \text{p.47} \quad \text{問9}$$

$$(2) \begin{cases} x+2(y-1)=3 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ x-3y=0 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1}\text{から}, x+2y-2=3$$

$$x+2y=5 \quad \cdots\cdots\textcircled{1}'$$

$$\textcircled{1}'-\textcircled{2} \quad 5y=5, y=1$$

 $y=1$ を $\textcircled{2}$ に代入すると,

$$x-3=0, x=3$$

$$(x, y)=(3, 1) \quad (1), (2) \text{ p.46} \quad \text{問8}$$

$$(4) \begin{cases} 0.5x+0.4y=1.3 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ x-2y=-3 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1}\times 10 \quad 5x+4y=13 \quad \cdots\cdots\textcircled{1}'$$

$$\textcircled{2}\times 2 \quad 2x-4y=-6 \quad \cdots\cdots\textcircled{2}'$$

$$\textcircled{1}'+\textcircled{2}' \quad 7x=7, x=1$$

 $x=1$ を $\textcircled{2}$ に代入すると,

$$1-2y=-3, y=2$$

$$(x, y)=(1, 2) \quad \text{p.47} \quad \text{話しあおう}$$

6

方程式 $x+y=4$ $x+3y=1$ を解きなさい。

ガイド

 $A=B=C$ の形の方程式では、どの組み合わせで連立方程式にするか考えます。

解答

もとの方程式より,

$$\begin{cases} x+y=1 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ 4x+3y=1 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1}\times 3 \quad 3x+3y=3 \quad \cdots\cdots\textcircled{1}'$$

$$\textcircled{2}-\textcircled{1}' \quad x=-2$$

 $x=-2$ を $\textcircled{1}$ に代入すると, $y=3$

$$(x, y)=(-2, 3)$$

$$\text{p.48} \quad \text{問10}$$

7

1 個 100 円のりんごと、1 個 150 円のももをあわせて 10 個買うと、代金は 1200 円になりました。りんごとももを、それぞれ何個買いましたか。

この問題を解くために、りんごを x 個、ももを y 個買ったとして、連立方程式をつくります。

(1) 次の $\square$ にあてはまる数を書き入れなさい。

$$\begin{cases} x+y=\square & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ \square x+\square y=1200 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

(2) (1)の連立方程式を解いて、りんごとももを買った個数を、それぞれ求めなさい。

ガイド

りんごを x 個、ももを y 個買ったとして、個数で 1 つ、代金で 1 つ、方程式をつくります。

解答

$$(1) \begin{cases} x+y=\square & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ \square x+\square y=1200 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

p.52 問1

$$(2) \textcircled{2} \div 10 \quad 10x+15y=120 \quad \cdots\cdots\textcircled{2}'$$

$$\textcircled{1} \times 10 \quad 10x+10y=100 \quad \cdots\cdots\textcircled{1}'$$

$$\textcircled{2}' - \textcircled{1}' \quad 5y=20, \quad y=4$$

$y=4$ を $\textcircled{1}$ に代入すると、 $x=6$

$(x, y)=(6, 4)$ この解は問題にあっている。

りんご 6 個、もも 4 個

8

ある中学校には、A 小学校と B 小学校から生徒が入学してきます。昨年の入学者数はあわせて 500 人でした。今年は、昨年とくらべて、A 小学校からの入学者数は 80%，B 小学校からの入学者数は 120% になったので、入学者数はあわせて 480 人になりました。昨年の A 小学校と B 小学校からの入学者数を、それぞれ求めなさい。

ガイド

割合を分数で表して、連立方程式をつくります。

解答

昨年の A 小学校からの入学者数を x 人、B 小学校からの入学者数を y 人とする、

$$\begin{cases} x+y=500 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ \frac{80}{100}x+\frac{120}{100}y=480 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \times 100 \quad 80x+120y=48000 \quad \cdots\cdots\textcircled{2}'$$

$$\textcircled{2}' \div 10 \quad 8x+12y=4800 \quad \cdots\cdots\textcircled{2}''$$

$$\textcircled{1} \times 8 \quad 8x+8y=4000 \quad \cdots\cdots\textcircled{1}'$$

$$\textcircled{2}'' - \textcircled{1}' \quad 4y=800$$

$$y=200$$

$y=200$ を $\textcircled{1}$ に代入すると、 $x=300$

$(x, y)=(300, 200)$ この解は問題にあっている。

昨年の A 小学校からの入学者数 300 人、昨年の B 小学校からの入学者数 200 人

p.53 問2

2章 章末問題

学びを身につけよう

教科書 p.58~59



1

次の連立方程式を解きなさい。

(1)
$$\begin{cases} x+y=8 \\ x-y=-2 \end{cases}$$

(2)
$$\begin{cases} 2x+6y=3 \\ 6x+3y=4 \end{cases}$$

(3)
$$\begin{cases} 4x-3y=50 \\ 3x-2y=50 \end{cases}$$

(4)
$$\begin{cases} y=3x-5 \\ x+y=7 \end{cases}$$

(5)
$$\begin{cases} y=2x+3 \\ y=6x-1 \end{cases}$$

(6)
$$\begin{cases} 10=5a+b \\ 1=2a+b \end{cases}$$

(7)
$$\begin{cases} 3(x-2y)=y-17 \\ 6x+5y=4 \end{cases}$$

(8)
$$\begin{cases} 3x-2y=3 \\ \frac{1}{2}x+\frac{3}{4}y=7 \end{cases}$$

(9)
$$\begin{cases} 0.5x-0.3y=1 \\ x=3y+2 \end{cases}$$

(10)
$$\begin{cases} 5x+2y=2(x+2y)+8 \\ \frac{x}{4}+\frac{y}{3}=\frac{1}{6} \end{cases}$$

ガイド

かっこがあるものは、かっこをはずして整理し、分数や小数の係数はまず整数にしてから考えます。それから、代入法と加減法のどちらが使いやすいか判断します。

解答

(1)
$$\begin{cases} x+y=8 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ x-y=-2 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1}+\textcircled{2} \quad 2x=6, \quad x=3$$

 $x=3$ を $\textcircled{1}$ に代入すると, $y=5$

$$(x, y)=(3, 5)$$

(2)
$$\begin{cases} 2x+6y=3 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ 6x+3y=4 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1}\times 3 \quad 6x+18y=9 \quad \cdots\cdots\textcircled{1}'$$

$$\textcircled{1}'-\textcircled{2} \quad 15y=5, \quad y=\frac{1}{3}$$

$$y=\frac{1}{3} \text{ を } \textcircled{1} \text{ に代入すると, } x=\frac{1}{2}$$

$$(x, y)=\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right)$$

(3)
$$\begin{cases} 4x-3y=50 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ 3x-2y=50 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1}\times 2 \quad 8x-6y=100 \quad \cdots\cdots\textcircled{1}'$$

$$\textcircled{2}\times 3 \quad 9x-6y=150 \quad \cdots\cdots\textcircled{2}'$$

$$\textcircled{2}'-\textcircled{1}' \quad x=50$$

 $x=50$ を $\textcircled{2}$ に代入すると, $y=50$

$$(x, y)=(50, 50)$$

(4)
$$\begin{cases} y=3x-5 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ x+y=7 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

 $\textcircled{1}$ を $\textcircled{2}$ に代入すると,

$$x+(3x-5)=7, \quad 4x=12, \quad x=3$$

 $x=3$ を $\textcircled{1}$ に代入すると, $y=4$

$$(x, y)=(3, 4)$$

(5)
$$\begin{cases} y=2x+3 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ y=6x-1 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

 $\textcircled{2}$ を $\textcircled{1}$ に代入すると,

$$6x-1=2x+3, \quad 4x=4, \quad x=1$$

 $x=1$ を $\textcircled{1}$ に代入すると, $y=5$

$$(x, y)=(1, 5)$$

(6)
$$\begin{cases} 10=5a+b & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ 1=2a+b & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1}-\textcircled{2} \quad 9=3a, \quad a=3$$

 $a=3$ を $\textcircled{2}$ に代入すると, $b=-5$

$$(a, b)=(3, -5)$$

$$(7) \begin{cases} 3(x-2y)=y-17 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ 6x+5y=4 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \text{ から, } 3x-7y=-17 \quad \cdots\cdots\textcircled{1}'$$

$$\textcircled{1}' \times 2 \quad 6x-14y=-34 \quad \cdots\cdots\textcircled{1}''$$

$$\textcircled{2}-\textcircled{1}'' \quad 19y=38, \quad y=2$$

$y=2$ を $\textcircled{2}$ に代入すると,

$$6x+10=4, \quad x=-1$$

$$(x, y)=(-1, 2)$$

$$(9) \begin{cases} 0.5x-0.3y=1 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ x=3y+2 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \times 10 \quad 5x-3y=10 \quad \cdots\cdots\textcircled{1}'$$

$\textcircled{2}$ を $\textcircled{1}'$ に代入すると,

$$5(3y+2)-3y=10, \quad 12y=0, \quad y=0$$

$y=0$ を $\textcircled{2}$ に代入すると, $x=2$

$$(x, y)=(2, 0)$$

$$(8) \begin{cases} 3x-2y=3 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ \frac{1}{2}x+\frac{3}{4}y=7 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \times 4 \quad 2x+3y=28 \quad \cdots\cdots\textcircled{2}'$$

$$\textcircled{2}' \times 2 \quad 4x+6y=56 \quad \cdots\cdots\textcircled{2}''$$

$$\textcircled{1} \times 3 \quad 9x-6y=9 \quad \cdots\cdots\textcircled{1}'$$

$$\textcircled{1}'+\textcircled{2}'' \quad 13x=65, \quad x=5$$

$x=5$ を $\textcircled{1}$ に代入すると, $y=6$

$$(x, y)=(5, 6)$$

$$(10) \begin{cases} 5x+2y=2(x+2y)+8 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ \frac{x}{4}+\frac{y}{3}=\frac{1}{6} & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \text{ から, } 3x-2y=8 \quad \cdots\cdots\textcircled{1}'$$

$$\textcircled{2} \times 12 \quad 3x+4y=2 \quad \cdots\cdots\textcircled{2}'$$

$$\textcircled{2}'-\textcircled{1}' \quad 6y=-6, \quad y=-1$$

$y=-1$ を $\textcircled{1}'$ に代入すると, $x=2$

$$(x, y)=(2, -1)$$

2

次の方程式を解きなさい。

$$(1) \quad 4x-y-7=3x+2y=-1$$

$$(2) \quad \frac{x+y}{4}=\frac{x+1}{3}=1$$

$$(3) \quad 3x+2y=5+3y=2x+11$$

ガイド

$A=B=C$ の形の方程式だから, どの組み合わせで連立方程式にするか決めます。

解答

(1) もとの方程式より,

$$\begin{cases} 4x-y-7=-1 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ 3x+2y=-1 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \text{ から, } 4x-y=6 \quad \cdots\cdots\textcircled{1}'$$

$$\textcircled{1}' \times 2 \quad 8x-2y=12 \quad \cdots\cdots\textcircled{1}''$$

$$\textcircled{1}''+\textcircled{2} \quad 11x=11, \quad x=1$$

$x=1$ を $\textcircled{2}$ に代入すると, $y=-2$

$$(x, y)=(1, -2)$$

(3) もとの方程式より,

$$\begin{cases} 3x+2y=2x+11 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ 5+3y=2x+11 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \text{ から, } x+2y=11 \quad \cdots\cdots\textcircled{1}'$$

$$\textcircled{1}' \times 2 \quad 2x+4y=22 \quad \cdots\cdots\textcircled{1}''$$

(2) もとの方程式より,

$$\begin{cases} \frac{x+y}{4}=1 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ \frac{x+1}{3}=1 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \text{ から, } x+y=4 \quad \cdots\cdots\textcircled{1}'$$

$$\textcircled{2} \text{ から, } x+1=3, \quad x=2$$

$x=2$ を $\textcircled{1}'$ に代入すると, $y=2$

$$(x, y)=(2, 2)$$

$$\textcircled{2} \text{ から, } -2x+3y=6 \quad \cdots\cdots\textcircled{2}'$$

$$\textcircled{1}''+\textcircled{2}' \quad 7y=28, \quad y=4$$

$y=4$ を $\textcircled{1}'$ に代入すると, $x=3$

$$(x, y)=(3, 4)$$



- 3** x, y についての連立方程式 $\begin{cases} ax+6y=6 \\ -3x+by=34 \end{cases}$ の解が, $(x, y)=(-3, 5)$ であるとき, a, b の値を求めなさい。

ガイド $x=-3, y=5$ を連立方程式のそれぞれの式に代入して, a, b についての連立方程式をつくり, これを解いて, a, b の値を求めます。

解答 $\begin{cases} ax+6y=6 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ -3x+by=34 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$ $\rightarrow \begin{cases} -3a+30=6 & \cdots\cdots\textcircled{1}' \\ 9+5b=34 & \cdots\cdots\textcircled{2}' \end{cases}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ に $x=-3, y=5$ を代入すると, $\textcircled{1}'$ から, $-3a=-24, a=8$
 $\textcircled{2}'$ から, $5b=25, b=5$ $a=8, b=5$

- 4** 2けたの正の整数があります。この整数は、各位の数の和の4倍よりも3大きい数です。また、十の位の数と一の位の数を入れかえてできる2けたの数は、もとの整数よりも9大きくなります。もとの整数を求めなさい。

ガイド 文字を使って2けたの整数を表し、数の大きさの関係から、方程式を2つつくります。

解答 もとの整数の十の位の数を x 、一の位の数を y とすると、
 $\begin{cases} 10x+y=4(x+y)+3 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ 10y+x=10x+y+9 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$ $\rightarrow \begin{cases} \textcircled{1}''+\textcircled{2}'' & x=2 \\ x=2 \text{ を } \textcircled{2}'' \text{ に代入すると, } & y=3 \end{cases}$
 $\textcircled{1}$ から, $6x-3y=3$ $\cdots\cdots\textcircled{1}'$
 $\textcircled{1}' \div 3$ $2x-y=1$ $\cdots\cdots\textcircled{1}''$
 $\textcircled{2}$ から, $-9x+9y=9$ $\cdots\cdots\textcircled{2}'$
 $\textcircled{2}' \div 9$ $-x+y=1$ $\cdots\cdots\textcircled{2}''$
この解は問題にあっている。
よって、もとの整数は、23



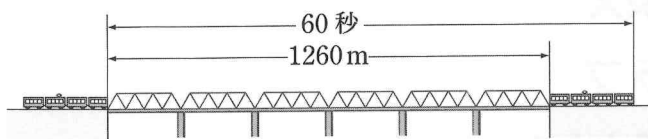
- 5** ある中学校の昨年の生徒数は90人です。今年は、昨年とくらべて、自転車通学の生徒は10%増え、それ以外の通学方法の生徒は20%減り、生徒数は87人です。昨年の自転車通学とそれ以外の通学方法の生徒数を、それぞれ求めなさい。

ガイド 昨年の自転車通学の生徒数を x 人、それ以外の通学方法の生徒数を y 人として、今年の自転車通学の生徒数は $\frac{110}{100}x$ 人、それ以外の通学方法の生徒数は $\frac{80}{100}y$ 人となります。

解答 昨年の自転車通学の生徒数を x 人、それ以外の通学方法の生徒数を y 人として、
 $\begin{cases} x+y=90 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ \frac{110}{100}x+\frac{80}{100}y=87 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$ $\rightarrow \begin{cases} \textcircled{2}'-\textcircled{1}' & 3x=150, x=50 \\ x=50 \text{ を } \textcircled{1} \text{ に代入すると, } & y=40 \end{cases}$
 $\textcircled{2} \times 10$ $11x+8y=870$ $\cdots\cdots\textcircled{2}'$
 $\textcircled{1} \times 8$ $8x+8y=720$ $\cdots\cdots\textcircled{1}'$
これらの解は問題にあっている。
昨年の自転車通学の生徒数 50 人,
昨年のそれ以外の通学方法の生徒数 40 人

6

ある列車が、1260 m の鉄橋を渡りはじめてから渡り終わるまでに、60 秒かかりました。



また、この列車が、2010 m のトンネルにはいり始めてから出てしまうまでに、90 秒かかりました。この列車の長さ与时速を求めなさい。

ガイド

イラストを見ると、列車が鉄橋を渡りはじめてから渡り終わるまでに列車が走る距離は、鉄橋の長さ+列車の長さの和であることがわかります。

解答

列車の長さを x m、列車の速さを秒速 y m とすると、

$$\begin{cases} 1260 + x = 60y & \cdots \cdots ① \\ 2010 + x = 90y & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$① - ② \quad -750 = -30y, \quad y = 25$$

$y = 25$ を①に代入すると、 $x = 240$

$$(x, y) = (240, 25)$$

この解は問題にあっている。

秒速 25 m は、時速になおすと 90 km になる。

列車の長さ 240 m、時速 90 km

7

「勘者御伽双紙」という江戸時代の本に、次のような「さっさ立て」という数あての問題がのっています。

まず、いくつかの碁石を、次のルールにしたがって、①と③の2つの袋に分けます。

【ルール】

- ・袋に1回入れるたびに、「はい」という。
- ・①の袋に入れるときは、1回に2個入れる。
- ・③の袋に入れるときは、1回に1個入れる。

この問題は、すべての碁石を分け終わってから、これを見ていなかった人が、最初にあった碁石の数と、「はい」といった回数だけから、それぞれの袋に何個の碁石がはいっているかをあてるものです。全部で21個の碁石を分け、「はい」を13回いったとすると、①と③の袋には、それぞれ何個の碁石がはいっていますか。

解答

①の袋に x 個、③の袋に y 個の碁石がはいっているとすると、

$$\begin{cases} x + y = 21 & \cdots \cdots ① \\ \frac{x}{2} + y = 13 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$\frac{x}{2} + y = 13 \quad \cdots \cdots ②$$

$$② \times 2 \quad x + 2y = 26 \quad \cdots \cdots ②'$$

$$②' - ① \quad y = 5$$

$$y = 5 \text{ を①に代入すると、} x = 16$$

$$(x, y) = (16, 5)$$

この解は問題にあっている。

①の袋 16 個、③の袋 5 個

3章 一次関数

1節 一次関数とグラフ

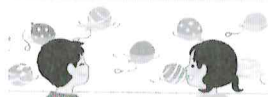
水面の高さはどう変わるかな？

1日目は、からの水そうに水を入れます。

からの水そうに、1分間に2cmの割合で水面が高くなるように水を入れるとき、底から水面までの高さは時間にともなって変わります。

水を入れはじめてからの時間を x 分、底から水面までの高さを y cmとして、変化のようすを調べましょう。

- (1) x の値が1増えると、 y の値はどうなるでしょうか。
- (2) x の値が2倍、3倍、4倍になると、 y の値はどうなるでしょうか。
- (3) x と y の関係を式に表しましょう。



解答

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y	0	2	4	6	8	10	12	14	16

- (1) x の値が1増えると、 y の値は2増える。
- (2) x の値が2倍、3倍、4倍になると、 y の値も2倍、3倍、4倍になる。
- (3) $y=2x$

2日目の朝、水そうに水を入れようとしたら、1日目に入れた水が残っていました。
2日目は、すでに底から8cmの高さまで水がはいった水そうに水を入れます。

話しあおう

底から8cmの高さまで水がはいった水そうに、1分間に2cmの割合で水面が高くなるように水を入れます。水を入れはじめてからの時間を x 分、底から水面までの高さを y cmとすると、この x と y の関係について、どんなことがいえるでしょうか。

1日目の関係と何が違うかな？



教科書
p.61

解答例

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y	8	10	12	14	16	18	20	22	24

- 水面の高さは、はじめは8cmで、毎分2cmの割合で増えていく。
- x の値が2倍、3倍、4倍になっても、 y の値は2倍、3倍、4倍にはならない。
- y の値が、1日目の表の値より、いつも8だけ大きくなっている。
- x と y の関係を式に表すと、 $y=2x+8$ になる。

1

一次関数

学習のねらい

一次関数の性質や式の形を知り、比例との違いや比例との関係を理解し、身のまわりの一次関数で表されるものについて考えます。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□一次関数

▶ y が x の関数で、 $y=2x+8$ 、 $y=2x$ のように、 y が x の一次式で表されるとき、 y は x の^{いちじかんすう}一次関数であるといいます。

□一次関数の式

▶ 一次関数は、次の式で表すことができます。

$$y=ax+b \quad a, b \text{ は定数}$$

□一次関数の式の特徴

▶ 一次関数 $y=ax+b$ は、 x に比例する部分 ax と定数の部分 b の和になっています。

□一次関数と比例との関係

▶ 一次関数 $y=ax+b$ で、 $b=0$ の場合、 $y=ax$ となり、比例の関係になります。つまり、比例は一次関数の特別な場合です。

ともなって変わる2つの数量の間関係について調べましょう。

問1

y が x の関数で、次の(ア)~(エ)の式で表されるとき、一次関数であるものをすべて選びなさい。また、一次関数については、 x に比例する部分をいいなさい。

教科書
p.63

$$(ア) \ y=8x-1$$

$$(イ) \ y=\frac{4}{x}$$

$$(ウ) \ y=\frac{1}{3}x$$

$$(エ) \ y=5-7x$$

ガイド

一次関数の式は、 $y=ax+b$ で、 a, b は定数です。
 x に比例する部分は ax 、定数の部分は b です。(イ)は反比例の関係です。

解答

一次関数であるもの…(ア)、(ウ)、(エ)

(ア)について、 x に比例する部分は $8x$

(ウ)について、 x に比例する部分は $\frac{1}{3}x$

(エ)について、 x に比例する部分は $-7x$

問2

例1 で、地上からの高度が次のときの気温を、それぞれ求めなさい。

教科書
p.63

(1) 1 km

(2) 4 km

(3) 8.8 km

ガイド

地上からの高度 x km と、そのときの気温 $y^{\circ}\text{C}$ は、 $y=20-6x$ という関係で表されることがから考えます。 x の変域は $0 \leq x \leq 10$ です。

解答

(1) $x=1$ のとき、 $y=20-6 \times 1=14$

14°C

(2) $x=4$ のとき、 $y=20-6 \times 4=-4$

-4°C

(3) $x=8.8$ のとき、 $y=20-6 \times 8.8=20-52.8=-32.8$

-32.8°C

練習問題

① 一次関数

教科書
p.64

1 y が x の関数で、次の(ア)~(ウ)の式で表されるとき、一次関数であるものをすべて選びなさい。

(ア) $y = -8x + 3$

(イ) $y = -\frac{12}{x}$

(ウ) $y = \frac{3}{2}(x-2)$

ガイド 一次関数の式は、 $y = ax + b$ と表され、 a, b は定数です。

(ウ)は、かっこをはずして、式を $y = ax + b$ の形になおして考えます。

解答 (ア)は、一次関数である。

(イ)は、反比例の関係になっているので、一次関数ではない。

(ウ)は、 $y = \frac{3}{2}(x-2) = \frac{3}{2}x - 3$ だから、一次関数である。 (ア), (ウ)

2 次の(ア)~(オ)のうち、 y が x の一次関数であるものをすべて選びなさい。

(ア) 300 g ある小麦粉から、 x g 使ったときの残り y g

(イ) 10 km の道のりを、時速 x km で歩いたときにかかる時間 y 時間

(ウ) 時速 4 km で x 時間歩いたときの道のり y km

(エ) 縦の長さ x cm、横の長さ 4 cm の長方形の周の長さ y cm

(オ) 半径 x cm の球の表面積 y cm²

ガイド 数量の関係を x, y の文字を使って表し、 y について解いた形にして、一次関数かどうか判断します。一次関数の場合は、 $y = ax + b$ (a, b は定数) の形になっています。

(ア) (小麦粉の残りの重さ) = $300 - (\text{使った小麦粉の重さ})$

(イ) (かかる時間) = $\frac{(\text{道のり})}{(\text{時速})}$

(ウ) (道のり) = (時速) × (歩いた時間)

(エ) (長方形の周の長さ) = (縦の長さ) × 2 + (横の長さ) × 2

または、(長方形の周の長さ) = {(縦の長さ) + (横の長さ)} × 2

(オ) (球の表面積) = $4\pi \times (\text{半径})^2$

解答 (ア) $y = 300 - x$ と表されるから、一次関数である。

(イ) $y = \frac{10}{x}$ と表されるから、反比例の関係である。

(ウ) $y = 4x$ と表されるから、一次関数である。

(エ) $y = x \times 2 + 4 \times 2$, $y = 2x + 8$ と表されるから、一次関数である。

(オ) $y = 4\pi x^2$ と表されるから、一次関数ではない。

したがって、 y が x の一次関数であるものは、(ア), (ウ), (エ)

参考 (ア)は、 $y = -x + 300$ と変形するとわかりやすくなります。

(ウ)は、比例の式ですが、一次関数の $b = 0$ の場合に当たるから一次関数です。

(オ)は、 $y = 4\pi \times x \times x$ だから、 y が x の一次式で表されていません。

2

一次関数の値の変化

学習のねらい

一次関数で、 x の値の変化にともなって、 y の値がどのように変化するかを調べ、変化の割合が一定であることを確かめます。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□変化の割合

▶ x の増加量に対する y の増加量の割合を、**変化の割合**（へんか わりあい）といいます。

$$\text{変化の割合} = \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}}$$

□一次関数の
変化の割合

▶ 一次関数 $y = ax + b$ では、変化の割合は一定で、 a に等しくなります。

$$\text{変化の割合} = \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} = a, \quad a \text{ は一定}$$

このことは、 x の増加量が1のときの y の増加量が a であることを表しています。したがって、一次関数 $y = ax + b$ では、次のことがいえます。

- ・ $a > 0$ のとき、 x の値が増加すると、 y の値は増加する。
- ・ $a < 0$ のとき、 x の値が増加すると、 y の値は減少する。

一次関数の x の値に対応する y の値の変化のようすを調べましょう。

一次関数 $y = 2x + 1$ で、対応する x 、 y の値を求めると、下の表（解答欄）のようになります。

教科書
p. 65

□にあてはまる数を書き入れ、 x の増加量と y の増加量をくらべましょう。

ガイド

表を見て、 y の増加量を調べます。

解答

一次関数 $y = 2x + 1$ で、 x の値が1から4まで変わるとき、

x の増加量は、 $4 - 1 = 3$

y の増加量は、 $9 - 3 = 6$

となり、 y の増加量は、 x の増加量の2倍になっている。

		3	
x	1	4	
y	3	9	
		6	

$$\frac{6}{3} = 2$$

問1

一次関数 $y = 2x + 1$ で、 x の値が5から9まで変わるとき、 y の増加量は、 x の増加量の何倍になりますか。

教科書
p. 65

ガイド

$y = 2x + 1$ に、 $x = 5$ 、 $x = 9$ をそれぞれ代入して、 y の値を調べます。

解答

$y=2x+1$ で、

$x=5$ のとき、 $y=2 \times 5+1=11$

$x=9$ のとき、 $y=2 \times 9+1=19$

よって、右の表のようになる。これより、

x の増加量は 4、 y の増加量は 8

だから、 y の増加量は、 x の増加量の 2 倍になる。

		4	
x	5	9	
y	11	19	
		8	

 $\frac{8}{4}=2$


一次関数 $y=-2x+7$ について、下の表(解答欄)を完成させて、変化の割合を調べましょう。

教科書
p.66

(1) x の値が 1 から 4 まで変わるとき、 y の増加量を調べ、変化の割合を求めましょう。

(2) x の値が□から○まで変わるとき、□や○の数を自分で決めて、 y の増加量を調べ、変化の割合を求めましょう。

(3) x の増加量が 1 のときの y の増加量を調べましょう。

ガイド

$y=-2x+7$ に、 $x=-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$ を代入して y の値を調べ、表を完成させます。その表を見て、(1)、(2)、(3)の問題に答えます。

解答

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
y	...	13	11	9	7	5	3	1	-1	...

(1) x の増加量は、 $4-1=3$ 、 y の増加量は、 $-1-5=-6$

$$\text{変化の割合} = \frac{-6}{3} = -2$$

(2) x の値が□から○まで変わるとき、例えば、□を -3 、○を 2 とすると、 x の増加量は、 $2-(-3)=5$ 、 y の増加量は、 $3-13=-10$

$$\text{変化の割合} = \frac{-10}{5} = -2$$

(3) x の値が□から 1 増えると、 y の増加量はつねに -2 となる。

問2

一次関数 $y=\frac{2}{3}x+5$ で、次の場合の y の増加量を求めなさい。

教科書
p.66

(1) x の増加量が 1 のとき

(2) x の増加量が 3 のとき

ガイド

変化の割合と x の増加量から、 y の増加量を求めます。

$\frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} = a$ から、(y の増加量) $= a \times (x \text{ の増加量})$ です。

解答

(1) x の増加量が 1 だから、

y の増加量は、

$$\frac{2}{3} \times 1 = \frac{2}{3}$$

(2) x の増加量が 3 だから、

y の増加量は、

$$\frac{2}{3} \times 3 = 2$$

2



練習問題

2 一次関数の値の変化

教科書
p. 67

- 1 y が x の一次関数で、 x の値が 2 から 6 まで変わるとき、 y の値は -5 から 3 まで変わります。このとき、この一次関数の変化の割合を求めなさい。

ガイド 変化の割合 $= \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}}$ です。

解答 x の増加量は、 $6 - 2 = 4$
 y の増加量は、 $3 - (-5) = 8$
 変化の割合 $= \frac{8}{4} = 2$

2

- 2 次の一次関数の変化の割合をいいなさい。また、 x の値が増加するとき、 y の値は増加しますか、減少しますか。

(1) $y = 7x + 2$

(2) $y = -3x + 4$

(3) $y = \frac{1}{5}x - 6$

ガイド 一次関数 $y = ax + b$ の変化の割合は a で、 $a > 0$ の場合は、 x の値が増加するとき y の値は増加し、 $a < 0$ の場合は、 x の値が増加するとき y の値は減少します。

解答 (1) 変化の割合は 7、 x の値が増加するとき、 y の値は増加する。
 (2) 変化の割合は -3 、 x の値が増加するとき、 y の値は減少する。
 (3) 変化の割合は $\frac{1}{5}$ 、 x の値が増加するとき、 y の値は増加する。

- 3 一次関数 $y = -\frac{3}{4}x + 1$ で、 x の増加量が 8 のとき、 y の増加量を求めなさい。

ガイド (y の増加量) $= a \times (x \text{ の増加量})$ です。
 変化の割合が分数でも、整数の場合と同じようにして求められます。

解答 x の増加量が 8 だから、 y の増加量は、 $-\frac{3}{4} \times 8 = -6$

-6

3

一次関数のグラフ

学習のねらい

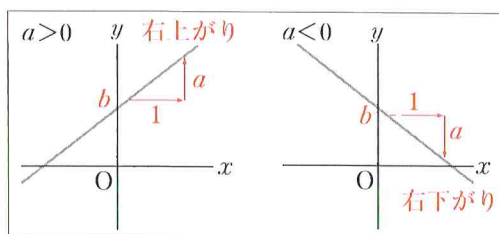
一次関数のグラフが直線になることを理解し、いろいろな一次関数のグラフがかけられるようにします。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□一次関数の
グラフ

▶一次関数 $y=ax+b$ のグラフは、傾き a 、切片 b の直線で、 a の値によって右のようになります。

注 一次関数 $y=ax+b$ のグラフは、直線 $y=ax$ に平行で、 y 軸上の点 $(0, b)$ を通る直線です。



□一次関数のグ
ラフのかき方

▶一次関数 $y=ax+b$ のグラフは、切片 b で y 軸との交点を決め、その点を通る傾き a の直線をひいてかくことができます。

一次関数のグラフについて考えましょう。



- 一次関数 $y=2x+3$ について、下(解答欄)の表を完成させましょう。
- 上(解答欄)の表で、対応する x と y の値の組を座標とする点を左(解答欄)の図にかき入れましょう。
- 比例の関係 $y=2x$ のグラフを左(解答欄)の図にかき入れましょう。
- 一次関数 $y=2x+3$ のグラフはどんなグラフになるか予想しましょう。

教科書
p.68

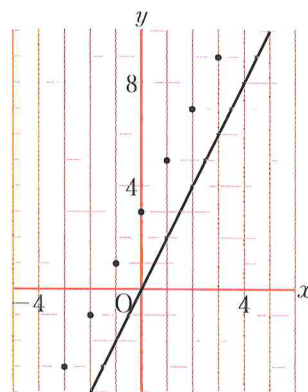
ガイド

- x の値を $y=2x+3$ の式に代入して、対応する y の値を求めます。

解答

(1)	x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
	y	...	-3	-1	1	3	5	7	9	...

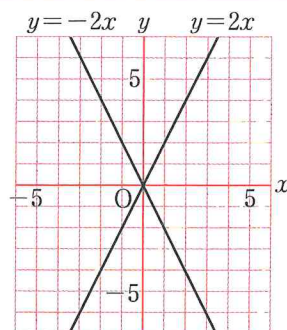
- (1)の表より、次の座標をかき入れる。
 $(-3, -3)$, $(-2, -1)$, $(-1, 1)$, $(0, 3)$,
 $(1, 5)$, $(2, 7)$, $(3, 9)$ (右の図の点)
- グラフは右の図 (原点を通る直線)
- ・グラフは、直線になりそうである。
 ・グラフは、 $y=2x$ のグラフに平行になりそうである。



問1

右の図は、 $y=2x$ と $y=-2x$ のグラフです。これをもとにして、次の一次関数のグラフを右の図にかき入れなさい。

- (1) $y=2x-2$
- (2) $y=-2x+4$
- (3) $y=-2x-3$



教科書
p.69

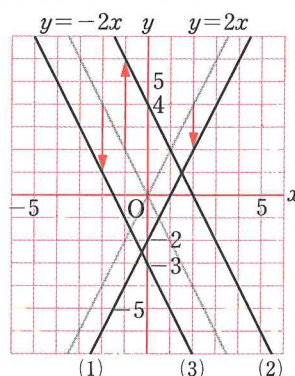
ガイド

(1)は $y=2x$ のグラフを、(2)、(3)は $y=-2x$ のグラフを、それぞれ、上方、または下方にどれだけ平行移動するか、定数の項から判断します。

解答

- (1) $y=2x-2$ のグラフは、 $y=2x$ のグラフを2だけ下方に平行移動した直線である。
- (2) $y=-2x+4$ のグラフは、 $y=-2x$ のグラフを4だけ上方に平行移動した直線である。
- (3) $y=-2x-3$ のグラフは、 $y=-2x$ のグラフを3だけ下方に平行移動した直線である。

よって、グラフは右の図



参考

- (1)のグラフは、直線 $y=2x$ に平行で、点 $(0, -2)$ を通る直線になります。
- (2)、(3)のグラフは、直線 $y=-2x$ に平行で、それぞれ点 $(0, 4)$ 、点 $(0, -3)$ を通る直線になります。

問2

次の直線の切片をいいなさい。

- (1) $y=-3x+5$
- (2) $y=2x-4$
- (3) $y=-5x$

教科書
p.69

ガイド

直線 $y=ax+b$ では、 b を切片といいます。

解答

- (1) 5
- (2) -4
- (3) 0

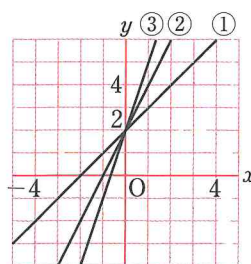
一次関数 $y=ax+b$ で、 a の値とグラフの関係を調べましょう。



右の図で、①～③は、それぞれ、

- ① $y=x+2$
 - ② $y=2x+2$
 - ③ $y=3x+2$
- のグラフです。

x の係数の違いは、①～③のグラフにどのように現れているでしょうか。



教科書
p.70

ガイド ①, ②, ③は, $y=ax+2$ の a の値を 1, 2, 3 と 1 ずつ大きくしたものになっています。このときのグラフのようすの違いを答えます。

解答例 $y=ax+2$ の a の値が 1, 2, 3 と大きくなるほど, より起き上がったグラフになっている。

問3 次の直線の傾きと切片をいいなさい。

教科書
p.71

また, それぞれの直線は, 右上がり, 右下がりのどちらになりますか。

(1) $y=3x-4$

(2) $y=-x+6$

(3) $y=\frac{4}{5}x-1$

(4) $y=-\frac{3}{2}x+1$

ガイド 直線 $y=ax+b$ で, a は傾き, b は切片です。

$a>0$ のとき, 右上がりの直線, $a<0$ のとき, 右下がりの直線になります。

解答 (1) 傾き 3, 切片 -4, 右上がり

(2) 傾き -1, 切片 6, 右下がり

(3) 傾き $\frac{4}{5}$, 切片 -1, 右上がり

(4) 傾き $-\frac{3}{2}$, 切片 1, 右下がり

一次関数のグラフをかきましょう。

問4 次の一次関数のグラフをかきなさい。

教科書
p.72

(1) $y=x-3$

(2) $y=3x+5$

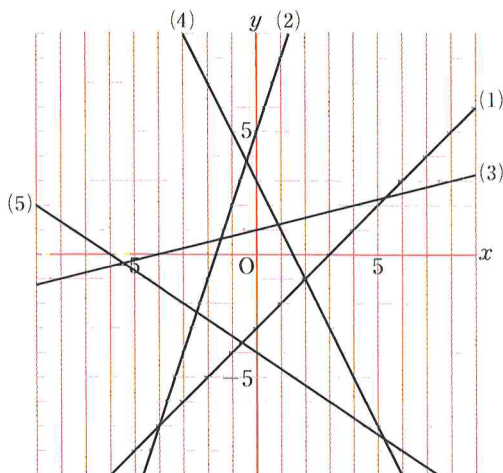
(3) $y=\frac{1}{4}x+1$

(4) $y=-2x+3$

(5) $y=-\frac{2}{3}x-4$

ガイド 一次関数 $y=ax+b$ のグラフをかくには, まず, 切片 b で y 軸との交点を決め, その点を通る傾き a の直線をひきます。

解答 グラフは, 右の図



x の変域に制限があるときの y の変域について考えましょう。

教科書
p.73

問5

一次関数 $y=x-1$ について、 x の変域が次のときの y の変域を求めなさい。

(1) $3 \leq x \leq 5$

(2) $-4 \leq x \leq 2$

ガイド

x の変域に制限があるときは、 x の値に対応する y の値を調べます。

解答

(1) $x=3$ のとき $y=2$,

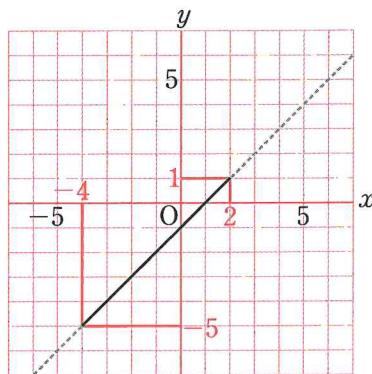
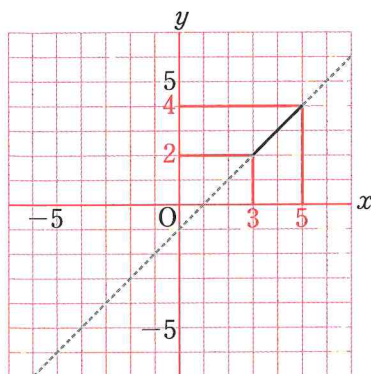
(2) $x=-4$ のとき $y=-5$,

$x=5$ のとき $y=4$

$x=2$ のとき $y=1$

だから、 y の変域は、 $2 \leq y \leq 4$

だから、 y の変域は、 $-5 \leq y \leq 1$



問6

一次関数 $y = -\frac{3}{2}x + 4$ について、 x の変域が次のときの y の変域を求めなさい。

(1) $4 \leq x \leq 6$

(2) $-2 \leq x \leq 2$

教科書
p.73

ガイド

一次関数のグラフをかいて、 x の変域に制限があるときの y の変域を調べます。

解答

(1) $x=4$ のとき $y=-2$,

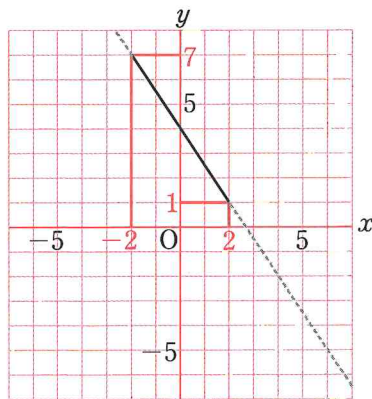
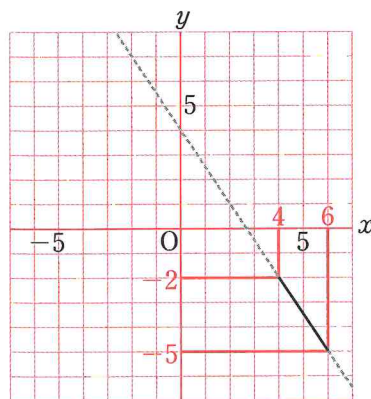
(2) $x=-2$ のとき $y=7$,

$x=6$ のとき $y=-5$

$x=2$ のとき $y=1$

だから、 y の変域は、 $-5 \leq y \leq -2$

だから、 y の変域は、 $1 \leq y \leq 7$



4

一次関数の式を求めること

学習のねらい

与えられたグラフや条件から、一次関数の式を求めます。傾きと切片、傾きとグラフが通る1点の座標、グラフが通る2点の座標などからの求め方を学習します。

教科書のまとめ テスト前にチェック

- 傾きと切片から式を求める
- 傾きと1点の座標から式を求める
- 2点の座標から式を求める

▶グラフから傾き a と切片 b を読みとり、一次関数の式 $y=ax+b$ を求めます。

▶傾きがわかっているから、 $y=ax+b$ の a の値は決まります。グラフが通る1点の座標の x, y の値を $y=ax+b$ に代入して、 b の値を求めます。

▶2点の座標から傾きを求め、2点のうちの1点の座標から式を求めます。

▶ $y=ax+b$ に、2点の座標の x, y の値をそれぞれ代入して、 a, b についての連立方程式とみて解き、 a, b の値を求めます。

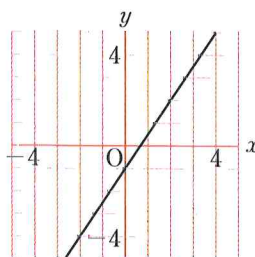
一次関数のグラフから、その関数の式を求めましょう。

▶傾きと切片がわかるとき



右の図は、ある一次関数のグラフです。このグラフから一次関数の式を求めるには、どうすればよいでしょうか。

教科書 p.75



ガイド

グラフと y 軸との交点の y 座標を調べ、次に、傾きを調べます。この直線は、2点 $(0, -1), (2, 2)$ を通っていることから、傾きを求めることができます。

解答例

グラフの直線の傾きと切片を読みとればよい。

参考

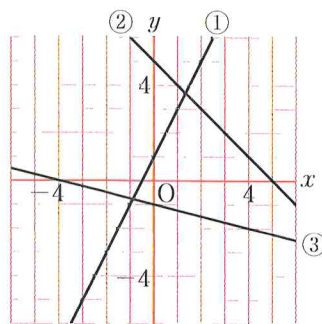
この直線は、点 $(0, -1)$ を通るから、切片は -1

2点 $(0, -1), (2, 2)$ を通っているの、右へ2進むと上へ3進むから、傾きは $\frac{3}{2}$
よって、求める式は、 $y=\frac{3}{2}x-1$ です。

問1

右の直線①～③は、一次関数のグラフです。
これらの一次関数の式を、それぞれ求めなさい。

教科書 p.75



ガイド

グラフから、 $y=ax+b$ の a, b の値を求めます。

解答

① 切片は1，右へ1進むと上へ2進むから，傾きは2

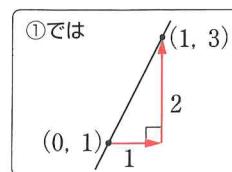
よって， $y=2x+1$

② 切片は5，右へ1進むと下へ1進む（上へ-1進む）から，

傾きは-1 よって， $y=-x+5$

③ 切片は-1，右へ4進むと下へ1進む（上へ-1進む）

から，傾きは $-\frac{1}{4}$ よって， $y=-\frac{1}{4}x-1$



傾きと1点の座標がわかるとき

問2

y は x の一次関数で，そのグラフが点 $(1, 2)$ を通り，傾き -3 の直線であるとき，この一次関数の式を求めなさい。

教科書
p. 76

ガイド

傾きが -3 だから， $y=-3x+b$ と表して， b の値を求めます。

解答

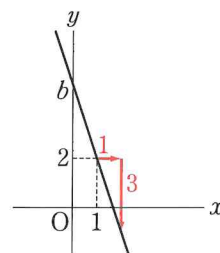
傾きは -3 だから，求める一次関数の

式を， $y=-3x+b$ …① とする。

この直線は，点 $(1, 2)$ を通るから， $x=1$ ， $y=2$ を①に代入すると，

$$2=-3 \times 1 + b, b=5$$

傾き -3 の直線では，
右へ1進むと下へ
3進むんだね。



よって，求める式は， $y=-3x+5$

説明しよう

教科書
p. 76

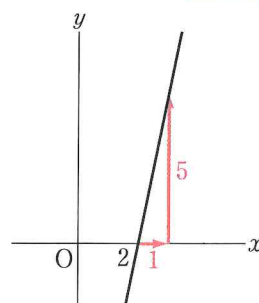
右の図の直線は，ある一次関数のグラフです。この一次関数の式の求め方を説明しましょう。

グラフから切片が
読みとれない…。



ガイド

与えられたグラフには，直線と y 軸の交点が示されていないから，切片が読みとれません。しかし，傾きは，右に1進むと上へ5進むことが示されているので，5とわかります。そして，直線と x 軸の交点から点 $(2, 0)$ を通っていることがわかります。これで，傾きと1点の座標がわかったことになります。



解答例

グラフから，傾きは5だから，求める一次関数の式を，

$y=5x+b$ …① とする。この直線は，点 $(2, 0)$ を通るから，

$x=2$ ， $y=0$ を①に代入すると，

$$0=5 \times 2 + b, b=-10$$

よって，求める式は， $y=5x-10$ となる。



グラフをよく見て，
傾きと通る点の座標を
読みとるのが，ポイントだね！

2点の座標がわかるとき

教科書
p.77

問3

y は x の一次関数で、そのグラフが2点 $(-1, -4)$, $(3, 8)$ を通る直線であるとき、この一次関数の式を求めなさい。

ガイド

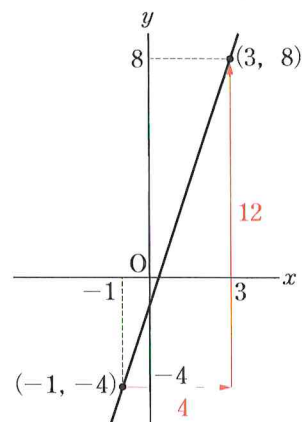
まず、右のようなだいたいの図をかいてみます。

この直線が通る2点の座標から、傾き a を求めて、求める一次関数の式を、 $y = ax + b$ とします。

↑ 求めた値

2点のうちのどちらかを選んで、座標の x , y の値をこの式に代入して、切片 b を求めます。

また、求める一次関数の式を、 $y = ax + b$ として、2点の座標の x , y の値をそれぞれ代入し、連立方程式をつくらせて解く方法でも、求めることができます。



解答

・〈傾きと1点の座標で解く〉

2点 $(-1, -4)$, $(3, 8)$ を通る直線の傾きは、

$$\frac{8 - (-4)}{3 - (-1)} = \frac{12}{4} = 3$$

だから、求める一次関数の式を、 $y = 3x + b$ とする。

この直線は、点 $(3, 8)$ を通るから、 $x = 3$, $y = 8$ を代入すると、

$$8 = 3 \times 3 + b$$

$$b = -1$$

よって、求める式は、 $y = 3x - 1$

・〈連立方程式とみて解く〉

求める一次関数の式を、 $y = ax + b$ とする。

$$x = -1 \text{ のとき } y = -4 \text{ だから, } -4 = -a + b \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$x = 3 \text{ のとき } y = 8 \text{ だから, } 8 = 3a + b \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

この①と②を、 a , b についての連立方程式とみて解くと、

$$\textcircled{2} - \textcircled{1} \quad 12 = 4a, \quad a = 3$$

$$a = 3 \text{ を①に代入すると, } -4 = -3 + b, \quad b = -1$$

$$(a, b) = (3, -1)$$

よって、求める式は、 $y = 3x - 1$

連立方程式の解き方は、2章で学習したね。



参考

2点の座標がわかっているとき、一次関数 $y = ax + b$ の x , y に、2点の座標の値を代入して、 a , b についての連立方程式とみて解く方法はよく使われます。計算だけで求められるので、連立方程式の解き方に習熟してさえいれば確実に便利です。

一方、だいたいのグラフをかいて、傾きと1点の座標で解く方法は、式がグラフで確認できるので、誤りが少なくなります。

どちらの方法でも解けるようにしておきましょう。

問4

y は x の一次関数で、 $x=-2$ のとき $y=-1$ 、 $x=4$ のとき $y=8$ となります。
この一次関数の式を求めなさい。

教科書
p.77

ガイド

一次関数を $y=ax+b$ として、 $x=-2$ 、 $y=-1$ を代入した式と、 $x=4$ 、 $y=8$ を代入した式を、 a 、 b についての連立方程式とみて解きます。

解答

求める一次関数の式を、 $y=ax+b$ とする。

$$x=-2 \text{ のとき } y=-1 \text{ だから, } -1=-2a+b \quad \cdots\cdots\textcircled{1}$$

$$x=4 \text{ のとき } y=8 \text{ だから, } 8=4a+b \quad \cdots\cdots\textcircled{2}$$

この①と②を、 a 、 b についての連立方程式とみて解くと、

$$\textcircled{2}-\textcircled{1} \quad 9=6a, \quad a=\frac{3}{2}$$

$$a=\frac{3}{2} \text{ を } \textcircled{1} \text{ に代入すると, } b=2$$

$$(a, b) = \left(\frac{3}{2}, 2 \right)$$

$$\text{よって, 求める式は, } y=\frac{3}{2}x+2$$

まとめよう

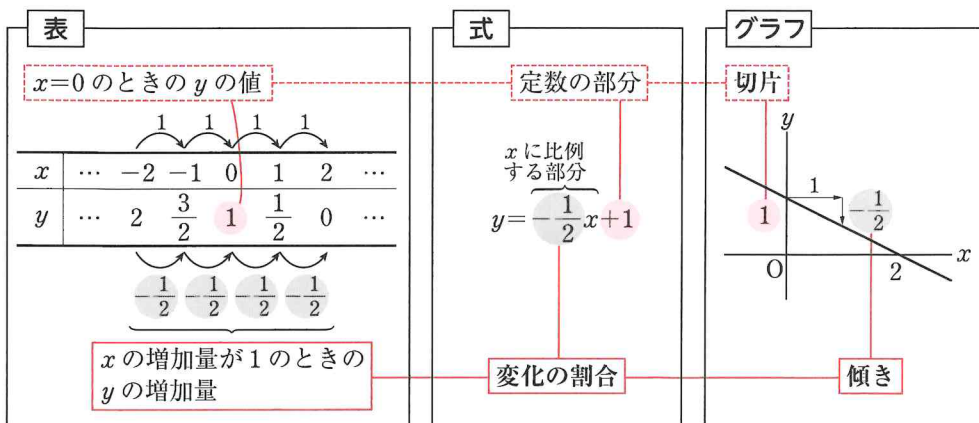
教科書
p.78

これまでに、表、式、グラフを使って、一次関数を調べてきました。ここで、一次関数を1つ決めて、その表、式、グラフをかき、それらの関係についてまとめましょう。

解答例

$$y=-\frac{1}{2}x+1 \text{ について考える。}$$

〈一次関数 $y=-\frac{1}{2}x+1$ の表、式、グラフの関係について〉



表で、 $x=0$ のときの y の値1が、式では定数の部分の1になり、グラフでは切片の1になる。表で、 x の増加量が1のときの y の増加量 $-\frac{1}{2}$ が、式では変化の割合になり、グラフでは傾きになり、このグラフの直線は、右へ1進むと上へ $-\frac{1}{2}$ 進むことになる。

練習問題

4 一次関数の式を求めること

教科書
p.78

1

次の一次関数の式を求めなさい。

- (1) グラフが、点 $(2, -1)$ を通り、傾き 3 の直線である。
- (2) 変化の割合が -5 で、 $x=2$ のとき $y=3$ である。
- (3) $x=-3$ のとき $y=2$ で、 x の増加量が 3 のときの y の増加量が 5 である。
- (4) グラフが、点 $(0, 5)$ を通り、 $y=\frac{2}{3}x$ のグラフに平行な直線である。
- (5) グラフが、2点 $(0, -2)$, $(4, 1)$ を通る直線である。
- (6) $x=-2$ のとき $y=2$, $x=2$ のとき $y=8$ である。

ガイド

- (1) 求める式を $y=3x+b$ として、 $x=2$, $y=-1$ を代入して b の値を求めます。
- (5) 2点の座標から傾きを求めます。
- (6) $y=ax+b$ において、 x, y の値を代入し、 a, b についての連立方程式を解きます。

解答

- (1) 傾きは 3 だから、求める一次関数の式を、 $y=3x+b$ とする。
点 $(2, -1)$ を通るから、 $-1=3 \times 2 + b$, $b=-7$
よって、求める式は、 $y=3x-7$
- (2) 変化の割合が -5 だから、求める一次関数の式を、 $y=-5x+b$ とする。
 $x=2$, $y=3$ を代入すると、 $3=-5 \times 2 + b$, $b=13$
よって、求める式は、 $y=-5x+13$
- (3) x の増加量が 3 のときの y の増加量が 5 だから、変化の割合は、 $\frac{5}{3}$
求める一次関数の式を $y=\frac{5}{3}x+b$ として、 $x=-3$, $y=2$ を代入すると、
 $2=\frac{5}{3} \times (-3) + b$, $b=7$ よって、求める式は、 $y=\frac{5}{3}x+7$
- (4) $y=\frac{2}{3}x$ のグラフに平行な直線だから、傾きは $\frac{2}{3}$
グラフが点 $(0, 5)$ を通るから、切片は 5
よって、求める式は、 $y=\frac{2}{3}x+5$
- (5) 2点 $(0, -2)$, $(4, 1)$ を通るから、切片は -2 , 傾きは、 $\frac{1-(-2)}{4-0}=\frac{3}{4}$
よって、求める式は、 $y=\frac{3}{4}x-2$
- (6) 求める一次関数の式を、 $y=ax+b$ とする。
 $x=-2$ のとき $y=2$ だから、 $2=-2a+b$ ……①
 $x=2$ のとき $y=8$ だから、 $8=2a+b$ ……②
①と②を、 a, b についての連立方程式とみて解くと、 $(a, b)=\left(\frac{3}{2}, 5\right)$
よって、求める式は、 $y=\frac{3}{2}x+5$

2 一次関数と方程式

点はどのように並んでいるかな？

二元一次方程式

$$2x + y = 5 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

の解について考えましょう。

(1) 次の x と y の値の組が、方程式①の解となるように、 に値を書き入れましょう。

$(-1, \text{ })$, $(\text{ }, 5)$, $(0.5, \text{ })$

$(\text{ }, 3)$, $(2.5, \text{ })$, $(\text{ }, -1)$

(2) (1)の x と y の値の組を座標とする点を、下(解答欄)の図にかき入れましょう。

ガイド

(1) $(-1, \text{ })$, $(0.5, \text{ })$, $(2.5, \text{ })$ は、それぞれ $x = -1$, $x = 0.5$, $x = 2.5$ を $2x + y = 5$ に代入して、 y の値を求めます。

$(\text{ }, 5)$, $(\text{ }, 3)$, $(\text{ }, -1)$ は、それぞれ $y = 5$, $y = 3$, $y = -1$ を $2x + y = 5$ に代入して、 x の値を求めます。

(2) (1)で求めた x , y の値の組を、点として表します。

解答

(1) x と y の値の組は、 $(-1, \text{ 7 })$, $(\text{ 0 }, 5)$,

$(0.5, \text{ 4 })$, $(\text{ 1 }, 3)$, $(2.5, \text{ 0 })$,

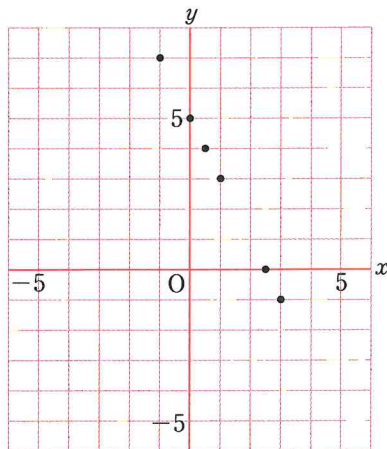
$(\text{ 3 }, -1)$

(2) 右の図

参考

$x = 1.5$ のとき $y = 2$ だから、 $(1.5, 2)$ も二元一次方程式 $2x + y = 5$ の解になります。他の解も調べると、次のようになります。

x	-0.5	1.5	2	3.5
y	6	2	1	-2



話しあおう

教科書
p. 79

上でかいた図から、どんなことがわかるでしょうか。

解答例

- 二元一次方程式のグラフをかくと直線になりそう。
- 二元一次方程式 $2x + y = 5$ のグラフは、切片が5で、傾きが -2 の直線になりそう。
- 二元一次方程式 $2x + y = 5$ を、一次関数のように変形すると、 $y = -2x + 5$ になるから、一次関数のグラフになりそう。

1

方程式とグラフ

学習のねらい

$ax+by=c$, $y=k$, $x=h$ のグラフはどのようなになるかを学習し、方程式のグラフと一次関数のグラフとの関係を明らかにします。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□方程式

$$ax+by=c$$

のグラフ

▶二元一次方程式 $ax+by=c$ の解を座標とする点の全体は、この式を y について解いた一次関数 $(y=-\frac{a}{b}x+\frac{c}{b})$ のグラフと一致し、直線になります。この直線が、**方程式 $ax+by=c$ のグラフ**で、 $ax+by=c$ を、この直線の式といます。

□ $y=k$ のグラフ

▶ $y=k$ のグラフは、点 $(0, k)$ を通り、 x 軸に平行な直線になります。

□ $x=h$ のグラフ

▶ $x=h$ のグラフは、点 $(h, 0)$ を通り、 y 軸に平行な直線になります。

方程式 $ax+by=c$ のグラフについて考えましょう。

問1

次の方程式を、 y について解き、そのグラフを右上(解答欄)の図にかき入れなさい。

(1) $x-2y=6$

(2) $4x+3y=0$

教科書
p.80

ガイド

等式の性質を利用して、 y について解き、傾きと切片からグラフをかきます。

解答

(1) $x-2y=6$

$$-2y=-x+6$$

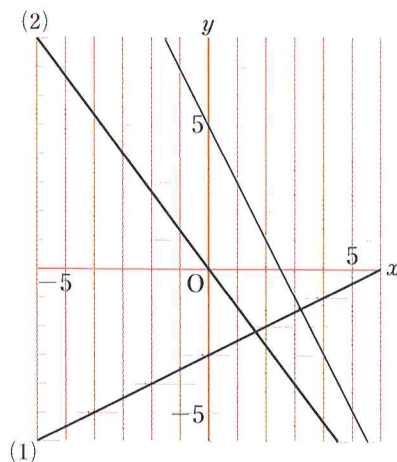
$$y=\frac{1}{2}x-3$$

(2) $4x+3y=0$

$$3y=-4x$$

$$y=-\frac{4}{3}x$$

グラフは右の図



問2

次の方程式のグラフをかきなさい。

(1) $x-y=5$

(2) $x+2y=-2$

教科書
p.81

ガイド

方程式 $ax+by=c$ のグラフは直線になります。直線上の2点を求めてグラフをかきますが、直線の式の x に適当な値を代入して y を求め、2点を決めます。もっとも簡単な2点は、 y 軸と交わる点 ($x=0$ を代入して y の値を求める) と x 軸と交わる点 ($y=0$ を代入して x の値を求める) です。または、 $y=ax+b$ の形に変形して、グラフをかいてもよいです。

解答

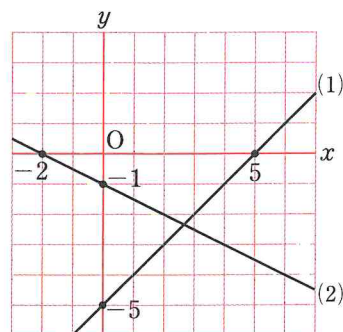
(1) $x - y = 5$ ($y = x - 5$)

 $x = 0$ のとき, $y = -5$ $y = 0$ のとき, $x = 5$ 2点 $(0, -5)$, $(5, 0)$ を通る直線になる。

(2) $x + 2y = -2$ ($y = -\frac{1}{2}x - 1$)

 $x = 0$ のとき, $y = -1$ $y = 0$ のとき, $x = -2$ 2点 $(0, -1)$, $(-2, 0)$ を通る直線になる。

グラフは右の図



説明しよう

教科書
p.81方程式 $x - 3y = 7$ のグラフを, 座標が整数の組になる2点を求めてかこうと思います。

この直線上で, 座標が整数の組になる点は, どうすれば見つけれられるでしょうか。

下のリンファさん, オリバーさんの考え(省略)も参考にして, 説明しましょう。

ガイド

方程式 $x - 3y = 7$ を x について解いて, y に適当な値を代入してみます。

解答例

(説明) 方程式 $x - 3y = 7$ を x について解くと,

$$x = 3y + 7 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

①の y に整数を代入したとき, x の値も整数になる。例えば,

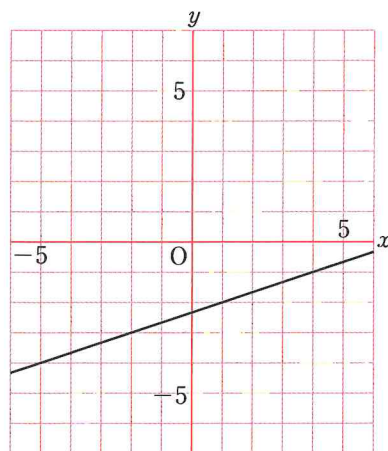
$$y = -1 \text{ のとき, } x = 3 \times (-1) + 7 = 4$$

$$y = -2 \text{ のとき, } x = 3 \times (-2) + 7 = 1$$

だから, 2点 $(4, -1)$, $(1, -2)$ を通る直線をかけばよい。

参考

グラフは右の図のようになります。

➤ $y = k$ のグラフ

問3

次の方程式のグラフをかきなさい。

教科書
p.82

(1) $y = 2$

(2) $2y = -6$

ガイド

(1) $y = k$ は, x がどんな値をとっても y の値は k であることを意味しています。だから, 点 $(0, k)$ を通り, x 軸に平行な直線になります。(2) $y = \sim$ の形にします。

解答 (1) 点(0, 2)を通り, x 軸に平行な直線になる。

グラフは右の図の(1)

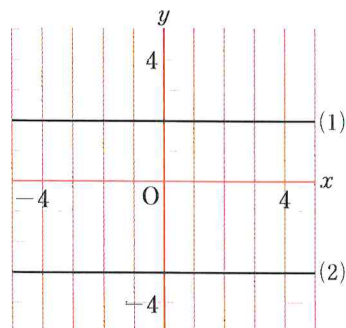
(2) $2y = -6$

両辺を2でわると, $y = -3$

よって, グラフは, 点(0, -3)を通り,

x 軸に平行な直線になる。

グラフは右の図の(2)



▶ $x = h$ のグラフ



方程式 $ax + by = c$ で, $a=1$, $b=0$, $c=2$ とすると, 方程式は, $x=2$ となります。このグラフは, どんなグラフになるでしょうか。

教科書
p. 82

ガイド

方程式 $ax + by = c$ で, $a=0$, $b=1$, $c=k$ のとき, 方程式は $y=k$, グラフは点(0, k)を通り, x 軸に平行な直線になりました。

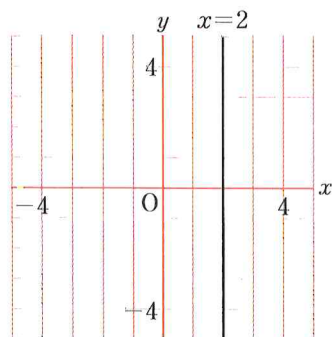
ここでは, 方程式 $ax + by = c$ で, $a=1$, $b=0$, $c=h$ の場合を考えます。

このとき, 方程式は $x=h$ となって, これは, y がどんな値をとっても x の値は h であることを意味しています。だから, グラフは, 点(h , 0)を通り, y 軸に平行な直線になります。

解答

点(2, 0)を通り, y 軸に平行な直線になる。

グラフは右の図



問4

次の方程式のグラフをかきなさい。

教科書
p. 83

(1) $x = -2$

(2) $3x = 12$

ガイド

$x = h$ のグラフは, 点(h , 0)を通り, y 軸に平行な直線になります。

(2) $x = \sim$ の形にします。

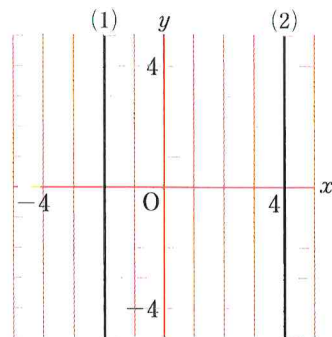
解答

(1) グラフは右の図の(1)

(2) $3x = 12$

$x = 4$

グラフは右の図の(2)



問5

$x=0$ は、どんな直線を表していますか。

また、 $y=0$ は、どんな直線を表していますか。

教科書
p.83

ガイド

$x=h$ のグラフは、点 $(h, 0)$ を通り、 y 軸に平行な直線を表すから、 $h=0$ として、点 $(0, 0)$ を通り y 軸に平行な直線は何を意味するか考えます。

同じように、 $y=k$ のグラフは、点 $(0, k)$ を通り、 x 軸に平行な直線を表すから、 $k=0$ として、点 $(0, 0)$ を通り x 軸に平行な直線を考えます。

解答

$x=0$ は y 軸を、 $y=0$ は x 軸を表している。



練習問題

1 方程式とグラフ

教科書
p.83

1

次の方程式のグラフをかきなさい。

(1) $3x-4y=12$

(2) $4x+y-2=0$

(3) $3x=2y$

(4) $4y-16=0$

(5) $6+2x=0$

ガイド

(1) $x=0$ のとき $y=-3$, $y=0$ のとき $x=4$ になります。

(2) 一次関数の式にします。

(3) $y=\sim$ の形にします。

(4) $y=k$ のグラフになります。

(5) $x=h$ のグラフになります。

解答

(1) 2点 $(0, -3)$, $(4, 0)$ を通る直線になる。

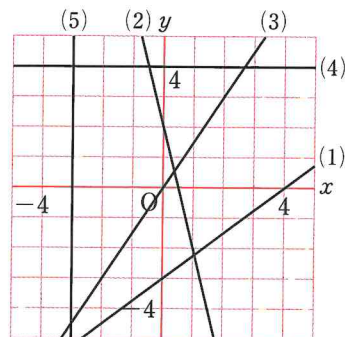
(2) $y=-4x+2$ となるから、傾き -4 , 切片 2 の直線である。

(3) $y=\frac{3}{2}x$ となるから、原点を通る直線である。

(4) $y=4$ となるから、点 $(0, 4)$ を通り、 x 軸に平行な直線である。

(5) $x=-3$ となるから、点 $(-3, 0)$ を通り、 y 軸に平行な直線である。

グラフは右の図



2

連立方程式とグラフ

学習のねらい

二元一次方程式 $ax+by=c$ のグラフが直線であることをもとにして、2直線の交点と連立方程式の解との関係を理解します。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□連立方程式の
解とグラフ

▶連立方程式
$$\begin{cases} ax+by=c & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ a'x+b'y=c' & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

の解は、直線①、②の交点の座標と一致します。

連立方程式とグラフの関係について調べましょう。



2つの方程式

$$x+y=7, \quad 2x+y=10$$

のグラフをかき、2直線の交点の座標を読みとりましょう。

また、2つの方程式を連立方程式とみて解きましょう。

どんなことがわかるでしょうか。

教科書
p.84

ガイド

それぞれの方程式を y について解いて、切片と傾きを使ってグラフをかきます。

2つの直線の交点の x 座標と y 座標を読みとるのだから、ていねいにかく必要があります。

2つの方程式を連立方程式で解くには、加減法を使うと簡単です。

解答

$x+y=7$ のグラフは、 $y=-x+7$ と変形できるので、
切片 7、傾き -1 のグラフ (右の図の直線 ℓ)

$2x+y=10$ のグラフは、 $y=-2x+10$ と変形できるので、
切片 10、傾き -2 のグラフ (右の図の直線 m)
グラフから、交点 P の座標は、

$$(3, 4)$$

次に、2つの式を連立方程式とみて解く。

$$\begin{cases} x+y=7 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ 2x+y=10 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{2}-\textcircled{1} \quad x=3$$

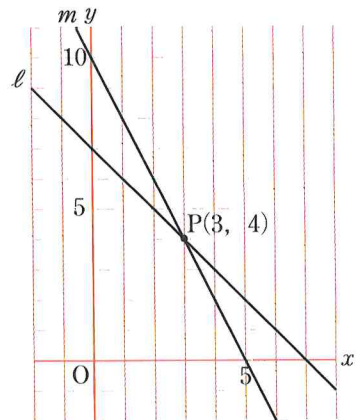
$x=3$ を①に代入すると、 $y=4$

よって、連立方程式の解は、

$$(x, y)=(3, 4)$$

したがって、2直線の交点 P の座標は、その2直線を表す

2つの式を連立方程式とみたときの解と一致している。



教科書
p. 85

問1

次の連立方程式を、グラフを使って解きなさい。

$$\begin{cases} x+2y=2 \\ 2x+y=-2 \end{cases}$$

また、計算で求めた解と一致することを確認なさい。

ガイド

グラフは、それぞれの方程式を y について解き、傾きと切片からかきます。

解答

$$x+2y=2 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

y について解くと、 $y=-\frac{1}{2}x+1$ グラフは右の図①

$$2x+y=-2 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

y について解くと、 $y=-2x-2$ グラフは右の図②

①, ②の交点の座標は $(-2, 2)$ だから、

連立方程式の解は、 $(x, y)=(-2, 2)$

また、①, ②を連立方程式とみて、計算で解を求めると、次のようになる。

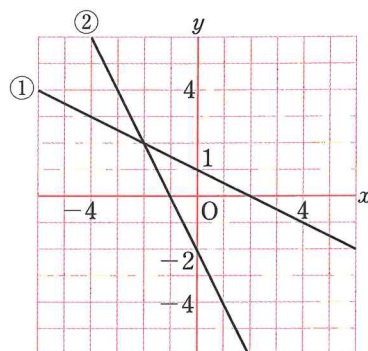
$$\textcircled{1} \times 2 \quad 2x+4y=4 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}'$$

$$\textcircled{1}' - \textcircled{2} \quad 3y=6, \quad y=2$$

$y=2$ を①に代入すると、 $x+4=2$, $x=-2$

$(x, y)=(-2, 2)$

よって、グラフを使って解いた解は、計算で求めた解と一致する。



問2

右の図で、2 直線 ℓ , m の交点 P の座標を求めなさい。

教科書
p. 85

ガイド

交点 P の座標は、グラフから読みとれないので、2 つの直線の式を求め、それらを連立方程式とみて解きます。直線 ℓ は、切片 2、傾き -3 、

直線 m は、切片 -2 、傾き $-\frac{1}{3}$ です。

解答

直線 ℓ , m の式は、それぞれ、

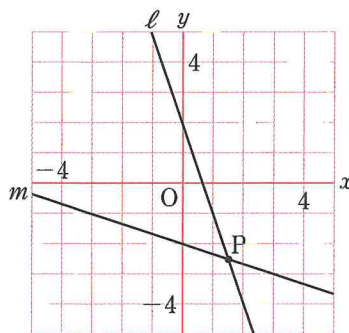
$$y=-3x+2 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$y=-\frac{1}{3}x-2 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

①を②に代入すると、 $-3x+2=-\frac{1}{3}x-2$, $x=\frac{3}{2}$

$x=\frac{3}{2}$ を①に代入すると、 $y=-\frac{5}{2}$

よって、 $(x, y)=\left(\frac{3}{2}, -\frac{5}{2}\right)$ したがって、交点 P の座標は、 $\left(\frac{3}{2}, -\frac{5}{2}\right)$

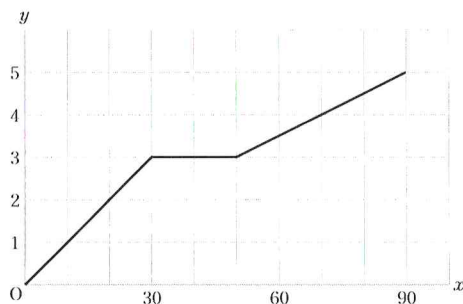


3 一次関数の利用

2人が出会う地点はどこかな？

けいたさんは、自分の家から5 km 離れたオリバーさんの家に、途中にある図書館で本を借りてから向かいました。

けいたさんが出発してから x 分後に、自分の家から y km の地点にいるとして、 x と y の関係をグラフに表すと、下の図のようになりました。



話しあおう

教科書
p.86

上のグラフから、どんなことがわかるでしょうか。

ガイド

グラフの傾きから読みとります。

解答例

- $y=0$ の地点がけいたさんの家、 $y=3$ の地点が図書館、 $y=5$ の地点がオリバーさんの家である。
- けいたさんは、家を出発してから30分後に図書館に着き、図書館に20分間いて、図書館を出発してから40分後にオリバーさんの家に着いた。
- けいたさんの家から図書館までの道のりは3 km、図書館からオリバーさんの家までの道のりは2 km である。
- 図書館に着く前は30分で3 km、図書館を出発してからは40分で2 km 進んでいる。

1

一次関数の利用

学習のねらい

身のまわりの問題を、一次関数を利用して解決できるようにします。また、調査で得られた数値の関係をグラフに表すことによって一次関数とみなし、結果を推測します。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□グラフの利用

▶与えられたグラフからいろいろなことを読みとったり、グラフをかき入れたりして問題を解決します。

□一次関数の利用

▶図形の周上を動く点と面積の関係を、一次関数を使って考えます。

問1

上のグラフ(省略)を使って、次の問いに答えなさい。

教科書
p.87

- (1) 上のグラフの、A地点、B地点、C地点は、けいたさんの家、オリバーさんの家、図書館のどれを表していますか。
- (2) 図書館に着く前とあとでは、けいたさんの進む速さはどちらが速いですか。
- (3) けいたさんが自分の家を出発してから15分後にいる地点から、オリバーさんの家までの道のりは何kmですか。
- (4) けいたさんがB地点を出発してから30分後にいる地点から、オリバーさんの家までの道のりは何kmですか。

ガイド

グラフを見て読みとりましょう。

解答

- (1) A地点…けいたさんの家、B地点…図書館、C地点…オリバーさんの家
- (2) A地点からB地点までは、30分で3km進んでいるから、

$$3 \div 30 = \frac{3}{30} = \frac{1}{10} \quad \text{分速 } \frac{1}{10} \text{ km}$$

B地点からC地点までは、40分で2km進んでいるから、

$$2 \div 40 = \frac{2}{40} = \frac{1}{20} \quad \text{分速 } \frac{1}{20} \text{ km}$$

よって、図書館に着く前の方が速い。

- (3) A地点とB地点の間のグラフは、傾きが $\frac{1}{10}$ で切片が0だから、 $y = \frac{1}{10}x$

この式に $x=15$ を代入すると、 $y = \frac{3}{2}$

よって、オリバーさんの家までの道のりは、 $5 - \frac{3}{2} = \frac{7}{2}$

$\frac{7}{2} \text{ km}$

(4) B地点とC地点の間のグラフは、傾きが $\frac{1}{20}$ で、点(50, 3)を通るから、

$$\text{この直線の式は、} y = \frac{1}{20}x + \frac{1}{2} \quad (50 \leq x \leq 90)$$

B地点を出発してから30分後は、家を出発してから80分後だから、この式に $x=80$ を代入すると、 $y=\frac{9}{2}$

よって、オリバーさんの家までの道のりは、 $5 - \frac{9}{2} = \frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ km

参考 (2) A地点からB地点までとB地点からC地点までのグラフの傾きをくらべてもよいです。

(4) 直線の式を $y=ax+b$ とおいて、点(50, 3)と点(90, 5)を通ることから、 a, b についての連立方程式とみて、直線の式を求めてもよいです。

問2

オリバーさんの自転車の速さは一定であると考えて、次の問いに答えなさい。

教科書
p.88

- (1) オリバーさんがけいたさんの家まで進んだとして、オリバーさんが進むようすを表すグラフを、前ページ(教科書 p.87)の図(解答欄)にかき入れなさい。
- (2) オリバーさんについて、 x と y の関係を式に表しなさい。
- (3) オリバーさんとけいたさんが出会ったのは午前何時何分ですか。また、けいたさんの家から何kmの地点ですか。

ガイド

まず、(1)のオリバーさんが進むようすをグラフにかき入れて、グラフを見て読みとります。

解答

(1) グラフは右の図

(2) オリバーさんは、5分で

1km(分速 $\frac{1}{5}$ km)進んでいる。

求める式は、傾きが $-\frac{1}{5}$ で、

点(60, 5)を通るから、

$$y = -\frac{1}{5}x + 17$$

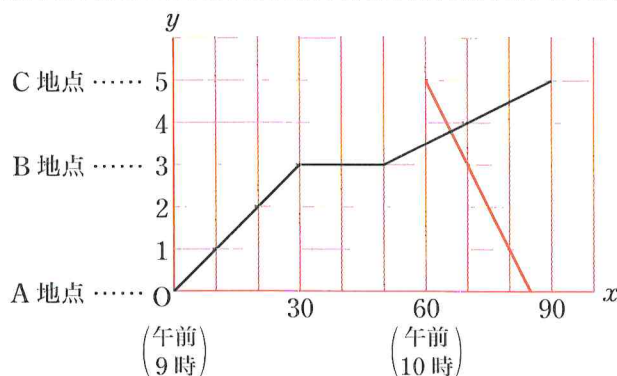
(3) けいたさん、オリバーさんの式は、それぞれ、

$$y = \frac{1}{20}x + \frac{1}{2} \cdots \text{①}, \quad y = -\frac{1}{5}x + 17 \cdots \text{②}$$

①と②を連立方程式とみて解くと、 $(x, y) = \left(66, \frac{19}{5}\right)$

よって、オリバーさんとけいたさんが出会ったのは午前10時6分で、

けいたさんの家から $\frac{19}{5}$ km (3.8 km) の地点 午前10時6分, $\frac{19}{5}$ km (3.8 km)



説明しよう

もし、午前9時30分にオリバーさんが家を出発したとすると、けいたさんとオリバーさんが出会うのはどの地点でしょうか。

次の(ア)～(ウ)から選び、理由も説明しましょう。

(ア) けいたさんの家と図書館の間

(イ) 図書館

(ウ) 図書館とオリバーさんの家の間

ガイド

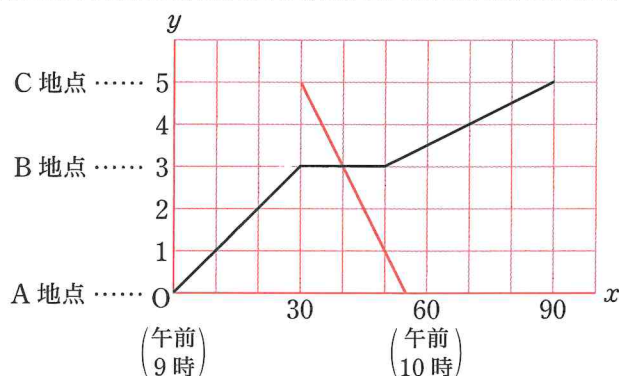
前ページの **問2** と同じように、オリバーさんが進むようすをグラフにかき入れて考えましょう。

解答

午前9時30分にオリバーさんが家を出発すると、右のようなグラフになる。

けいたさんと出会うのはB地点で、B地点……図書館である。

(イ)



問3

けいたさんとオリバーさんが、けいたさんの家と図書館の間で出会うためには、オリバーさんは家を何時何分より前に出発しなければいけないでしょうか。

教科書
p. 88

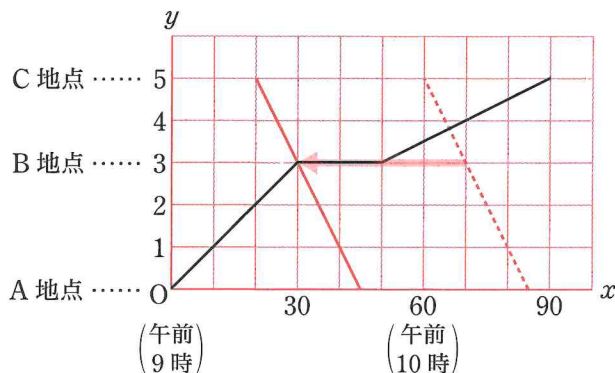
ガイド

けいたさんが図書館に着いたときにオリバーさんが図書館の前を通る場合のグラフをかき入れて考えましょう。

解答

オリバーさんの進むようすを表すグラフを平行移動させ、けいたさんが進むようすを表すグラフと、けいたさんが図書館に着いたときに交わるようにすると、右の図のようになる。

グラフより、オリバーさんは家を午前9時20分より前に出発しなければいけない。

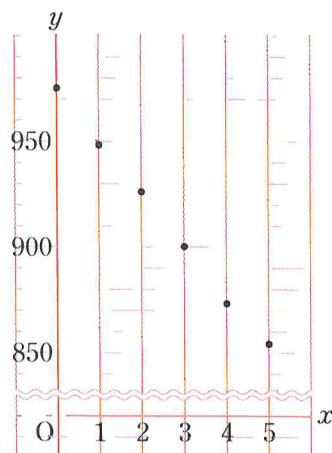


参考

けいたさんが図書館に着いたときにオリバーさんと出会う場合のオリバーさんの式を求め、その式にオリバーさんの家の地点 $y=5$ を代入して求めてもよいです。

変化のようすから予想する問題

- 1** 右の図で並んだ点のなるべく近くを通る直線が、2点 $(0, 975)$, $(3, 900)$ を通るとします。
この直線の式を求めなさい。

教科書
p.90

ガイド 2点の座標から、直線の傾きと切片を求めます。

解答 この直線は、点 $(0, 975)$ を通るから、切片は 975 となり、求める直線の式を $y = ax + 975$ とする。
この直線は、点 $(3, 900)$ を通るから、 $x = 3$, $y = 900$ を代入すると、 $a = -25$
よって、求める式は、 $y = -25x + 975$

- 2** 貯水量が 650 m^3 になるのは、何月何日になると推測できますか。

教科書
p.90

ガイド **1** で求めた一次関数の式に、 $y = 650$ を代入して考えます。

解答 $y = -25x + 975$ で、 $y = 650$ のとき、 $x = 13$

7月31日から13日後なので、8月13日になると推測できる。

8月13日

説明しよう

教科書
p.90

ガスバーナーで水を熱する実験をしました。右の表(省略)は、熱した時間とそのときの水温です。熱した時間が5分をこえても水温が同じように変化を続けるとすると、水温が 72°C になるのは、熱しはじめてからおよそ何分後になると推測できますか。

解答例 熱した時間を x 分、水温を $y^\circ\text{C}$ として、表で対応する x と y の値の組を座標とすると、右の図のようになり、これらはほぼ一直線上に並んでいるので、 y は x の一次関数とみることができる。

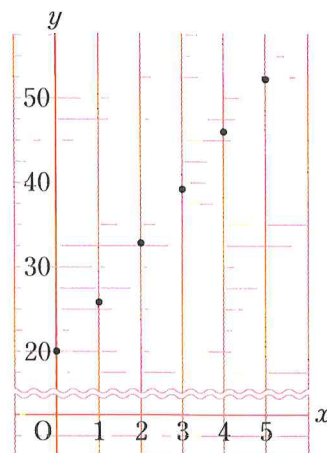
右の図で並んだ点のなるべく近くを通る直線が、2点 $(0, 20)$, $(4, 46)$ を通るとする。

この直線は、点 $(0, 20)$ を通るから、切片は 20 となり、この直線の式を $y = ax + 20$ とする。この直線は、点 $(4, 46)$ を通るから、 $x = 4$, $y = 46$ を代入すると、 $a = \frac{13}{2}$

よって、この直線の式は、 $y = \frac{13}{2}x + 20$

$y = 72$ のとき、 $x = 8$ よって、およそ8分後と推測できる。

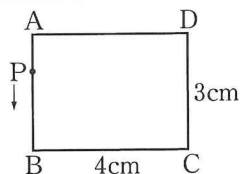
およそ8分後



動く点と面積の変化



右の図のような長方形 ABCD の周上を、点 P は、毎秒 1 cm の速さで、A から B、C を通って D まで動きます。点 P が、次のそれぞれの場合に、 $\triangle APD$ の面積は、どのように変化するでしょうか。



教科書
p.91

(ア) 点 P が辺 AB 上を動くとき

(イ) 点 P が辺 BC 上を動くとき

(ウ) 点 P が辺 CD 上を動くとき (図は省略)

ガイド

(ア) では、 $\triangle APD$ の底辺は AD (一定) で、高さ AP が増えていきます。(イ) では、底辺も高さも一定、(ウ) では、高さ DP が減っていきます。

解答

(ア) 面積は増加する (イ) 面積は一定 (ウ) 面積は減少する

問4

上の(ア)の場合の x と y の関係を表す式を求めなさい。
また、このときの x の変域はどうなりますか。

教科書
p.91

ガイド

$\triangle APD$ の底辺 AD は 4 cm、高さ AP は x cm です。

解答

$\triangle APD$ の面積は、 $\frac{1}{2} \times AD \times AP$ より、 $y = \frac{1}{2} \times 4 \times x = 2x$ よって、 $y = 2x$

AB = 3 cm だから、 x の変域は、 $0 \leq x \leq 3$

問5

上の(イ)、(ウ)の場合についても、それぞれ式と変域を求めなさい。また、点 P が A から D まで動くときの x と y の関係を表すグラフを、右(解答欄)の図にかき入れなさい。

教科書
p.91

ガイド

(イ) では、高さは AB = 3 cm で一定です。(ウ) では、高さ DP を x の式で表します。

解答

(イ) $\triangle APD$ の面積は、 $\frac{1}{2} \times AD \times AB$ より、 $y = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$

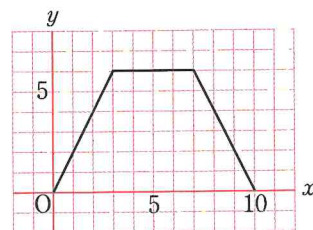
よって、 $y = 6$ ($3 \leq x \leq 7$)

(ウ) $\triangle APD$ の面積は、 $\frac{1}{2} \times AD \times DP$ より、

$$y = \frac{1}{2} \times 4 \times (10 - x) = -2x + 20$$

よって、 $y = -2x + 20$ ($7 \leq x \leq 10$)

グラフは右の図



問6

$\triangle APD$ の面積が 4 cm^2 となるのは、点 P が A を出発してから何秒後ですか。

教科書
p.91

ガイド

上の **問5** のグラフから、2 回あることがわかります。上で求めた(ア)と(ウ)の式に $y = 4$ を代入します。

解答

2 秒後、8 秒後

3章 章末問題 学びをたしかめよう

教科書 p.92~93

1 次の(ア)~(ウ)のうち、 y が x の一次関数であるものをすべて選びなさい。

- (ア) 500 mLの牛乳を、 x mL飲んだときの残り y mL
 (イ) 面積 30 cm^2 の長方形の縦の長さ x cm と横の長さ y cm
 (ウ) 1辺の長さが x cm の正三角形の周の長さ y cm

ガイド x と y の数量の関係を等式に表し、 y について解いて、一次関数であるかどうかを判断します。
 一次関数の式は、 $y=ax+b$ と表され、 a 、 b は定数です。

解答 (ア) (残りの量)=(もとの量)-(飲んだ量)だから、 $y=500-x$

この式は、 $y=-x+500$ と表されるから、一次関数である。

(イ) (長方形の面積)=(縦の長さ) $\times$ (横の長さ)だから、 $30=xy$

y について解くと、 $y=\frac{30}{x}$ よって、一次関数ではない。

(ウ) (正三角形の周の長さ)=(1辺の長さ) $\times 3$ だから、 $y=3x$ これは一次関数である。
 したがって、 y が x の一次関数であるものは、(ア)、(ウ)

p.63 問1

2 一次関数 $y=3x+5$ で、次の場合の y の増加量を求めなさい。

- (1) x の増加量が2のとき (2) x の増加量が5のとき

ガイド 一次関数 $y=ax+b$ では、(y の増加量) $=a\times$ (x の増加量)となります。

解答 (1) $3\times 2=6$

6

(2) $3\times 5=15$

15

p.66 問2

3 次の一次関数のグラフをかきなさい。

(1) $y=x-5$

(2) $y=-3x+4$

(3) $y=\frac{1}{2}x+1$

ガイド 一次関数 $y=ax+b$ のグラフをかくには、まず切片 b から y 軸との交点を決め、その点を通る傾き a の直線をひきます。あるいは、切片以外にもう1つの点を取り、2つの点を通る直線をひきます。

解答 (1) $y=x-5$ は、切片が -5 で傾きが 1

だから、グラフは、右の図の(1)

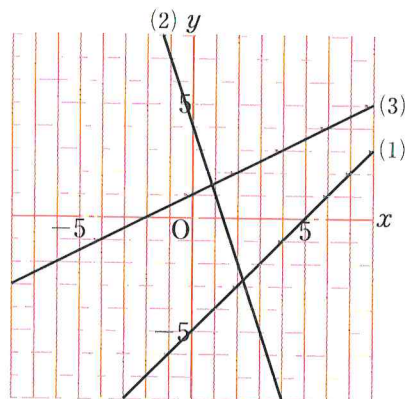
(2) $y=-3x+4$ は、切片が 4 で傾きが -3

だから、グラフは右の図の(2)

(3) $y=\frac{1}{2}x+1$ は、切片が 1 で傾きが $\frac{1}{2}$

だから、グラフは右の図の(3)

p.72 問4



4

一次関数 $y = -\frac{2}{3}x + 3$ について、 x の変域が $-6 \leq x \leq 3$ のときの y の変域を求めなさい。

ガイド

x の変域に制限があるとき、 x の値に対応する y の値を調べます。

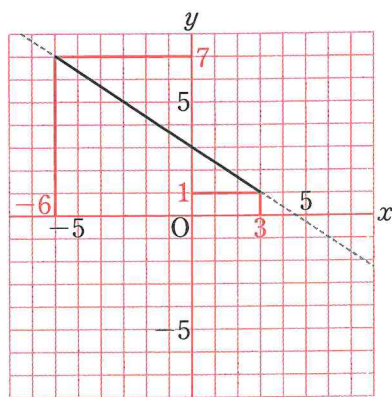
解答

この一次関数のグラフは、右の図の実線部分になり、

$x = -6$ のとき $y = 7$,

$x = 3$ のとき $y = 1$

だから、 y の変域は、 $1 \leq y \leq 7$



p. 73 問6

5

次の一次関数の式を求めなさい。

- (1) グラフが、傾き 5、切片 7 の直線である。
- (2) グラフが、点 (2, 3) を通り、傾き -1 の直線である。
- (3) グラフが、2 点 $(-2, -4)$, $(1, 5)$ を通る直線である。

ガイド

一次関数の式は $y = ax + b$ と表されます。条件から a , b の値を求めましょう。

解答

- (1) 傾きが 5 で、切片が 7 だから、 $y = 5x + 7$

p. 75 問1

- (2) 傾きが -1 だから、求める一次関数の式を $y = -x + b$ とする。

この直線は、点 (2, 3) を通るから、この式に $x = 2$, $y = 3$ を代入すると、

$$3 = -2 + b, \quad b = 5$$

よって、求める式は、 $y = -x + 5$

p. 76 問2

- (3) 2 点 $(-2, -4)$, $(1, 5)$ を通る直線の傾きは、 $\frac{5 - (-4)}{1 - (-2)} = 3$

求める一次関数の式を $y = 3x + b$ とする。

この直線は、点 $(-2, -4)$ を通るから、この式に $x = -2$, $y = -4$ を代入すると、

$$-4 = 3 \times (-2) + b, \quad b = 2$$

よって、求める式は、 $y = 3x + 2$

p. 77 問3

参考

〈2 点の座標の x , y の値を代入して、 a , b の連立方程式とみて解く場合〉

- (3) 求める一次関数の式を、 $y = ax + b$ とすると、2 点 $(-2, -4)$, $(1, 5)$ を通るから、

$$\begin{cases} -4 = -2a + b & \cdots \cdots ① \\ 5 = a + b & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$② - ① \quad 3a = 9, \quad a = 3$$

$a = 3$ を②に代入すると、 $b = 2$

よって、求める式は、 $y = 3x + 2$

6

次の方程式のグラフをかきなさい。

(1) $2x+y=1$

(2) $4x-3y=9$

(3) $y=6$

(4) $x=-5$

ガイド

二元一次方程式のグラフは直線になります。

直線上の2点を求めてグラフをかくことができます。

 $y=k$ のグラフは x 軸に平行な直線, $x=h$ のグラフは y 軸に平行な直線になります。

解答

(1) $x=0$ のとき, $y=1$ (2) $x=0$ のとき, $y=-3$

$x=1$ のとき, $y=-1$

$y=1$ のとき, $x=3$

2点 $(0, 1), (1, -1)$

2点 $(0, -3), (3, 1)$

を通る直線になる。

を通る直線になる。

(3) 点 $(0, 6)$ を通り,

(4) 点 $(-5, 0)$ を通り,

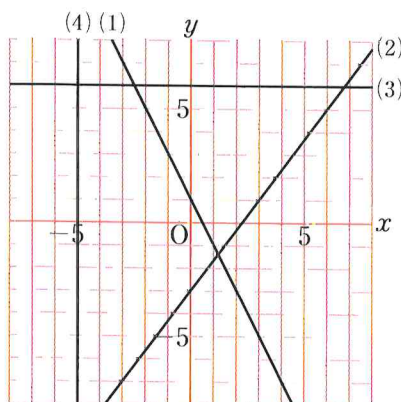
 x 軸に平行な直線に

 y 軸に平行な直線に

なる。

なる。

グラフはそれぞれ, 右の図の(1)~(4)



(1), (2) p.81 問2

(3) p.82 問3

(4) p.83 問4

参考

(1) $2x+y=1$

(2) $4x-3y=9$

$y=-2x+1$

$-3y=-4x+9$

$3y=4x-9$

$y=\frac{4}{3}x-3$

7

右の図で, 2直線 ℓ, m の交点Pの座標を求めなさい。

ガイド

交点Pの座標は, グラフから読みとれないので, 2つの直線の式を求め, それらを連立方程式とみて解きます。

解答

直線 ℓ, m の式は, それぞれ,

$y=-x+3$ ①

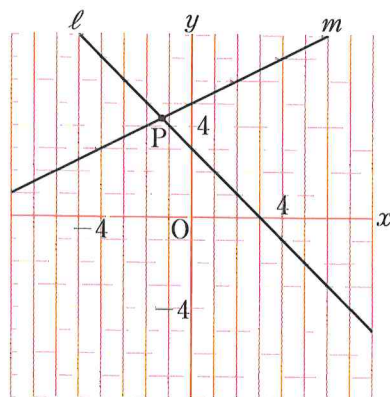
$y=\frac{1}{2}x+5$ ②

①を②に代入すると, $-x+3=\frac{1}{2}x+5$, $x=-\frac{4}{3}$

$x=-\frac{4}{3}$ を①に代入すると, $y=\frac{13}{3}$

よって, $(x, y)=\left(-\frac{4}{3}, \frac{13}{3}\right)$

したがって, 交点Pの座標は, $\left(-\frac{4}{3}, \frac{13}{3}\right)$



p.85 問2



1

次の一次関数の式を求めなさい。

- (1) グラフが、直線 $y = \frac{1}{2}x + 1$ に平行で、点 $(-2, 2)$ を通る直線である。
- (2) グラフが、点 $(-1, 0)$ を通り、切片 -1 の直線である。
- (3) x の増加量が 3 のときの y の増加量が -2 で、 $x=2$ のとき $y=0$ である。
- (4) $x=-3$ のとき $y=4$ 、 $x=12$ のとき $y=-1$ である。

ガイド

一次関数の式を $y = ax + b$ として、条件から a 、 b の値を求めます。

解答

- (1) グラフが直線 $y = \frac{1}{2}x + 1$ に平行だから、傾きは $\frac{1}{2}$ となり、

求める一次関数の式は、 $y = \frac{1}{2}x + b$ と表される。

この式に、 $x = -2$ 、 $y = 2$ を代入すると、 $2 = \frac{1}{2} \times (-2) + b$ 、 $b = 3$

よって、求める式は、 $y = \frac{1}{2}x + 3$

- (2) 切片が -1 だから、求める一次関数の式は、 $y = ax - 1$ と表される。

この式に、 $x = -1$ 、 $y = 0$ を代入すると、 $0 = a \times (-1) - 1$ 、 $a = -1$

よって、求める式は、 $y = -x - 1$

- (3) 変化の割合は $-\frac{2}{3}$ だから、 $y = -\frac{2}{3}x + b$ と表される。

この式に、 $x = 2$ 、 $y = 0$ を代入すると、 $0 = -\frac{2}{3} \times 2 + b$ 、 $b = \frac{4}{3}$

よって、求める式は、 $y = -\frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$

- (4) 求める一次関数の式を、 $y = ax + b$ とする。

$x = -3$ のとき $y = 4$ だから、 $-3a + b = 4$ ……①

$x = 12$ のとき $y = -1$ だから、 $12a + b = -1$ ……②

①、②を a 、 b についての連立方程式とみて解くと、

②-① $15a = -5$ 、 $a = -\frac{1}{3}$

$a = -\frac{1}{3}$ を①に代入すると、 $b = 3$

よって、求める式は、 $y = -\frac{1}{3}x + 3$



2

次の直線の式を求めなさい。

- (1) 点 $(0, -4)$ を通り, x 軸に平行な直線
- (2) 2点 $(-7, 6)$, $(-7, -9)$ を通る直線
- (3) 2点 $(-2, 0)$, $(0, -5)$ を通る直線

ガイド

- (1) x 軸に平行な直線は, x がどんな値をとっても, y の値は一定です。
- (2) 2点の x 座標が同じであることに注意します。

解答

- (1) 点 $(0, -4)$ を通り, x 軸に平行な直線の式は, $y = -4$
- (2) y 座標が異なっても x 座標が同じであるから, y がどんな値をとっても, x の値は -7 よって, 求める式は, $x = -7$

$$(3) \text{ 2点 } (-2, 0), (0, -5) \text{ を通る直線の傾きは, } \frac{(-5)-0}{0-(-2)} = -\frac{5}{2}$$

この直線は, 点 $(0, -5)$ を通るから, 切片は -5

$$\text{よって, 求める式は, } y = -\frac{5}{2}x - 5$$

3

次の方程式で表される直線を, それぞれ, 右の図の

①~⑤の中から選びなさい。

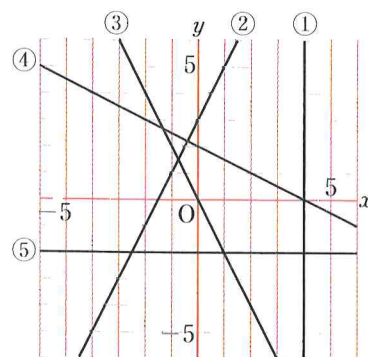
- (1) $2x - y + 3 = 0$ (2) $y = -2$
- (3) $2x + y = 0$ (4) $2x - 8 = 0$

ガイド

(1)~(4)の式を変形して, 切片や傾きがどうなっているかを調べます。

解答

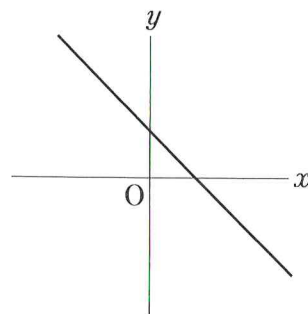
- (1) $2x - y + 3 = 0$, $y = 2x + 3$ よって, ②
- (2) $y = -2$ 点 $(0, -2)$ を通り, x 軸に平行な直線
よって, ⑤
- (3) $2x + y = 0$, $y = -2x$ よって, ③
- (4) $2x - 8 = 0$, $2x = 8$, $x = 4$ 点 $(4, 0)$ を通り, y 軸に平行な直線
よって, ①



4

一次関数 $y = ax + b$ のグラフが, 右の図のようになるのは, a , b がどのような値のときですか。次の(ア)~(カ)のうち, 正しいものを選びなさい。

- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| (ア) $a > 0$, $b > 0$ | (イ) $a > 0$, $b < 0$ |
| (ウ) $a < 0$, $b = 0$ | (エ) $a < 0$, $b > 0$ |
| (オ) $a = 0$, $b < 0$ | (カ) $a = 0$, $b = 0$ |



ガイド 一次関数 $y=ax+b$ のグラフは、 $a>0$ のとき右上がりに、 $a<0$ のとき右下がりになります。

解答 問題の図で、一次関数 $y=ax+b$ のグラフは右下がりになっているので、 $a<0$
また、切片 b は $b>0$ なので、(エ)が正しい。 (エ)

5 一次関数 $y=-2x+b$ で、 x の変域が $-2\leq x\leq 5$ のとき、 y の変域が $-7\leq y\leq 7$ です。
 b の値を求めなさい。

ガイド 一次関数 $y=-2x+b$ のグラフは、傾きが -2 なので、右下がりになります。 x が大きくなると y は小さくなることに注意しましょう。

解答 一次関数 $y=-2x+b$ のグラフは、傾きが -2 なので、右下がりの直線である。

$x=-2$ のとき $y=7$ になるから、 $y=-2x+b$ に代入すると、

$$7=-2\times(-2)+b, \quad b=3$$

$$b=3$$



6 右の図には、2直線 ℓ , m がかけられていますが、グラフ用紙が破れていて、 ℓ と m の交点を読みとることができません。
2直線 ℓ , m の交点の座標を求めなさい。

ガイド 2直線の式を求め、それらを連立方程式とみて解きます。

解答 直線 ℓ の式は、切片が3、傾きが $\frac{1}{3}$ だから、

$$y=\frac{1}{3}x+3 \quad \cdots\cdots\textcircled{1}$$

直線 m は、傾きが $\frac{3}{2}$ だから、式を $y=\frac{3}{2}x+b$ とする。

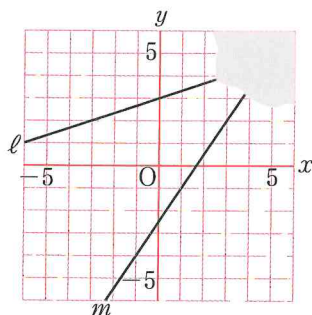
直線 m は、点 $(1, -1)$ を通るから、この式に $x=1, y=-1$ を代入すると、

$$-1=\frac{3}{2}\times 1+b, \quad b=-\frac{5}{2}$$

よって、 m の式は、 $y=\frac{3}{2}x-\frac{5}{2} \quad \cdots\cdots\textcircled{2}$

①、②を連立方程式とみて解くと、 $(x, y)=\left(\frac{33}{7}, \frac{32}{7}\right)$

よって、2直線の交点の座標は、 $\left(\frac{33}{7}, \frac{32}{7}\right)$



7

下の図(省略)は、けいたさんが徒歩でP地点からQ地点に、かりんさんが自転車でQ地点からP地点に向かって進んだときの、時刻とP地点からの道のりの関係を表したグラフです。

(1) けいたさんは、途中で何分間同じ場所にいましたか。

(2) けいたさんの歩く速さは分速何 km ですか。

(3) 2 人が出会ったのは午前何時何分ですか。

また、2 人が出会ったのは、Q 地点から何 km 離れたところですか。

ガイド

グラフを見て読みとりましょう。

解答

(1) 10 時から 10 時 20 分までの間なので、20 分間

(2) 9 時から 10 時までの 60 分で 4 km 歩いているので、

$$4 \div 60 = \frac{1}{15}$$

$$\text{分速 } \frac{1}{15} \text{ km}$$

(3) けいたさんがP地点を出発してからの時間を x 分、P 地点からの道のりを y km とする。

10 時 20 分以降の

$$\text{けいたさんの式は、} y = \frac{1}{15}x - \frac{4}{3} \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$\text{かりんさんの式は、} y = -\frac{1}{5}x + 24 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

①と②を連立方程式とみて解くと、

$$(x, y) = (95, 5)$$

2 人が出会ったのは、午前 9 時の 95 分後だから、午前 10 時 35 分で、

P 地点から 5 km 離れたところだから、Q 地点からの道のりは、 $12 - 5 = 7$ (km)

午前 10 時 35 分、Q 地点から 7 km 離れたところ

8

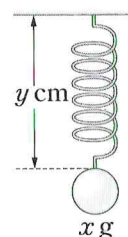
あるばねにおもりをつるしたときのばねの長さを調べたところ、

下の表のようになりました。

おもりの重さ (g)	0	10	20	30	40	50	60
ばねの長さ (cm)	10.0	11.7	13.4	15.1	16.8	18.5	20.2

おもりの重さを x g、ばねの長さを y cm とすると、 $0 \leq x \leq 60$ では、

y は x の一次関数とみることができます。その理由を説明しなさい。


ガイド

y が x の一次式で表されるとき、 y は x の一次関数であるといいます。

解答例

表から、 x の値が 10 増えるごとに、 y の値は 1.7 ずつ増えることがわかる。

x と y の関係を式に表すと、 $y = 0.17x + 10$ となり、 y が x の一次式で表されるので、

y は x の一次関数とみることができる。

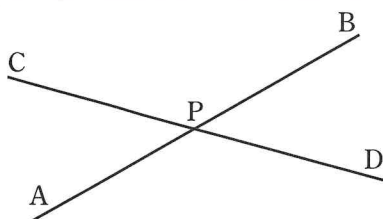
4章 図形の調べ方

1. 平行と合同

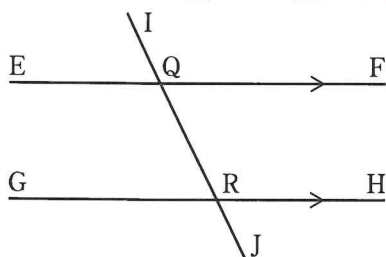
平行な直線の性質を調べよう

けいたさんは、直線が交わってできる角の大きさについて考えることにしました。

(ア) 2つの直線 AB, CD が交わってできる角



(イ) 平行な2直線 EF, GH と、それらに交わる直線 IJ によってできる角



話しあおう

上の(ア)の図で、2つの直線が交わってできる角には、どんな関係があるでしょうか。

また、上の(イ)の図で、平行な2直線と、それらに交わる直線によってできる角には、どんな関係があるでしょうか。

ガイド

分度器を使って、角の間の関係を調べます。

解答例

〈(ア)の図〉

$$\angle CPA = \angle BPD (=45^\circ)$$

$$\angle CPB = \angle APD (=135^\circ)$$

向かいあっている角の大きさは等しい。

このことは、直線 AB, CD が交わる角度を変えても、いつでもいえそうである。

〈(イ)の図〉

$$\angle IQE = \angle FQR = \angle QRG = \angle HRJ (=64^\circ)$$

$$\angle IQF = \angle EQR = \angle QRH = \angle GRJ (=116^\circ)$$

このことは、直線 IJ のひき方を変えても、いつでもいえそうである。

1

角と平行線

学習のねらい

2つの直線が交わってできる角の性質、2つの直線にもう1本の直線が交わってできる角の位置関係と性質、平行線の性質と平行線になる条件を学習します。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□対頂角

▶右の図で、 $\angle a$ と $\angle c$ のように向かいあっている2つの角を、**対頂角**といいます。

□対頂角の性質

▶対頂角は等しいです。

□同位角・錯角

▶右の図で、 $\angle a$ と $\angle e$ のような位置にある2つの角を、**同位角**といいます。

また、 $\angle c$ と $\angle e$ のような位置にある2つの角を、**錯角**といいます。

□平行線の性質

▶2つの直線に1つの直線が交わる時、次のことが成り立ちます。

① 2つの直線が平行ならば、同位角は等しい。

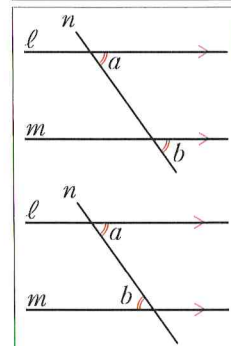
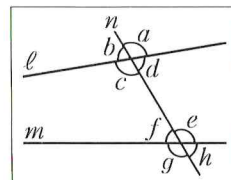
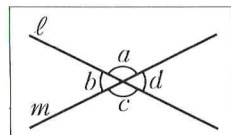
② 2つの直線が平行ならば、錯角は等しい。

□平行線になるための条件

▶2つの直線に1つの直線が交わる時、次のことが成り立ちます。

① 同位角が等しいならば、この2つの直線は平行である。

② 錯角が等しいならば、この2つの直線は平行である。



直線が交わってできる角の性質について調べましょう。

▶ 対頂角



左の直線に交わる直線をひき、交点のまわりにできる角の大きさを測ってみましょう。(図は省略)

教科書
p.98

ガイド

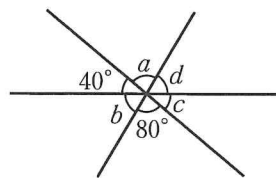
向かいあっている角の大きさを測ってみましょう。

解答例

- ・向かいあっている角の大きさは等しい。
- ・となりあう2つの角の和は 180°

問1

右の図のように、3直線が1点で交わっています。
このとき、 $\angle a$ 、 $\angle b$ 、 $\angle c$ 、 $\angle d$ の大きさを求めなさい。

教科書
p.98

ガイド

対頂角は等しいです。一直線のつくる角は 180° です。
これらのことを利用して、求められる角から順に求めていきます。

解答

40° の角の対頂角は $\angle c$ だから、 $\angle c = 40^\circ$

80° の角の対頂角は $\angle a$ だから、 $\angle a = 80^\circ$

また、 $40^\circ + \angle b + 80^\circ$ は一直線になるから、 $\angle b = 180^\circ - (40^\circ + 80^\circ) = 60^\circ$

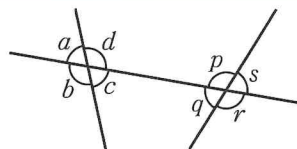
$\angle b$ と $\angle d$ は対頂角だから、 $\angle d = \angle b = 60^\circ$

$$\underline{\angle a = 80^\circ, \angle b = 60^\circ, \angle c = 40^\circ, \angle d = 60^\circ}$$

▶ 同位角・錯角と平行線

問2

右の図で、 $\angle a$ の同位角をいいなさい。
また、 $\angle p$ の錯角をいいなさい。

教科書
p.99

ガイド

同じ向きの角と反対向きの角をさがしてみましょう。

解答

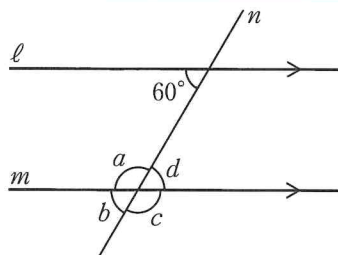
$\angle a$ の同位角は $\angle p$ 、 $\angle p$ の錯角は $\angle c$

参考

同位角や錯角という用語は、ふつう平行線に1本の直線が交わっている図の中で出てきます。そのために、問2のような図では同位角や錯角がわからなくなることがあります。同位角や錯角は、2つの直線に1つの直線が交わってできる角の位置関係で、2直線が平行であるかどうかは関係ないことを確認しておきましょう。



2つの平行な直線 ℓ 、 m に、右の図のように直線 n をひきました。
このとき、 $\angle a$ 、 $\angle b$ 、 $\angle c$ 、 $\angle d$ の大きさは
どうなるでしょうか。

教科書
p.100

ガイド

平行線と同位角の関係から考えます。
また、対頂角は等しいです。

解答

$\ell \parallel m$ より、同位角は等しいので、 $\angle b = 60^\circ$

$\angle b$ と $\angle d$ は対頂角だから、 $\angle d = \angle b = 60^\circ$

$\angle a + \angle d = 180^\circ$ で $\angle d = 60^\circ$ より、 $\angle a = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

$\angle a$ と $\angle c$ は対頂角だから、 $\angle c = \angle a = 120^\circ$

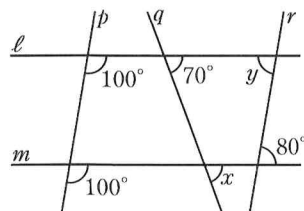
$$\underline{\angle a = 120^\circ, \angle b = 60^\circ, \angle c = 120^\circ, \angle d = 60^\circ}$$

教科書
p.101

問3

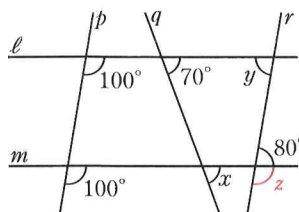
右の図について、次の問いに答えなさい。

- (1) $\ell \parallel m$ である理由をいいなさい。
- (2) $\angle x$, $\angle y$ の大きさを求めなさい。
- (3) ℓ と m のほかに、平行な直線の組を見つけ、記号 $\parallel$ を使って表しなさい。



解答

- (1) (理由) 同位角である2つの角の大きさが、それぞれ 100° で等しいので、 $\ell \parallel m$ である。
- (2) $\ell \parallel m$ ならば、同位角は等しいので、
 $\angle x = 70^\circ$
 $\ell \parallel m$ ならば、錯角は等しいので、
 $\angle y = 80^\circ$ $\angle x = 70^\circ, \angle y = 80^\circ$
- (3) 右の図で、 $\angle z = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$
同位角が 100° で等しいから、 $p \parallel r$ である。

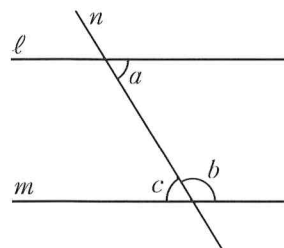

教科書
p.102

説明しよう

右の図で、

$$\angle a + \angle b = 180^\circ \text{ ならば、} \ell \parallel m$$

であることを説明しましょう。



ガイド

一直線のつくる角は 180° であることと、平行線と錯角の関係を利用します。

解答例

(説明) $\angle a + \angle b = 180^\circ$ より、 $\angle a = 180^\circ - \angle b$ ……①

また、 $\angle c + \angle b = 180^\circ$ より、 $\angle c = 180^\circ - \angle b$ ……②

①、②から、 $\angle a = \angle c$ これらは錯角で、錯角が等しいならば、2つの直線は平行であるから、 $\ell \parallel m$

よって、 $\angle a + \angle b = 180^\circ$ ならば、 $\ell \parallel m$ である。

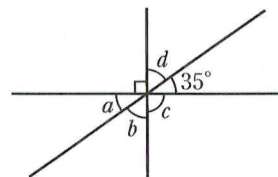
練習問題

① 角と平行線

教科書
p.102

1

右の図のように、3直線が1点で交わっています。

このとき、 $\angle a$, $\angle b$, $\angle c$, $\angle d$ の大きさを求めなさい。


ガイド

一直線のつくる角は 180° であることと、対頂角は等しいことを利用します。

解答

一直線のつくる角は 180° なので、 $\angle d = 180^\circ - (90^\circ + 35^\circ) = 55^\circ$

対頂角は等しいので、 $\angle a = 35^\circ$ 、 $\angle b = \angle d = 55^\circ$ 、 $\angle c = 90^\circ$

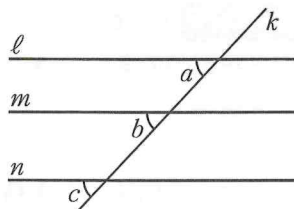
$$\underline{\angle a = 35^\circ, \angle b = 55^\circ, \angle c = 90^\circ, \angle d = 55^\circ}$$

2

右の図で、角の関係を使って、

$$\ell \parallel m, m \parallel n \text{ ならば, } \ell \parallel n$$

であることを説明しなさい。



ガイド

平行線と同位角の関係から考えます。

解答例

(説明) 平行線の同位角は等しいので、

$$\ell \parallel m \text{ だから, } \angle a = \angle b \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

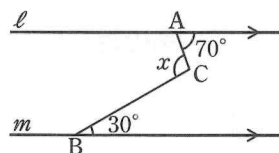
$$m \parallel n \text{ だから, } \angle b = \angle c \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ から, } \angle a = \angle c$$

同位角が等しいので、 $\ell \parallel n$ である。

3

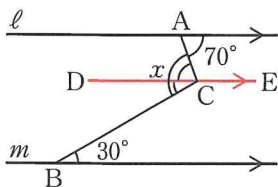
右の図で、 $\ell \parallel m$ のとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。



ガイド

点Cを通り、 ℓ に平行な直線をひいて、平行線の性質を使って求めます。

解答



点Cを通り、 ℓ に平行な直線DEをひくと、錯角は等しいので、

$$\angle x = \angle ACD + \angle BCD$$

$$= 70^\circ + 30^\circ$$

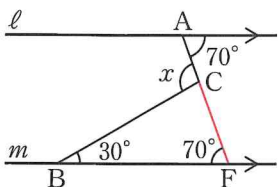
錯角 錯角

$$= 100^\circ$$

$$\underline{\angle x = 100^\circ}$$

参考

次のような方法でも求められます。この方法は、教科書104ページで学習します。



ACを延長して、直線mとの交点をFとすると、

$$\angle CFB = 70^\circ \text{ (錯角)}$$

$$\text{よって, } \angle x = \angle CBF + \angle CFB$$

$$= 30^\circ + 70^\circ$$

$$= 100^\circ$$

2

多角形の角

学習のねらい

三角形の3つの内角の和が 180° であることをもとに、三角形の内角と外角の関係や、多角形（へこみのあるものは考えない）の内角や外角の和を考えます。また、内角の大きさによって三角形を分類します。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□三角形の内角と外角

□三角形の内角・外角の性質

□鋭角・鈍角

□三角形の分類

□多角形の内角の和

□多角形の外角の和

▶右の図で、 $\triangle ABC$ の3つの角 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ を、

内角（ないかく）といいます。また、 $\angle ACD$ 、 $\angle BCE$ を、 $\triangle ABC$ の頂点Cにおける**外角**（がいかく）といいます。

▶① 三角形の3つの内角の和は 180° である。

▶② 三角形の1つの外角は、そのとなりにない2つの内角の和に等しい。

▶ 0° より大きく 90° より小さい角を**鋭角**（えいかく）、 90° より大きく 180° より小さい角を**鈍角**（どんかく）といいます。

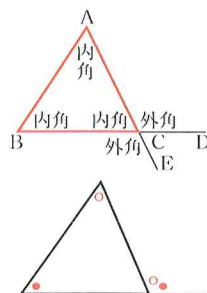
▶**鋭角三角形**……3つの内角がすべて鋭角である三角形

直角三角形……1つの内角が直角である三角形

鈍角三角形……1つの内角が鈍角である三角形

▶ n 角形の内角の和は、 $180^\circ \times (n-2)$ である。

▶多角形の外角の和は、 360° である。



三角形の角の性質について調べましょう。



右の図で、直線BAとCPはどんな位置関係にあるでしょうか。

ガイド

錯角または同位角を見つけて平行線の性質を使います。

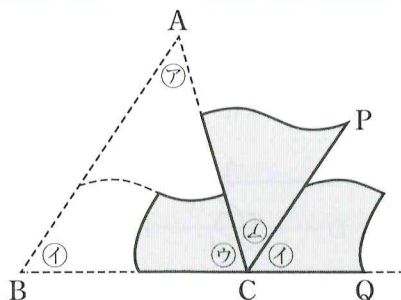
解答

切り取って移動した角㊦は、 $\angle A$ に等しいから、 $\angle A = \angle ACP$

錯角が等しいので、 $BA \parallel CP$

参考

角㊩に着目して、 $\angle B = \angle PCQ$ （同位角が等しい）からも、 $BA \parallel CP$ がいえます。



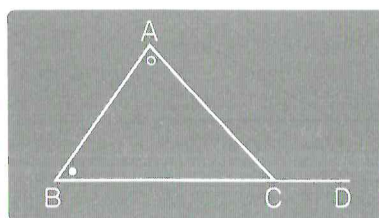
教科書
p.103



説明しよう

$\triangle ABC$ で、辺BCを延長した直線上の点をDとします。このとき、 $\angle A + \angle B$ と等しい角はどれですか。

また、その理由を説明しましょう。



教科書
p.104

ガイド

補助線をひいて、平行線の性質を使って説明します。

解答例

$\angle A + \angle B$ と等しい角は、 $\angle ACD$

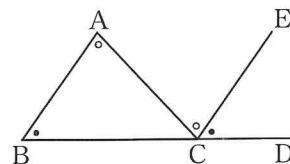
(説明) 点Cを通り、辺BAに平行な直線CEをひくと、

$BA \parallel CE$ より、 $\angle A = \angle ACE$ (錯角)

$\angle B = \angle ECD$ (同位角)

よって、 $\angle A + \angle B = \angle ACE + \angle ECD$

$= \angle ACD$



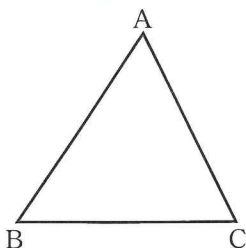
参考

三角形の3つの内角の和が 180° になることから、 $\angle A + \angle B + \angle ACB = 180^\circ$ ……①

また、 $\angle BCD = 180^\circ$ ……② ①, ②から、 $\angle A + \angle B + \angle ACB = \angle BCD$ ……③

③の両辺から $\angle ACB$ をひいて、 $\angle A + \angle B = \angle ACD$ と説明してもかまいません。

問1



$\triangle ABC$ で、頂点Aにおける外角を、左の図に示しなさい。

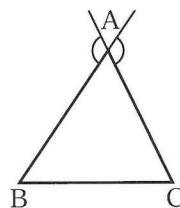
教科書
p.104

ガイド

1つの頂点における外角は、2通り考えられます。

解答

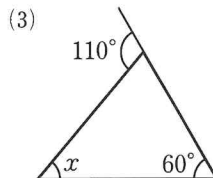
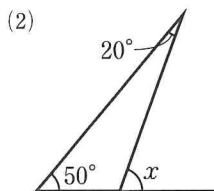
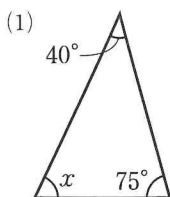
右の図



問2

下の図で、 $\angle x$ の大きさを、それぞれ求めなさい。

教科書
p.105



ガイド

(1) 三角形の3つの内角の和は 180° であることを使います。

(2), (3) 三角形の1つの外角は、そのとなりにない2つの内角の和に等しいことを使います。

解答

(1) $\angle x = 180^\circ - (40^\circ + 75^\circ) = 65^\circ$

(2) $\angle x = 20^\circ + 50^\circ = 70^\circ$

(3) $\angle x + 60^\circ = 110^\circ$ だから、 $\angle x = 110^\circ - 60^\circ = 50^\circ$

内角の大きさによって、三角形を分類しましょう。

教科書
p.105

問3

三角形で、2つの内角が次のような大きさのとき、その三角形は、鋭角三角形、直角三角形、鈍角三角形のどれになりますか。

(1) 20° , 60°

(2) 50° , 80°

(3) 25° , 65°

ガイド

2つの内角から残りの内角を求めて考えます。

解答

(1) 残りの内角は、 $180^\circ - (20^\circ + 60^\circ) = 100^\circ$

鈍角三角形

(2) 残りの内角は、 $180^\circ - (50^\circ + 80^\circ) = 50^\circ$

鋭角三角形

(3) 残りの内角は、 $180^\circ - (25^\circ + 65^\circ) = 90^\circ$

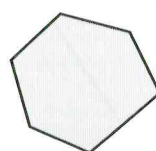
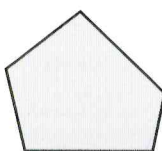
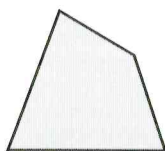
直角三角形

多角形の内角の和や外角の和について調べましょう。

多角形の内角の和



四角形、五角形、六角形の内角の和は、それぞれ何度になるでしょうか。



教科書
p.105

ガイド

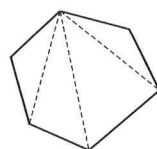
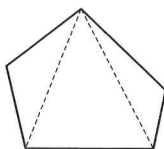
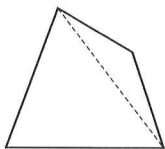
1つの頂点からひいた対角線で、いくつの三角形に分けられるかを考えます。

解答

四角形… $180^\circ \times 2 = 360^\circ$

五角形… $180^\circ \times 3 = 540^\circ$

六角形… $180^\circ \times 4 = 720^\circ$



問4

多角形の1つの頂点から対角線をひき、右(解答欄、一部省略)の表の□にあてはまる数を調べて書き入れなさい。

教科書
p.106

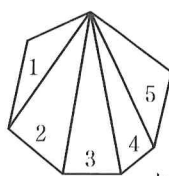
⑦ 辺の数が1増えると、内角の和は何度増えるかな。

ガイド

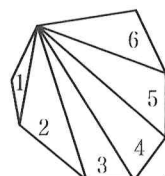
七、八、九角形について、それぞれ1つの頂点からひいた対角線で、いくつの三角形ができるかを考えます。

解答

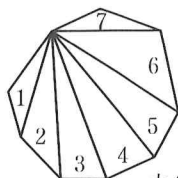
多角形	辺の数	三角形の数	内角の和
⋮	⋮	⋮	⋮
七角形	7	5	$180^\circ \times 5$
八角形	8	6	$180^\circ \times 6$
九角形	9	7	$180^\circ \times 7$
⋮	⋮	⋮	⋮



七角形



八角形



九角形

できる三角形の数は、
辺の数より2少ないね。



⑦ 辺の数が1増えると、できる三角形の数も1増えるので、内角の和は 180° 増えます。

問5

十角形の内角の和は何度ですか。また、正十角形の1つの内角の大きさは何度ですか。

教科書
p.106

ガイド

n 角形の内角の和は、 $180^\circ \times (n-2)$ です。正多角形の内角の大きさは、すべて等しいです。

解答

〈十角形の内角の和〉 $n=10$ のとき、 $180^\circ \times (10-2) = 180^\circ \times 8 = 1440^\circ$

〈正十角形の1つの内角〉 $1440^\circ \div 10 = 144^\circ$

参考

正 n 角形の1つの内角の大きさは、 $\frac{180^\circ \times (n-2)}{n}$ で求められます。

問6

内角の和が次のようになる多角形は何角形ですか。

教科書
p.106

(1) 900°

(2) 1800°

ガイド

n 角形の内角の和を求める式 $180^\circ \times (n-2)$ を利用して、 n についての方程式をつくり、それを解いて n の値を求めます。

解答

(1) $180^\circ \times (n-2) = 900^\circ$

(2) $180^\circ \times (n-2) = 1800^\circ$

$$n-2=5$$

$$n-2=10$$

$$n=7$$

七角形

$$n=12$$

十二角形

説明しよう

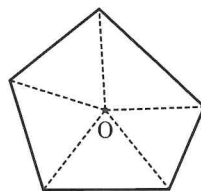
教科書
p.107

かりんさんは、 n 角形の内角の和を、右の図のように考えて、

$$180^\circ \times n - 360^\circ$$

という式で表しました。

かりんさんの考え方を説明しましょう。



ガイド

式の中の $180^\circ \times n$ と 360° が何を表しているか、考えましょう。

解答例

(説明) n 角形の中に点 O をとり、それぞれの頂点に線をひくと n 個の三角形ができる。

n 個の三角形の内角の和の合計は、 $180^\circ \times n$

これから点 O のまわりの角 360° をひくと、 n 角形の内角の和が求められる。

よって、 $180^\circ \times n - 360^\circ$ は n 角形の内角の和になる。

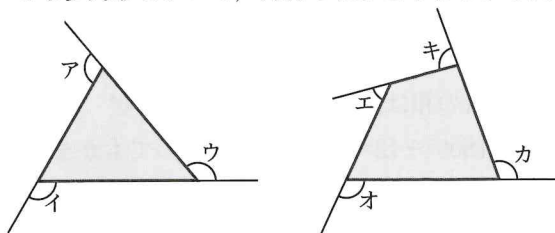
➤ 多角形の外角の和



下の図の三角形、四角形の外角の和は何度でしょうか。

教科書
p.107

また、ノートにいろいろな多角形をかいて、外角の和がどうなるかを調べましょう。



ガイド

調べ方として、

- ・いろいろな図をかいて、外角を分度器で測って和を求める。
- ・角を移動させて考える。
- ・すでに知っている内角の和の公式を使う。

などが考えられます。

解答例

図の三角形、四角形の外角の大きさを測って、それぞれ和を求めると、

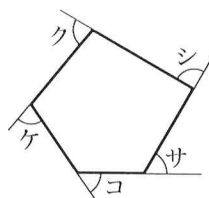
$$\angle \text{ア} + \angle \text{イ} + \angle \text{ウ} = 110^\circ + 120^\circ + 130^\circ = 360^\circ$$

$$\angle \text{エ} + \angle \text{オ} + \angle \text{カ} + \angle \text{キ} = 50^\circ + 115^\circ + 110^\circ + 85^\circ = 360^\circ$$

また、右の図の五角形で外角の和を求めると、

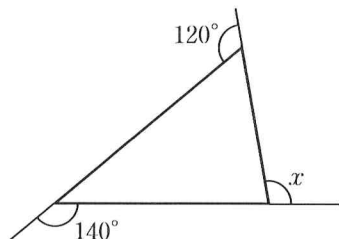
$$\angle \text{ク} + \angle \text{ケ} + \angle \text{コ} + \angle \text{サ} + \angle \text{シ}$$

$$= 80^\circ + 75^\circ + 55^\circ + 60^\circ + 90^\circ = 360^\circ$$

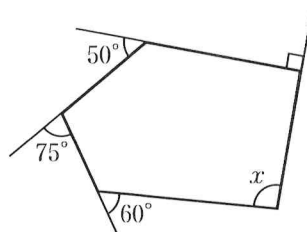

問7

下の図で、 $\angle x$ の大きさを、それぞれ求めなさい。

(1)



(2)


教科書
p.108

ガイド

(1) 多角形の外角の和は 360° であることを利用します。

(2) $\angle x + (\angle x \text{の外角}) = 180^\circ$ を利用します。

解答

(1) $\angle x = 360^\circ - (120^\circ + 140^\circ) = 100^\circ$

(2) $\angle x$ の外角は、 $360^\circ - (90^\circ + 50^\circ + 75^\circ + 60^\circ) = 85^\circ$

$$\angle x = 180^\circ - 85^\circ = 95^\circ$$

問8

正十二角形の1つの外角の大きさは何度ですか。

また、1つの内角の大きさは何度ですか。

教科書
p.108

ガイド

多角形の外角の和は、辺の数に関係なく 360° です。

1つの内角の大きさは、どの頂点でも、内角と外角の和が 180° であることから考えます。

解答

外角の和は 360° だから、正十二角形の1つの外角は、 $360^\circ \div 12 = 30^\circ$

1つの頂点で、内角と外角の和は 180° で、外角が 30° だから、

1つの内角は、 $180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$

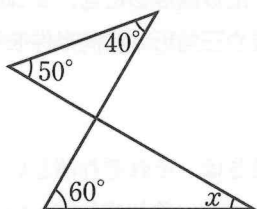
参考

正十二角形の内角の和は、 $180^\circ \times (12 - 2) = 1800^\circ$

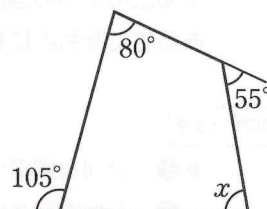
1つの内角は、 $1800^\circ \div 12 = 150^\circ$ として求めてもかまいません。

1 下の図で、 $\angle x$ の大きさを、それぞれ求めなさい。

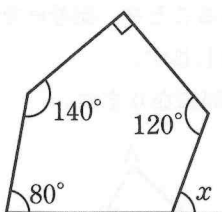
(1)



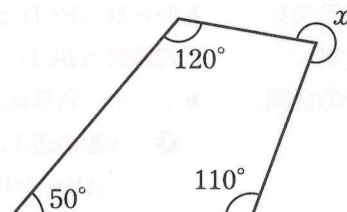
(2)



(3)



(4)



ガイド

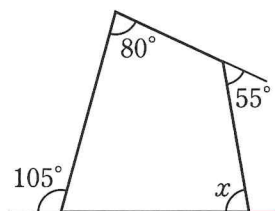
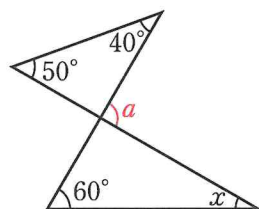
- (1)は、三角形の内角・外角の性質から考えます。
 (2)は、多角形の外角の和が 360° であることを利用します。
 (3)は、まず五角形の内角の和を求めてから、残りの1つの内角を求めます。
 (4)は、まず四角形の内角の和を求めてから、残りの1つの内角を求めます。

解答

- (1) 右の図で、三角形の内角・外角の性質から、
 $\angle a = 40^\circ + 50^\circ = 90^\circ$
 また、 $\angle x + 60^\circ = \angle a$ だから、
 $\angle x = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$
- (2) 80° のところの外角は、 $180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$ だから、
 $\angle x$ のところの外角は、
 $360^\circ - (55^\circ + 100^\circ + 105^\circ) = 360^\circ - 260^\circ = 100^\circ$
 よって、 $\angle x = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$
- (3) 五角形の内角の和は、 $180^\circ \times (5-2) = 540^\circ$ だから、
 $\angle x$ のところの内角の大きさは、
 $540^\circ - (120^\circ + 90^\circ + 140^\circ + 80^\circ) = 540^\circ - 430^\circ = 110^\circ$
 よって、 $\angle x = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$
- (4) 四角形の内角の和は、 $180^\circ \times (4-2) = 360^\circ$ だから、
 $\angle x$ のところの内角は、
 $360^\circ - (120^\circ + 50^\circ + 110^\circ) = 360^\circ - 280^\circ = 80^\circ$
 よって、 $\angle x = 360^\circ - 80^\circ = 280^\circ$

参考

- (1) $180^\circ - (50^\circ + 40^\circ) = 90^\circ$
 $\angle x = 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ) = 30^\circ$



3

三角形の合同

学習のねらい

平面上の2つの図形で、一方が他方にぴったり重なるとき、2つの図形は合同であることをもとにして、合同な図形の性質や三角形の合同条件を考えます。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□合同な図形の性質

□合同な図形を表す記号

□三角形の合同条件

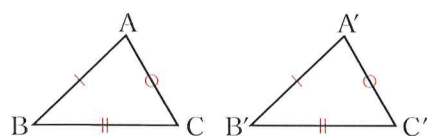
- ▶① 合同な図形では、対応する線分の長さは、それぞれ等しい。
 ② 合同な図形では、対応する角の大きさは、それぞれ等しい。
 ▶四角形 ABCD と四角形 EFGH が合同であることを、記号 $\equiv$ を使って、
四角形 ABCD $\equiv$ 四角形 EFGH のように表します。
 ▶2つの三角形は、次のそれぞれの場合に合同になります。

- ① **3組の辺**が、それぞれ等しいとき

$$AB = A'B'$$

$$BC = B'C'$$

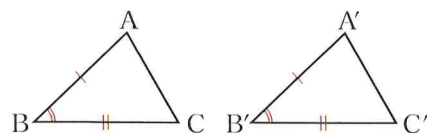
$$CA = C'A'$$



- ② **2組の辺とその間の角**が、それぞれ等しいとき

$$AB = A'B', BC = B'C'$$

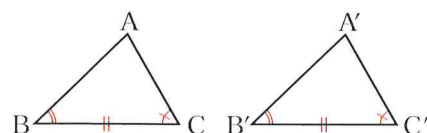
$$\angle B = \angle B'$$



- ③ **1組の辺とその両端の角**が、それぞれ等しいとき

$$BC = B'C'$$

$$\angle B = \angle B', \angle C = \angle C'$$

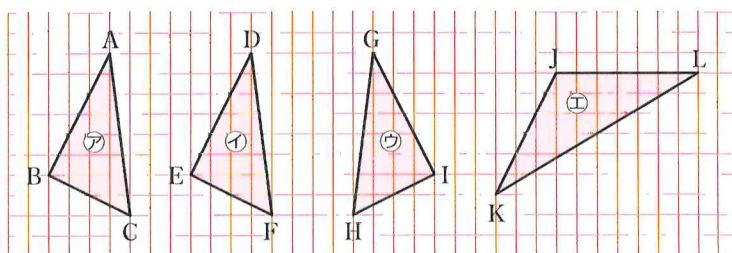


合同な三角形の性質について調べましょう。



下の図で、①～⑤のうち、⑦とぴったり重なる三角形はどれでしょうか。
 また、そのとき重なり合う辺をいみましょう。

教科書
p.110



裏返すと重なるものもあるよ。



ガイド

図形を移動してぴったり重ねるには、ずらしたり、回したり、裏返したりする方法があります。

解答

- ・⑦とぴったり重なる三角形は、①と②
- ・重なり合う辺は、①…辺 AB と辺 DE, 辺 BC と辺 EF, 辺 CA と辺 FD
- ②…辺 AB と辺 GI, 辺 BC と辺 IH, 辺 CA と辺 HG

問1

前ページの **ひろげよう** の合同な三角形㉗と㉘について、対応する辺と角を、それぞれいいなさい。また、この2つの三角形が合同であることを、記号 $\equiv$ を使って表しなさい。

教科書
p.111

ガイド

記号 $\equiv$ を使って2つの図形が合同であることを表すとき、**対応する頂点を順に並べます**。

解答

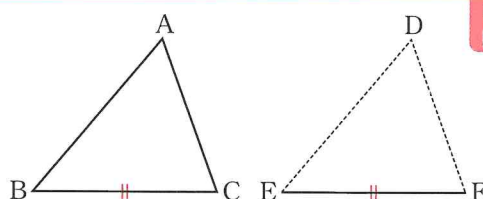
- ・対応する辺…辺 AB と辺 GI, 辺 BC と辺 IH, 辺 CA と辺 HG
- ・対応する角… $\angle A$ と $\angle G$, $\angle B$ と $\angle I$, $\angle C$ と $\angle H$
- ・ $\triangle ABC \equiv \triangle GIH$

2つの三角形が合同になるための条件について学びましょう。



$\triangle ABC$ と合同な $\triangle DEF$ をかく方法を考えます。

はじめに、辺 BC と等しい長さの辺 EF をかきました。頂点 D は、どのようにして決めればよいでしょうか。



教科書
p.111

ガイド

頂点 D の決め方は、1 通りではありません。

解答例

次の3通りの決め方が考えられる。

- (1) 点 E を中心とする半径 AB の円と、点 F を中心とする半径 AC の円をそれぞれかき、その交点を D とする。
- (2) $\angle E = \angle B$ となるように直線をかき、点 E を中心とする半径 AB の円をかいて、その交点を D とする。または、 $\angle F = \angle C$ となるように直線をかき、点 F を中心とする半径 AC の円をかいて、その交点を D とする。
- (3) $\angle E = \angle B$, $\angle F = \angle C$ となるように2本の直線をかき、その交点を D とする。

問2

上の **ひろげよう** で、 $EF = BC$ のほかに、
 $\angle E = \angle B$, $DE = AB$
となるように点 D を決めて、 $\triangle DEF$ をかきなさい。

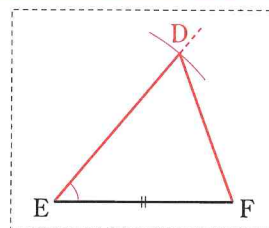
教科書
p.111

ガイド

ひろげよう の **解答例** の(2)のかき方です。

解答

右の図



問3

上の **ひろげよう** で、 $EF = BC$ のほかに、
 $DE = AB$, $DF = AC$
となるように点 D を決めて、 $\triangle DEF$ をかきなさい。

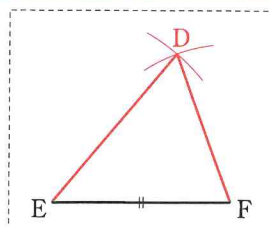
教科書
p.111

ガイド

ひろげよう の **解答例** の(1)のかき方です。

解答

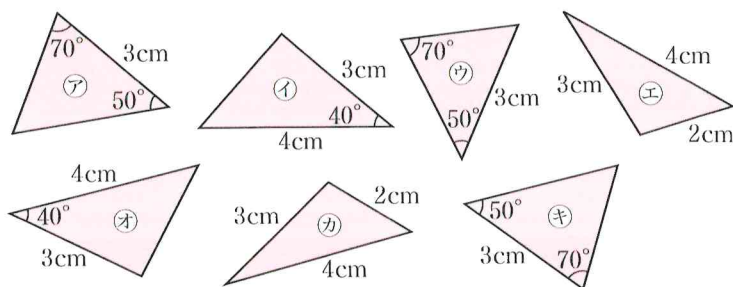
右の図



教科書
p.112

問4

下の㊦～㊫の三角形を、合同な三角形の組に分けなさい。
また、そのとき使った合同条件をいいなさい。



ガイド

辺の長さや角の大きさに着目し、三角形の合同条件のどれにあてはまるかを調べます。

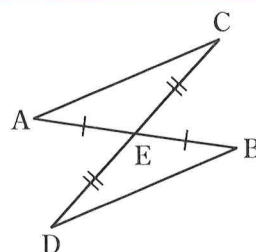
解答

㊦と㊫…1組の辺とその両端の角が、それぞれ等しい。
㊧と㊪…2組の辺とその間の角が、それぞれ等しい。
㊨と㊩…3組の辺が、それぞれ等しい。

問5

右の図で、線分 AB と CD が、
 $AE=BE$, $CE=DE$

となるように、点 E で交わっています。
この図で、合同な三角形の組を、記号 $\equiv$ を使って
表しなさい。
また、そのとき使った合同条件をいいなさい。



教科書
p.112

ガイド

$\triangle ACE$ と $\triangle BDE$ の辺の長さや角の大きさに着目し、三角形の合同条件のどれにあてはまるかを調べます。

解答

上の図で、 $AE=BE$, $CE=DE$
また、対頂角は等しいので、 $\angle AEC=\angle BED$
よって、 $\triangle ACE \equiv \triangle BDE$
合同条件…2組の辺とその間の角が、それぞれ等しい。



練習問題

3 三角形の合同

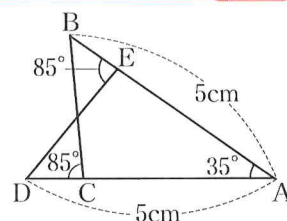
教科書
p.113

1

右の図で、 $\triangle ABC$ と $\triangle ADE$ は合同になります。
このことをいうには、三角形の合同条件のどれを使えばよいですか。

ガイド

$\triangle ABC$ と $\triangle ADE$ の内角について、求められる角を計算で
求めて考えます。



解答

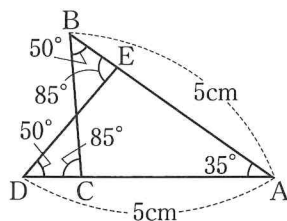
$\triangle ABC$ で, $AB=5\text{ cm}$, $\angle A=35^\circ$, $\angle B=85^\circ-35^\circ=50^\circ$

$\triangle ADE$ で, $AD=5\text{ cm}$, $\angle A=35^\circ$, $\angle D=85^\circ-35^\circ=50^\circ$

であるから, 「1組の辺とその両端の角が, それぞれ等しい」三角形は合同であることを使って,

$\triangle ABC \equiv \triangle ADE$ がいえる。

合同条件…1組の辺とその両端の角が, それぞれ等しい。



2

けいたさんとかりんさんが, 次の(1)~(3)の三角形をかきます。2人がかく三角形は, かならず合同になるといえますか。(1)~(3)のそれぞれについて答えなさい。

(1) 1辺の長さが5 cm の正三角形

(2) 等しい辺の長さが7 cm の二等辺三角形

(3) 2つの内角が 60° と 80° の三角形

ガイド

合同になる場合は, 三角形の3つの合同条件のうちのどれかにあてはまります。

合同になるとはいえない場合は, 合同にならない理由を示しましょう。

解答

(1) 3組の辺が, それぞれ等しいので, 合同になるといえる。

(2) 2組の辺は, それぞれ等しいが, その間の角や残りの1組の辺については等しいとは限らないので, 合同になるとはいえない。

(3) 3つの角は, それぞれ等しくなるが, 辺の長さが等しいとは限らないので, 合同になるとはいえない。



数学



ライブラリー



2組の辺とその間にない角の場合には?

教科書 p. 113

2つの三角形は, 2組の辺とその間の角が, それぞれ等しいとき, 合同になります。では, 2組の辺とその間にない角が, それぞれ等しいときにはどうでしょうか。右の図のような $\triangle ABC$ と, $EF=8\text{ cm}$, $FD=6\text{ cm}$, $\angle E=40^\circ$ の $\triangle DEF$ で考えてみましょう。

解答

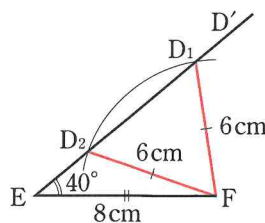
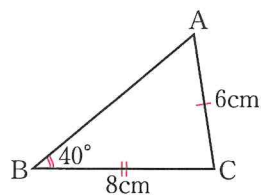
① $EF=8\text{ cm}$ の線分をかく。

② $\angle E=40^\circ$ となる直線 ED' をひく。

③ Fを中心として半径6 cm の円をかき, 直線 ED' との2つの交点を D_1 , D_2 とする。

このとき, $\triangle D_1EF$, $\triangle D_2EF$ は, どちらも $EF=8\text{ cm}$, $FD_1=FD_2=6\text{ cm}$, $\angle E=40^\circ$ の三角形になっている。

$D=D_1$ のときは, $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ であるが, $D=D_2$ のときは, $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ は合同ではない。つまり, 2組の辺とその間にない角が, それぞれ等しくても, 合同であるとはいえない。



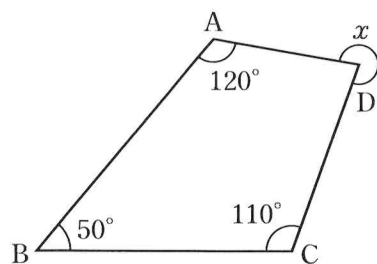
2節 図形の性質の利用

角の大きさを求めることができるかな？

これまでに、角と平行線の性質や多角形の角の性質などを学んできました。

学んだことを使うと、例えば、(教科書) 109 ページの
① (4) のような四角形については、 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ の大きさがわかっているれば、 $\angle x$ の大きさを求めることができました。

上(右)の四角形の点Dを動かして図形の形を変えても、 $\angle x$ の大きさを求めることはできるでしょうか。



話しあおう

教科書
p.114

右の図で、 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ の大きさがわかっているとき、 $\angle x$ の大きさを求めるにはどうすればよいでしょうか。(図は省略)

ガイド

適当な補助線をひいて、三角形の内角・外角の性質を使って求めます。

解答例

- ㉗のように補助線をひくと、

三角形の内角・外角の性質から、

$$\angle a + \angle A = \angle c, \quad \angle b + \angle C = \angle d$$

$$\text{また、} \angle a + \angle b = \angle B, \quad \angle x = \angle c + \angle d$$

$$\text{よって、} \angle x = \angle a + \angle A + \angle b + \angle C$$

$$= \angle A + (\angle a + \angle b) + \angle C$$

$$= \angle A + \angle B + \angle C$$

- ㉘のように補助線をひくと、

三角形の内角・外角の性質から、

$$\angle x = \angle p + \angle C$$

$$\text{また、} \angle p = \angle A + \angle B$$

$$\text{よって、} \angle x = \angle A + \angle B + \angle C$$

- ㉙のように補助線をひくと、

三角形の内角の和は 180° だから、

$$\angle A + \angle B + \angle C + \angle m + \angle n = 180^\circ \text{ より、}$$

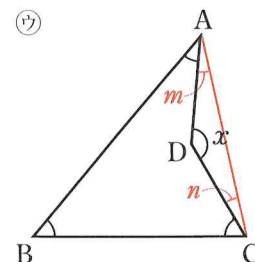
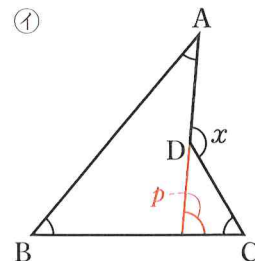
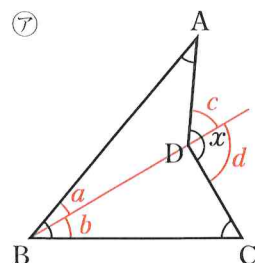
$$\angle m + \angle n = 180^\circ - (\angle A + \angle B + \angle C)$$

$$\text{また、} \angle x + \angle m + \angle n = 180^\circ$$

$$\text{よって、} \angle x = 180^\circ - (\angle m + \angle n)$$

$$= 180^\circ - \{180^\circ - (\angle A + \angle B + \angle C)\}$$

$$= \angle A + \angle B + \angle C$$



1

図形の性質の利用

学習のねらい

角の大きさを求めたり、距離^{きょり}を求めることができる理由を説明したりして、いろいろな問題を解決することにより、図形の性質についての理解を深めます。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□図形の性質
の利用

▶角の大きさや線分の長さなど、いろいろな図形の問題を解決するために、これまでに学んだ図形の性質を使うを考えます。

説明しよう

教科書
p.115

かりんさんとけいたさんは、次のように考えて $\angle x$ の大きさを求めました。

それぞれどのように考えたのか、説明しましょう。(図は省略)

〈かりん〉 線分 AC をひいて、2つの三角形をつくったよ。

〈けいた〉 線分 BD をひいて、2つの三角形をつくったよ。

ガイド

三角形の内角・外角の性質を使って求めます。

解答例

(説明) 〈かりん〉

線分 AC をひくと、三角形の内角の和は 180° だから、

$35^\circ + 50^\circ + 60^\circ + \angle m + \angle n = 180^\circ$ より、

$\angle m + \angle n = 35^\circ$

また、 $\angle m + \angle n + \angle x = 180^\circ$

よって、 $\angle x = 180^\circ - 35^\circ = 145^\circ$

〈けいた〉

線分 BD をひいて右の図のようにのばすと、三角形の内角・外角の性質から、

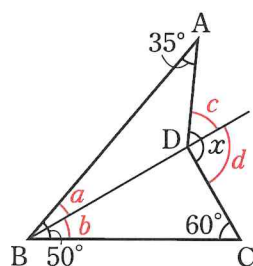
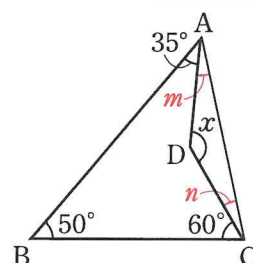
$\angle a + 35^\circ = \angle c$, $\angle b + 60^\circ = \angle d$

また、 $\angle a + \angle b = 50^\circ$, $\angle x = \angle c + \angle d$

よって、 $\angle x = \angle a + 35^\circ + \angle b + 60^\circ$

$= (\angle a + \angle b) + 95^\circ$

$= 50^\circ + 95^\circ = 145^\circ$



説明しよう

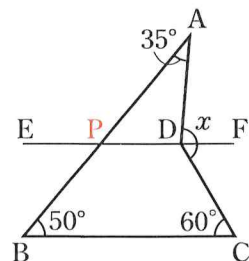
教科書
p.116

右の図(省略)のように、点Dを通り、辺BCに平行な直線EFをひいて $\angle x$ の大きさを求めるには、どのように考えればよいでしょうか。

ガイド

平行線の同位角、錯角は等しいことを使って考えます。

解答例 右の図で、平行線の同位角、錯角は等しいので、
 $\angle APD = 50^\circ$, $\angle CDF = 60^\circ$
 三角形の内角・外角の性質から、 $\triangle APD$ で、
 $\angle ADF = \angle A + \angle APD = 35^\circ + 50^\circ = 85^\circ$
 よって、 $\angle x = \angle ADF + \angle CDF = 85^\circ + 60^\circ = 145^\circ$



1 $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$, $\angle x$ の大きさの関係について考えます。

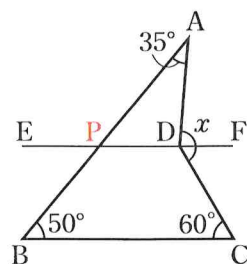
- (1) 4つの角の大きさの間には、どのような関係が成り立つと予想できますか。
- (2) (1)の予想が正しいことを、図形の性質を使って確かめなさい。

教科書
p.116

ガイド 上の **説明しよう** の考え方を使って考えます。

解答例 (1) $\angle x = \angle A + \angle B + \angle C$

- (2) 右の図で、平行線の同位角、錯角は等しいので、
 $\angle APD = \angle B$, $\angle CDF = \angle C$
 三角形の内角・外角の性質から、 $\triangle APD$ で、
 $\angle ADF = \angle A + \angle APD$
 よって、 $\angle x = \angle ADF + \angle CDF = \angle A + \angle APD + \angle C = \angle A + \angle B + \angle C$



参考 この本の110ページの **話しあおう** のように考えても説明できます。

▶ 三角形の合同の利用

説明しよう

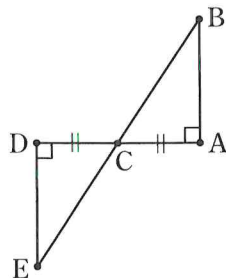
教科書
p.117

上の①~③の方法(省略)で、陸上の地点Aから船Bまでの距離を求めることができる理由を説明しましょう。

ガイド 2つの三角形が合同になることを使って考えます。

解答例 (説明) ①の方法から、 $\angle A = 90^\circ$, $AC = DC$
 ②の方法から、 $\angle D = 90^\circ$, また、対頂角は等しいから、
 $\angle ACB = \angle DCE$
 よって、 $\triangle ABC$ と $\triangle DEC$ で、
 1組の辺とその両端の角が、それぞれ等しいので、
 $\triangle ABC \equiv \triangle DEC$

合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、 $AB = DE$
 したがって、①~③の方法で、陸上の地点Aから船Bまでの距離を求めることができる。

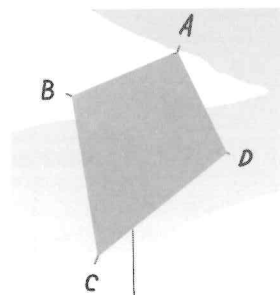


3 証明

たこをつくらう

けいたさんは、ハタを参考にして、右のような、
 $AB=AD$, $BC=DC$
 である四角形 $ABCD$ のたこをつくらうとしています。

点 A , C から、コンパスを使って異なる半径の円をかき、その交点を点 B , D とします。
 このとき、四角形 $ABCD$ を作図しましょう。



解答

右の図

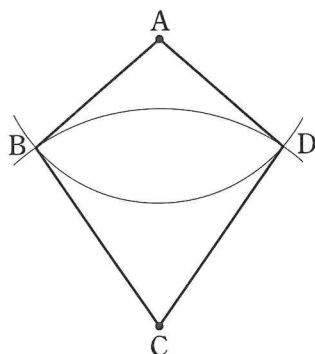
(作図) 点 A と点 C をそれぞれ中心として、2つの円が交わるように、異なる半径で円をかき、その交点を、それぞれ B , D とする。

(図に合わせるため、左側の交点を B , 右側の交点を D とする。)

点 A , B , C , D の順に直線で結び、四角形 $ABCD$ をかく。

参考

点 A と点 C の間は 3.8 cm だから、点 A を中心とする円と点 C を中心とする円の半径が、あわせて 3.8 cm より長くなければ交わりません。



話しあおう

教科書
p.118

できた図形の中から、等しい角を見つけましょう。
 また、どうすれば等しいことがいえるでしょうか。

解答例

等しい角… $\angle B$ と $\angle D$ が等しく見える。

- 点 A と点 C を結ぶと、2つの三角形、 $\triangle ABC$ と $\triangle ADC$ ができる。この2つの三角形が合同であることがいえたら、 $\angle B = \angle D$ がいえる。

AB と AD は同じ半径で等しく、 CB と CD も同じ半径で等しい。 AC は共通だから、3組の辺が、それぞれ等しい。このことから、 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ がいえる。

- 点 B と点 D を結ぶと、2つの三角形 $\triangle ABD$, $\triangle CBD$ ができる。この2つの三角形は二等辺三角形だから、それぞれ、 $\angle ABD = \angle ADB$, $\angle CBD = \angle CDB$ がいえる。このことから、 $\angle B$ と $\angle D$ が等しいことがいえる。

1

証明とそのしくみ

学習のねらい

あることがらがいつも成り立つことを説明するには、すじ道を立てて明らかにすることが必要です。この説明のしかたが証明であることを知り、証明のしくみを理解します。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□仮定と結論

▶数学で考えていくことがらの中には、

□(ア)ならば、□(イ)である

のような形でいい表されるものがあります。

このとき、□(ア)の部分^{かてい}を**仮定**、□(イ)の部分^{けつろん}を**結論**といいます。

□(ア)は、^{あた}与えられてわかっていること

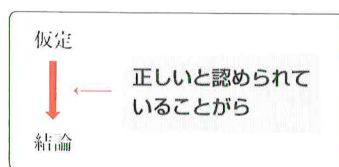
□(イ)は、□(ア)から導こうとしていること
です。

□証明

▶すでに正しいと認められていることがら^{こんきょ}を**根拠**として、仮定から結論^{しやうめい}を導くことを**証明**といいます。

□証明のしくみ

- ① 仮定から出発し、
- ② さらに正しいと認められていることがらを根拠として、
- ③ 結論を導く。



□根拠となることがら

- 対頂角の性質
- 平行線の性質
- 平行線になるための条件
- 三角形の内角・外角の性質
 - 三角形の3つの内角の和は 180°
 - 三角形の1つの外角は、そのとなりにない2つの内角の和に等しい。
- 多角形の内角の和
 - n 角形の内角の和は、 $180^\circ \times (n-2)$
- 多角形の外角の和
 - 多角形の外角の和は、 360°
- 合同な図形の性質
 - 合同な図形では、対応する線分の長さは、それぞれ等しい。
 - 合同な図形では、対応する角の大きさは、それぞれ等しい。
- 三角形の合同条件
 - 2つの三角形は、次のそれぞれの場合に合同である。
 - 3組の辺が、それぞれ等しいとき
 - 2組の辺とその間の角が、それぞれ等しいとき
 - 1組の辺とその両端の角が、それぞれ等しいとき
- 数量についての基本的な性質
 - 等式の性質など

図形の性質を明らかにするしくみについて学びましょう。

教科書
p.119

説明しよう

前ページ(教科書 p.118)でかいた四角形 ABCD では、
 $AB=AD$, $BC=DC$ のとき、 $\angle ABC=\angle ADC$ ……(1)

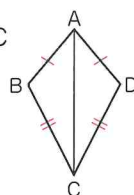
上の(1)のことがらが成り立つことについて、
 けいたさんとかりんさんが、次のような会話をしています。

(けいたさんの考えは省略)

かりんさんのいうように、 $\triangle ABC \equiv \triangle ADC$ となるのはなぜでしょうか。

また、 $\angle ABC=\angle ADC$ となる理由もいみましょう。

実際に測らなくても、
 対角線 AC をひくと、
 $AB=AD$, $BC=DC$
 だから、
 $\triangle ABC \equiv \triangle ADC$
 になるよね。そこから、
 $\angle ABC=\angle ADC$
 がいえるよ。



かりんさんの考え

ガイド

三角形の合同条件のどれにあてはまるかを考えます。
 $\angle ABC=\angle ADC$ となる理由は、合同な図形の性質を使って説明しましょう。

解答例

(説明) $\triangle ABC$ と $\triangle ADC$ で、 $AB=AD$, $BC=DC$

また、AC は共通だから、 $AC=AC$

3 組の辺が、それぞれ等しいので、 $\triangle ABC \equiv \triangle ADC$ となる。

合同な図形では、対応する角の大きさは等しいので、 $\angle ABC=\angle ADC$ となる。

問1

次のことがらについて、仮定と結論をいいなさい。

- (1) $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ ならば、 $AB=DE$ である。
- (2) $\ell \parallel m$, $m \parallel n$ ならば、 $\ell \parallel n$ である。
- (3) $x=3$, $y=5$ ならば、 $x+y=8$ である。

教科書
p.120

ガイド

「○○○ならば、□□□である」というとき、○○○を**仮定**、□□□を**結論**といいます。

解答

- (1) 仮定 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$

結論 $AB=DE$

- (2) 仮定 $\ell \parallel m$, $m \parallel n$

結論 $\ell \parallel n$

- (3) 仮定 $x=3$, $y=5$

結論 $x+y=8$

「ならば」の前が
 仮定で、後ろが
 結論だね。

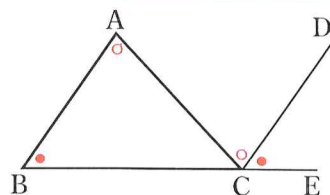


参考

上のように、「ならば」の前後で仮定、結論になっているものばかりではありません。例えば、「三角形の3つの内角の和は、 180° である。」は、「ならば」がありませんが、「三角形であるならば、3つの内角の和は 180° である。」のように、いいかえができます。このような場合は、いいかえて、仮定と結論を見つけます。

問2

(教科書) 103 ページでは、「三角形の3つの内角の和は 180° である」ことを証明しています。この証明では、どのようなことがらを根拠として使っていますか。


教科書
p.121

ガイド

教科書 103 ページの証明では、平行線になるための条件や、平行線の性質などを使っています。

解答

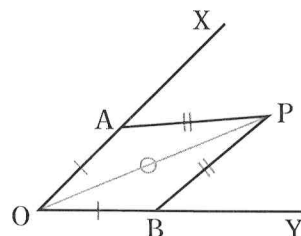
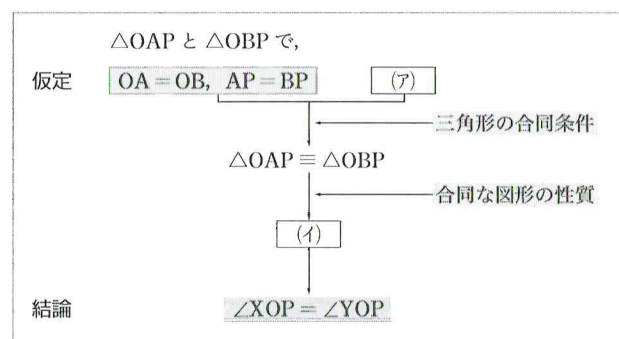
平行線になるための条件

- ・ 2つの直線に1つの直線が交わるとき、錯角が等しいならば、この2つの直線は平行である。

平行線の性質

- ・ 2つの直線に1つの直線が交わるとき、2つの直線が平行ならば、同位角は等しい。一直線の角は 180° である。

問3


教科書
p.122

上の図の(ア)、(イ)にあてはまるものをいいなさい。

また、根拠として使っている

三角形の合同条件、合同な図形の性質

を、それぞれいいなさい。

ガイド

仮定に(ア)のことがらを加えると、三角形の合同条件のどれかが成り立つことから、 $\triangle OAP$ と $\triangle OBP$ について、等しいといえる辺や角を調べます。

(イ)は、 $\triangle OAP$ と $\triangle OBP$ について、合同な図形の性質を使って等しいことがいえることから、対応する角になります。結論 $\angle XOP = \angle YOP$ につながるような、対応する角を見つけましょう。

解答

(ア) $OP = OP$

(イ) $\angle AOP = \angle BOP$

三角形の合同条件…3組の辺が、それぞれ等しい。

合同な図形の性質…合同な図形では、対応する角の大きさは、それぞれ等しい。

2

証明の進め方

学習のねらい

線分の長さや角の大きさが等しいことを証明するとき、三角形の合同条件を根拠として使うことが多いので、ここでは、そのようなときの証明の進め方を学習します。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□証明の進め方

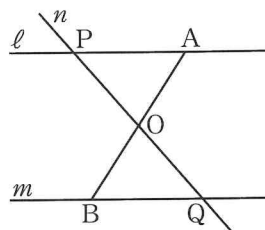
▶ 次のような証明の見通しを立てて、仮定から結論を導きます。

- ① 結論を導くためのことがらを考える。
- ② 仮定や仮定から導かれることがらを考える。
- ③ 考えたことどうしを結びつける。

三角形の合同条件を使った証明の進め方について考えましょう。



右の図で、 $\ell \parallel m$ として、 ℓ 上の点 A と m 上の点 B を結ぶ線分 AB の中点を O とします。点 O を通る直線 n が、 ℓ 、 m と交わる点を、それぞれ、P、Q とするとき、
 $AP=BQ$
であることを証明するには、どうすればよいでしょうか。



教科書
p.123

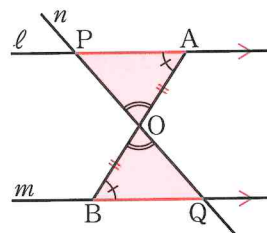
ガイド

まず、仮定と結論を、式の形で表してみましょう。次に、結論を導くために、合同を示す 2 つの三角形を見つけて、仮定から等しいといえる辺や角に印をつけます。それらのことから、三角形の合同条件のどれが使えるかを考えます。

解答例

仮定… $\ell \parallel m$, $AO=BO$, 結論… $AP=BQ$

- ① $AP=BQ$ を導くために、 AP 、 BQ をそれぞれ 1 辺にもつ 2 つの三角形 $\triangle OAP$ と $\triangle OBQ$ に着目する。
- ② 右のように、等しい辺 AO と BO に印をつけ、対頂角に印をつけ、また、 $\ell \parallel m$ から、等しいといえる錯角にも印をつける。
- ③ 三角形の合同条件の「1 組の辺とその両端の角が、それぞれ等しい」を使って、 $\triangle OAP$ と $\triangle OBQ$ の合同を示す。



参考

証明は、次のようになります。

$\triangle OAP$ と $\triangle OBQ$ で、仮定より、O は AB の中点だから、 $AO=BO$ ……①

対頂角は等しいから、 $\angle AOP=\angle BOQ$ ……②

平行線の錯角は等しいので、 $\ell \parallel m$ から、 $\angle OAP=\angle OBQ$ ……③

①、②、③から、1 組の辺とその両端の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle OAP \equiv \triangle OBQ$$

合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、 $AP=BQ$

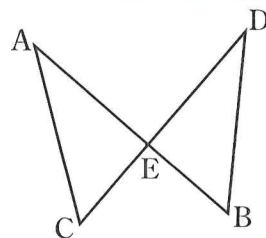
問1

線分 AB と CD が点 E で交わっているとき、

$AE=DE$, $CE=BE$ ならば, $AC=DB$

であることを証明するために、まずは下のような証明の見通しを立てました。

このことをもとに、証明しなさい。



• 結論を導くためのことがらを考える

$AC=DB$ を導くために、 AC , DB を、それぞれ 1 辺にもつ 2 つの三角形 $\triangle ACE$ と $\triangle DBE$ について、 $\triangle ACE \equiv \triangle DBE$ が示せるかどうかを考える。

• 仮定や仮定から導かれることがらを考える

$\triangle ACE$ と $\triangle DBE$ について、

仮定より、

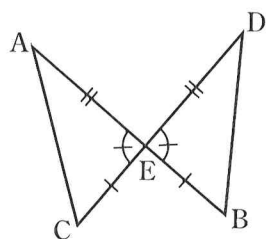
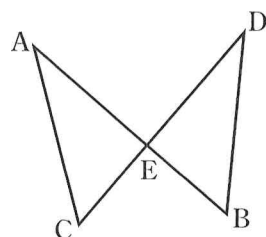
$AE=DE$, $CE=BE$

対頂角は等しいから、

$\angle AEC = \angle DEB$

• 考えたことどうしを結びつける

上のことから、 $\triangle ACE$ と $\triangle DBE$ について、
2 組の辺とその間の角が、それぞれ等しいので、
 $\triangle ACE \equiv \triangle DBE$ が示せる。


ガイド

証明の見通しをもとに、仮定から結論を導きます。

解答

(証明) $\triangle ACE$ と $\triangle DBE$ で、

仮定より、 $AE=DE$, $CE=BE$ ①

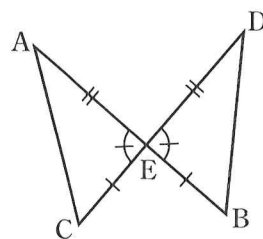
対頂角は等しいから、 $\angle AEC = \angle DEB$ ②

①, ②から、2 組の辺とその間の角が、それぞれ等しいので、

$\triangle ACE \equiv \triangle DBE$

合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、

$AC=DB$


参考

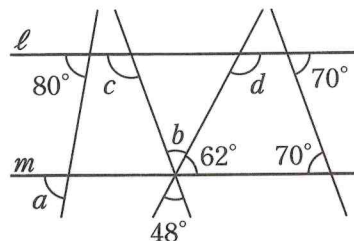
証明の根拠となることがらについては、この本の 114 ページにまとめて掲載してあるので、証明で活用するとよいでしょう。

4章 章末問題 学びをたしかめよう

教科書 p.126~127

1 下(右)の図について、次の問いに答えなさい。

- (1) $\ell \parallel m$ であることを説明しなさい。
- (2) $\angle a$, $\angle b$, $\angle c$, $\angle d$ の大きさを、それぞれ求めなさい。

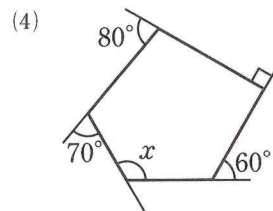
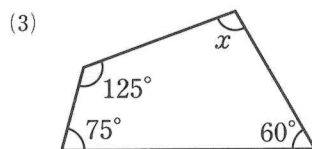
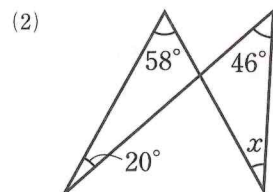
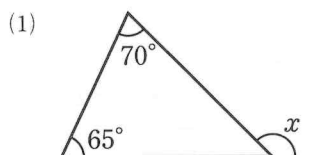


ガイド 平行線と同位角、錯角の関係や、対頂角の性質を利用します。

解答 (1) (説明) 錯角である2つの角の大きさがそれぞれ 70° で等しいので、p.101 問3
 $\ell \parallel m$ である。

- (2) 平行線の同位角は等しいので、 $\ell \parallel m$ から、 $\angle a = 80^\circ$
 対頂角は等しいから、 $\angle b = 48^\circ$
 平行線の錯角は等しいので、 $\ell \parallel m$ から、 $\angle c = \angle b + 62^\circ = 48^\circ + 62^\circ = 110^\circ$
 $\angle d + 62^\circ = 180^\circ$ なので、 $\angle d = 180^\circ - 62^\circ = 118^\circ$

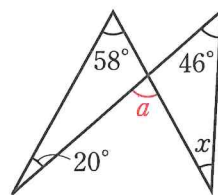
2 下(右)の図で、 $\angle x$ の大きさを、それぞれ求めなさい。



ガイド 三角形の内角・外角の性質や、多角形の内角の和、外角の和を利用して求めます。

解答 (1) $\angle x = 70^\circ + 65^\circ = 135^\circ$ p.105 問2

- (2) 右の図で、三角形の内角・外角の性質から、
 $\angle a = 58^\circ + 20^\circ = 78^\circ$
 また、 $\angle x + 46^\circ = \angle a$ だから、
 $\angle x = \angle a - 46^\circ = 78^\circ - 46^\circ = 32^\circ$



- (3) 四角形の内角の和は 360° だから、
 $\angle x = 360^\circ - (125^\circ + 75^\circ + 60^\circ) = 100^\circ$

(2), (3) p.109 1

(4) $\angle x$ の外角は、 $360^\circ - (60^\circ + 90^\circ + 80^\circ + 70^\circ) = 60^\circ$

$$\angle x = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

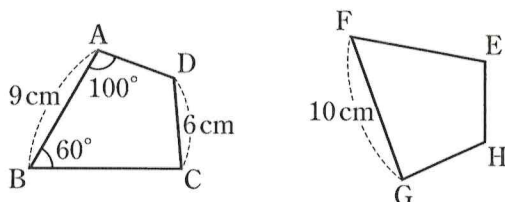
p.108 問7

参考

(2) 対頂角の性質を利用して、三角形の内角の和は 180° であることから、
 $180^\circ - (58^\circ + 20^\circ) = 102^\circ$ $\angle x = 180^\circ - (102^\circ + 46^\circ) = 32^\circ$ と求めてもかまいません。

3

下の図で、四角形 $ABCD \cong$ 四角形 $EFGH$ のとき、辺 BC 、 EF の長さと、 $\angle E$ の大きさを求めなさい。



ガイド

四角形 $ABCD \cong$ 四角形 $EFGH$ のとき、対応する頂点は順に並んでいます。

解答

辺 BC 、 EF 、 $\angle E$ に対応する辺や角はそれぞれ、辺 FG 、 AB 、 $\angle A$ なので、辺 $BC = 10$ cm、辺 $EF = 9$ cm、 $\angle E = 100^\circ$

p.111 問1

4

$\triangle ABC \cong \triangle PQR$ を示します。

合同条件にあうように、次の□にあてはまる辺をいいなさい。

- (1) $AB = PQ$ 、 $BC = QR$ 、□ = □
- (2) $AB = PQ$ 、 $\angle A = \angle P$ 、□ = □
- (3) $\angle A = \angle P$ 、 $\angle B = \angle Q$ 、□ = □

ガイド

三角形の合同条件のどれにあてはまるかを考えて、対応する辺を□の中に入れます。

解答

- (1) $\boxed{AC} = \boxed{PR}$
 (3組の辺が、それぞれ等しい。)
- (2) $\boxed{AC} = \boxed{PR}$
 (2組の辺とその間の角が、それぞれ等しい。)
- (3) $\boxed{AB} = \boxed{PQ}$
 (1組の辺とその両端の角が、それぞれ等しい。)

p.112 問4

5

次のことがらについて、仮定と結論をいいなさい。

- (1) $a = b$ ならば、 $a - c = b - c$ である。
- (2) 2つの直線が平行ならば、同位角は等しい。
- (3) $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ならば、 $\angle A = \angle D$ である。

p.120 問1

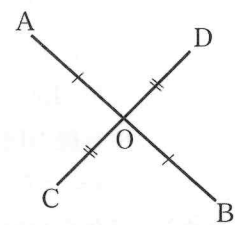
p.120 問1

p.122 問3

ガイド □ア□ならば、□イ□で、アは仮定、イは結論です。

- 解答
- (1) 仮定 $a=b$
 結論 $a-c=b-c$
- (2) 仮定 2つの直線が平行
 結論 同位角は等しい
- (3) 仮定 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$
 結論 $\angle A = \angle D$

6 線分 AB と CD が点 O で交わっているとき、
 $AO=BO$, $CO=DO$ ならば、 $AC=BD$
 であることを証明します。



- (1) 仮定と結論をいいなさい。
- (2) この証明のすじ道は、次のようになります。①～③にあてはまる根拠となることばを、次のア～ウから選びなさい。

ア) 三角形の合同条件 イ) 合同な図形の性質 ウ) 対頂角の性質

$\triangle OAC$ と $\triangle OBD$ で、
 $AO=BO$, $CO=DO$, $\angle AOC = \angle BOD$

①

②

$\triangle OAC \equiv \triangle OBD$

③

$AC=BD$

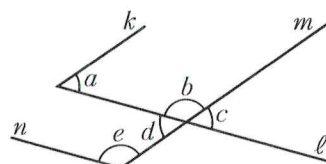
- ガイド (1) □ア□ならば、□イ□で、アは仮定、イは結論です。
- (2) ①は、 $\angle AOC = \angle BOD$ の根拠にあたります。
 ②、③は、それぞれ、 $\triangle OAC \equiv \triangle OBD$, $AC=BD$ がいえる根拠を考えます。

- 解答
- (1) 仮定 $AO=BO$, $CO=DO$
 結論 $AC=BD$
- (2) ① ウ)
 対頂角は等しい。
- ② ア)
 2組の辺とその間の角が、それぞれ等しい。
- ③ イ)
 合同な図形では、対応する辺の長さは等しい。

4章 章末問題 学びを身につけよう

教科書 p.128～129

- 1 右の図で、 $k \parallel m$ 、 $\ell \parallel n$ とします。
 $\angle a = 50^\circ$ のとき、 $\angle e$ の大きさを求めなさい。



ガイド 平行線と同位角の関係を利用します。

解答 平行線の同位角は等しいので、 $k \parallel m$ から、
 $\angle c = \angle a = 50^\circ$

また、 $\angle b + \angle c = 180^\circ$ だから、
 $\angle b = 180^\circ - \angle c = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$

平行線の同位角は等しいので、 $\ell \parallel n$ から、
 $\angle e = \angle b = 130^\circ$

$$\angle e = 130^\circ$$

参考 錯角を利用して、次のように考えてもよいです。

$k \parallel m$ から、 $\angle a = \angle d$ (錯角) よって、 $\angle d = 50^\circ$

$\angle b + \angle d = 180^\circ$ だから、 $\angle b = 180^\circ - \angle d = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$

$\ell \parallel n$ から、 $\angle e = \angle b$ (同位角) よって、 $\angle e = 130^\circ$



- 2 多角形について、次の問いに答えなさい。

- (1) 内角の和が 1080° である多角形は何角形ですか。
- (2) 正二十角形の1つの内角と、1つの外角の大きさを、それぞれ求めなさい。

ガイド (1) n 角形の内角の和を求める式 $180^\circ \times (n-2)$ を利用して、 n についての方程式をつくり、それを解いて n の値を求めます。
(2) n 角形の内角の和は、 $180^\circ \times (n-2)$ で求められ、正多角形の内角の大きさは、すべて等しいです。また、多角形の外角の和は、辺の数に関係なく 360° です。

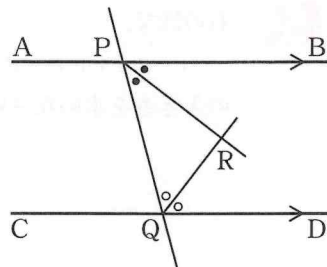
解答 (1) $180^\circ \times (n-2) = 1080^\circ$ $n-2=6$ $n=8$ 八角形
(2) 正二十角形の内角の和は、 $180^\circ \times (20-2) = 3240^\circ$
よって、1つの内角は、 $3240^\circ \div 20 = 162^\circ$
多角形の外角の和は 360° だから、正二十角形の1つの外角は、 $360^\circ \div 20 = 18^\circ$
1つの内角の大きさは 162° 、1つの外角の大きさは 18°

参考 (2) 1つの外角の大きさは、 $360^\circ \div 20 = 18^\circ$
よって、1つの内角の大きさは、 $180^\circ - 18^\circ = 162^\circ$ として求めてもよいです。

3

右の図で、 $AB \parallel CD$ とします。

$\angle BPQ$ の二等分線と $\angle PQD$ の二等分線の交点を R とするとき、 $\angle PRQ$ の大きさを求めなさい。



ガイド

平行線があれば、同位角または錯角を考えてみます。

三角形があれば、内角の和か内角・外角の性質を考えてみると、角度の問題は解決します。

解答

$AB \parallel CD$ から、 $\angle BPQ + \angle DQP = 180^\circ$

$\triangle PQR$ で、

$$\angle RPQ + \angle RQP = (\angle BPQ + \angle DQP) \div 2 = 180^\circ \div 2 = 90^\circ$$

$$\angle PRQ = 180^\circ - (\angle RPQ + \angle RQP) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

$$\underline{\underline{\angle PRQ = 90^\circ}}$$

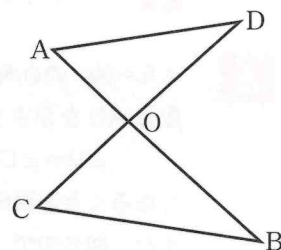
4

右の図のように、線分 AB と CD が点 O で交わっているとき、

$$\angle A + \angle D = \angle B + \angle C$$

となります。

このことを説明しなさい。



ガイド

三角形の内角・外角の性質から、 $\angle A + \angle D$ と $\angle B + \angle C$ が、同じ外角に等しいことを示します。

解答例

(説明) 三角形の1つの外角は、そのとりにない2つの内角の和に等しいから、

$$\triangle AOD \text{ で、} \angle A + \angle D = \angle AOC \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$\triangle BOC \text{ で、} \angle B + \angle C = \angle AOC \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

①、②から、 $\angle A + \angle D = \angle B + \angle C$ となる。

(①、②の $\angle AOC$ は $\angle DOB$ でもよい。)

参考

三角形の内角の和が 180° だから、

$$\angle A + \angle D = 180^\circ - \angle AOD \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$\angle B + \angle C = 180^\circ - \angle BOC \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

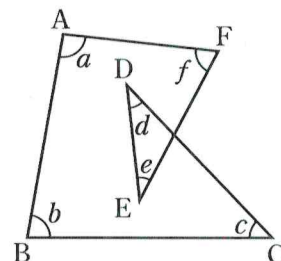
対頂角は等しいので、 $\angle AOD = \angle BOC \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$

①、②、③から、 $\angle A + \angle D = \angle B + \angle C$ としてもよいです。

5 右の図で、

$$\angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e + \angle f$$

の大きさを求めなさい。



ガイド 補助線をひいて考えます。

解答 FE を延長した直線と BC との交点を G とする。

また、CD と EF の交点を H とする。

三角形の内角・外角の性質から、 $\triangle HDE$ で、 $\angle GHC = \angle d + \angle e$

$\triangle CHG$ で、 $\angle HGB = \angle c + \angle GHC = \angle c + \angle d + \angle e$

四角形 ABGF の内角の和は 360° だから、

$$\angle a + \angle b + \angle HGB + \angle f = \angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e + \angle f = 360^\circ$$

360°

参考 線分 FC をひき、四角形 ABCF をつくって求めてもよいです。

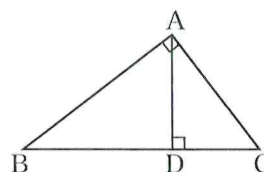
4 で示したことから、 $\angle EFC + \angle DCF = \angle d + \angle e$ を使います。

6 $\angle A = 90^\circ$ の直角三角形 ABC で、頂点 A から辺 BC に垂線 AD をひきます。このとき、

$$\angle B = \angle CAD$$

となることを説明しなさい。

また、図の中で、 $\angle C$ と大きさの等しい角を見つけなさい。



ガイド 直角三角形で、直角でない2つの内角の和は 90° であることを利用します。

解答例 (説明) $\triangle ABC$ で、 $\angle A = 90^\circ$ だから、 $\angle B + \angle C = 90^\circ$ ……①

$$\triangle ADC \text{ で、} \angle CAD + \angle ADC + \angle C = 180^\circ$$

$$\angle ADC = 90^\circ \text{ だから、} \angle CAD + \angle C = 90^\circ \text{ ……②}$$

$$\text{①, ②から、} \angle B = \angle CAD$$

$$\text{また、} \triangle ABD \text{ で、} \angle B + \angle BAD = 90^\circ \text{ ……③}$$

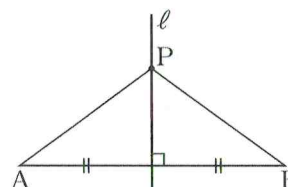
$$\text{①, ③から、} \angle C = \angle BAD$$



7 線分 AB の垂直二等分線 ℓ 上に点 P をとり、点 P と点 A, B とを、それぞれ結ぶ線分をひきます。このとき、

$$PA = PB$$

であることを証明しなさい。



ガイド 結論 $PA = PB$ を説明するためには、垂直二等分線 ℓ の左右の三角形の合同を示します。

解答例 (証明) 線分 AB と垂直二等分線 ℓ との交点を M とする。

$\triangle PAM$ と $\triangle PBM$ で、仮定より、

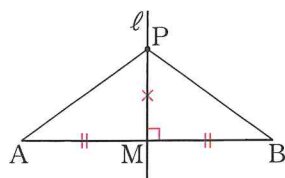
$$AM=BM \quad \cdots \cdots ①, \quad \angle PMA=\angle PMB=90^\circ \quad \cdots \cdots ②$$

PM は、2 つの三角形に共通な辺だから、 $PM=PM \quad \cdots \cdots ③$

①, ②, ③ から、2 組の辺とその間の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle PAM \equiv \triangle PBM$$

合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、 $PA=PB$



8

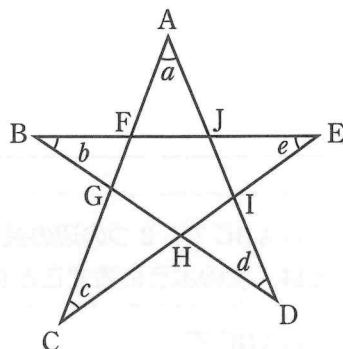
右の図のような星形の先端にできる 5 つの角の和が何度になるかを考えます。あおいさんとオリバーさんは、それぞれどのように考えたのか、説明しなさい。

また、

$$\angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e$$

の大きさを求めなさい。

(あおいさんとオリバーさんの考えは省略)

**ガイド**

(ア)あおいさん： $\angle b$ と $\angle d$ が内角になる三角形を見つけ、三角形の内角・外角の関係に着目します。 $\angle c$ と $\angle e$ についても同じように考えます。

(イ)オリバーさん： $\angle CHD$ が $\angle a + \angle c + \angle d$ に等しいことは、教科書 p.114 の「話しあおう」や教科書 p.116 の 1 で考えたいろいろな方法で説明できます。

解答例

(説明) (ア) 三角形の内角・外角の性質から、

$$\triangle FCE \text{ で、} \angle AFJ = \angle c + \angle e$$

$$\triangle JBD \text{ で、} \angle AJF = \angle b + \angle d$$

したがって、 $\angle a + (\angle c + \angle e) + (\angle b + \angle d)$ は、

$\triangle AFJ$ の内角の和と等しくなるので、

$$\angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e = 180^\circ$$

(イ) 三角形の内角・外角の性質から、

$$\triangle ACI \text{ で、} \angle HID = \angle a + \angle c$$

$$\triangle HID \text{ で、} \angle CHD = \angle HID + \angle d = \angle a + \angle c + \angle d$$

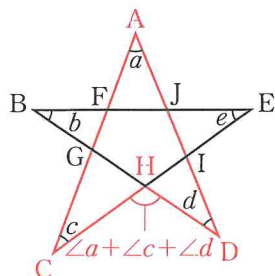
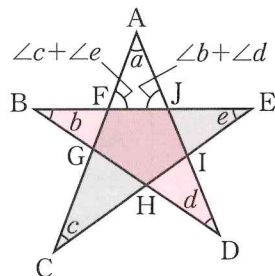
対頂角は等しいから、

$$\angle BHE = \angle CHD = \angle a + \angle c + \angle d$$

したがって、 $(\angle a + \angle c + \angle d) + \angle b + \angle e$ は、

$\triangle BHE$ の内角の和と等しくなるので、

$$\angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e = 180^\circ$$

**参考**

(ア)は、 $\triangle AFJ$ のかわりに、 $\triangle BGF$, $\triangle CHG$, $\triangle DIH$, $\triangle EJI$ でも説明できます。

(イ)は、 $\triangle BHE$ のかわりに、 $\triangle AGD$, $\triangle CIA$, $\triangle DJB$, $\triangle EFC$ でも説明できます。

5章 図形の性質と証明

1節 三角形

証明といえるかな？

•A

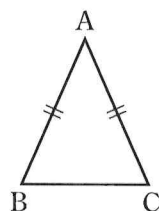
左の図で、点Aを中心にして、直線 ℓ と2点で交わる円をかき、その交点をB、Cとして、 $\triangle ABC$ をかいてみましょう。

2つの辺の長さが等しい三角形について、どんなことがいえるでしょうか。

ℓ

$\triangle ABC$ で、2つの辺の長さが等しければ、2つの角の大きさが等しいことは、次のように表すことができます。

$\triangle ABC$ で、
 $AB=AC$ ならば、 $\angle B=\angle C$ である。……(ア)

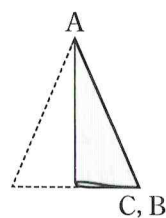


話しあおう

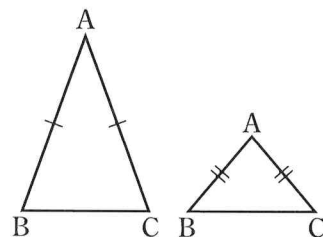
教科書
p.131

(ア)のことがらが、 $AB=AC$ であるどんな三角形でも成り立つことを示すのに、下の2つの説明は証明といえるでしょうか。

$AB=AC$ の $\triangle ABC$ を紙でつくって、
2つに折るとぴったり重なるので、
 $\angle B=\angle C$ が成り立つ。



$AB=AC$ の $\triangle ABC$ をかいて、 $\angle B$ と $\angle C$ の
大きさを分度器で測ってくらべると
等しくなるので、 $\angle B=\angle C$ が成り立つ。



【解答例】

紙でつくったりかいたりした三角形の形で成り立つことしかわからないので、証明とはいえない。

1

二等辺三角形

学習のねらい

二等辺三角形の基本的な性質を調べて、証明によってそれを確かめます。また、定義、定理、逆、反例などの意味を理解します。正三角形の定義や性質についても理解します。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□定義

▶ 使うことばの意味をはっきり述べたものを^{ていぎ}定義といいます。

例 二等辺三角形の定義… 2つの辺が等しい三角形

□二等辺三角形

▶ ^{ちうかく}頂角… 等しい辺のつくる角 (右の図では $\angle A$)

の頂角、底辺、

^{ていへん}底辺… 頂角に対する辺 (右の図では 辺 BC)

底角

^{ていかく}底角… 底辺の両端の角 (右の図では $\angle B$ と $\angle C$)

□二等辺三角形の底角

▶ 二等辺三角形の2つの底角は等しいです。

□二等辺三角形の

▶ 二等辺三角形の頂角の二等分線は、底辺を垂直に2等分します。

頂角の二等分線

□定理

▶ 証明されたことがらのうち、基本になるものを^{ていり}定理といいます。

□2角が等しい三角形

▶ 2つの角が等しい三角形は、二等辺三角形です。

□逆

▶ 2つのことがらが、仮定と結論を入れかえた関係にあるとき、一方を他方の^{さか}逆といいます。

注 あることがらが正しくても、その逆は正しいとは限りません。

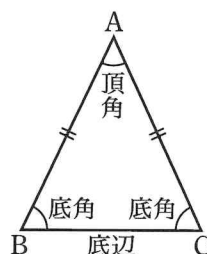
□反例

▶ あることがらの仮定にあてはまるもののうち、結論が成り立たない場合の例を、^{はんれい}反例といいます。

□正三角形

▶ 3つの辺がすべて等しい三角形 (定義)

正三角形は、二等辺三角形の特別なものとみることができます。



二等辺三角形の性質を見つけて、証明しましょう。

教科書
p.132

問1

$\triangle ABC$ で、

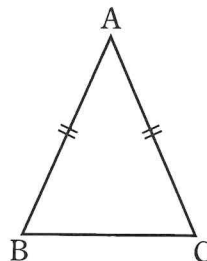
$AB=AC$ ならば、 $\angle B=\angle C$ である。……(ア)

前ページ (教科書 p.131) の(ア)のことがら (上) の仮定と結論を、次の□□に書き入れなさい。

$\triangle ABC$ で、

仮定

結論



ガイド

「○○○ならば、□□□である」とき、○○○を仮定、□□□を結論といいます。

解答

仮定 $AB=AC$ 結論 $\angle B=\angle C$

教科書
p.133

問2

前ページ(教科書 p.132)の「証明」について、次の問いに答えなさい。

- (1) 「2組の辺とその間の角が、それぞれ等しい」とありますが、
「2組の辺とその間の角」とは、どの辺とどの角のことですか。
(2) $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ を示すと、(教科書) 131 ページの(ア)が成り立つといえるのはなぜですか。

ガイド

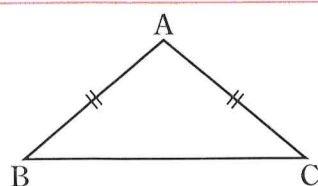
証明のすじ道を確認して考えます。

解答

- (1) 2組の辺……辺 AB と 辺 AC, 辺 AD と 辺 AD
その間の角…… $\angle BAD$ と $\angle CAD$
(2) $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ を示すと、合同な図形では、対応する角が等しいから。

話しあおう

$AB=AC$ である三角形を右の図のように変えると、
(教科書) 131 ページの(ア)が成り立つことを
あらためて証明しなおす必要があるでしょうか。

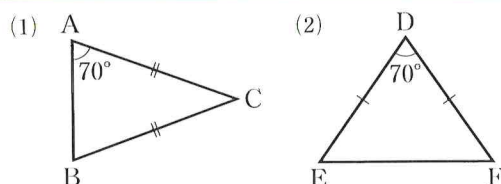
教科書
p.133

解答例

証明で、 $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ から教科書 131 ページの(ア)が成り立つことを示しているが、
三角形の形に関係なく、 $AB=AC$ という条件だけで証明しているので、あらためて証明しなおす必要はない。

問3

右の図の三角形は、同じ印をつけた
辺の長さが等しい二等辺三角形です。
わかっていない内角の大きさを、
それぞれ求めなさい。

教科書
p.134

ガイド

二等辺三角形の2つの底角は等しい、三角形の内角の和は 180° を使います。

解答

- (1) $\triangle CAB$ は $AC=BC$ の二等辺三角形だから、 $\angle B=\angle A$ より、 $\angle B=70^\circ$
 $\angle C=180^\circ-(70^\circ+70^\circ)=40^\circ$

$$\underline{\angle B=70^\circ, \angle C=40^\circ}$$

- (2) $\triangle DEF$ は $DE=DF$ の二等辺三角形だから、 $\angle E=\angle F$ より、
 $\angle E=\angle F=(180^\circ-70^\circ)\div 2=55^\circ$

$$\underline{\angle E=55^\circ, \angle F=55^\circ}$$

証明を読みなおして、二等辺三角形の性質を見つけましょう。



(教科書) 132 ページの「証明」から、二等辺三角形の2つの底角は等しいことが
わかりました。この証明を読みなおしてみると、二等辺三角形について、
ほかにどんなことがわかるでしょうか。

教科書
p.134

ガイド

$\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ からいえることを考えます。

合同な2つの図形では、「対応する辺が、それぞれ等しい」「対応する角が、それぞれ等しい」ことから、記号を使って表します。

解答例

対応する辺の長さは等しいから、 $BD=CD$

対応する角の大きさは等しいから、 $\angle ADB=\angle ADC$

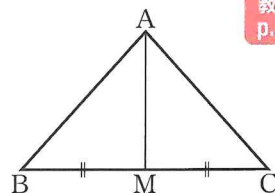
このとき、 $\angle BDC=180^\circ$ だから、 $\angle ADB=90^\circ$ 、 $\angle ADC=90^\circ$ つまり、 $AD \perp BC$

問4

$AB=AC$ の二等辺三角形 ABC で、底辺 BC の中点を M とすると、 $\angle BAM=\angle CAM$ 、 $AM \perp BC$ となります。

(1) 上のことがらの仮定と結論を、記号を使って書きなさい。

(2) 上のことがらを証明しなさい。

教科書
p.135

ガイド

(1) 仮定は、二等辺三角形の定義(2つの辺が等しい三角形)と、 M が辺 BC の中点であることを、記号を使って表します。

(2) $AM \perp BC$ を証明するためには、 $\angle AMB=\angle AMC=90^\circ$ を示します。そのためには $\triangle ABM$ と $\triangle ACM$ の合同をいいます。

解答

(1) 仮定… $AB=AC$ 、 $BM=CM$ 結論… $\angle BAM=\angle CAM$ 、 $AM \perp BC$

(2) (証明) $\triangle ABM$ と $\triangle ACM$ で、

仮定より、 $AB=AC$ ……① $BM=CM$ ……②

また、 AM は共通だから、 $AM=AM$ ……③

①、②、③から、3組の辺が、それぞれ等しいので、

$$\triangle ABM \equiv \triangle ACM$$

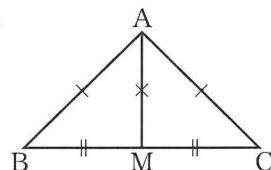
合同な図形では、対応する角は等しいので、 $\angle BAM=\angle CAM$

また、 $\angle AMB=\angle AMC$ ……④

④と、 $\angle AMB+\angle AMC=180^\circ$ から、 $2\angle AMB=180^\circ$

よって、 $\angle AMB=90^\circ$

つまり、 $AM \perp BC$



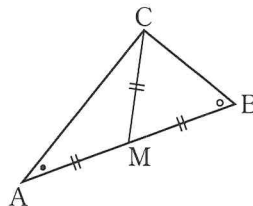
説明しよう

右の図のような $\triangle ABC$ があります。

点 M は辺 AB の中点で、 $MA=MC$ です。

このとき、 $\angle ACB$ の大きさは何度になるでしょうか。

また、その大きさになる理由を説明しましょう。

教科書
p.135

ガイド

$\triangle MAC$ と $\triangle MBC$ は二等辺三角形になります。

二等辺三角形の2つの底角は等しいことを使って、説明します。

解答例

$$\angle ACB = 90^\circ$$

(説明) $\triangle MAC$ は二等辺三角形だから、 $\angle MAC = \angle MCA$ ……①

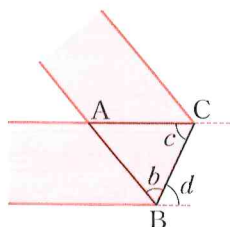
 $\triangle MBC$ は二等辺三角形だから、 $\angle MBC = \angle MCB$ ……②

$$\begin{aligned} \text{①, ②から, } \angle A + \angle ACB + \angle B &= \angle MAC + (\angle MCA + \angle MCB) + \angle MBC \\ &= 2(\angle MCA + \angle MCB) \\ &= 2\angle ACB \end{aligned}$$

$$\angle A + \angle ACB + \angle B = 180^\circ \text{ だから, } \angle ACB = 180^\circ \div 2 = 90^\circ$$

2角が等しい三角形について学びましょう。

リボンを、右の図のように、線分 BC を折り目として折ります。このとき、重なった部分の $\triangle ABC$ で、 $\angle B$ と $\angle C$ の間には、どんな関係があるでしょうか。

教科書
p.135

ガイド

リボンの両端の線は平行です。線分 BC は、平行線に交わる線で、 $\angle b$ 、 $\angle c$ は、テープの重なった部分の角です。

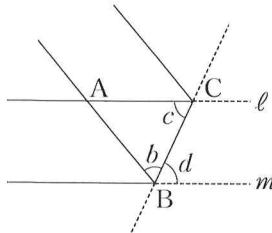
解答

右の図で、 $\ell \parallel m$ から、平行線の錯角は等しいので、

$$\angle c = \angle d \text{ ……①}$$

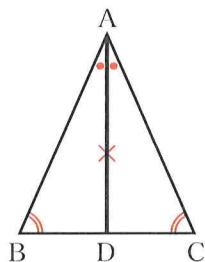
また、折り返した角だから、 $\angle b = \angle d$ ……②

$$\text{①, ②から, } \angle b = \angle c$$

つまり、 $\triangle ABC$ で、 $\angle B = \angle C$

問5
 $\triangle ABC$ で、 $\angle B = \angle C$ ならば、 $AB = AC$ ……(イ)

教科書
p.136

上の(イ)の証明で、にあてはまる記号やことばを書き入れなさい。

証明
 $\angle A$ の二等分線をひき、BC との交点を D とする。

 $\triangle ABD$ と $\triangle ACD$ で、

AD は $\angle A$ の二等分線だから、

$$\angle BAD = \angle \text{ } \text{ ……①}$$

$$\text{仮定より, } \angle B = \angle \text{ } \text{ ……②}$$

三角形の内角の和が 180° であることと、

$$\text{①, ②から, } \angle ADB = \angle \text{ } \text{ ……③}$$

また、AD は共通だから、

$$AD = AD \text{ ……④}$$

①, ③, ④から、が、それぞれ等しいので、

$$\triangle ABD \equiv \triangle ACD$$

合同な図形では、対応する辺は等しいので、

$$AB = AC$$

ガイド

まず、仮定と結論をはっきりさせておきましょう。また、(4)は、二等辺三角形の底角の性質、「二等辺三角形の2つの底角は等しい」の、仮定と結論を入れかえたものになっています。

解答

$$\angle BAD = \angle \boxed{\text{CAD}} \cdots \cdots ①$$

$$\angle B = \angle \boxed{\text{C}} \cdots \cdots ②$$

$$\angle ADB = \angle \boxed{\text{ADC}} \cdots \cdots ③$$

1組の辺とその両端の角

問6

AB=AC の二等辺三角形 ABC で、底角 $\angle B$ 、 $\angle C$ の二等分線をひき、その交点を P とします。

教科書
p.136

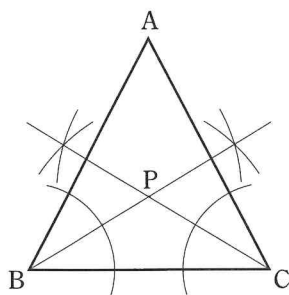
- (1) 上のことがらにあう図をノートにかきなさい。
- (2) $\triangle PBC$ が二等辺三角形となることを証明しなさい。

ガイド

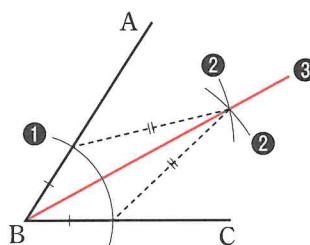
- (1) 二等辺三角形 ABC をかいてから、右下の「参考」のように角の二等分線をかきます。
- (2) $\triangle PBC$ の2つの角が等しいことが示せば、 $\triangle PBC$ は二等辺三角形であるといえます。

解答

(1)



「参考」 角の二等分線のかき方



- (2) (証明) $\triangle ABC$ は $AB=AC$ の二等辺三角形で、二等辺三角形の2つの底角は等しいので、 $\angle B = \angle C \cdots \cdots ①$

$$\text{仮定より、} \angle PBC = \frac{1}{2} \angle B \cdots \cdots ② \quad \angle PCB = \frac{1}{2} \angle C \cdots \cdots ③$$

$$①, ②, ③ \text{ から、} \angle PBC = \angle PCB$$

2つの角が等しい三角形は二等辺三角形だから、
 $\triangle PBC$ は、二等辺三角形である。

仮定と結論を入れかえたことごとらについて考えましょう。

問7

次のことがらの逆をいいなさい。

教科書
p.137

- (1) $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ で、
 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ ならば、 $AB=DE$ 、 $BC=EF$ 、 $CA=FD$ である。
- (2) $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ で、
 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ ならば、 $\angle A = \angle D$ 、 $\angle B = \angle E$ 、 $\angle C = \angle F$ である。

ガイド

もとのことがらの仮定と結論を入れかえます。

解答

- (1) $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ で、
 $AB=DE$, $BC=EF$, $CA=FD$ ならば、 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ である。
- (2) $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ で、
 $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$, $\angle C = \angle F$ ならば、 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ である。

問8

次のことがらの逆をいいなさい。また、それが正しいかどうかを調べて、正しくない場合には反例を示しなさい。

教科書
p.138

- (1) 整数 a , b で、 a も b も奇数ならば、 $a+b$ は偶数である。
- (2) $\triangle ABC$ で、 $\angle C$ が直角ならば、 $\angle A + \angle B = 90^\circ$ である。

ガイド

仮定にあてはまるもののうち、結論が成り立たない場合の例を、反例といいます。反例を1つでも示せば、あることがらが正しくないことが説明できます。

解答

- (1) 整数 a , b で、 $a+b$ が偶数ならば、 a も b も奇数である。
 正しくない。(反例) $a=2$, $b=4$
- (2) $\triangle ABC$ で、 $\angle A + \angle B = 90^\circ$ ならば、 $\angle C$ は直角である。正しい。

正三角形とその性質について学びましょう。

問9

$\triangle ABC$ で、 $\angle A = \angle B = \angle C$ ならば、 $AB=BC=CA$ であることを証明しなさい。

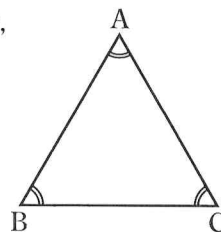
教科書
p.139

ガイド

正三角形は、二等辺三角形の特別なものだから、二等辺三角形の性質をすべてもっています。

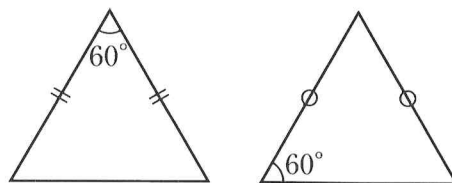
解答

- (証明) 2つの角が等しい三角形は二等辺三角形だから、 $\triangle ABC$ で、
 $\angle A = \angle B$ より、 $CA=CB$ ……①
 $\angle B = \angle C$ より、 $AB=AC$ ……②
 ①, ②から、 $AB=BC=CA$



説明しよう

頂角が 60° の二等辺三角形は、どんな三角形ですか。また、底角が 60° の二等辺三角形は、どんな三角形ですか。その三角形になる理由も説明しましょう。

教科書
p.139

ガイド

残りの角を求めてみます。

解答

どちらの場合も、正三角形である。

(説明) 頂角が 60° のとき、2つの底角は $(180^\circ - 60^\circ) \div 2 = 60^\circ$ であるから、3つの角はすべて 60° である。底角が 60° のとき、頂角は $180^\circ - 60^\circ \times 2 = 60^\circ$ であるから、3つの角はすべて 60° である。よって、どちらの場合も、正三角形である。

1

次のことがらの逆をいいなさい。

また、それが正しいかどうかを調べて、正しくない場合には反例を示しなさい。

- (1) $\triangle ABC$ で、 $\angle C$ が鈍角^{どんかく}ならば、 $\triangle ABC$ は鈍角三角形である。
- (2) a が6の倍数ならば、 a は偶数である。
- (3) 整数 a, b で、 a も b も偶数ならば、 ab は偶数である。
- (4) 2つの直線が平行ならば、同位角は等しい。
- (5) 2つの三角形が合同ならば、面積は等しい。

ガイド

反例を1つでも示せば、あることがらが正しくないことが説明できます。

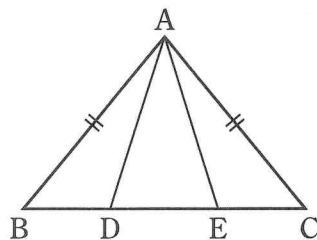
解答

- (1) $\triangle ABC$ が鈍角三角形ならば、 $\angle C$ は鈍角である。正しくない。
(反例) $\angle A=130^\circ, \angle B=20^\circ, \angle C=30^\circ$
- (2) a が偶数ならば、 a は6の倍数である。正しくない。
(反例) $a=2$
- (3) 整数 a, b で、 ab が偶数ならば、 a も b も偶数である。正しくない。
(反例) $a=2, b=3$
- (4) 同位角が等しいならば、2つの直線は平行である。正しい。
- (5) 2つの三角形の面積が等しいならば、2つの三角形は合同である。正しくない。
(反例) 底辺 1 cm、高さ 6 cm の三角形と底辺 2 cm、高さ 3 cm の三角形

2

$AB=AC$ の二等辺三角形 ABC があります。

底辺 BC 上に、 $BD=CE$ となる2点 D, E をとるとき、 $\triangle ADE$ はどんな三角形になりますか。



ガイド

二等辺三角形になることを予想して、2つの辺の長さが等しいことを証明します。

解答

$\triangle ABD$ と $\triangle ACE$ で、

仮定より、 $AB=AC$ ……①

$BD=CE$ ……②

$\triangle ABC$ は $AB=AC$ の二等辺三角形で、二等辺三角形の2つの底角は等しいので、

$\angle ABD=\angle ACE$ ……③

①, ②, ③から、2組の辺とその間の角が、それぞれ等しいので、 $\triangle ABD \equiv \triangle ACE$

合同な図形では、対応する辺は等しいので、 $AD=AE$

よって、 $\triangle ADE$ は $AD=AE$ の二等辺三角形になる。

$AD=AE$ の二等辺三角形

2

直角三角形の合同

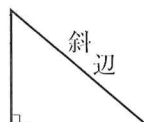
学習のねらい

三角形の合同条件と二等辺三角形の性質から、2つの直角三角形が合同になる条件を導き、さらに、それを使った証明を学習します。

教科書のまとめ テスト前にチェック

- 斜辺
□直角三角形の
合同条件

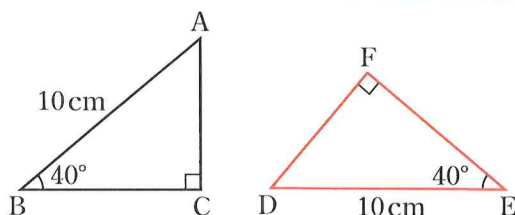
- ▶ 直角三角形で、直角に対する辺を^{しでへん}斜辺といいます。
▶ 2つの直角三角形は、次のそれぞれの場合に合同になります。
① 斜辺と1つの^{えいかく}鋭角が、それぞれ等しいとき
② 斜辺と他の1辺が、それぞれ等しいとき



2つの直角三角形は、どんな場合に合同になるかを考えましょう。



右の図の2つの直角三角形は、合同でしょうか。



教科書
p.140

ガイド

三角形の合同条件のどれにあてはまるかを考えます。

解答

$\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ で、 $AB = DE$ ……①

$\angle B = \angle E = 40^\circ$ ……② $\angle C = \angle F = 90^\circ$ ……③

②、③から、 $\angle A = \angle D = 180^\circ - 40^\circ - 90^\circ = 50^\circ$ ……④

①、②、④から、1組の辺とその^{りょうたん}両端の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle ABC \equiv \triangle DEF$$

$\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ は合同であるといえる。

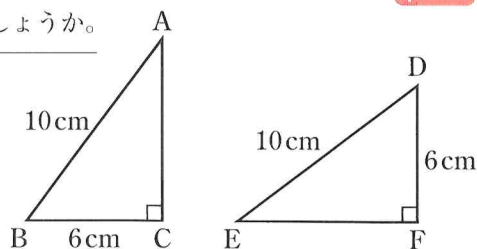


斜辺が10 cmで、他の1辺が6 cmの直角三角形をノートにかいて、ほかの人とくらべてみましょう。どれも合同な三角形になるでしょうか。

教科書
p.141

解答例

斜辺が10 cmで、他の1辺が6 cmの直角三角形をいろいろかいてくらべてみると、右の図のようにどれも合同になりそうである。



教科書
p.141

説明しよう

上でできた $\triangle ABE$ (解答欄) は、どんな三角形ですか。

また、 $\triangle ABE$ では、 $\angle B = \angle E$ が成り立ちます。その理由を説明しましょう。

教科書
p.142

ガイド

$AB=DE$ より $AB=AE$ であることがわかります。
また、点 B, C, E は一直線上に並びます。さらに、
直線 AC で折って重ねるとどうなるかを考えます。

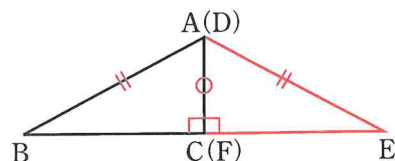
解答

$\triangle ABE$ は $AB=AE$ の二等辺三角形である。

(説明) 二等辺三角形の底角は等しいので、 $\angle B=\angle E$ が成り立つ。

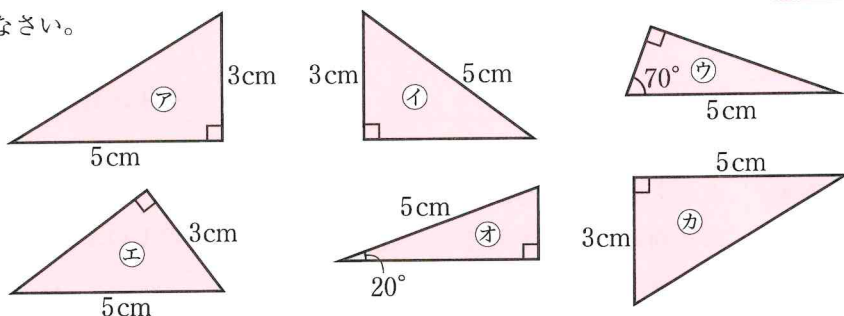
参考

「斜辺と他の1辺が、それぞれ等しいとき、2つの直角三角形は合同である」を証明する手順になります。このことを証明するのに、二等辺三角形の性質を使ったことをおぼえておきましょう。



問1

下の㉗～㉙の三角形を、合同な三角形の組に分けなさい。また、そのとき使った合同条件をいいなさい。



ガイド

直角三角形の場合は、三角形の合同条件に加えて、直角三角形の合同条件が利用できます。

解答

㉗と㉜……2組の辺とその間の角が、それぞれ等しい。

㉘と㉚……直角三角形の斜辺と他の1辺が、それぞれ等しい。

㉙と㉛……直角三角形の斜辺と1つの鋭角が、それぞれ等しい。

(1組の辺とその両端の角が、それぞれ等しい。)

直角三角形の合同条件を使って、図形の性質を証明しましょう。

問2

$\angle XOY$ の二等分線上の点 P から、2辺 OX, OY に、垂線 PH, PK をそれぞれひくとき、 $PH=PK$ となることを証明しなさい。

ガイド

直角三角形の合同条件を使って証明します。

解答

(証明) $\triangle POH$ と $\triangle POK$ で、

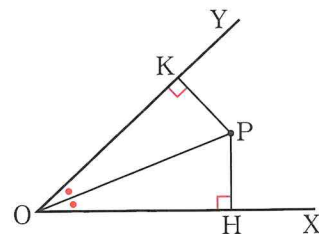
仮定より、 $\angle PHO=\angle PKO=90^\circ$ ……①

$\angle POH=\angle POK$ ……②

PO は共通だから、 $PO=PO$ ……③

①, ②, ③から、直角三角形の斜辺と1つの鋭角が、それぞれ等しいので、 $\triangle POH \cong \triangle POK$

合同な図形では、対応する辺は等しいので、 $PH=PK$

教科書
p.143

練習問題

2 直角三角形の合同

教科書
p.143

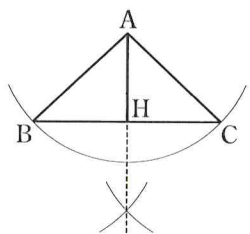
- 1 $AB=AC$ の二等辺三角形 ABC で、頂点 A から底辺 BC に垂線をひき、その交点を H とします。

- (1) 上のことがらにあう図をノートにかきなさい。
(2) $BH=CH$ となることを証明しなさい。

ガイド (1) 二等辺三角形の頂点 A から底辺 BC への垂線をかくには、2点 B, C をそれぞれ中心にして半径 AB (等しい半径であればよい) の円をかき、その交点と A を通る直線をひきます。

解答例

(1)

(2) (証明) $\triangle ABH$ と $\triangle ACH$ で、

仮定より、

$$\angle AHB = \angle AHC = 90^\circ \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$AB = AC \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

 AH は共通だから、

$$AH = AH \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

①, ②, ③から、直角三角形の斜辺と他の1辺が、それぞれ等しいので、

$$\triangle ABH \equiv \triangle ACH$$

合同な図形では、対応する辺は等しいので、

$$BH = CH$$

参考 点 A を通る直線 BC の垂線のかき方には別の方法もあります。直線 BC 上の適当な2点を中心として点 A を通る2円をかき、その交点と点 A を通る直線をひいてもよいです。

数学奇談～弁論術の効用～

今から2300年も前のこと、ギリシアの都アテネに弁論術を教える先生がいた。

この先生について弁論術を勉強していた学生の中に、授業料を払おうとしない者がいたのだが、先生が何度授業料を催促しても、さすがに弁論術を勉強しているだけあって、何かと理由をつけて一向に払おうとはしない。そこで、ついに先生は裁判に訴えることにした。

「お前は、この先生に弁論術を教えてもらったのか？」

「はい、教えてもらいました。」

「では、授業料を払わないというのは本当か？」

「はい、本当です。」

「なぜ払わないのか？」

「私は、確かに先生から弁論術を教えてもらいましたが、最初のふれこみと違って少しも役に立ちません。契約違反なので、授業料を払う必要がないと思ったからです。」

この学生の発言に対して、先生は次のように言い返した。

「どちらにしても、お前は私に授業料を払わなければならない。なぜなら、この裁判にお前が勝てば、私の教えた弁論術のおかげだからだ。私が教えたことが役に立たないということがウソになるからな。また、お前が裁判に負ければ、もちろん授業料を払わなければならないからだ。」

2. 四角形

どんな四角形かな？

下の写真(省略)の中から、いろいろな四角形を見つけてみましょう。

解答例 窓やドア、壁などの形が、ひし形、平行四辺形、正方形、長方形、台形になっている。

話しあおう

教科書
p.144

それぞれの四角形には、どんな特徴^{とくちょう}があるでしょうか。

ガイド いろいろな四角形の定義と、辺の長さや角の大きさ、対角線の交わり方の特徴を思い出しましょう。

解答例	ひし形	• 向かいあう2組の辺はどちらも平行。 • 辺の長さはすべて等しい。 • 2組の向かいあう角の大きさは等しい。 • 2本の対角線は、それぞれのまん中の点で垂直に交わる。 • 線対称な形でもあり、点対称な形でもある。
	平行四辺形	• 向かいあう2組の辺はどちらも平行。 • 2組の向かいあう辺の長さは等しい。 • 2組の向かいあう角の大きさは等しい。 • 2本の対角線は、それぞれのまん中の点で交わる。 • 線対称な形ではないが、点対称な形ではある。
	正方形	• 向かいあう2組の辺はどちらも平行。 • 辺の長さはすべて等しい。 • 角の大きさはすべて等しい。 • 2本の対角線の長さが等しく、それぞれのまん中の点で垂直に交わる。 • 線対称な形でもあり、点対称な形でもある。
	長方形	• 向かいあう2組の辺はどちらも平行。 • 2組の向かいあう辺の長さは等しい。 • 角の大きさはすべて等しい。 • 2本の対角線の長さが等しく、それぞれのまん中の点で交わる。 • 線対称な形でもあり、点対称な形でもある。
	台形	• 向かいあう1組の辺が平行。 • 点対称な形ではない。

1

平行四辺形の性質

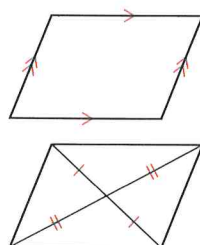
学習のねらい

平行四辺形を定義し、平行四辺形の性質を見つけ、三角形の合同条件を使って、平行四辺形の性質を証明します。そして、証明も、自分の力でできるようになります。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□平行四辺形の
定義
□平行四辺形の
性質

- ▶ 2組の向かいあう辺が、それぞれ平行な四角形を平行四辺形といいます。
- ▶ ① 平行四辺形の2組の向かいあう辺は、それぞれ等しい。
② 平行四辺形の2組の向かいあう角は、それぞれ等しい。
③ 平行四辺形の対角線は、それぞれの中点で交わる。



平行四辺形の性質を証明しましょう。

問1

□ABCD について、次の問いに答えなさい。

教科書
p.146

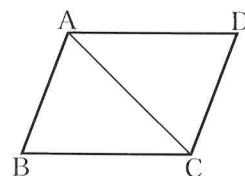
- (1) 前ページ(教科書 p.145)の平行四辺形の性質②「平行四辺形の2組の向かいあう角は、それぞれ等しい」の仮定と結論を書き入れなさい。

四角形 ABCD で、

仮定

結論

- (2) 上の平行四辺形の性質①の証明(省略)で、 $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$ を示しました。
このことを使って、平行四辺形の性質②を証明しなさい。



ガイド

- (1) 平行四辺形の性質②を、「平行四辺形ならば、2組の向かいあう角は、それぞれ等しい」といいますが、仮定を「平行四辺形」とする答えでは不十分です。「四角形 ABCD で」とあるので、記号を使って表します。
(2) $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$ からいえる、等しい角を使って証明します。

解答

- (1) 仮定 $AB \parallel DC, AD \parallel BC$
結論 $\angle A = \angle C, \angle B = \angle D$

- (2) (証明) $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$ から、
 合同な図形では、対応する角は等しいので、
 $\angle B = \angle D$
 また、 $\angle BAC = \angle DCA$, $\angle BCA = \angle DAC$ から、
 $\angle BAC + \angle DAC = \angle DCA + \angle BCA$
 よって、 $\angle A = \angle C$
 したがって、平行四辺形の2組の向かいあう角は、それぞれ等しい。

参考

直接、証明するには、次の方法もあります。

(証明) 右の図のように、辺 AB の延長上に点 E をとると、

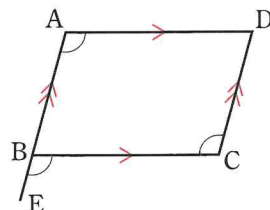
$$AD \parallel BC \text{ から、 } \angle A = \angle EBC \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

同位角

$$AB \parallel DC \text{ から、 } \angle EBC = \angle C \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

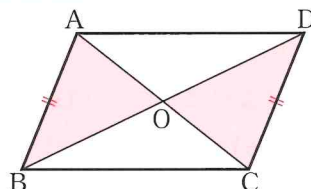
さっかく
錯角

①, ②から、 $\angle A = \angle C$ 同様にして、 $\angle B = \angle D$



問2

右の図の $\square ABCD$ で、平行四辺形の性質③を証明しなさい。



教科書
p.147

ガイド

(仮定) $AB \parallel DC$, $AB = DC$ から、(結論) $AO = CO$, $BO = DO$ を導きます。
 平行線と錯角の関係と、平行四辺形の性質①を利用して証明します。

解答

(証明) $\triangle ABO$ と $\triangle CDO$ で、

$$\text{平行線の錯角は等しいので、} AB \parallel DC \text{ から、}$$

$$\angle BAO = \angle DCO \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$\angle ABO = \angle CDO \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

また、平行四辺形の向かいあう辺は等しいので、

$$AB = CD \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

①, ②, ③から、1組の辺とその両端の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle ABO \equiv \triangle CDO$$

合同な図形では、対応する辺は、それぞれ等しいので、

$$AO = CO, BO = DO$$

したがって、平行四辺形の対角線は、それぞれの中点で交わる。

練習問題

1 平行四辺形の性質

教科書
p.147

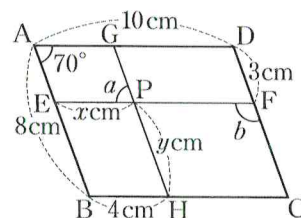
1

右の図の $\square ABCD$ で、

$AB \parallel GH$, $AD \parallel EF$

とします。

このとき、図の x , y の値, $\angle a$, $\angle b$ の大きさを、
それぞれ求めなさい。



ガイド

図の中にあるすべての四角形は、平行四辺形です。

平行四辺形の性質から、等しい辺や角を見つけて考えます。

解答

四角形EBHP, AEFD, AEPGは平行四辺形で、

平行四辺形の向かいあう辺は等しいので、

$EP = BH$ から、 $x = 4$

同じようにして、 $PH = EB$, $AE = DF$ から、 $y = 8 - 3 = 5$

よって、 $y = 5$

平行四辺形の向かいあう角は等しいので、

$\angle EPG = \angle A$ から、 $\angle a = 70^\circ$

同じようにして、 $\angle DFE = \angle A = 70^\circ$ から、

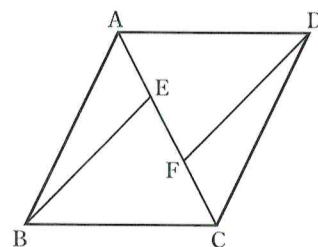
$\angle b = 180^\circ - \angle DFE = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$

平行四辺形の
向かいあう辺や
角は等しいね。



2

$\square ABCD$ で、対角線 AC 上に $AE = CF$ となるように
点 E , F をとるとき、 $BE = DF$ であることを証明しなさい。



ガイド

$\triangle ABE \equiv \triangle CDF$ からいえる、等しい辺を使って証明します。

解答

(証明) $\triangle ABE$ と $\triangle CDF$ で、

仮定より、 $AE = CF$ ①

平行四辺形の向かいあう辺は等しいので、

$AB = CD$ ②

平行線の錯角は等しいので、 $AB \parallel CD$ から、

$\angle BAE = \angle DCF$ ③

①, ②, ③から、2組の辺とその間の角が、それぞれ等しいので、

$\triangle ABE \equiv \triangle CDF$

合同な図形では、対応する辺は等しいので、

$BE = DF$

2

平行四辺形になるための条件

学習のねらい

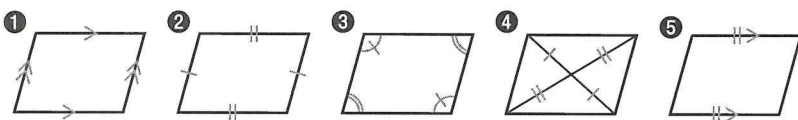
平行四辺形の性質の逆を考え、四角形が平行四辺形になるための条件を考えます。
また、それを利用して、図形が平行四辺形かどうかを調べます。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□平行四辺形になるための条件

▶四角形は、次のそれぞれの場合に、平行四辺形になります。

- ① 2組の向かいあう辺が、それぞれ平行であるとき (定義)
- ② 2組の向かいあう辺が、それぞれ等しいとき
- ③ 2組の向かいあう角が、それぞれ等しいとき
- ④ 対角線が、それぞれの中点で交わる時
- ⑤ 1組の向かいあう辺が、等しくて平行であるとき



平行四辺形になるための条件について考えましょう。



次のような四角形 ABCD を、いろいろかいてみましょう。

どんな四角形になるでしょうか。

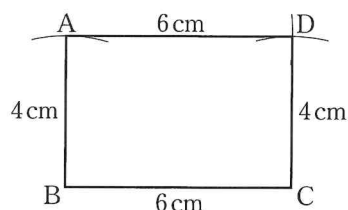
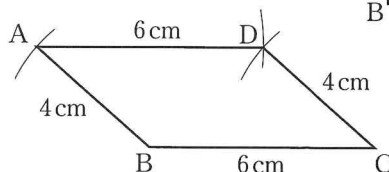
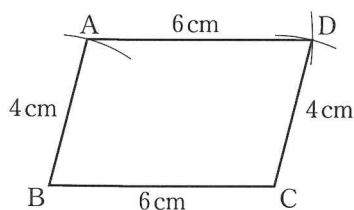
$AB=DC=4\text{ cm}$, $AD=BC=6\text{ cm}$

教科書
p.148

ガイド

角の大きさは決まっていないので、いろいろな四角形をかくことができます。
底辺 (BC) を決めて、点 B を中心に半径 4 cm の円をかき、その上に点 A を適当にとります。
点 D もコンパスを使って決めましょう。

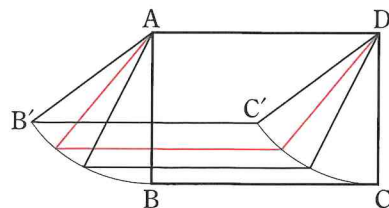
解答例



四角形 ABCD は平行四辺形になる。

参考

線分 AD を 6 cm とし、点 A, D を中心に、それぞれ半径 4 cm の円をかきます。そして、AD に平行な線をひき、2つの交点を B, C (B', C') としても、右の図のように平行四辺形がかけます。



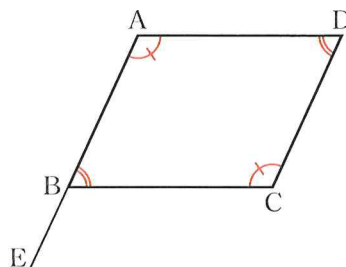
問1

四角形 ABCD で、

$\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$ ならば、
四角形 ABCD は平行四辺形である。

このことを、次の①～③の手順で証明しなさい。

- ① $\angle A + \angle B$ の大きさを求める。
- ② ①のことを使って、 $AD \parallel BC$ が成り立つことを示す。
- ③ $AB \parallel DC$ が成り立つことを示す。



教科書
p.149

ガイド

四角形の内角の和が 360° であることと、平行線と同位角、平行線と錯角の関係を使って、証明します。

解答

(証明) 辺 AB を B の方に延長した直線上に点 E をとる。

① 仮定より、 $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$ だから、 $\angle A + \angle B = \angle C + \angle D$ ……①

四角形の内角の和は 360° だから、 $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$ ……②

①, ②から、 $2(\angle A + \angle B) = 360^\circ$ $\angle A + \angle B = 180^\circ$ ……③

② 点 A, B, E は一直線上にあるから、 $\angle B + \angle CBE = 180^\circ$ ……④

③, ④から、 $\angle A = \angle CBE$ ……⑤ 同位角が等しいので、 $AD \parallel BC$ ……⑥

③ $\angle A = \angle C$ と⑤から、 $\angle C = \angle CBE$ 錯角が等しいので、 $AB \parallel DC$ ……⑦

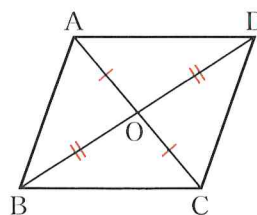
⑥, ⑦から、2組の向かいあう辺が、それぞれ平行であるので、四角形 ABCD は平行四辺形である。

問2

四角形 ABCD で、対角線の交点を O とするとき、

$AO = CO$, $BO = DO$ ならば、
四角形 ABCD は平行四辺形である。

このことを証明しなさい。



教科書
p.149

ガイド

$\triangle ABO$ と $\triangle CDO$, $\triangle ADO$ と $\triangle CBO$ がそれぞれ合同であることから、向かいあう辺がそれぞれ等しいことをいいます。

解答

(証明) $\triangle ABO$ と $\triangle CDO$ で、仮定より、 $AO = CO$ ……① $BO = DO$ ……②

対頂角は等しいから、 $\angle AOB = \angle COD$ ……③

①, ②, ③から、2組の辺とその間の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle ABO \equiv \triangle CDO$$

合同な図形では、対応する辺は等しいので、 $AB = CD$ ……④

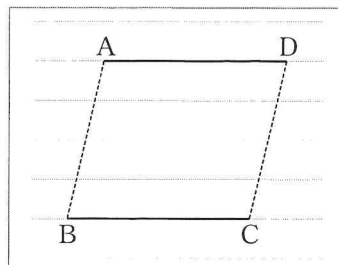
同じようにして、 $\triangle ADO \equiv \triangle CBO$ から、 $AD = CB$ ……⑤

④, ⑤から、2組の向かいあう辺が、それぞれ等しいので、四角形 ABCD は平行四辺形である。



罫線のはいたノートを使って、下のような手順でかいた四角形 ABCD は、平行四辺形になるでしょうか。

- ① ノートの罫線上に、適当な長さで線分 AD をひく。
- ② 別の罫線上に、AD と長さが等しい線分 BC をひく。
- ③ A と B、C と D を結ぶ線分をひく。



ガイド 実際にいろいろかいて、見当をつけます。

解答 平行四辺形になる。

問3

四角形 ABCD で、

$AD=BC$, $AD \parallel BC$ ならば、
四角形 ABCD は平行四辺形である。

このことを証明しなさい。

ガイド 仮定より $AD=BC$ だから、あとは $AB=DC$ を証明します。

解答例 (証明) 対角線 BD をひく。

$\triangle ABD$ と $\triangle CDB$ で、仮定より、 $AD=CB$ ……①

BD は共通だから、 $BD=DB$ ……②

平行線の錯角は等しいので、

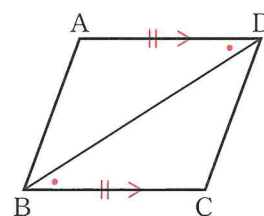
$AD \parallel BC$ から、 $\angle ADB = \angle CBD$ ……③

①, ②, ③から、2組の辺とその間の角が、それ

ぞれ等しいので、 $\triangle ABD \cong \triangle CDB$

合同な図形では、対応する辺は等しいので、 $AB=CD$ ……④

①, ④から、2組の向かいあう辺が、それぞれ等しいので、四角形 ABCD は平行四辺形である。



参考 2組の向かいあう辺が、それぞれ平行であることを示しても、証明することができます。

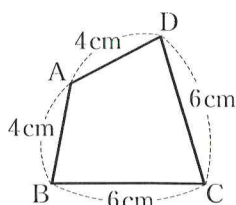
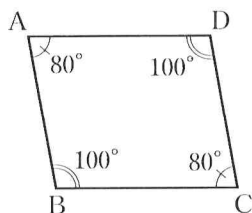
問4

次のような四角形 ABCD は、平行四辺形であるといえますか。

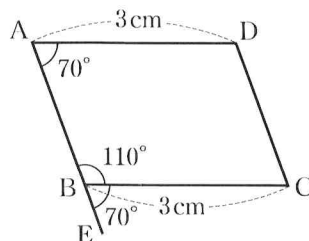
- (1) $\angle A=80^\circ$, $\angle B=100^\circ$, $\angle C=80^\circ$, $\angle D=100^\circ$
- (2) $AB=4\text{ cm}$, $BC=6\text{ cm}$, $CD=6\text{ cm}$, $DA=4\text{ cm}$
- (3) $\angle A=70^\circ$, $\angle B=110^\circ$, $AD=3\text{ cm}$, $BC=3\text{ cm}$

ガイド 簡単な図をかいてみて、平行四辺形になるための条件①～⑤のどれにあてはまるかを考えます。いえない場合は、具体例を1つ示します。

解答 (1) 2組の向かいあう角が、それぞれ等しいので、平行四辺形である。 (2) ABとCDが等しくないのに、平行四辺形ではない。



(3) $\angle EBC = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$
 $\angle EBC = \angle A$ となり、
 同位角が等しいので、 $AD \parallel BC$ ……①
 仮定より、 $AD = BC$ ……②
 ①、②から、1組の向かいあう辺が、等しくて平行であるので、四角形 ABCD は平行四辺形である。



説明しよう

教科書
p.150

四角形 ABCD で、
 $\angle A = 65^\circ$, $\angle B = 115^\circ$, $\angle C = 65^\circ$, $AB = 5\text{ cm}$
 のとき、CD の長さは何 cm になるでしょうか。
 また、その長さになる理由を説明しましょう。

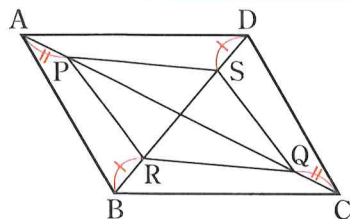
ガイド 与えられた条件から、平行四辺形になるための条件にあてはまるかどうかを考えます。

解答 $CD = 5\text{ cm}$

(説明) 四角形の内角の和は 360° だから、 $\angle D = 360^\circ - 65^\circ - 115^\circ - 65^\circ = 115^\circ$
 $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$ から、2組の向かいあう角が、それぞれ等しいので、四角形 ABCD は平行四辺形である。
 平行四辺形の向かいあう辺は等しいので、 $CD = AB = 5\text{ cm}$



□ABCD の対角線 AC 上に、 $AP = CQ$ となる点 P と Q をとります。
 また、対角線 BD 上にも、 $BR = DS$ となる点 R と S をとります。
 このとき、四角形 PRQS は、どんな四角形になるでしょうか。



教科書
p.151

ガイド

図を見て、平行四辺形になることが予想できます。
その上で、平行四辺形になるための条件のどれが使えるか考えます。

解答

□ABCD の対角線の交点を O とする。

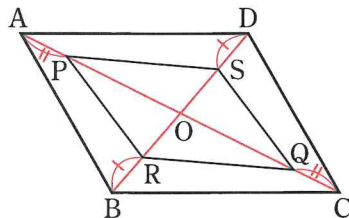
平行四辺形の性質から、

$$OA=OC, OB=OD \quad \cdots \cdots ①$$

仮定より、 $AP=CQ, BR=DS \quad \cdots \cdots ②$

①, ②から、 $OP=OQ, OR=OS$

対角線が、それぞれの中点で交わるので、四角形 PRQS は平行四辺形になる。



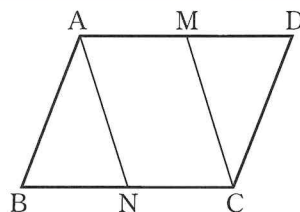
参考

この問題では、平行四辺形になることが答えられ、およその証明のすじ道が示せばよいです。教科書 p.151 には、証明をかくときのモデルとなる模範解答があります。上の解答では、少し省略して示しているので、模範解答との違いを調べてみましょう。

問5

□ABCD の辺 AD, BC の中点を、それぞれ、M, N とします。

このとき、四角形 ANCM は平行四辺形であることを証明しなさい。



教科書
p.151

ガイド

平行四辺形の性質から、 $AD=BC, AD \parallel BC$ に着目し、四角形 ANCM が平行四辺形であることを示すには、平行四辺形になるための条件のどれが使えるか検討します。

解答例

(証明) 平行四辺形の向かいあう辺は平行だから、

$$AD \parallel BC$$

よって、 $AM \parallel NC \quad \cdots \cdots ①$

また、平行四辺形の向かいあう辺は等しいので、 $AD=BC$

M, N は、それぞれ、辺 AD, BC の中点だから、

$$AM=NC \quad \cdots \cdots ②$$

①, ②から、1組の向かいあう辺が、等しくて平行であるので、

四角形 ANCM は、平行四辺形である。

参考

△ABN と △CDM で、2組の辺とその間の角が、それぞれ等しいことから、 $\triangle ABN \cong \triangle CDM$ を示し、 $AN=CM$ であることと、 $AM=NC$ から、2組の向かいあう辺が、それぞれ等しい、として証明することもできます。

3

いろいろな四角形

学習のねらい

平行四辺形の特別なものとして、長方形、ひし形、正方形を定義し、平行四辺形との関係、それらの間の関係を調べます。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□長方形の定義

▶ 4つの角がすべて等しい四角形を、長方形という。

□ひし形の定義

▶ 4つの辺がすべて等しい四角形を、ひし形という。

□正方形の定義

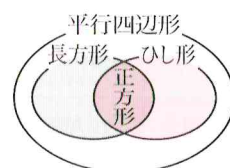
▶ 4つの辺がすべて等しく、4つの角がすべて等しい四角形を、正方形という。

□四角形の対角線の性質

- ▶ ① 長方形の対角線は、長さが等しい。
 ② ひし形の対角線は、垂直に交わる。
 ③ 正方形の対角線は、長さが等しく、垂直に交わる。

□四角形の関係

▶ 長方形、ひし形、正方形は、それぞれ平行四辺形の特別なものです。

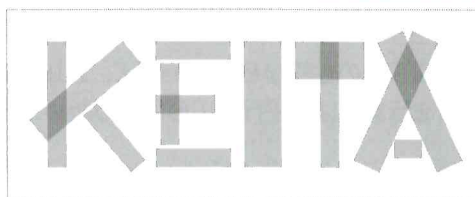
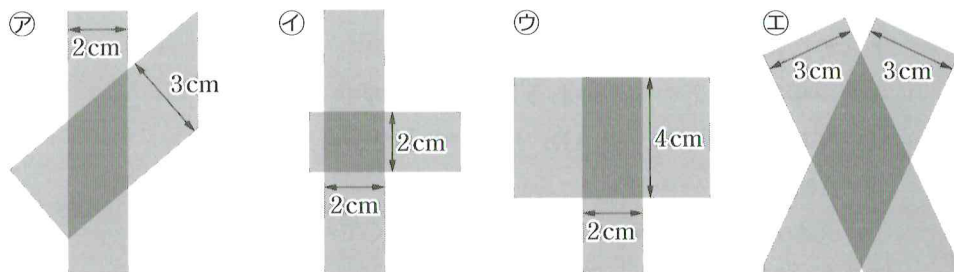


いろいろな四角形の性質について学びましょう。



けいたさんは、いろいろな幅のリボンを使って、右のようなネームプレートを作りました。

下の㉗～㉜は、リボンの重なった部分に着目した図です。

教科書
p.152

リボンの重なった部分は、それぞれどんな四角形でしょうか。

ガイド

いろいろな幅のリボンを重ねていて、重ね方も、斜めに重ねたり、垂直に重ねたりしています。リボンはどれも、両端の線が平行になっているので、すべての四角形にいえことは、向かいあう辺が2組とも平行になっている、ということです。

解答

- ㉗ 2組の向かいあう辺がどちらも平行だから、平行四辺形である。
 ㉘ 角がすべて直角で、辺の長さもすべて等しいから、正方形である。
 ㉙ 角がすべて直角だから、長方形である。
 ㉜ 辺の長さがすべて等しいから、ひし形である。

説明しよう

ひし形は平行四辺形であるといえますか。
また、正方形は平行四辺形であるといえますか。

ガイド

ひし形、正方形の定義から、平行四辺形になるための条件のどれにあてはまるか考えます。

解答例

- ひし形は、4つの辺がすべて等しい四角形である。

右の図で、 $AB=BC=CD=DA$

これから、 $AB=CD$, $BC=DA$ がいえて、
2組の向かいあう辺が、それぞれ等しいので、
平行四辺形になるための条件②にあてはまる。

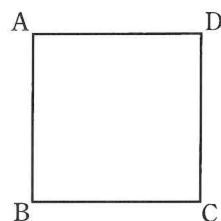
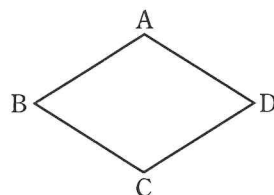
よって、ひし形は平行四辺形である。

- 正方形は、4つの辺がすべて等しく、4つの角がすべて等しい四角形である。

右の図で、 $AB=BC=CD=DA$

これから、 $AB=CD$, $BC=DA$ がいえて、
2組の向かいあう辺が、それぞれ等しいので、
平行四辺形になるための条件②にあてはまる。

よって、正方形は平行四辺形である。



参考

正方形では、 $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$ がいえて、2組の向かいあう角が、それぞれ等しいので、平行四辺形になるための条件③にあてはまることからいえます。

問1

上の(下の「ガイド」の)㍿, ㍿を、それぞれ証明しなさい。

ガイド

㍿, ㍿は、次のことがらをさしています。

㍿ 長方形の対角線の長さは等しい。

㍿ ひし形の対角線は垂直に交わる。

解答例

(証明)

㍿ 右の図の、 $\triangle ABC$ と $\triangle DCB$ で、長方形は平行四辺形

だから、向かいあう辺は等しいので、

$$AB=DC \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

BC は共通だから、

$$BC=CB \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

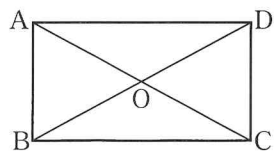
長方形の4つの角はすべて 90° だから、

$$\angle ABC = \angle DCB = 90^\circ \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

①, ②, ③から、2組の辺とその間の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle ABC \equiv \triangle DCB$$

合同な図形では、対応する辺は等しいので、 $AC=DB$



(イ) 右の図の、 $\triangle ABO$ と $\triangle ADO$ で、

ひし形の4つの辺は等しいので、 $AB=AD$ ……①

AO は共通だから、 $AO=AO$ ……②

ひし形は平行四辺形だから、対角線は、それぞれの中点で交わるので、 $BO=DO$ ……③

①、②、③から、3組の辺が、それぞれ等しいので、

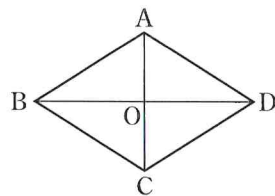
$$\triangle ABO \equiv \triangle ADO$$

合同な図形では、対応する角は等しいので、 $\angle AOB = \angle AOD$

点 B , O , D は一直線上にあるから、

$$\angle AOB = \angle AOD = 90^\circ$$

したがって、 $AO \perp BD$



参考 教科書 p.135 の **問4** を利用して証明することもできます。

問2 正方形の対角線については、どんなことがいえますか。

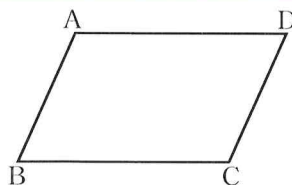
教科書
p.153

ガイド 正方形は、長方形の特別なものでもあり、ひし形の特別なものでもあるので、長方形の性質とひし形の性質の両方をもっています。よって、対角線についても、長さが等しいことと、垂直に交わることがいえます。

解答 正方形は長方形でもあり、ひし形でもあるから、
正方形の対角線は、長さが等しく、垂直に交わる。

CC 次の(1)~(3)のような $\square ABCD$ は、それぞれ、
どんな四角形でしょうか。

- (1) $\angle A = \angle B$ である $\square ABCD$
- (2) $AB = BC$ である $\square ABCD$
- (3) $\angle A = \angle B$, $AB = BC$ である $\square ABCD$



教科書
p.153

ガイド 四角形 $ABCD$ が平行四辺形であることから、平行四辺形の性質に、(1), (2), (3)の条件を加えると、長方形やひし形、正方形の定義にあてはまるかどうか検討します。

- 解答**
- (1) 四角形 $ABCD$ は平行四辺形だから、 $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$
仮定より、 $\angle A = \angle B$ よって、 $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D$
したがって、四角形 $ABCD$ は長方形である。
 - (2) 四角形 $ABCD$ は平行四辺形だから、 $AB = DC$, $AD = BC$
仮定より、 $AB = BC$ よって、 $AB = BC = CD = DA$
したがって、四角形 $ABCD$ はひし形である。
 - (3) (1)から、 $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D$, (2)から、 $AB = BC = CD = DA$
よって、四角形 $ABCD$ は正方形である。

問3

□ABCD は、2つの対角線 AC, BD にどのような条件を加えると、長方形やひし形、正方形になりますか。

ガイド

前ページの **◎ ひろげよう** で調べたことを使って考えます。

解答

(長方形)

△ABC と △DCB で、四角形 ABCD は平行四边形だから、

$$AB=DC$$

BC は共通だから、 $BC=CB$

これに、 $AC=BD$ が加わると、3組の辺が、それぞれ等しいので、

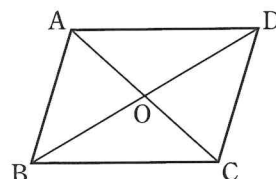
$$\triangle ABC \equiv \triangle DCB$$

合同な図形では、対応する角は等しいので、

$$\angle ABC = \angle DCB$$

これを満たす平行四辺形は、長方形である。

だから、 $AC=BD$ のとき、□ABCD は長方形になる。



(ひし形)

□ABCD で、対角線の交点を O とすると、 $AO=CO$, $BO=DO$

これに $AC \perp BD$ が加わると、2組の辺とその間の角が、

それぞれ等しいので、△OAB, △OCB, △OCD, △OAD はすべて合同である。

合同な図形では、対応する辺は等しいので、 $AB=CB=CD=AD$

これを満たす平行四辺形は、ひし形である。

だから、 $AC \perp BD$ のとき、□ABCD はひし形になる。

(正方形)

□ABCD に、 $AC=BD$ が加わると、長方形になるから、

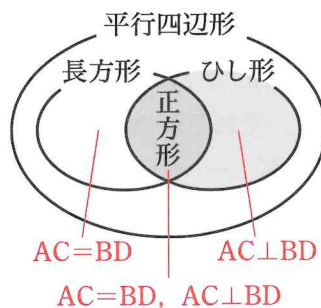
$$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D$$

さらに、 $AC \perp BD$ が加わると、ひし形になるから、

$$AB=CB=CD=AD$$

4つの辺がすべて等しく、4つの角がすべて等しいから、正方形になる。

だから、 $AC=BD$, $AC \perp BD$ のとき、□ABCD は正方形になる。



図に表すと、関係がよくわかるね。



4

平行線と面積

学習のねらい

平行線による三角形の等積変形(ある図形の面積を変えずに、形を変えること)について調べます。また、平行線による等積変形の方法を、四角形などに利用します。

教科書のまとめ テスト前にチェック

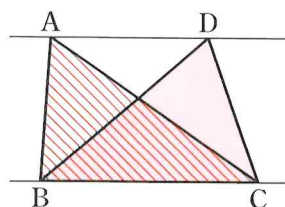
□底辺が共通な
三角形

▶ 1つの直線上の2点B, Cと、その直線の同じ側にある2点A, Dについて、

① $AD \parallel BC$ ならば、 $\triangle ABC = \triangle DBC$

② $\triangle ABC = \triangle DBC$ ならば、 $AD \parallel BC$

注 $\triangle ABC = \triangle DBC$ は、2つの三角形の面積が等しいことを示しています。



面積を変えずに、図形の形を変える方法について学びましょう。



右の図の□ABCDで、 $\triangle ABC$ と面積の等しい三角形はどれでしょうか。

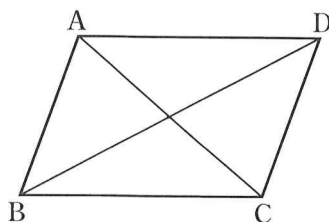
教科書
p.155

ガイド

底辺と高さが等しい三角形に着目します。

解答

右の図で、 $\triangle DBC$, $\triangle BDA$, $\triangle CDA$ は、どれも $\triangle ABC$ と底辺と高さが等しいので、面積は等しい。



問1

右の図で、上の(ア) ($AD \parallel BC$ ならば、 $\triangle ABC = \triangle DBC$) の逆、
 $\triangle ABC = \triangle DBC$ ならば、 $AD \parallel BC$ を証明しなさい。

教科書
p.155

ガイド

面積が等しい三角形で、底辺が等しければ、高さも等しくなります。

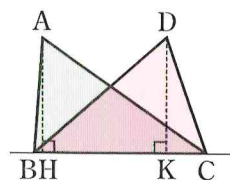
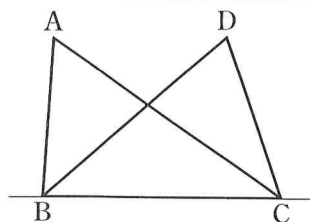
解答

(証明) $\triangle ABC$ と $\triangle DBC$ の面積が等しく、底辺BCは共通だから、 $\triangle ABC$ と $\triangle DBC$ の高さを、それぞれAH, DKとすると、

$AH = DK$ ……① また、 $AH \parallel DK$ ……②

①, ②から、1組の向かいあう辺が、等しくて平行であるので、四角形AHKDは平行四辺形である。

よって、 $AD \parallel HK$ したがって、 $AD \parallel BC$



説明しよう

四角形 ABCD と、上(右)のようにしてつくった $\triangle ABE$ の面積が等しくなる理由を説明しましょう。

ガイド

底辺が共通な三角形を見つけ出して、平行線をもとに、高さが等しいものを考えます。

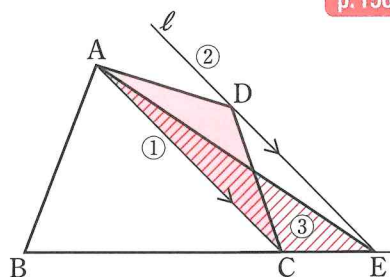
解答例

(説明) 四角形 $ABCD = \triangle ABC + \triangle DAC$

$\triangle ABE = \triangle ABC + \triangle EAC$

$DE \parallel AC$ で、 AC が共通だから、 $\triangle DAC = \triangle EAC$

よって、四角形 $ABCD = \triangle ABE$



問2

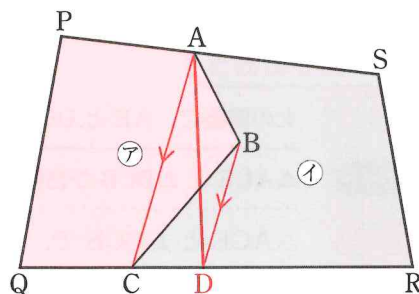
右の図(解答欄)のように、折れ線 ABC を境界とする2つの土地⑦, ①があります。それぞれの土地が、この形では使いにくいので、土地⑦, ①の面積が変わらないようにして、境界を、Aを通る線分 AD にあらためることになりました。点Dの位置は、どのように決めればよいですか。

ガイド

$\triangle ACB$ と底辺 AC が共通で高さが等しい $\triangle ACD$ の頂点Dを、辺 QR 上にとります。

解答

点Bを通り AC に平行な直線と、 QR が交わる点をDとすると、 $\triangle ACB = \triangle ACD$ となるので、 AD が新しい境界線である。

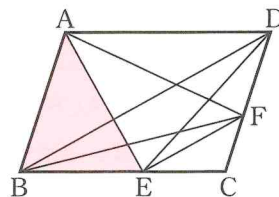


練習問題

4 平行線と面積

1

右の図で、四角形 ABCD は平行四辺形で、 $EF \parallel BD$ とします。このとき、図の中で、 $\triangle ABE$ と面積の等しい三角形を、すべて見つけなさい。



ガイド

底辺が共通な三角形を見つけ出して、平行線をもとに、高さが等しいものを考えます。

解答

$AD \parallel BE$ で、 BE が共通だから、 $\triangle ABE = \triangle DBE$

$EF \parallel BD$ で、 BD が共通だから、 $\triangle DBE = \triangle DBF$

$AB \parallel DF$ で、 DF が共通だから、 $\triangle DBF = \triangle DAF$

よって、 $\triangle ABE$ と面積の等しい三角形は、 $\triangle DBE$, $\triangle DBF$, $\triangle DAF$

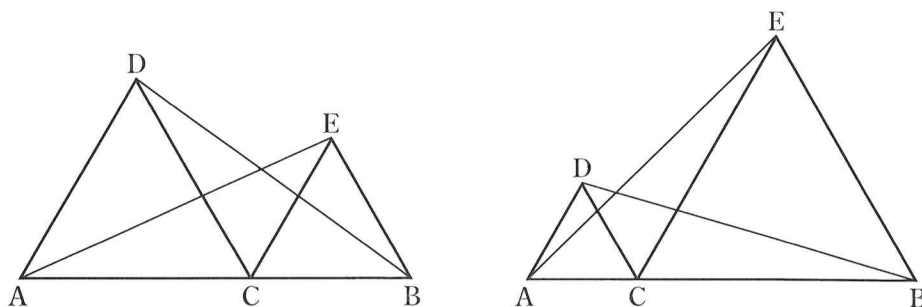
3節 図形の性質と証明の利用

条件をかえても成り立つかな？

けいたさんとかりんさんは、次の問題を考えています。

線分 AB 上に点 C をとり、 AC 、 CB を、それぞれ1辺とする正三角形 $\triangle ACD$ 、 $\triangle CBE$ を AB の同じ側につくるとき、 AE と DB についてどんなことがいえるでしょうか。

けいたさんたちは、次のような図をかいて調べました。



話しあおう

教科書
p.157

上の問題で、 AE と DB の長さは、いつでも等しくなるでしょうか。

ガイド

$\triangle ACE$ と $\triangle DCB$ が合同であることを使って調べます。

解答例

$\triangle ACE$ と $\triangle DCB$ で、

$\triangle ACD$ は正三角形だから、

$$AC = DC \quad \cdots \cdots ①$$

$\triangle CBE$ は正三角形だから、

$$CE = CB \quad \cdots \cdots ②$$

正三角形の1つの内角は 60° だから、

$$\angle ACD = \angle BCE \quad \cdots \cdots ③$$

③の両辺に $\angle DCE$ を加えると、

$$\angle ACE = \angle DCB \quad \cdots \cdots ④$$

①、②、④から、2組の辺とその間の角が、それぞれ等しいので、

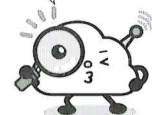
$$\triangle ACE \equiv \triangle DCB$$

合同な図形では、対応する辺は等しいので、

$$AE = DB$$

よって、上の問題で、 AE と DB の長さは、いつでも等しくなる。

AE を辺にもつ
 $\triangle ACE$ と、
 DB を辺にもつ
 $\triangle DCB$ に着目しよう。



1

図形の性質を利用した証明

学習のねらい

図形の性質を利用して、問題の条件を変えてももとの結論が成り立つかどうかを検討するなど、図形の性質や証明のしかたに関する理解を深めます。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□条件を変えた
場合を考える

▶問題の条件が変わっても、証明に必要な条件が変わらなければ、同じ結論が成り立つことを証明することができます。

1

前ページ(教科書 p.158)の **Q** で、「線分 AB 上に点 C をとり」を、「線分 AB 上にない点 C をとり」に変えて、上の図 1(解答欄)のような場合を考えます。
このときにも、 $AE = DB$ は成り立つでしょうか。

教科書
p.159

ガイド

$\triangle ACE$ と $\triangle DCB$ が合同であることを使います。

解答

$AE = DB$ は成り立つ。

(証明) $\triangle ACE$ と $\triangle DCB$ で、

$\triangle ACD$ は正三角形だから、 $AC = DC$ ……①

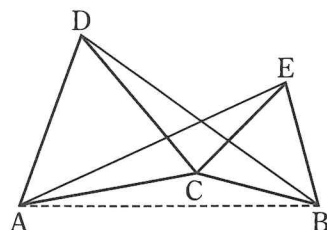
$\triangle CBE$ は正三角形だから、 $CE = CB$ ……②

正三角形の 1 つの内角は 60° だから、

$\angle ACD = \angle BCE$ ……③

③の両辺に $\angle DCE$ を加えると、 $\angle ACE = \angle DCB$ ……④

①, ②, ④から、2 組の辺とその間の角が、それぞれ等しいので、 $\triangle ACE \equiv \triangle DCB$
合同な図形では、対応する辺は等しいので、 $AE = DB$



5
章

図形の性質と証明

2

前ページ(教科書 p.158)の **Q** で、AC, CB を、それぞれ 1 辺とする「正三角形」を、「正方形」に変えて、上の図 2(解答欄)のように、点 D, E, F, G をとった場合を考えます。このときにも、 $AE = DB$ は成り立つでしょうか。

教科書
p.159

ガイド

$\triangle ACE$ と $\triangle DCB$ が合同であることを使います。

解答

$AE = DB$ は成り立つ。

(証明) $\triangle ACE$ と $\triangle DCB$ で、

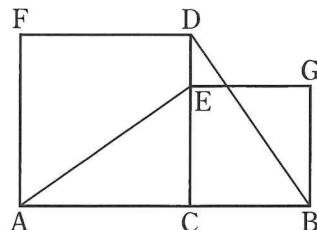
四角形 ACDF は正方形だから、 $AC = DC$ ……①

四角形 CBGE は正方形だから、 $CE = CB$ ……②

正方形の 1 つの内角は 90° だから、

$\angle ACE = \angle DCB$ ……③

①, ②, ③から、2 組の辺とその間の角が、それぞれ等しいので、 $\triangle ACE \equiv \triangle DCB$
合同な図形では、対応する辺は等しいので、 $AE = DB$

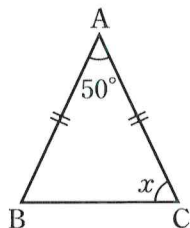


5章 章末問題 学びをたしかめよう

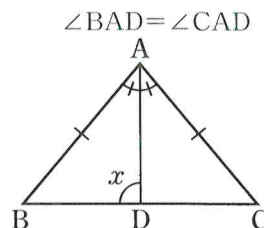
教科書 p.160~161

1 下の図で、 $\angle x$ の大きさを、それぞれ求めなさい。

(1) $AB=AC$



(2) $AB=AC$



ガイド 二等辺三角形の性質を使って求めます。

解答 (1) 二等辺三角形の2つの底角は等しいので、

$$\angle x = (180^\circ - 50^\circ) \div 2 = 65^\circ$$

p.134 問3

(2) 二等辺三角形の頂角の二等分線は、底辺を垂直に2等分するので、

$$\angle x = 90^\circ$$

p.134 問3

2 次のことがらの逆をいいなさい。

また、それが正しいかどうかを調べて、正しくない場合には反例を示しなさい。

(1) $a > 0, b > 0$ ならば、 $ab > 0$ である。

(2) $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ で、 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ ならば、 $AB=DE, \angle A=\angle D, \angle B=\angle E$ である。

ガイド ことがらが正しくない場合は、反例を1つ示します。

解答 (1) $ab > 0$ ならば、 $a > 0, b > 0$ である。

正しくない。(反例) $a=-1, b=-2$

p.138 問8

(2) $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ で、

$AB=DE, \angle A=\angle D, \angle B=\angle E$

ならば、 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ である。

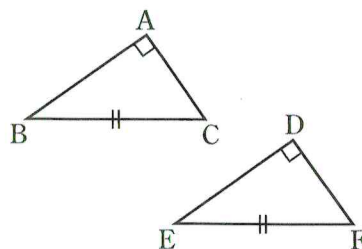
正しい。

3 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ を示します。

合同条件にあうように、次の□にあてはまる辺または角をいいなさい。

(1) $\angle A=\angle D=90^\circ, BC=EF, AC=\square$

(2) $\angle A=\angle D=90^\circ, BC=EF, \square=\angle E$

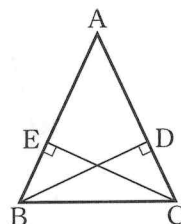


ガイド 対応する辺や角を調べます。

- 解答** (1) $AC = \boxed{DF}$ ……直角三角形の斜辺と他の1辺が、それぞれ等しい。 p.142 **問1**
(2) $\boxed{\angle B} = \angle E$ ……直角三角形の斜辺と1つの鋭角が、それぞれ等しい。

4

$AB = AC$ の二等辺三角形 ABC があります。
点 B, C から、それぞれ、辺 AC, AB に垂線 BD, CE をひくとき、 $BE = CD$ であることを証明しなさい。



ガイド 直角三角形があれば、三角形の合同条件に加えて、直角三角形の合同条件が使えるかどうか考えてみます。

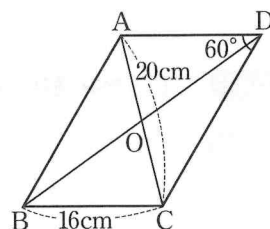
- 解答** (証明) $\triangle EBC$ と $\triangle DCB$ で、
仮定より、 $\angle BEC = \angle CDB = 90^\circ$ ……①
 $\triangle ABC$ は $AB = AC$ の二等辺三角形で、二等辺三角形の2つの底角は等しいので、
 $\angle EBC = \angle DCB$ ……②
 BC は共通だから、 $BC = CB$ ……③
①, ②, ③から、直角三角形の斜辺と1つの鋭角が、それぞれ等しいので、
 $\triangle EBC \equiv \triangle DCB$
合同な図形では、対応する辺は等しいので、 $BE = CD$

p.143 **問2**

5

右の図の $\square ABCD$ で、 $\square$ にあてはまる数をいいなさい。

- $AD = \square$ cm
 $OA = \square$ cm
 $\angle ABC = \square^\circ$
 $\angle BCD = \square^\circ$



ガイド 平行四辺形の定義と3つの性質から求めます。

- 解答** $AD = \boxed{16}$ cm, $OA = \boxed{10}$ cm, $\angle ABC = \boxed{60}^\circ$, $\angle BCD = \boxed{120}^\circ$ p.147 **1**

- 参考**
- 平行四辺形の向かいあう辺は等しいから、 $AD = BC = 16$ cm
 - 平行四辺形の対角線は、それぞれの中点で交わるので、 $OA = 20 \div 2 = 10$ (cm)
 - 平行四辺形の向かいあう角は等しいから、 $\angle ABC = \angle ADC = 60^\circ$
 - 平行四辺形の向かいあう角は等しいから、 $\angle BAD = \angle BCD$
四角形の内角の和は 360° だから、 $\angle BCD = (360^\circ - 60^\circ - 60^\circ) \div 2 = 120^\circ$

6

次の四角形は、平行四辺形であるといえますか。

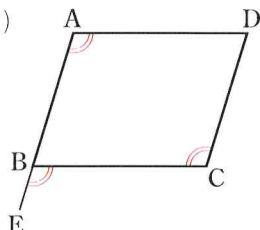
- (1) $AB \parallel DC$, $\angle A = \angle C$ である四角形 ABCD
 (2) $AD \parallel BC$, $AB = CD$ である四角形 ABCD

ガイド

平行四辺形になるための条件にあてはまるか調べ、あてはまらない場合は、反例を示します。

解答

(1)



平行四辺形である。

(理由) 平行線の錯角は等しいので、

$AB \parallel DC$ から、 $\angle EBC = \angle C$ ……①

仮定より、 $\angle A = \angle C$ ……②

①, ②から、 $\angle EBC = \angle A$

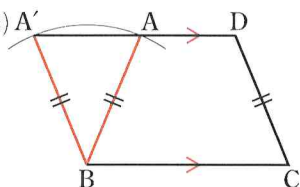
同位角が等しいので、 $AD \parallel BC$

2組の向かいあう辺が、それぞれ平行であるから、
 四角形 ABCD は平行四辺形である。

p.150

問4

(2)

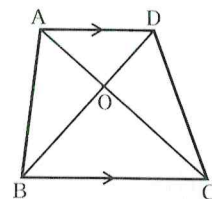


平行四辺形であるといえない。

(理由) 左の図のような台形 ABCD が考えられるので、
 平行四辺形ではない場合がある。

7

右の図で、 $AD \parallel BC$ であるとき、面積が等しい三角形の組をすべて見つけなさい。


ガイド

底辺が共通な三角形を見つけ出して、 $AD \parallel BC$ から、高さを考えます。

解答

$AD \parallel BC$ で、BC が共通だから、 $\triangle ABC = \triangle DBC$

AD が共通だから、 $\triangle ABD = \triangle ACD$

また、 $\triangle ABC = \triangle OAB + \triangle OBC$

$\triangle DBC = \triangle ODC + \triangle OBC$

だから、 $\triangle OAB = \triangle ODC$

$\triangle ABC$ と $\triangle DBC$, $\triangle ABD$ と $\triangle ACD$, $\triangle OAB$ と $\triangle ODC$

p.156

1

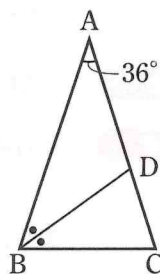


1

AB=AC の二等辺三角形 ABC で、 $\angle B$ の二等分線が辺 AC と交わる点を D とします。

$\angle A$ の大きさが 36° であるとき、次の問いに答えなさい。

- (1) $\angle BDC$ の大きさを求めなさい。
- (2) $BC=5\text{ cm}$ のとき、BD, AD の長さを求めなさい。

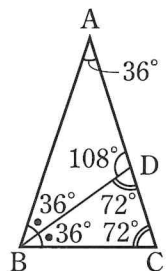


ガイド

- (2) $\angle ABD$, $\angle BDC$, $\angle BCD$ の大きさから、 $\triangle ABD$, $\triangle BCD$ が二等辺三角形であることを導きます。

解答

- (1) 頂角 $\angle A=36^\circ$ の二等辺三角形 ABC の底角は、
 $\angle ABC=\angle C=(180^\circ-36^\circ)\div 2=72^\circ$, $\angle DBC=\angle ABC\div 2=36^\circ$
 $\angle BDC=180^\circ-(\angle DBC+\angle DCB)=180^\circ-(36^\circ+72^\circ)=72^\circ$ 72°
- (2) 2つの角が等しいので、 $\triangle DAB$ は二等辺三角形だから、
 $AD=BD$ ……①
 また、 $\triangle BDC$ も二等辺三角形だから、 $BD=BC$ ……②
 ①, ②から、 $AD=BD=BC=5\text{ cm}$

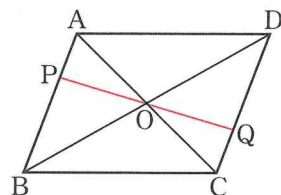


$BD=5\text{ cm}$, $AD=5\text{ cm}$



2

□ABCD で、右の図のように、対角線の交点 O を通る直線をひき、2 辺 AB, CD との交点を、それぞれ P, Q とします。
 このとき、 $OP=OQ$ となることを証明しなさい。



ガイド

OP, OQ が対応する辺になる 2 つの三角形を見つけ、その合同を証明します。

解答例

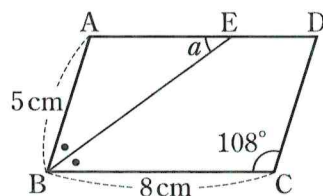
- (証明) $\triangle APO$ と $\triangle CQO$ で、
 平行四辺形の対角線は、それぞれの中点で交わるので、 $AO=CO$ ……①
 平行線の錯角は等しいので、 $AB\parallel DC$ から、 $\angle PAO=\angle QCO$ ……②
 対頂角は等しいので、 $\angle POA=\angle QOC$ ……③
 ①, ②, ③から、1 組の辺とその両端の角が、それぞれ等しいので、
 $\triangle APO\equiv\triangle CQO$
 合同な図形では、対応する辺は等しいので、 $OP=OQ$
参考 $\triangle BPO$ と $\triangle DQO$ の合同を証明しても、 $OP=OQ$ を示すことができます。

3

右の図の $\square ABCD$ で、 $\angle B$ の二等分線が辺 AD と交わる点を E とします。

このとき、 $\angle a$ の大きさを求めなさい。

また、 ED の長さを求めなさい。


ガイド

$\angle ABE$ と $\angle a$ の大きさから、 $\triangle ABE$ が二等辺三角形であることを導きます。

解答

平行線の錯角は等しいので、 $AD \parallel BC$ から、 $\angle EBC = \angle AEB$

よって、 $\angle ABE = \angle AEB$

また、 $\angle BAE = \angle DCB = 108^\circ$ だから、 $\angle a = (180^\circ - 108^\circ) \div 2 = 36^\circ$

$\angle ABE = \angle AEB$ で 2 つの角が等しいので、 $\triangle ABE$ は二等辺三角形だから、

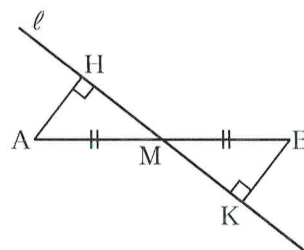
$AB = AE = 5 \text{ cm}$ よって、 $ED = 8 - 5 = 3 \text{ (cm)}$

4

線分 AB の中点 M を通る直線 ℓ に、線分の両端 A 、 B から、それぞれ、垂線 AH 、 BK をひきます。

(1) $AH = BK$ であることを証明しなさい。

(2) 四角形 $AKBH$ はどんな四角形になりますか。


ガイド

(1) 直角があれば、直角三角形の合同条件が利用できます。

(2) 平行四辺形になると予想して、平行四辺形になるための条件にあてはまることを示します。

解答

(1) (証明) $\triangle AHM$ と $\triangle BKM$ で、

仮定より、 $\angle AHM = \angle BKM = 90^\circ$ ……① $AM = BM$ ……②

対頂角は等しいので、 $\angle AMH = \angle BMK$ ……③

①、②、③から、直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角が、それぞれ等しいので、

$\triangle AHM \cong \triangle BKM$

合同な図形では、対応する辺は等しいので、 $AH = BK$

(2) 仮定より、 $AM = BM$ ……①

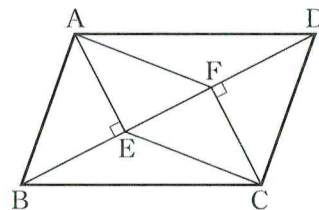
(1)の証明より、合同な図形では、対応する辺は等しいので、 $HM = KM$ ……②

①、②から、対角線が、それぞれの中点で交わるので、四角形 $AKBH$ は平行四辺形になる。



5

$\square ABCD$ で、 A 、 C から、対角線 BD へ、それぞれ垂線 AE 、 CF をひきます。このとき、四角形 $AECF$ は、平行四辺形であることを証明しなさい。



ガイド 線分の長さや位置関係に着目し、1組の向かいあう辺が等しくて平行であることを証明します。

解答 (証明) $\triangle ABE$ と $\triangle CDF$ で、

平行四辺形の向かいあう辺は等しいので、 $AB=CD$ ……①

平行四辺形の向かいあう辺は平行だから、 $AB\parallel DC$

平行線の錯角は等しいので、 $\angle ABE=\angle CDF$ ……②

仮定より、 $\angle AEB=\angle CFD=90^\circ$ ……③

①, ②, ③から、直角三角形の斜辺と1つの鋭角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle ABE \equiv \triangle CDF$$

合同な図形では、対応する辺は等しいので、 $AE=CF$ ……④

また、③から、 $\angle AEF=\angle CFE=90^\circ$ 錯角が等しいので、 $AE\parallel CF$ ……⑤

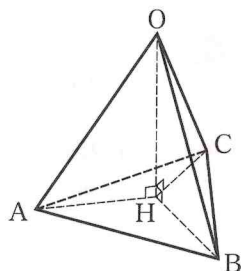
④, ⑤から、1組の向かいあう辺が、等しくて平行であるので、四角形 $AECF$ は平行四辺形である。

6 $OA=OB=OC$ の三角錐 $OABC$ があります。

頂点 O から、底面 ABC に垂線 OH をひくとき、

$$AH=BH=CH$$

であることを証明しなさい。



ガイド $\triangle OAH$, $\triangle OBH$, $\triangle OCH$ の関係を調べます。

解答 (証明) $\triangle OAH$ と $\triangle OBH$ で、

仮定より、 $OH\perp AH$, $OH\perp BH$ だから、 $\angle OHA=\angle OHB=90^\circ$ ……①

仮定より、 $OA=OB$ ……② OH は共通だから、 $OH=OH$ ……③

①, ②, ③から、直角三角形の斜辺と他の1辺が、それぞれ等しいので、

$$\triangle OAH \equiv \triangle OBH$$

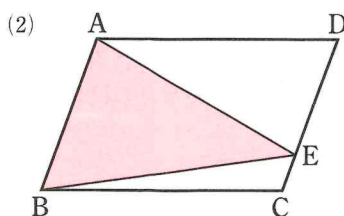
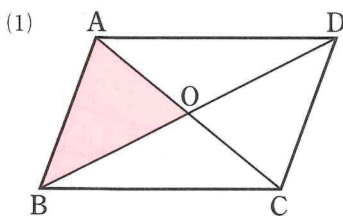
合同な図形では、対応する辺は等しいので、 $AH=BH$ ……④

$\triangle OAH$ と $\triangle OCH$ で、同じようにして、 $AH=CH$ ……⑤

④, ⑤から、 $AH=BH=CH$

7 下の図の $\square ABCD$ の面積は 36 cm^2 です。

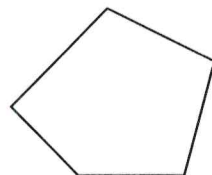
このとき、色のついた部分の面積を求めなさい。



ガイド 平行四辺形の性質を使って考えます。

- 解答** (1) $\triangle ABD$ の面積は、 $36 \div 2 = 18 \text{ (cm}^2\text{)}$
 $\triangle ABO$ と $\triangle ADO$ で、それぞれ BO , DO を底辺とみると、これらの長さは等しく、
高さも等しいので、面積も等しい。
よって、 $\triangle ABO = \triangle ABD \div 2 = 9 \text{ (cm}^2\text{)}$
(2) $AB \parallel DC$ より、 $\triangle ABE = \triangle ABC$
よって、 $\triangle ABE = 36 \div 2 = 18 \text{ (cm}^2\text{)}$

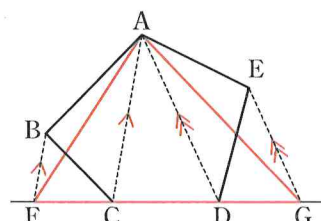
8 右の図の五角形と面積の等しい三角形をかきなさい。



ガイド 下の図のように記号をつけて、対角線 AC , AD をひき、直線 CD 上に2点 F , G をとって、 $\triangle ABC = \triangle AFC$, $\triangle AED = \triangle AGD$ とできれば、 $\triangle AFG$ が求める三角形です。

解答例 右の図の $\triangle AFG$

(作図) 点 B を通り、 AC に平行な直線をひき、辺 DC を延長した直線との交点を F とする。同じように、点 E を通り、 AD に平行な直線をひき、辺 CD を延長した直線との交点を G とする。



参考 (証明) $AC \parallel BF$ から、 $\triangle ABC = \triangle AFC$ $AD \parallel EG$ から、 $\triangle AED = \triangle AGD$
五角形 $ABCDE = \triangle ABC + \triangle ACD + \triangle AED$
 $= \triangle AFC + \triangle ACD + \triangle AGD = \triangle AFG$

9 $\angle A = 90^\circ$ の直角二等辺三角形 ABC があります。

点 B , C から、点 A を通る直線 ℓ に、それぞれ垂線 BD , CE をひくとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 図1のように、直線 ℓ が $\triangle ABC$ の外部を通るとき、
 $\triangle ABD \cong \triangle CAE$ であることを証明しなさい。
(2) 図1のとき、 $BD + CE = DE$ であることを証明しなさい。
(3) 図2のように、直線 ℓ が $\triangle ABC$ の内部を通るとき、
 BD , CE , DE の長さの間には、どんな関係がありますか。

図1

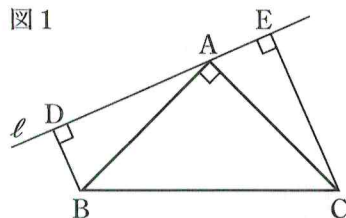
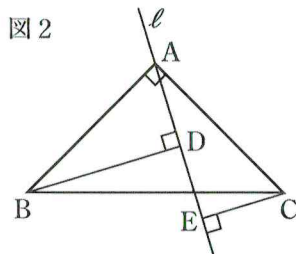


図2



ガイド

- (1) 直角三角形の合同条件を使います。
 (2) (1)で証明した、 $\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ を利用します。
 (3) $\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ がいえるので、合同な図形の対応する辺は等しいことを使って考えます。

解答

- (1) (証明) $\triangle ABD$ と $\triangle CAE$ で、

$$\text{仮定より, } \angle ADB = \angle CEA = 90^\circ \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$AB = CA \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

点 D, A, E は一直線上にあるので、

$$\angle BAD = 180^\circ - \angle BAC - \angle CAE = 90^\circ - \angle CAE \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

また、 $\triangle CAE$ の内角の和は 180° だから、

$$\angle ACE = 180^\circ - \angle AEC - \angle CAE = 90^\circ - \angle CAE \quad \cdots \cdots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{3}, \textcircled{4} \text{ から, } \angle BAD = \angle ACE \quad \cdots \cdots \textcircled{5}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{5}$ から、直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle ABD \equiv \triangle CAE$$

- (2) (証明) (1)の証明から、合同な図形では、対応する辺は、それぞれ等しいので、

$$BD = AE, CE = AD$$

$$\text{よって, } BD + CE = AE + AD = DE$$

- (3) $\triangle ABD$ と $\triangle CAE$ で、

$$\text{仮定より, } \angle ADB = \angle CEA = 90^\circ \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$AB = CA \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\text{また, } \angle BAD = \angle BAC - \angle CAE = 90^\circ - \angle CAE \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

$\triangle CAE$ の内角の和は 180° だから、

$$\angle ACE = 180^\circ - \angle CEA - \angle CAE = 90^\circ - \angle CAE \quad \cdots \cdots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{3}, \textcircled{4} \text{ から, } \angle BAD = \angle ACE \quad \cdots \cdots \textcircled{5}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{5}$ から、直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle ABD \equiv \triangle CAE$$

合同な図形では、対応する辺は、それぞれ等しいので、

$$BD = AE, CE = AD$$

$$\text{よって, } BD - CE = AE - AD = DE$$

$$\underline{BD - CE = DE}$$

6章 場合の数と確率

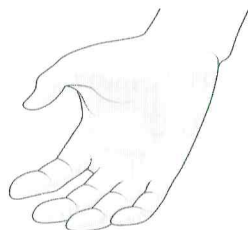
1節 場合の数と確率

起こりやすいのはどれ？

1つのさいころを投げるとき、次のようなことがらの起こりやすさを考えましょう。



㉗ 1の目が出る



㉘ 3の倍数の目が出る



㉙ 3以上の目が出る



㉚ 偶数の目が出る



㉛ 6未満の目が出る

話しあおう

教科書
p.164

㉗から㉛のうち、どれがもっとも起こりやすいでしょうか。
また、そのように考えた理由についても話しあいましょう。

ガイド

- ・さいころは、6つの面があって、1から6までの目がかかれています。どの目も同じように出ると考えられます。
- ・それぞれの場合の数を調べて、多い方が起こりやすいと考えられます。

解答例

- ㉗ 1の目だから、目の出かたは1通り。
 ㉙ 3以上の目は、3、4、5、6だから、目の出かたは4通り。
 ㉚ 偶数の目は、2、4、6だから、目の出かたは3通り。
 ㉛ 6未満の目は、1、2、3、4、5だから、目の出かたは5通り。
 ㉘ 3の倍数の目は、3、6だから、目の出かたは2通り。

したがって、㉛の場合の数がもっとも多いから、もっとも起こりやすいのは、㉛

1

確率の求め方

学習のねらい

同様に確からしいということを理解し、場合の数の割合として確率を求めることができるようにします。また、確率のとり値の範囲や性質を知ります。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□同様に確からしい

▶ どの場合が起こることも同じ程度であると考えられるとき、**同様に確からしい**といいます。

□確率の求め方

例 硬貨を1回投げるとき、表が出ることと裏が出ることは同様に確からしい。
▶ 起こる場合が全部で n 通りあり、どの場合が起こることも同様に確からしいとする。そのうち、ことがら A の起こる場合が a 通りであるとき、

$$\text{ことがら A の起こる確率 } p = \frac{a}{n}$$

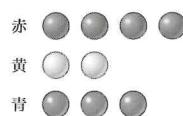
□確率の性質

- ▶ かならず起こることがらの確率は1です。
- ▶ 決して起こらないことがらの確率は0です。
- ▶ あることがらの起こる確率を p とするとき、 p の値の範囲は $0 \leq p \leq 1$ となります。

実験によらない確率の求め方を考えましょう。

問1

例1 の箱から玉を1個取り出すとき、次の確率を求めなさい。



教科書
p.167

- (1) 青玉が出る確率
- (2) 青玉または黄玉が出る確率

ガイド

教科書 p.167 の 例1 と同様に、玉の取り出し方は、全部で9通りです。

解答

玉の取り出し方は全部で9通りあり、どの玉の取り出し方も、同様に確からしい。

- (1) 青玉が出る場合は、3通りである。

$$\text{だから、青玉が出る確率は、} \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

- (2) 青玉または黄玉が出る場合は、5通りである。

$$\text{だから、青玉または黄玉が出る確率は、} \frac{3+2}{9} = \frac{5}{9}$$

問2

1つのさいころを投げるとき、次の確率を求めなさい。

教科書
p.168

- (1) 6以下の目が出る確率
- (2) 7以上の目が出る確率

ガイド

- (1)は、かならず起こることがらの確率です。
- (2)は、決して起こらないことがらの確率です。

解答 さいころの目の出かたは、1, 2, 3, 4, 5, 6の6通り。

(1) 6以下の目が出る場合は、6通りである。

だから、6以下の目が出る確率は、 $\frac{6}{6}=1$

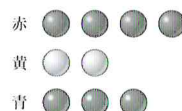
(2) 7以上の目が出る場合は、0通りである。

だから、7以上の目が出る確率は、 $\frac{0}{6}=0$

話しあおう

教科書
p.168

前ページ(教科書 p.167)の **例1** の箱から玉を1個取り出すとき、赤玉が出る確率は $\frac{4}{9}$ でした。これについて、かりんさんとけいたさんが、次のような会話をしています。2人の考えは正しいでしょうか。



かりん 「確率が $\frac{4}{9}$ だから、この箱から玉を1個取り出してもとに

もどす実験を9回おこなえば、赤玉が、かならず4回出るんだね。」

けいた 「回数をもっと増やさなければいけないよ。その実験を900回おこなえば、赤玉が、かならず400回出ると思うよ。」

ガイド

どの場合が起こることも**同様に確からしいとき**、赤玉が出る確率 $\frac{4}{9}$ は、多数の実験をして得られる確率とほぼ一致すると考えられますが、かならず一致するとはいえません。

解答

正しくない。

「赤玉が出る確率は $\frac{4}{9}$ 」とは、「取り出す回数を多くしていく

と、赤玉が出る割合が $\frac{4}{9}$ に近い値になっていく」ことを表しているから、9回取り出せばかならず4回赤玉が出るわけではない。

同じように、900回取り出してもかならず400回出るとはいえない。

あることがらの起こる確率は、そのことがらの起こりやすさの程度を表す数のことだよ。



練習問題

① 確率の求め方

教科書
p.168

1

(教科書) 164 ページの㊶～㊸のことがらの起こる確率を、それぞれ求めなさい。

また、㊶～㊸のうち、もっとも起こりやすいことがらはどれですか。

ガイド

さいころの目の出かたは6通りで、どの目が出ることも同様に確からしいといえます。

解答

㉔ 1の目が出る場合は、1通りである。

だから、1の目が出る確率は、 $\frac{1}{6}$

㉕ 3以上の目が出る場合は、4通りである。

だから、3以上の目が出る確率は、 $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

㉖ 偶数の目が出る場合は、3通りである。

だから、偶数の目が出る確率は、 $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

㉗ 6未満の目が出る場合は、5通りである。

だから、6未満の目が出る確率は、 $\frac{5}{6}$

㉘ 3の倍数の目は3と6だから、3の倍数の目が出る場合は、2通りである。

だから、3の倍数の目が出る確率は、 $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

よって、もっとも起こりやすいのは、㉘

2

右のような8枚のカードがあります。この8枚のカードを箱に入れて、そこから1枚のカードを取り出すとき、次の確率を求めなさい。



(1) カードに書かれた数が8の約数である確率

(2) カードに書かれた数が9である確率

ガイド

(1) 8の約数は、1, 2, 4, 8です。

(2) 決して起こらないことから確率は0です。

解答

(1) 8の約数が書かれたカードは1, 2, 4, 8だから、カードに書かれた数が8の約数である場合は、4通りである。

だから、カードに書かれた数が8の約数である確率は、 $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

(2) 9が書かれたカードはないので、9のカードが出る場合は、0通りである。

だから、9が書かれたカードが出る確率は、 $\frac{0}{8} = 0$

かならず起こることがらの確率は1、決して起こらないことから確率は0だよ。



2

いろいろな確率

学習のねらい

樹形図などの図をかいて、いろいろなことからの場合の数を数え上げます。また、全部の場合の数とあることからの起こる場合の数から、確率を求めることを学習します。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□樹形図

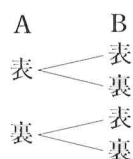
▶考えられるすべての場合を順序よく整理して数えるのに、右のような図がよく用いられます。

このような図を^{じゅけいず}樹形図といいます。

□起こらない確率

▶ことがらAの起こる確率を p とすると、
Aの起こらない確率 $=1-p$

例 2枚の硬貨を投げるとき



場合の数を、もれや重なりがないように数えましょう。



昼食時に校内放送で A, B, C の3曲を流します。
この3曲の曲順には、どんな場合があるでしょうか。

教科書
p.169

ガイド

曲順を、図や表を使って、もれや重なりがないように数え上げます。

解答

表を使って調べてみると、右のようになり、

(A, B, C) (A, C, B) (B, A, C)

(B, C, A) (C, A, B) (C, B, A)

の6通りがある。

1曲目	2曲目	3曲目
A	B	C
A	C	B
B	A	C
B	C	A
C	A	B
C	B	A

教科書
p.169

問1

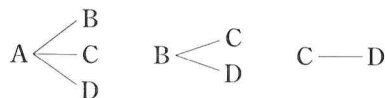
A, B, C, D の4冊から2冊の本を選ぶとき、その選び方は全部で何通りありますか。

ガイド

樹形図をかいて調べます。A—BとB—Aは同じ組み合わせであることに注意しましょう。

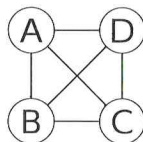
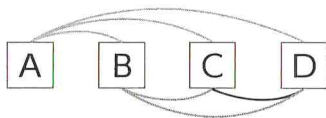
解答

右の図のように、選び方は全部で6通り



参考

そのほか、小学校の算数でも学習したように、下のような図や表で求めることもできます。



	A	B	C	D
A		○	○	○
B			○	○
C				○
D				

問2

サッカーの試合で、A, B, C, D, E, F の6チームが、それぞれ1回ずつ対戦するとき、全部で何試合になりますか。

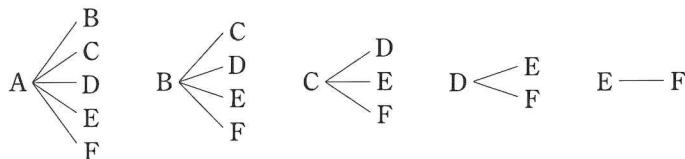
教科書
p.169

ガイド

樹形図をかいて、すべての組み合わせを、順序よく調べます。

解答

右の図の15通りあるから、
試合数は、15 試合



いろいろな確率を求めましょう。

問3

2枚の硬貨を同時に投げるとき、2枚とも表となる確率を求めなさい。

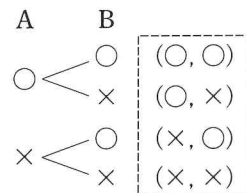
教科書
p.170

解答

2枚の硬貨をA, Bとし、表を○、裏を×で表して、樹形図をかくと、起こるすべての場合は、右の図のようになる。

起こるすべての場合の数は4通りで、どの表裏の出かたも同様に確からしい。2枚とも表となる出かたは1通りだから、その

確率は、 $\frac{1}{4}$



説明しよう

上の 例題1 で、けいたさんは、右のように考えていました。

この考えのどこが誤っているか説明しましょう。

✕ 誤答例

表裏の出かたは、
2枚とも表、1枚は表で1枚は裏、
2枚とも裏
の3通りだから、

1枚は表で1枚は裏となる確率は $\frac{1}{3}$

教科書
p.170

ガイド

同様に確からしいのは何か、ということが問題です。

解答例

2枚の硬貨を投げるとき、同様に確からしいのは、1枚1枚の硬貨が表になるか裏になるかである。2枚の硬貨をA, Bと区別し、Aが表でBが裏のとき、(○, ×)と表すと、表裏の出かたは、次の4通りである。

(○, ○) (○, ×) (×, ○) (×, ×)

これらの出かたは、同様に確からしい。

1枚は表で1枚は裏となるのは、(○, ×)と(×, ○)の2通りあるから、その確率は、

$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ となる。

問4

3枚の硬貨を同時に投げるとき、次の確率を求めなさい。

- (1) 3枚とも裏となる確率
- (2) 少なくとも1枚は表となる確率

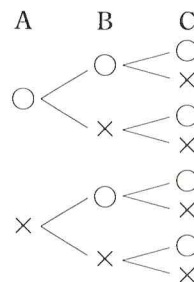
ガイド

3枚の硬貨をA, B, Cと区別し、樹形図を使って、表裏の出かたを考えます。

(2)は、「少なくとも1枚」の意味を考えます。

解答

3枚の硬貨をA, B, Cと区別し、表を○, 裏を×として、樹形図に表すと、右の図のようになる。表裏の出かたは全部で8通りで、どの出かたも同様に確からしい。



(1) 3枚とも裏となる出かたは1通りだから、その確率は、 $\frac{1}{8}$

(2) 3枚とも表となる出かたは1通り

2枚は表で1枚は裏となる出かたは3通り

1枚は表で2枚は裏となる出かたは3通り

だから、少なくとも1枚は表となる出かたは、全部で7通り。

よって、求める確率は、 $\frac{7}{8}$

参考

樹形図を見ると、「少なくとも1枚は表」とは、「3枚とも裏でない」ことと同じです。

問5

右のような3枚のカードがあります。この3枚のカードを箱に入れて、そこから1枚ずつ取り出し、取り出した順に左から右に並べて3けたの整数をつくります。



この整数が偶数となる確率を求めなさい。

ガイド

樹形図をかいて、一の位の数が2になる場合の数を調べます。

解答

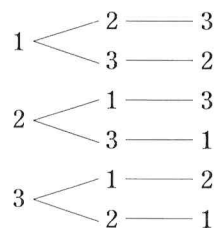
樹形図をかくと、右の図のようになり、全部で6通りの整数ができる。

そして、これらの取り出し方は同様に確からしい。

このうち、偶数となるのは、132, 312の2通りだから、偶数になる確率は、

$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

百の位 十の位 一の位



参考

偶数か奇数かは、一の位の数で決まります。一の位にくる数は、1か2か3かで3通り、そのうち、偶数の場合は2だけだから、偶数となる確率は、 $\frac{1}{3}$ です。

この解き方の方が簡単ですが、ここでは、学習内容を確認するため、樹形図をかいて調べるのがたいせつです。

問6

2つのさいころを同時に投げるとき、次の確率を求めなさい。

教科書
p.173

- (1) 出る目の数の和が9になる確率
- (2) 出る目の数の和が9にならない確率

ガイド

2つのさいころを A, B と区別し、出る目の数の和の表をつくって考えます。
ことがら A の起こる確率を p とすると、A の起こらない確率は、 $1-p$ で求められます。

解答

2つのさいころを A, B とし、和の表をつくると、次のようになる。

A \ B	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	⑨
4	5	6	7	8	⑨	10
5	6	7	8	⑨	10	11
6	7	8	⑨	10	11	12

- 目の出かたは、
 $6 \times 6 = 36$ (通り)
- これらの出かたは、同様に確からしい。
- 出る目の数の和が9になる場合は、○をつけたところである。

- (1) 出る目の数の和が9になる場合は4通りである。求める確率は、

$$\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

- (2) (1)が起こらない確率だから、出る目の数の和が9にならない確率は、

$$1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$$

問7

例題4で、2枚が異なるマークのカードである確率を求めなさい。

教科書
p.173

ガイド

例題4が起こらない確率と考えます。

解答

「2枚が異なるマークのカードである」とは、「2枚が同じマークのカードでない」ということである。

例題4より、2枚が同じマークのカードである確率は $\frac{2}{5}$ だから、求める確率は、

$$1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

参考

例題4の表で考えると、右の□で囲まれた部分が2枚が異なるマークのカードである組で、6通りです。

これから、求める確率は、

$$\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

	♥2	♥3	♥4	♣5	♣6
♥2		○	○	□	□
♥3			○	○	○
♥4				○	○
♣5					○
♣6					

2. 確率の利用

どちらが有利かな？

けいたさんと弟は、商店街でおこなわれているくじ引きについて話しています。

「さきにひいた方があたりが出やすいのかな。」

「はずれがさきにひかれる場合もあるんじゃない？」

話しあおう

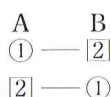
教科書
p.175

くじ引きでは、さきにひくか、あとにひくかによって、あたりやすさに違いがあるでしょうか。

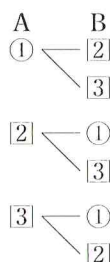
ガイド あたりが1本として、くじがいろいろな本数の場合で考えてみましょう。

解答例 あたりが1本として、くじの本数を増やし、AとBがこの順に1本ずつひくことを考える。
あたりを①、はずれを②、③、④とすると、

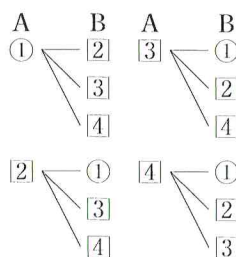
2本のとき



3本のとき



4本のとき



AとBのあたる確率は、どちらも、

$$2本のときは \frac{1}{2}$$

$$3本のときは \frac{2}{6} \left(\frac{1}{3} \right)$$

$$4本のときは \frac{3}{12} \left(\frac{1}{4} \right)$$

さきにひくか、あとにひくかによって、あたりやすさに違いはないと考えられる。

1

確率の利用

学習のねらい

場合の数や確率を求めて、身のまわりにある問題を解決することができることを学び、確率についての理解を深めます。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□場合の数や
確率の利用

▶場面の状況を具体的な数にして、数学の問題としてとらえ、樹形図をもとに場合の数を数えて確率を求め、問題を解決します。

1

樹形図から、AとBがこの順に1本ずつくじをひく場合の数は、何通りになりますか。右の樹形図(省略)の残りの部分をかき、完成させて考えなさい。

教科書
p.176

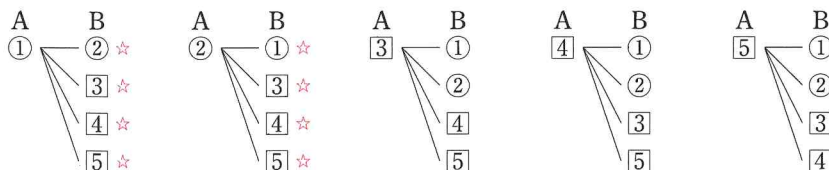
ガイド

Aがひいたくじはもとにもどさないので、Bの方には入れないようにします。

解答

樹形図は、下の図のようになる。

20通り



(図の中の☆の印は、2の内容です。)

2

Aがあたりをひく場合の数を求めなさい。

教科書
p.176

ガイド

上の1でかいた樹形図を使って、Aがあたりをひく場合を数えます。

解答

Aがあたりをひくのは、上の1の図の☆の場合で、8通り。

6章

場合の数と確率

説明しよう

教科書
p.177

前ページ(教科書p.176)のQで、2人のあたりやすさについて、どんなことがいえるでしょうか。確率を用いて説明しましょう。

ガイド

上の1でかいた樹形図を使って、A、Bがあたりをひく確率をそれぞれ考えます。

解答例

上の1の図で、Aがあたりをひく場合は8通りだから、確率は、 $\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$

Bがあたりをひく場合は8通りだから、確率は、 $\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$

したがって、2人のあたりやすさに違いはない。

3

Qの問題で、5本のうち、あたりが3本はいつているくじを考えます。
このくじの場合には、2人のあたりやすさに違いがありますか。

ガイド

171ページの1でかいた樹形図を、どのように利用したらよいか考えましょう。

解答

171ページの1の図で、2本のはずれを①、②、3本のあたりを③、④、⑤と考えると、

Aがあたりをひく場合は12通りだから、確率は、 $\frac{12}{20} = \frac{3}{5}$

Bがあたりをひく場合は12通りだから、確率は、 $\frac{12}{20} = \frac{3}{5}$

したがって、2人のあたりやすさに違いはない。

4

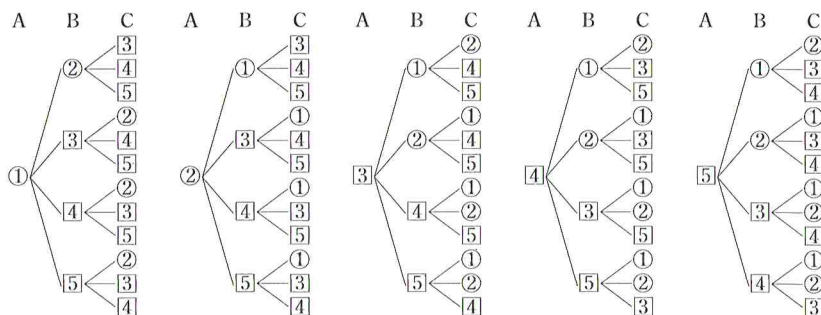
Qの問題で、くじをひく人数を、A、B、Cの3人に増やし、3人がこの順に1本ずつひく場合を考えます。3人のあたりやすさに違いがありますか。
ただし、ひいたくじは、もとにもどさないことにします。

ガイド

171ページの1でかいた樹形図に、Cがくじをひく場合をかき加えて考えます。

解答

樹形図は、下の図のようになる。



A、B、Cがこの順に1本ずつくじをひく場合の数は、60通り。

Aがあたりをひく場合は24通りだから、確率は、 $\frac{24}{60} = \frac{2}{5}$

Bがあたりをひく場合は24通りだから、確率は、 $\frac{24}{60} = \frac{2}{5}$

Cがあたりをひく場合は24通りだから、確率は、 $\frac{24}{60} = \frac{2}{5}$

したがって、3人のあたりやすさに違いはない。

1

次の□にあてはまるものをいいなさい。

- (1) かならず起こることがらの確率は□である。
 (2) けっして起こらないことがらの確率は□である。
 (3) ことがらAの起こる確率を p とすると、Aの起こらない確率は、□である。

ガイド

あることがらが起こる確率を p とすると、 p の値の範囲は、 $0 \leq p \leq 1$ で、 $p=1$ は、かならず起こることがらで、 $p=0$ は、けっして起こらないことがらです。だから、あることがらについて、起こる確率と起こらない確率の和は1になります。

解答

- (1) 1 (2) 0 (3) $1-p$

(1), (2) p.168 問2

参考

確率が1や0のことがらを考えることは、ほとんど無意味ですが、(3)のときに、この考え方は役立ちます。

(3) p.173 問6

2

1つのさいころを投げるとき、1の目が出る確率は $\frac{1}{6}$ です。

この確率の意味を正しく説明しているのは、次の(ア)~(ウ)のうち、どれですか。

- (ア) 6回投げるとき、そのうち1回はかならず1の目が出る。
 (イ) 6回投げるとき、そのうち1回しか1の目は出ない。
 (ウ) 3000回投げるとき、500回ぐらい1の目が出る。

ガイド

確率は、場合の数をもとにして期待できる程度を表す数です。また、「かならず」のように断定的なことは、確率が1か0の場合だけで、他のときはいえません。

解答

(ウ)

p.168 話しあおう

3

1から20までの数が1つずつ書かれた20枚のカードがあります。

このカードを箱に入れて、そこから1枚を取り出すとき、取り出したカードが3の倍数である確率を求めなさい。

ガイド

20枚のカードのうち、どのカードを取り出すことも同様に確からしいといえます。

解答

カードの取り出し方は20通り。

p.167 問1

取り出したカードが3の倍数である場合は、

3, 6, 9, 12, 15, 18

の6通りだから、求める確率は、 $\frac{6}{20} = \frac{3}{10}$

4

次の確率を求めなさい。

- (1) 1つのさいころを投げるとき、奇数の目が出る確率
 (2) 3枚の硬貨を同時に投げるとき、3枚とも表となる確率

ガイド ことがらAの起こる確率 = $\frac{\text{ことがらAの起こる場合の数}}{\text{起こるすべての場合の数}}$

解答 (1) 1つのさいころの目の出かたは、1～6で全部で6通りあり、
どれも同様に確からしい。

そのうち、奇数の目は、1, 3, 5の3通りだから、

$$\text{奇数の目が出る確率は、} \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

p.167 問1

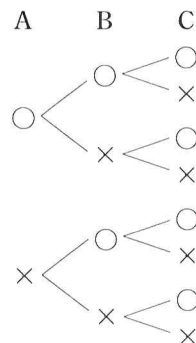
(2) 3枚の硬貨をA, B, Cと区別し、表を○, 裏を×として、
樹形図で表すと、右の図のように、全部で8通り。

どの表裏の出かたも同様に確からしい。

このうち、3枚とも表となる出かたは、1通りだから、

$$3\text{枚とも表となる確率は、} \frac{1}{8}$$

p.171 問4



6章 章末問題 学びを身につけよう

教科書 p.179

1 5本のうち、あたりが2本はいつているくじがあります。

このくじを、同時に2本ひくとき、少なくとも1本があたりである確率を求めなさい。

ガイド あたりくじを①, ②, はずれくじを③, ④, ⑤として、2本のくじのひき方を表などに表して調べます。「少なくとも1本があたり」ということは、ひいた2本のくじのうち、1本、または、2本があたりくじであるという意味です。

解答 5本のくじのうち、あたりを①, ②, はずれを③, ④, ⑤で
表すと、右の表のように、くじのひき方は10通り。

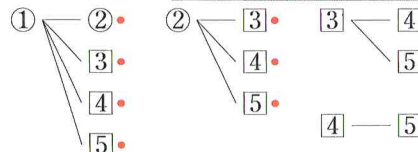
少なくとも1本があたりである場合は表の●の場合で、7通り

だから、その確率は、 $\frac{7}{10}$

参考 樹形図をかくと、右の図のようになります。

少なくとも1本があたりである場合は、右の図の

●の印をつけた7通りだから、求める確率は、 $\frac{7}{10}$



2 2つのさいころを同時に投げるとき、次の確率を求めなさい。

- (1) 1の目がまったく出ない確率
- (2) 出る目の数の和が13になる確率
- (3) 出る目の数の差が3になる確率
- (4) 少なくとも一方は3以上の目が出る確率

ガイド 2つのさいころを同時に投げるとき、目の出かたは、2つのさいころを A, B で表し、表にすると、わかりやすくなります。

解答 2つのさいころを A, B とすると、目の出かたは右の表のようになり、全部で 36 通り。

これらは同様に確からしい。

- (1) 1 の目がまったく出ない場合は、右の表の (2,2) の部分で、25 通りだから、求める確

率は、 $\frac{25}{36}$

A \ B	1	2	3	4	5	6
	(1,1) (1,2) (1,3) (1,4) (1,5) (1,6)	(2,1) (2,2) (2,3) (2,4) (2,5) (2,6)	(3,1) (3,2) (3,3) (3,4) (3,5) (3,6)	(4,1) (4,2) (4,3) (4,4) (4,5) (4,6)	(5,1) (5,2) (5,3) (5,4) (5,5) (5,6)	(6,1) (6,2) (6,3) (6,4) (6,5) (6,6)

- (2) 出る目の数の和がもっとも大きくなる場合は、 $6+6=12$ である。

よって、出る目の数の和が 13 になる場合は 0 通りだから、求める確率は、 $\frac{0}{36}=0$

- (3) 出る目の数の差が 3 になる場合は、右上の表の (1,4) の 6 通りだから、求める確率は、

$$\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

- (4) 少なくとも一方は 3 以上の目が出る確率は、 $1 - (\text{どちらも 2 以下の目が出る確率})$

どちらも 2 以下の目が出る場合は、右上の表の (1,1) の 4 通りで、その確率は、 $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

よって、少なくとも一方は 3 以上の目が出る確率は、 $1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$



3

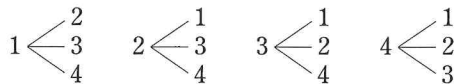
右のような 4 枚のカードがはいっている箱から、カードを続けて 2 枚取り出します。

1 枚目を十の位、2 枚目を一の位として、2 けたの整数をつくるとき、この整数が 3 の倍数となる確率を求めなさい。



ガイド カードの並べ方を、樹形図に表して考えます。

解答 樹形図をかくと、右の図のようになり、全部で 12 個の 2 けたの整数ができる。



このうち、3 の倍数は、12, 21, 24, 42 の 4 個。

したがって、3 の倍数となる確率は、 $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

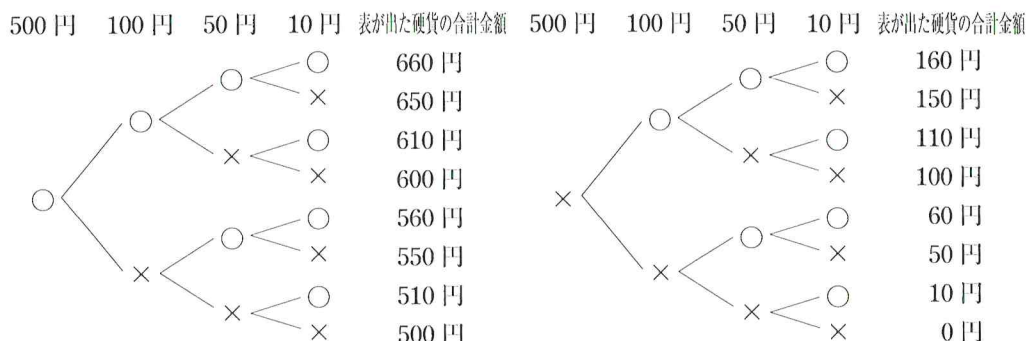
4

500 円、100 円、50 円、10 円の硬貨が 1 枚ずつあります。この 4 枚を同時に投げるとき、次の問いに答えなさい。

- 表裏の出かたは、全部で何通りありますか。
- 4 枚のうち、少なくとも 1 枚は表となる確率を求めなさい。
- 表が出た硬貨の合計金額が、550 円以上になる確率を求めなさい。

ガイド 表を○、裏を×として、樹形図に表して考えます。

解答 表を○、裏を×として樹形図に表すと、下の図のようになる。



- (1) 表裏の出かたは、全部で 16 通りあり、どれも同様に確からしい。 **16 通り**
 (2) 4 枚のうち、少なくとも 1 枚は表となる確率は、 $1 - (4 \text{ 枚とも裏となる確率})$

樹形図から、4 枚とも裏になるのは 1 通りだから、その確率は、 $\frac{1}{16}$

よって、求める確率は、 $1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$

- (3) 樹形図の合計金額を見ると、550 円以上になる場合は 6 通りだから、表が出た硬貨の合計金額が、550 円以上になる確率は、 $\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$

5 赤玉 2 個と白玉 3 個がはいっている袋があります。この袋から玉を 1 個取り出して色を調べ、それを袋にもどしてから、また、玉を 1 個取り出すとき、次の(ア)と(イ)では、どちらの方が起こりやすいといえますか。

(ア) 赤玉と白玉が出る

(イ) 同じ色の玉が出る

ガイド 1 回目に取り出した玉を袋にもどすから、2 回目に玉を取り出すときも、袋の中の玉は 1 回目に取り出すときと同じで、赤玉 2 個と白玉 3 個です。

解答 赤玉 2 個を 赤₁、赤₂、白玉 3 個を 白₁、白₂、白₃ とすると、右のような表にまとめられる。

玉の取り出し方は、全部で $5 \times 5 = 25$ (通り) あり、どれも同様に確からしい。

(ア) 赤玉と白玉が出る場合は、表の●の場合で、12 通り

だから、その確率は、 $\frac{12}{25}$

2回目 1回目	赤 ₁	赤 ₂	白 ₁	白 ₂	白 ₃
赤 ₁	○	○	●	●	●
赤 ₂	○	○	●	●	●
白 ₁	●	●	○	○	○
白 ₂	●	●	○	○	○
白 ₃	●	●	○	○	○

(イ) 同じ色の玉が出る場合は、表の○の場合で、13 通りだから、その確率は、 $\frac{13}{25}$

したがって、(イ)の方が起こりやすいといえる。

7章 箱ひげ図とデータの活用

1節 箱ひげ図

どのようなことを表している図かな？

かりんさんは、インターネットの通信回線を導入しようとしているおじさんと、どの会社を選べばよいかについていっしょに考えています。

各社のホームページを見たところ、通信速度の測定結果が、図で示されていました。図1は、A社、B社、C社、D社の4社の図をまとめたものです。

図1 通信速度(送信時) 測定結果

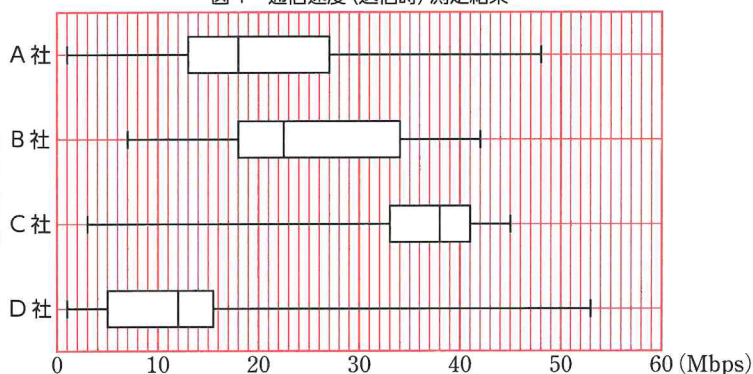


図1のA社は、次(右)のデータをもとにつくられています。

通信速度(送信時) 測定結果 (Mbps)

18, 32, 15, 21, 1, 16, 48, 22, 9, 11, 24, 17, 30

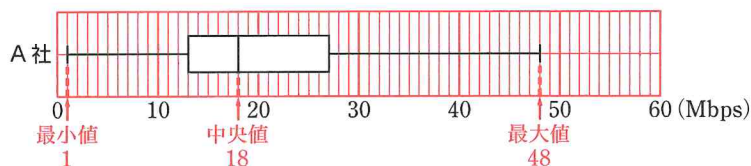
話しあおう

教科書
p.181

前ページ(上)の図1のA社の図は、どのようなことを表していますか。上のデータの最大値、最小値、中央値を求め、それぞれが図のどこにあたるかに着目して、考えてみましょう。

解答例

小さい順に並べると、1, 9, 11, 15, 16, 17, 18, 21, 22, 24, 30, 32, 48 なので、
最大値……48 Mbps, 最小値……1 Mbps, 中央値……18 Mbps



線分は通信速度の最小値から最大値を表している。長方形の中にある線は中央値を表していて、長方形の位置や長さで通信速度の中央付近の傾向を表していると思う。

1

箱ひげ図

学習のねらい

これまでに、データを整理する方法として、ヒストグラムや代表値などを学んできました。ここでは、データを整理する新しい方法として、箱ひげ図について学びます。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□四分位数

▶データの値を小さい順に並べ、中央値を境に、前半部分と後半部分の2つに分けたとき、

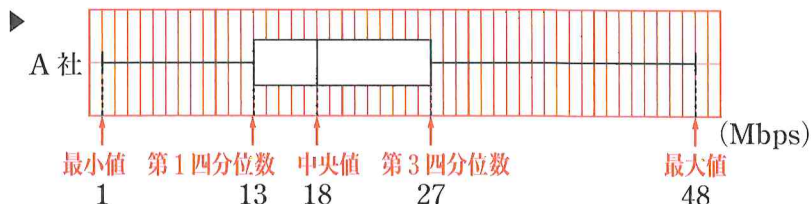
前半部分の中央値を **第1四分位数**、

データ全体の中央値を **第2四分位数**、

後半部分の中央値を **第3四分位数**とといいます。

また、これらをあわせて、**四分位数**とといいます。

□箱ひげ図



上の図のように、最小値、第1四分位数、中央値、第3四分位数、最大値を1つの図にまとめたものを**箱ひげ図**とといいます。

□四分位範囲

▶第3四分位数と第1四分位数の差を、**四分位範囲**とといいます。

$$\text{四分位範囲} = \text{第3四分位数} - \text{第1四分位数}$$

データの分布の表し方について学びましょう。



下の図は、(教科書) 180 ページの図1のうち、A社の図を抜き出したものです。

この図で、

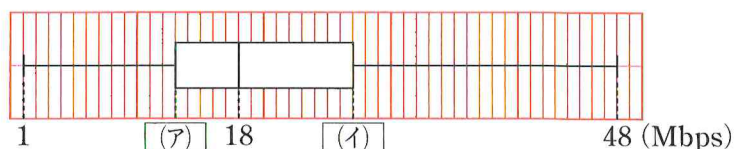
左端は最小値 1 Mbps,

右端は最大値 48 Mbps,

長方形の中にある線は中央値 18 Mbps

に、それぞれ対応しています。

(ア)と(イ)は何を表しているのでしょうか。



教科書
p.182

ガイド

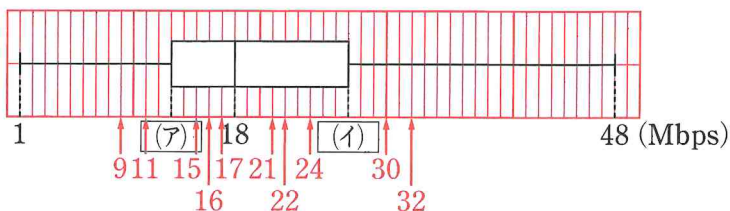
左端、中央値、右端だけでなく、ほかのデータの値も図にかき入れて考えましょう。

解答例

ほかのデータの値を図にかき入れると、右のようになる。

(ア)は11と15のまん中の値、(イ)は24と30のまん

中の値になっているので、(ア)はデータの前半部分(1, 9, 11, 15, 16, 17)の中央値、(イ)はデータの後半部分(21, 22, 24, 30, 32, 48)の中央値になっていると考えられる。



問1

前ページ(教科書 p.182)のC社の通信速度について、四分位数を求めなさい。

教科書
p.183

ガイド

まず、第2四分位数(中央値)を求めてから、第1四分位数と第3四分位数を求めます。

解答

データの個数が15個だから、中央値は、小さい方から数えて8番目の値で38になる。

第1四分位数は、小さい方から数えて1番目から7番目までの中央値で33になる。

第3四分位数は、小さい方から数えて9番目から15番目までの中央値で41になる。

第1四分位数 33 Mbps, 第2四分位数 38 Mbps, 第3四分位数 41 Mbps

問2

かりんさんがさらに調べていると、A～D社のほかに、E社もあることがわかりました。下のE社の通信速度について、四分位数を求め、箱ひげ図をかきなさい。

教科書
p.184

E社 通信速度 測定結果 (Mbps)

11, 19, 27, 17, 28, 21, 5, 15

ガイド

まず、値の小さい順に並べかえてから、四分位数を求めます。

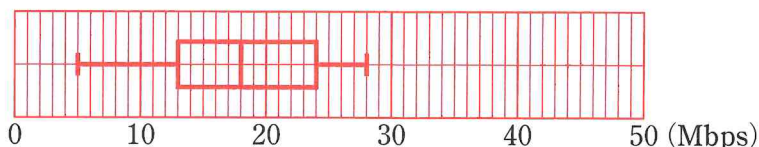
解答

値の小さい順に並べかえて、四分位数を求めると、

5, 11, | 15, 17, | 19, 21, | 27, 28

↑ ↑ ↑
第1四分位数 中央値 第3四分位数
13 Mbps 18 Mbps 24 Mbps

箱ひげ図は、右のようになる。



参考

データの個数が8個だから、中央値は、小さい方から数えて4番目と5番目の値の平均をとって、 $\frac{17+19}{2}=18$

第1四分位数は、小さい方から数えて2番目と3番目の値の平均をとって、 $\frac{11+15}{2}=13$

第3四分位数は、小さい方から数えて6番目と7番目の値の平均をとって、 $\frac{21+27}{2}=24$

四分位数や箱ひげ図をもとにして、データの散らばりを調べましょう。

教科書
p.184

かりんさんは、(教科書) 180 ページの図 1 を見て、次のように考えました。

「最大値がもっとも大きいのは D 社だから、D 社を選べば、通信速度が速くて快適に使えるだね。」

かりんさんの考えについてどう思いますか。

ガイド

箱ひげ図を見て、全体のデータのおおまかな分布のようすから考えます。

解答例

D 社の箱ひげ図の、箱の部分を見ると、A 社、B 社、C 社にくらべて、もっとも値が小さい方に寄っている。このことから、D 社の最大値は大きい^{はな}が、これはデータの分布の傾向とはかけ離れた値で、速い通信速度にはあまり分布していないことがわかる。だから、D 社を選んでも、通信速度が速くて快適に使えるとは限らない。

問3

B 社の通信速度について、四分位範囲を求めなさい。

教科書
p.184

ガイド

第 3 四分位数と第 1 四分位数を求めてから、その差を求めます。

解答

教科書 183 ページの 例 1 から、B 社の通信速度の四分位範囲は、第 3 四分位数が 34 Mbps、第 1 四分位数が 18 Mbps だから、 $34 - 18 = 16$ (Mbps)

問4

(教科書) 180 ページの図 1 から、C 社の通信速度の範囲と四分位範囲を求めなさい。

教科書
p.185

ガイド

のびた線の左端から右端までの長さが範囲、長方形の左端から右端までの長さが四分位範囲です。

解答

範囲… $45 - 3 = 42$ (Mbps)

四分位範囲… $41 - 33 = 8$ (Mbps)

話しあおう

教科書
p.185

あなたなら、A～D 社のうち、どの会社を選びますか。(教科書) 180 ページの図 1 から、通信速度の傾向^{けいこう}について読みとり、理由もあわせて説明しましょう。

ガイド

A～D 社の箱ひげ図の箱の位置をくらべて考えます。

解答例

C 社

(理由) A～D 社の箱ひげ図の箱の位置をくらべると、C 社がいちばん右にあり、四分位範囲もいちばんせまくなっていることがわかる。これは、通信速度のデータの中央付近の約 50% が、速い通信速度で安定していることを示している。だから、C 社を選べば、通信速度が速くて快適に使えると思われる。

2

データを活用して、問題を解決しよう

学習のねらい

身近な事象について、調べたデータを箱ひげ図に表します。複数のデータを比較して考察することで、箱ひげ図への理解を深めます。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□データを箱ひげ図に表す

データを箱ひげ図に表すと、データの分布のようすの^{ちが}違いや傾向を読みとることができます。

話しあおう

教科書
p.187

上のヒストグラムや表(省略)から、ごみのリサイクル率について、どのようなことがわかりますか。

ガイド

ヒストグラムや表を読みとって考えます。

解答例

- ・ヒストグラムから、半分以上の都道府県のごみのリサイクル率が12～16%である。
- ・ヒストグラムから、各都道府県のごみのリサイクル率の中央値は、14%以上16%未満の階級にはいっている。
- ・表から、上位10都道府県のごみのリサイクル率は、21%以上である。

話しあおう

教科書
p.188

前ページ(教科書p.187)のヒストグラムや表、上の図(省略)などから、各都道府県のごみのリサイクル率への取り組みについて、どのようなことがいえそうでしょうか。

ガイド

箱ひげ図からも読みとって考えます。

解答例

- ・ごみのリサイクル率が高い5県について、それぞれの県のすべての市町村のごみのリサイクル率が高いわけではない。
- ・ごみのリサイクル率が高い5県について、それぞれの市町村のごみのリサイクル率の最小値は20%未満のところであり、第1四分位数から第3四分位数まではごみのリサイクル率が10～30%くらいのところにあるが、最大値は各県でばらつきがある。
- ・上位2県では、ごみのリサイクル率が50%以上の市町村がある。
- ・上位2県の $\frac{3}{4}$ 以上の市町村で、ごみのリサイクル率が20%以上である。
- ・5位の県の市町村のごみのリサイクル率の最大値の方が、3位と4位の県の市町村の最大値よりも大きい。

7章 章末問題 学びをたしかめよう

教科書 p.190～191

1 ある生徒 15 人について、先月読んだ本の冊数を調べたところ、下のような結果になりました。

3, 5, 10, 14, 3, 12, 15, 2, 4, 8, 7, 6, 9, 11, 3

- (1) 四分位数を求めなさい。 (2) 四分位範囲を求めなさい。
(3) 箱ひげ図をかきなさい。

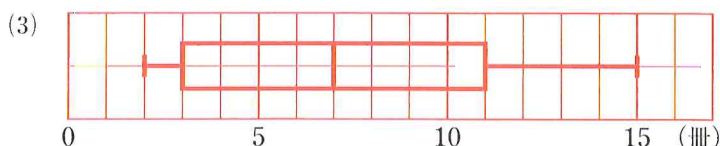
ガイド データの値を小さい順に並びかえたとき、中央値(第2四分位数)を境に、前半部分の中央値を第1四分位数、後半部分の中央値を第3四分位数といいます。
また、第3四分位数と第1四分位数の差を四分位範囲といいます。

解答 (1) 値の小さい順に並びかえて、四分位数を求めると、

2, 3, 3, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 14, 15

第1四分位数 中央値 第3四分位数
3冊 (第2四分位数) 11冊
7冊

- (2) (1)より、 $11 - 3 = 8$ (冊)



p.183 問1

p.184 問3

p.184 問2

2 ある学校の図書委員会に所属する1年生10人、2年生12人、3年生9人について、1週間の読書時間を調べたところ、下のような結果となりました。

1週間の読書時間(時間)

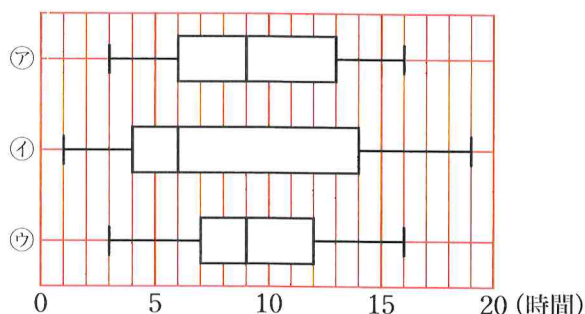
1年生 6, 10, 8, 12, 3, 16, 10, 7, 8, 15

2年生 7, 7, 12, 5, 16, 15, 3, 8, 10, 14, 4, 11

3年生 6, 15, 3, 1, 19, 10, 5, 6, 13

- (1) 上の1年生、2年生、3年生の読書時間について、それぞれ四分位数を求めなさい。

- (2) 上の1年生、2年生、3年生の読書時間を表す箱ひげ図を、下(右)の㉗～㉙から、それぞれ選びなさい。



ガイド (1) データを値の小さい順に並びかえて、それぞれの四分位数を求めます。
(2) 箱ひげ図のデータの分布のようすから考えます。

(1) 値の小さい順に並びかえると、

1年生 3, 6, 7, 8, 8, 10, 10, 12, 15, 16

2年生 3, 4, 5, 7, 7, 8, 10, 11, 12, 14, 15, 16

3年生 1, 3, 5, 6, 6, 10, 13, 15, 19

これをもとにして、四分位数を求めると、

1年生 第1四分位数 7時間

中央値(第2四分位数) $\frac{8+10}{2}=9$ (時間)

第3四分位数 12時間

2年生 第1四分位数 $\frac{5+7}{2}=6$ (時間)

中央値(第2四分位数) $\frac{8+10}{2}=9$ (時間)

第3四分位数 $\frac{12+14}{2}=13$ (時間)

3年生 第1四分位数 $\frac{3+5}{2}=4$ (時間)

中央値(第2四分位数) 6時間

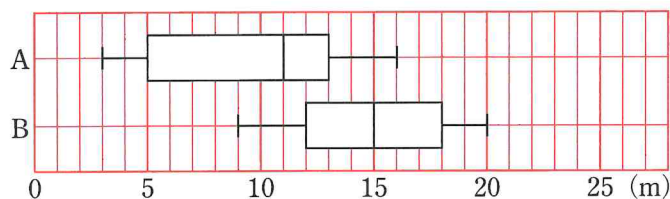
第3四分位数 $\frac{13+15}{2}=14$ (時間)

(2) (1)で求めた四分位数にあう箱ひげ図を、それぞれ選ぶ。

1年生㉔, 2年生㉕, 3年生㉖

3

下の箱ひげ図は、ある学校のAグループ45人とBグループ45人のハンドボール投げの記録を表したものです。



この箱ひげ図から読みとれることとして、次の(1)~(4)は正しいといえますか。

「正しい」「正しくない」「このデータからはわからない」のどれかで答えなさい。

- (1) Aグループの記録の平均値は11mである。
- (2) 記録が13m以上的人是、AグループよりBグループの方が多い。
- (3) 記録が15m以上的人是、BグループがAグループの2倍以上である。
- (4) 範囲も四分位範囲も、AグループよりBグループの方が大きい。

ガイド

箱ひげ図からデータの値の個数(人数)や割合、範囲や四分位範囲を読みとります。

解答

(1) データの個々の値がわからず、平均値はこのデータからはわからない。

(2) Aグループでは、第3四分位数が13 m だから、記録が13 m 以上の人は、多くても22人である。

Bグループでは、中央値が15 m だから、記録が13 m 以上の人は、少なくとも23人である。

よって、正しい。

(3) Aグループでは、第3四分位数が13 m だから、記録が15 m 以上の人は、多くても全体の25%である。

Bグループでは、中央値が15 m だから、記録が15 m 以上の人は、全体の50%以上である。

よって、正しい。

(4) Aグループでは、範囲 $16-3=13$ (m) 四分位範囲 $13-5=8$ (m)

Bグループでは、範囲 $20-9=11$ (m) 四分位範囲 $18-12=6$ (m)

だから、範囲も四分位範囲も、AグループよりBグループの方が小さい。

よって、正しくない。

p.188

話しあおう

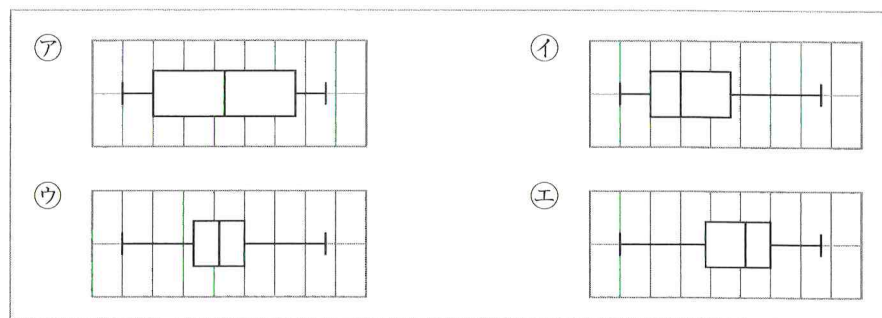
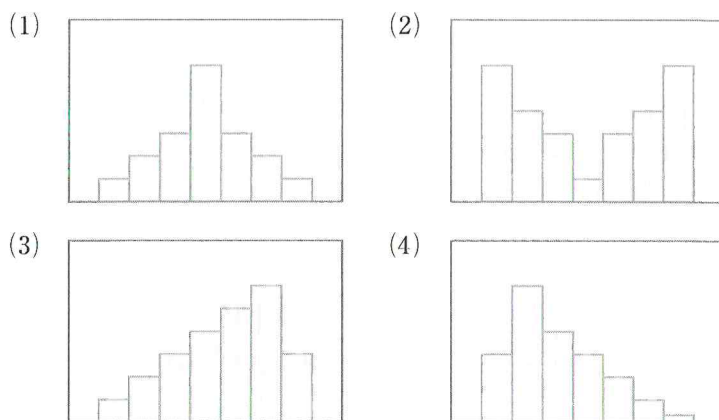
7章 章末問題

学びを身につけよう

教科書 p.192

1

下の(1)~(4)のヒストグラムについて、同じデータを使ってかいた箱ひげ図を、㉠~㉤の中から、それぞれ選びなさい。



ガイド

ヒストグラムを見て、四分位数のおおまかな大きさを読みとって考えます。

解答

(1) ウ

(2) ア

(3) エ

(4) ①

参考

ヒストグラムでは、(3)は左に長くすそをひく形、(4)は右に長くすそをひく形になっているので、箱ひげ図では、中央値が(3)は右寄り、(4)は左寄りにあります。

ヒストグラムが左右対称の形の(1)と(2)は、どちらも中央値が箱ひげ図のまん中あたりにありますが、ヒストグラムが山の形の(1)は、中央値に近い値のデータが多く、四分位範囲が小さいです。

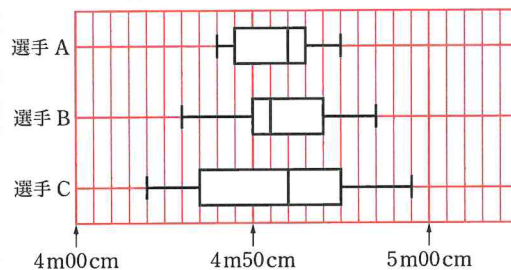
反対に、ヒストグラムが谷の形の(2)は、中央値に近い値のデータが少なく、四分位範囲が大きいです。

2

ある中学校の陸上チームでは、大会の走り幅跳びの種目に出場する選手を1人決めることになりました。

下の箱ひげ図は、候補である選手A、選手B、選手Cの3人が、過去1か月間に、それぞれ50回ずつ練習した際の記録を表したものです。

あなたなら、選手A、選手B、選手Cのうち、どの選手を出場選手にしますか。その理由もあわせて説明しなさい。

**ガイド**

中央値や第1四分位数を読みとり、3人の記録をくらべて考えます。

解答例

・選手C

(理由) 選手Cは、中央値が選手Aと同じで、選手Bの中央値よりも大きく、最大値は選手Aよりも大きいので、選手Cを出場選手に選ぶ。

・選手B

(理由) 4 m 50 cm 以上の記録の割合に着目する。

選手Aは、第1四分位数が4 m 45 cm だから、4 m 50 cm 以上の記録の割合は、全体の75%未満である。

選手Bは、第1四分位数が4 m 50 cm だから、4 m 50 cm 以上の記録の割合は、全体の75%以上である。

選手Cは、第1四分位数が4 m 35 cm だから、4 m 50 cm 以上の記録の割合は、全体の75%未満である。

4 m 50 cm 以上の記録の割合は、選手Bがもっとも大きいから、選手Bを出場選手に選ぶ。

数学広場

「数学広場」では、興味・関心に応じて取り組むことができる数学を活用する課題や、本編で学習したことの理解を深めたり、さらに力を伸ばしたりするための問題を取り上げています。（全員が一律に学習する必要はありません。）

学びをふりかえろう

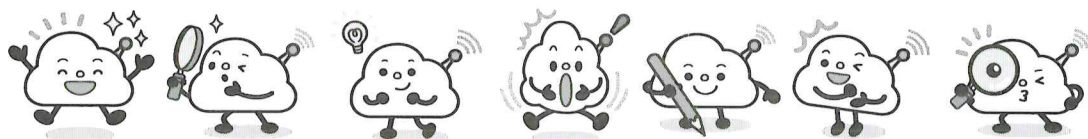
数と計算のまとめ	187
関数のまとめ	189
図形のまとめ	190
データの活用のまとめ	191

力をつけよう

1章 式の計算	193
2章 連立方程式	198
3章 一次関数	203
4章 図形の調べ方	207
5章 図形の性質と証明	211
6章 場合の数と確率	214
7章 箱ひげ図とデータの活用	218

学びをいかそう

スタートの位置はどこ?	220
体を動かして健康を維持しよう	222
料金が安いのは?	223
角の大きさを求めよう	224
へこみの部分の角の大きさ	226
発展 どちらのくじをひこうかな?	228
大雨の発生状況を調べよう	229
社会見学にいこうー明太子ができるまでー	230



■問題文はすべて省略しています。

数と計算のまとめ

教科書

p.194

1

ガイド (8)~(10) +, - よりも, ×, ÷ をさきに計算します。

解答

$$(1) -7 - (-11) = -7 + 11 = 4$$

$$(2) 12 \times (-7) = -(12 \times 7) = -84$$

$$(3) (-9) \div 3 = -(9 \div 3) = -3$$

$$(4) 17 - (-5) + (-14) = 17 + 5 - 14 = 22 - 14 = 8$$

$$(5) -\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = -\frac{3}{6} + \frac{2}{6} - \frac{1}{6} = \frac{2}{6} - \frac{3}{6} - \frac{1}{6} = \frac{2}{6} - \frac{4}{6} = -\frac{2}{6} = -\frac{1}{3}$$

$$(6) (-2) \times (-3) \times (-5) = -(2 \times 3 \times 5) = -30$$

$$(7) -1.6 \times (-3.3) \div 0.2 = +(1.6 \times 3.3 \div 0.2) = 26.4$$

$$(8) -13 - (-6) \times 7 = -13 - (-42) = -13 + 42 = 29$$

$$(9) 49 \div (-7) - 4 \times (-2)^2 = -7 - 4 \times 4 = -7 - 16 = -23$$

$$(10) \frac{5}{12} + \frac{3}{2} \times \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{12} + \left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{5}{12} - \frac{9}{12} = -\frac{4}{12} = -\frac{1}{3}$$

2

ガイド 分配法則を使って, () をはずします。

解答

$$(1) 3(x-7) + 2(2x-9) = 3x - 21 + 4x - 18 = 7x - 39$$

$$(2) 3(a-2) - 2(1-a) = 3a - 6 - 2 + 2a = 5a - 8$$

$$(3) 2x + 1 + \frac{x-1}{3} = \frac{3(2x+1)}{3} + \frac{x-1}{3}$$

$$= \frac{3(2x+1) + (x-1)}{3}$$

$$= \frac{6x+3+x-1}{3}$$

$$= \frac{7x+2}{3} \quad \left(\frac{7}{3}x + \frac{2}{3}\right)$$

$$(4) \frac{4x-3}{2} - \frac{x+1}{3} = \frac{3(4x-3)}{6} - \frac{2(x+1)}{6}$$

$$= \frac{3(4x-3) - 2(x+1)}{6}$$

$$= \frac{12x-9-2x-2}{6}$$

$$= \frac{10x-11}{6} \quad \left(\frac{5}{3}x - \frac{11}{6}\right)$$

3

ガイド (7), (8) $a : b = c : d$ のとき, $ad = bc$ として計算します。

解答

$$(1) \quad 5x - 6 = 4x$$

$$5x - 4x = 6$$

$$x = 6$$

$$(2) \quad 3 - 8x = 39 + 4x$$

$$-8x - 4x = 39 - 3$$

$$-12x = 36$$

$$x = -3$$

$$(3) \quad 25 - (4x + 3) = 2$$

$$25 - 4x - 3 = 2$$

$$-4x = 2 - 25 + 3$$

$$-4x = -20$$

$$x = 5$$

$$(4) \quad -2(4x + 1) = 5(1 - 3x)$$

$$-8x - 2 = 5 - 15x$$

$$-8x + 15x = 5 + 2$$

$$7x = 7$$

$$x = 1$$

$$(5) \quad 0.6x - 1.8 = x + 1.4$$

両辺に 10 をかけると,

$$6x - 18 = 10x + 14$$

$$6x - 10x = 14 + 18$$

$$-4x = 32$$

$$x = -8$$

$$(6) \quad \frac{3x-2}{4} = \frac{x+1}{3}$$

$$\frac{3x-2}{4} \times 12 = \frac{x+1}{3} \times 12$$

$$(3x-2) \times 3 = (x+1) \times 4$$

$$9x - 6 = 4x + 4$$

$$5x = 10$$

$$x = 2$$

$$(7) \quad x : 2 = 8 : 4$$

$$4x = 16$$

$$x = 4$$

$$(8) \quad (x+5) : 6 = (x+9) : 9$$

$$9(x+5) = 6(x+9)$$

$$9x + 45 = 6x + 54$$

$$3x = 9$$

$$x = 3$$

4

ガイド (2) 10 ページ (基準) に, 基準との^{ちが}違いの平均値をたします。

解答

(1) もっとも多かった日は月曜日, もっとも少なかった日は金曜日だから,

$$+5 - (-8) = 5 + 8 = 13$$

13 ページ

$$(2) \quad 10 + \{0 + 5 + (-2) + 1 + (-6) + (-8) + 3\} \div 7$$

$$= 10 + (-7) \div 7 = 10 + (-1) = 10 - 1 = 9$$

9 ページ

5

ガイド しおり 1 枚の値段を x 円として, 式をつくります。

解答

しおり 1 枚の値段を x 円とすると,

$$2000 - (3x + 530) = 600$$

$$2000 - 3x - 530 = 600$$

$$-3x = -870 \quad x = 290$$

この解は問題にあっている。

290 円

1

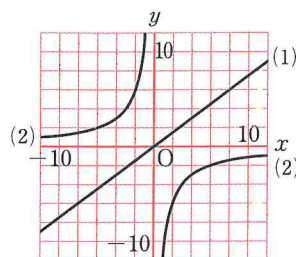
ガイド 比例の式は $y=ax$ ，反比例の式は $y=\frac{a}{x}$ で表されます。**解答**(1) 比例定数を a とすると、 $y=ax$ $x=8$ のとき $y=6$ だから、

$$6=a \times 8$$

$$a=\frac{3}{4}$$

したがって、 $y=\frac{3}{4}x$

グラフは右の図

(2) 比例定数を a とすると、 $y=\frac{a}{x}$ $x=4$ のとき $y=-3$ だから、

$$-3=\frac{a}{4}$$

$$a=-12$$

したがって、 $y=-\frac{12}{x}$

グラフは右上の図

2

ガイド グラフの形と、グラフが通る点から、比例定数を求めて考えます。**解答**

① (イ)、② (ア)、③ (カ)、④ (オ)

参考①、② グラフは原点を通る直線だから、比例の関係 $y=ax$ のグラフ①は、点 (2, 1) を通ることから、比例定数 a は $\frac{1}{2}$ ②は、点 (1, -2) を通ることから、比例定数 a は -2③、④ グラフは双曲線だから、反比例の関係 $y=\frac{a}{x}$ のグラフ③は、点 (2, 3) を通ることから、比例定数 a は 6④は、点 (2, -2) を通ることから、比例定数 a は -4

3

ガイド 三角形の面積 $=\frac{1}{2} \times (\text{底辺}) \times (\text{高さ})$ **解答**(1) $y=\frac{1}{2} \times x \times 8$ より、 $y=4x$ (2) $x=3$ のとき $y=12$ 、 $x=7$ のとき $y=28$ だから、 y の変域は、 $12 \leq y \leq 28$

4

ガイド

- (1) 左右のおもりの重さと支点からの距離^{きょり}の関係から、方程式をつくって求めます。
 (2), (3) (1)の式に、それぞれわかっている値を代入します。

解答

- (1) てんびんがつりあうとき、
 (おもりの重さ)×(支点からの距離)

が左右で等しくなるから、

$$x \times y = 60 \times 40$$

$$y = \frac{2400}{x}$$

- (2) $y = \frac{2400}{x}$ で、 x に 25 を代入すると、

$$y = \frac{2400}{25} = 96$$

96 cm

- (3) $y = \frac{2400}{x}$ で、 y に 50 を代入すると、

$$50 = \frac{2400}{x}$$

$$50x = 2400$$

$$x = 48$$

48 g

図形のまとめ

教科書

p.196

1

ガイド

- (3) $\triangle HIG$ で、辺 DE に対応している辺を見つけます。

解答

- (1) 平行移動では、対応する点を結んだ線分は、平行で長さが等しくなる。

$AD \parallel CF$, $AD = CF$

- (2) 回転の中心 O と、三角形の対応する点が一直線上に並んでいるから、回転した角度は、 180°

180°

- (3) 辺 AB は、 $\triangle DEF$ の辺 DE に移り、 $\triangle HIG$ の辺 HI に移る。

辺 HI

2

ガイド

おうぎ形の弧の長さ $= 2\pi \times (\text{半径}) \times \frac{(\text{中心角})}{360}$, 面積 $= \pi \times (\text{半径})^2 \times \frac{(\text{中心角})}{360}$

解答

弧の長さ $2\pi \times 6 \times \frac{120}{360} = 2\pi \times 6 \times \frac{1}{3} = 4\pi$ (cm)

面積 $\pi \times 6^2 \times \frac{120}{360} = \pi \times 6^2 \times \frac{1}{3} = 12\pi$ (cm²)

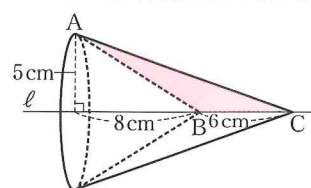
弧の長さ 4π cm, 面積 12π cm²

3

ガイド 立体は、高さ $(8+6)$ cm の円錐から高さ 8 cm の円錐をくり抜いた形になります。

解答 立体は、右の図のようになる。

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times (8+6) - \frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 8 \\ &= \frac{1}{3} \times \pi \times 25 \times 14 - \frac{1}{3} \times \pi \times 25 \times 8 \\ &= \frac{350}{3} \pi - \frac{200}{3} \pi = \frac{150}{3} \pi = 50\pi \text{ (cm}^3\text{)} \end{aligned}$$



$50\pi \text{ cm}^3$

4

ガイド (3) 立体は、おうぎ形を底辺とした、円柱の一部を切り取ったような形になります。

解答 (1) おうぎ形の半径を x cm とすると、

$$21\pi : 2\pi x = 315 : 360$$

$$2\pi x \times 315 = 21\pi \times 360$$

$$x = 12$$

12 cm

$$(2) \pi \times 12^2 \times \frac{315}{360} = \pi \times 144 \times \frac{7}{8} = 126\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

$126\pi \text{ cm}^2$

(3) 立体は、右の図のようになる。

底面積は、(2)から $126\pi \text{ cm}^2$ だから、

$$\text{体積は、} 126\pi \times 10 = 1260\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

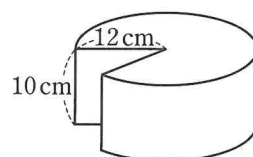
側面積は、

$$10 \times (21\pi + 12 + 12) = 10 \times (21\pi + 24) = 210\pi + 240 \text{ (cm}^2\text{)}$$

したがって、表面積は、

$$(210\pi + 240) + 126\pi \times 2 = (210\pi + 240) + 252\pi = 462\pi + 240 \text{ (cm}^2\text{)}$$

体積 $1260\pi \text{ cm}^3$ ，表面積 $(462\pi + 240) \text{ cm}^2$



参考 (1) おうぎ形の半径を x cm とすると、 $2\pi \times x \times \frac{315}{360} = 21\pi$ から求めてもよい

です。

データの活用のまとめ

教科書
p. 197

1

ガイド 度数は各階級にはいるデータの個数、累積度数は最初の階級からある階級までの度数の合計です。

相対度数は、それぞれの階級の度数の、全体に対する割合で、

$\frac{\text{階級の度数}}{\text{度数の合計}}$ で求めます。

解答

(1) 18.0 m 以上～20.0 m 未満の階級で、

累積度数は、 $6+8=14$ (人)

相対度数は、 $8 \div 20=0.40$

22.0 m 以上～24.0 m 未満の階級で、

度数は、 $20 \times 0.10=2$ (人)

20.0 m 以上～22.0 m 未満の階級で、

度数は、 $20-(6+8+2+1)=3$ (人)

累積度数は、 $14+3=17$ (人)

相対度数は、 $3 \div 20=0.15$

22.0 m 以上～24.0 m 未満の階級で、

累積度数は、 $17+2=19$ (人)

24.0 m 以上～26.0 m 未満の階級で、

累積度数は、 $19+1=20$ (人)

相対度数は、 $1 \div 20=0.05$

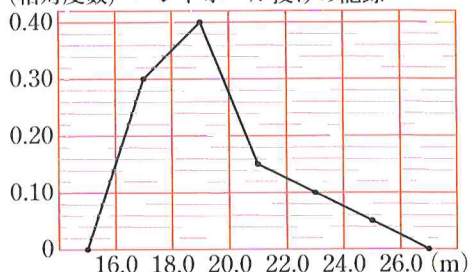
(度数の空欄, 上から,) 3, 2

(累積度数の空欄, 上から,) 14, 17, 19, 20

(相対度数の空欄, 上から,) 0.40, 0.15, 0.05

(2) 右の図

(相対度数) ハンドボール投げの記録



(3) 記録が 24.0 m 未満の累積相対度数は、

$$0.30+0.40+0.15+0.10=0.95$$

95 %

(4) 中央値は、記録の小さい方から数えて 10 人目と 11 人目の値の平均だから、

18.0 m 以上 20.0 m 未満の階級

2

ガイド

A, B それぞれで、上向きが出た回数の相対度数を求めてくらべます。

解答

画びょう A, B の上向きの出た相対度数は、

$$A \quad 1694 \div 3000 = 0.564\overline{6} \cdots \rightarrow 0.565$$

$$B \quad 1752 \div 3300 = 0.530\overline{9} \cdots \rightarrow 0.531$$

で、投げた回数もかなり多い。

だから、**A** の方が上向きが出やすいといえる。

■問題文はすべて省略しています。

1章 式の計算

教科書

p.198~199

1

ガイド

(13)~(15) 分数をふくむ式の計算は、通分してから計算、またはかっこをはずして通分します。

解答

$$(1) 4a + b - 9a = 4a - 9a + b = -5a + b$$

$$(2) x - 8y - 5 + 2x + 7y = x + 2x - 8y + 7y - 5 = 3x - y - 5$$

$$(3) 3x - y + (-x + 2y) = 3x - y - x + 2y = 2x + y$$

$$(4) 2a + b - (a + b) = 2a + b - a - b = a$$

$$(5) (-5x) \times 12y = (-5) \times 12 \times x \times y = -60xy$$

$$(6) 24x^2y \div (-6x) = -\frac{24x^2y}{6x} = -\frac{24 \times x \times x \times y}{6 \times x} = -4xy$$

$$(7) -\frac{2}{3}x \times \frac{3}{4}xy = -\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times x \times xy = -\frac{1}{2}x^2y$$

$$(8) \frac{3}{5}x^2y \div \left(-\frac{3}{4}x^2\right) = \frac{3x^2y}{5} \times \left(-\frac{4}{3x^2}\right) = -\left(\frac{3x^2y}{5} \times \frac{4}{3x^2}\right) = -\frac{3 \times x^2 \times y \times 4}{5 \times 3 \times x^2}$$

$$= -\frac{4}{5}y$$

$$(9) (-2a) \times 6b \div (-4a) = \frac{2 \times 6 \times a \times b}{4 \times a} = 3b$$

$$(10) 30x^2y \div (-2x) \div 5y = -\frac{30 \times x^2 \times y}{2 \times x \times 5 \times y} = -3x$$

$$(11) 3(x - 2y) + 5(x + 3y) = 3x - 6y + 5x + 15y = 8x + 9y$$

$$(12) 2(2a - b + 3) - 3(a - 2b + 2) = 4a - 2b + 6 - 3a + 6b - 6 = a + 4b$$

$$(13) \frac{2x+y}{3} - \frac{x-3y}{4} = \frac{4(2x+y)}{12} - \frac{3(x-3y)}{12}$$

$$= \frac{4(2x+y) - 3(x-3y)}{12}$$

$$= \frac{8x+4y-3x+9y}{12}$$

$$= \frac{5x+13y}{12} \quad \left(\frac{5}{12}x + \frac{13}{12}y\right)$$

$$(14) \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}(3x - y) = \frac{1}{3}x + \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}y = \frac{2}{6}x + \frac{9}{6}x - \frac{1}{2}y$$

$$= \frac{11}{6}x - \frac{1}{2}y \quad \left(\frac{11x-3y}{6}\right)$$

$$\begin{aligned}
 (15) \quad \frac{1}{2}(7x+4y)-x+3y &= \frac{7}{2}x+2y-x+3y \\
 &= \frac{7}{2}x-x+2y+3y \\
 &= \frac{7}{2}x-\frac{2}{2}x+2y+3y \\
 &= \frac{5}{2}x+5y \quad \left(\frac{5x+10y}{2}\right)
 \end{aligned}$$

2

ガイド 等式の性質を利用して、順序よく変形します。

解答

$$(1) \quad -x+y=6$$

$$-x=6-y$$

$$x=y-6$$

$$(2) \quad 4a-5b=20$$

$$-5b=20-4a$$

$$5b=4a-20$$

$$b=\frac{4a-20}{5} \quad \left(b=\frac{4}{5}a-4\right)$$

$$(3) \quad S=\frac{h(a+b)}{2}$$

$$2S=h(a+b)$$

$$h(a+b)=2S$$

$$a+b=\frac{2S}{h}$$

$$a=\frac{2S}{h}-b \quad \left(a=\frac{2S-bh}{h}\right)$$

3

ガイド (2) 等式の性質を利用して、左辺が h だけになるように変形します。

解答

$$(1) \quad V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$(2) \quad V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$\frac{1}{3}\pi r^2 h=V$$

$$\pi r^2 h=3V$$

$$h=\frac{3V}{\pi r^2}$$

$$(3) \quad h=\frac{3V}{\pi r^2} \text{ に } r=3, \quad V=15\pi \text{ を代入すると,}$$

$$h=\frac{3 \times 15\pi}{\pi \times 3 \times 3}=5$$

4

ガイド m, n を整数として、2つの数を m, n を使って表し、和を計算して、 $5 \times (\text{整数})$ になることを示します。

解答 (説明) m, n を整数とすると、5の倍数より2大きい数と、5の倍数より3大きい数は、それぞれ、 $5m+2, 5n+3$ と表される。

$$\begin{aligned}\text{このとき、これらの和は、} & (5m+2)+(5n+3)=5m+2+5n+3 \\ & =5m+5n+5 \\ & =5(m+n+1)\end{aligned}$$

$m+n+1$ は整数だから、 $5(m+n+1)$ は5の倍数である。

したがって、5の倍数より2大きい数と、5の倍数より3大きい数の和は、5の倍数になる。

5

ガイド 3つの自然数 s, t, u を使って、 $a=3s, b=3t-2, c=3u-1$ と表して考えます。
 $b=3t+1, c=3u+2$ としないのは、 $b=1, c=2$ をふくめるためです。

解答 a, b, c は、3つの自然数 s, t, u を使って、 $a=3s, b=3t-2, c=3u-1$ と、それぞれ表される。

$$\begin{aligned}\text{(ア)} \quad a+b+c &= 3s+(3t-2)+(3u-1) \\ &= 3s+3t-2+3u-1 \\ &= 3s+3t+3u-3 \\ &= 3(s+t+u-1)\end{aligned}$$

$s+t+u-1$ は自然数だから、 $3(s+t+u-1)$ は3の倍数である。

よって、 $a+b+c$ は3でわり切れる。正しい。

(イ) 反例…例えば、 $a=9, c=5$ のとき、 a は3でわり切れて、 c は3でわると2余るが、 $a+2$ は c と等しくない。

正しくない。

(ウ) 反例…例えば、 $a=6, b=4$ のとき、 a は3でわり切れて、 b は3でわると1余るが、 $a+b$ は10となり、6でわると4余る。

正しくない。

(エ) 反例…例えば、 $a=6, b=7, c=5$ のとき、 a は3でわり切れて、 b は3でわると1余り、 c は3でわると2余るが、 $a < b < c$ とはならない。

正しくない。

$$\begin{aligned}\text{(オ)} \quad b+2 &= (3t-2)+2=3t \\ c+1 &= (3u-1)+1=3u\end{aligned}$$

t, u はどちらも自然数だから、 $b+2, c+1$ はどちらも3を約数として持っている。正しい。

(ア), (オ)

6

ガイド

弧の長さ ℓ を r , a を使って表し, $\frac{1}{2}\ell r$ に代入して, r , a を使って表した面積 S と等しくなることを示します。

解答

(説明) $\ell = 2\pi r \times \frac{a}{360}$

$$S = \pi r^2 \times \frac{a}{360} \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$\frac{1}{2}\ell r = \frac{1}{2} \times 2\pi r \times \frac{a}{360} \times r$$

$$= \pi r^2 \times \frac{a}{360} \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

①, ②から, $S = \frac{1}{2}\ell r$

7

ガイド

オーブンの天板の1辺を x cm として, 大きなピザと小さなピザの面積や周の長さを表して説明します。

解答

(1) (説明) オーブンの天板の1辺を x cm とすると,

大きなピザの半径は $\frac{1}{2}x$ cm, 小さなピザの半径は $\frac{1}{4}x$ cm となる。

大きなピザの面積は,

$$\pi \times \left(\frac{1}{2}x\right)^2 = \frac{1}{4}\pi x^2 \text{ (cm}^2\text{)}$$

よって, 1人分のピザの面積は,

$$\frac{1}{4}\pi x^2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}\pi x^2 \text{ (cm}^2\text{)}$$

小さなピザの面積は,

$$\pi \times \left(\frac{1}{4}x\right)^2 = \frac{1}{16}\pi x^2 \text{ (cm}^2\text{)}$$

したがって, 大きなピザを1枚焼いて4等分しても, 小さなピザを4枚焼いても, 1人分の分量は同じになる。

(2) (説明) オーブンの天板の1辺を x cm とすると,

大きなピザの周の長さは, πx cm

小さなピザの周の長さは, $\frac{1}{2}\pi x \times 4 = 2\pi x$ (cm)

したがって, 小さなピザ4枚の方が, 必要なソーセージの量は多くなる。

(2) 1つの数を除いた3つの整数の和をそれぞれ調べて、和が2021と同じ場合を見つけ、除いた数を求めます。

(1) 連続する4つの整数は、小さい方から順に、 a , $a+1$, $a+2$, $a+3$ となる。

$a+3$

(2) 1つの数を除いた3つの整数の和は、

$$\textcircled{ア} \quad a+(a+1)+(a+2)=a+a+1+a+2$$

$$=3a+3$$

$$=3(a+1) \quad \cdots \cdots 3 \text{ の倍数}$$

$$\textcircled{イ} \quad a+(a+1)+(a+3)=a+a+1+a+3$$

$$=3a+4$$

$$=3(a+1)+1 \quad \cdots \cdots 3 \text{ でわると } 1 \text{ 余る}$$

$$\textcircled{ウ} \quad a+(a+2)+(a+3)=a+a+2+a+3$$

$$=3a+5$$

$$=3(a+1)+2 \quad \cdots \cdots 3 \text{ でわると } 2 \text{ 余る}$$

$$\textcircled{エ} \quad (a+1)+(a+2)+(a+3)=a+1+a+2+a+3$$

$$=3a+6$$

$$=3(a+2) \quad \cdots \cdots 3 \text{ の倍数}$$

のどれかになる。

そして、2021を3でわると、商が673で2余り、 $\textcircled{ウ}$ の場合になる。

このとき、

$$3(a+1)+2=2021$$

$$3a+3+2=2021$$

$$3a=2016$$

$$a=672$$

除いた数 $a+1$ は、673

2章

連立方程式

教科書

p.200~201

1

ガイド

加減法、代入法を適切に使って解きます。(9)は比例式を解いてから考えます。

解答

$$(1) \begin{cases} x+y=3 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ x+3y=9 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} \textcircled{2}-\textcircled{1} \quad x+3y=9 \\ -) \quad x+y=3 \\ \hline 2y=6 \\ y=3 \end{array}$$

$y=3$ を①に代入すると、

$$x+3=3$$

$$x=0$$

$$(x, y)=(0, 3)$$

$$(3) \begin{cases} 2x-3y=-9 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ -3x+4y=13 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \times 3 \quad 6x-9y=-27 \quad \cdots\cdots\textcircled{1}'$$

$$\textcircled{2} \times 2 \quad -6x+8y=26 \quad \cdots\cdots\textcircled{2}'$$

$$\begin{array}{r} \textcircled{1}'+\textcircled{2}' \quad 6x-9y=-27 \\ +) \quad -6x+8y=26 \\ \hline -y=-1 \\ y=1 \end{array}$$

$y=1$ を①に代入すると、

$$2x-3=-9$$

$$x=-3$$

$$(x, y)=(-3, 1)$$

$$(5) \begin{cases} y=5x-4 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ y=3x-6 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

①を②に代入すると、

$$5x-4=3x-6$$

$$2x=-2$$

$$x=-1$$

$x=-1$ を①に代入すると、

$$y=-5-4=-9$$

$$(x, y)=(-1, -9)$$

$$(2) \begin{cases} 3x-y=7 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ 2x+2y=10 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \div 2 \quad x+y=5 \quad \cdots\cdots\textcircled{2}'$$

$$\begin{array}{r} \textcircled{1}+\textcircled{2}' \quad 3x-y=7 \\ +) \quad x+y=5 \\ \hline 4x=12 \\ x=3 \end{array}$$

$x=3$ を①に代入すると、

$$9-y=7$$

$$y=2$$

$$(x, y)=(3, 2)$$

$$(4) \begin{cases} 3a-2b=17 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ 2b=7a-29 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

②を①に代入すると、

$$3a-(7a-29)=17$$

$$-4a=-12$$

$$a=3$$

$a=3$ を②に代入すると、

$$2b=-8$$

$$b=-4$$

$$(a, b)=(3, -4)$$

$$(6) \begin{cases} 0.3s+0.7t=5 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ 9s+t=-10 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \times 10 \quad 3s+7t=50 \quad \cdots\cdots\textcircled{1}'$$

$$\textcircled{1}' \times 3 \quad 9s+21t=150 \quad \cdots\cdots\textcircled{1}''$$

$$\textcircled{1}''-\textcircled{2} \quad 20t=160$$

$$t=8$$

$t=8$ を②に代入すると、

$$9s+8=-10$$

$$s=-2$$

$$(s, t)=(-2, 8)$$

$$(7) \begin{cases} 9x-8y=66 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ \frac{7}{8}x+\frac{1}{8}y=1 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \times 8 \quad 7x+y=8 \quad \cdots\cdots\textcircled{2}'$$

$$\textcircled{2}' \times 8 \quad 56x+8y=64 \quad \cdots\cdots\textcircled{2}''$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2}'' \quad 65x=130, \quad x=2$$

$x=2$ を $\textcircled{2}'$ に代入すると,

$$14+y=8, \quad y=-6$$

$$(x, y)=(2, -6)$$

$$(9) \begin{cases} (a+5):3=b:2 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ 2a+5b=22 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1}$ から, $2(a+5)=3b$

$$2a=3b-10 \quad \cdots\cdots\textcircled{1}'$$

$\textcircled{1}'$ を $\textcircled{2}$ に代入すると,

$$(3b-10)+5b=22, \quad b=4$$

$b=4$ を $\textcircled{1}'$ に代入すると,

$$2a=12-10, \quad a=1$$

$$(a, b)=(1, 4)$$

$$(8) \begin{cases} 3(x-y)=x-8y & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ 3x+4y=7 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1}$ から, $2x+5y=0 \quad \cdots\cdots\textcircled{1}'$

$$\textcircled{1}' \times 3 \quad 6x+15y=0 \quad \cdots\cdots\textcircled{1}''$$

$$\textcircled{2} \times 2 \quad 6x+8y=14 \quad \cdots\cdots\textcircled{2}'$$

$$\textcircled{1}'' - \textcircled{2}' \quad 7y=-14, \quad y=-2$$

$y=-2$ を $\textcircled{2}$ に代入すると,

$$3x-8=7, \quad x=5$$

$$(x, y)=(5, -2)$$

2

ガイド

$A=B=C$ の形の方程式は、右の3つの形の連立方程式のどれかになおして解きます。

$$\begin{cases} A=C \\ B=C \end{cases} \quad \begin{cases} A=B \\ A=C \end{cases} \quad \begin{cases} A=B \\ B=C \end{cases}$$

解答

$$(1) \begin{cases} 2x+3y+7=10 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ 3x-y=10 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1}$ から, $2x+3y=3 \quad \cdots\cdots\textcircled{1}'$

$$\textcircled{2} \times 3 \quad 9x-3y=30 \quad \cdots\cdots\textcircled{2}'$$

$$\textcircled{1}' + \textcircled{2}' \quad 11x=33$$

$$x=3$$

$x=3$ を $\textcircled{2}$ に代入すると,

$$9-y=10$$

$$y=-1$$

$$(x, y)=(3, -1)$$

$$(2) \begin{cases} \frac{x+1}{3} = \frac{-3y+1}{2} & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ \frac{2x-3y}{5} = \frac{-3y+1}{2} & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1} \times 6 \quad 2(x+1)=3(-3y+1)$

$$2x+9y=1 \quad \cdots\cdots\textcircled{1}'$$

$\textcircled{2} \times 10 \quad 2(2x-3y)=5(-3y+1)$

$$4x+9y=5 \quad \cdots\cdots\textcircled{2}'$$

$\textcircled{2}' - \textcircled{1}' \quad 2x=4, \quad x=2$

$x=2$ を $\textcircled{1}'$ に代入すると,

$$4+9y=1, \quad y=-\frac{1}{3}$$

$$(x, y)=\left(2, -\frac{1}{3}\right)$$

3

ガイド

①～③が同じ解をもつので、①と②を連立方程式とみて解き、解の x, y の値を③の式に代入して、 a の値を求めます。

解答

$$3x + 2y = 8 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$4x - 5y = 3 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$5x - ay = 4 \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

①と②を連立方程式とみて解くと、

$$\textcircled{1} \times 4 \quad 12x + 8y = 32 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}'$$

$$\textcircled{2} \times 3 \quad 12x - 15y = 9 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}'$$

$$\textcircled{1}' - \textcircled{2}' \quad 23y = 23$$

$$y = 1$$

$y = 1$ を①に代入すると、

$$3x + 2 = 8$$

$$x = 2$$

$$(x, y) = (2, 1)$$

③に $x = 2, y = 1$ を代入すると、

$$10 - a = 4$$

$$a = 6$$

$$\underline{a = 6}$$

4

ガイド

花の全部の本数と、代金について、それぞれ式をつくり、連立方程式とみて解きます。

解答

200 円の花を x 本、250 円の花を y 本買ったとすると、

$$\begin{cases} x + y = 15 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 200x + 250y = 3200 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 15 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 200x + 250y = 3200 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \div 10 \quad 20x + 25y = 320 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}'$$

$$\textcircled{1} \times 25 \quad 25x + 25y = 375 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}'$$

$$\textcircled{1}' - \textcircled{2}' \quad 5x = 55$$

$$x = 11$$

$x = 11$ を①に代入すると、

$$11 + y = 15$$

$$y = 4$$

$$(x, y) = (11, 4)$$

この解は問題にあっている。

200 円の花 11 本、250 円の花 4 本

5

ガイド

(先月の製品 A の個数) + (先月の製品 B の個数) = 1000 (個)

(今月の製品 A の個数) + (今月の製品 B の個数) = 1000 + 80 (個)

ここで、今月の製品 A の個数は、先月の製品 A の個数の 90 % で、今月の製品 B の個数は、先月の製品 B の個数の 120 % です。

解答

先月つくった製品 A, B の個数を, それぞれ, x 個, y 個とすると,

$$\begin{cases} x+y=1000 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ \frac{90}{100}x+\frac{120}{100}y=1080 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \times 100 \quad 90x+120y=108000$$

$$\text{この式を } 10 \text{ でわると, } 9x+12y=10800 \quad \cdots\cdots\textcircled{2}'$$

$$\textcircled{1} \times 9 \quad 9x+9y=9000 \quad \cdots\cdots\textcircled{1}'$$

$$\textcircled{2}' - \textcircled{1}' \quad 3y=1800, \quad y=600$$

$$y=600 \text{ を } \textcircled{1} \text{ に代入すると, } x+600=1000, \quad x=400$$

$$(x, y)=(400, 600)$$

この解は問題にあっている。

$$\text{よって, 今月つくった製品 A の個数は, } 400 \times \frac{90}{100} = 360 \text{ (個)}$$

$$\text{また, 今月つくった製品 B の個数は, } 600 \times \frac{120}{100} = 720 \text{ (個)}$$

今月つくった製品 A 360 個, 今月つくった製品 B 720 個

6

ガイド

1 分間に, 2 人の間の道のりが何 m ずつ縮まるかひらくかを考えます。

解答

A を分速 x m, B を分速 y m とすると,

$$\begin{cases} 60x-60y=2000 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ 12x+12y=2000 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \div 20 \quad 3x-3y=100 \quad \cdots\cdots\textcircled{1}'$$

$$\textcircled{2} \div 4 \quad 3x+3y=500 \quad \cdots\cdots\textcircled{2}'$$

$$\textcircled{1}' + \textcircled{2}' \quad 6x=600, \quad x=100$$

$x=100$ を $\textcircled{2}'$ に代入すると,

$$300+3y=500, \quad 3y=200, \quad y=\frac{200}{3}$$

$$(x, y)=\left(100, \frac{200}{3}\right)$$

この解は問題にあっている。

$$\text{A 分速 } 100 \text{ m, B 分速 } \frac{200}{3} \text{ m}$$

7

ガイド

(2) ハンバーグを x 人分, ロールキャベツを y 人分つくるとして, ひき肉の量と玉ねぎの量を式に表します。

解答

(1) 1 人分をつくるのに必要な量は,

$$\text{ハンバーグ} \quad \text{ひき肉} \cdots 400 \div 4 = 100 \text{ (g)}$$

$$\text{玉ねぎ} \cdots 280 \div 4 = 70 \text{ (g)}$$

$$\text{ロールキャベツ} \quad \text{ひき肉} \cdots 200 \div 4 = 50 \text{ (g)}$$

$$\text{玉ねぎ} \cdots 160 \div 4 = 40 \text{ (g)}$$

(2) ハンバーグを x 人分, ロールキャベツを y 人分つくるとすると,

$$\begin{cases} 100x + 50y = 350 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 70x + 40y = 260 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \div 50 \quad 2x + y = 7 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}'$$

$$\textcircled{1}' \times 4 \quad 8x + 4y = 28 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}''$$

$$\textcircled{2} \div 10 \quad 7x + 4y = 26 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}'$$

$$\textcircled{1}'' - \textcircled{2}' \quad x = 2$$

$x=2$ を $\textcircled{1}'$ に代入すると, $y=3$

$$(x, y) = (2, 3)$$

この解は問題にあっている。

ハンバーグ 2 人分, ロールキャベツ 3 人分

8

ガイド

(メダカを移す前の水そう A のメダカの数)

+ (メダカを移す前の水そう B のメダカの数) = 86

(水そう A から水そう C に移したメダカの数)

+ (水そう B から水そう C に移したメダカの数)

= (水そう A に残ったメダカの数) - 4

解答

メダカを移す前の水そう A のメダカの数 ^{ひき} を x 匹, 水そう B のメダカの数 y 匹
とすると,

$$\begin{cases} x + y = 86 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ \frac{1}{5}x + \frac{1}{3}y = \frac{4}{5}x - 4 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \text{ より, } -\frac{3}{5}x + \frac{1}{3}y = -4$$

この式を 15 倍すると, $-9x + 5y = -60 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}'$

$$\textcircled{1} \times 5 \quad 5x + 5y = 430 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}'$$

$$\textcircled{1}' - \textcircled{2}' \quad 14x = 490$$

$$x = 35$$

$x=35$ を $\textcircled{1}$ に代入すると,

$$35 + y = 86$$

$$y = 51$$

$$(x, y) = (35, 51)$$

この解は問題にあっている。

水そう C に移したメダカの数,

$$\frac{1}{5} \times 35 + \frac{1}{3} \times 51 = 24 \text{ (匹)}$$

24 匹

1

ガイド グラフの傾き、切片に着目します。(5)は、 x 座標、 y 座標がともに整数の組になる2点を求めてから、直線をひきます。**解答**

(1) $y = -2x + 1$ 傾き -2 , 切片 1

(2) $y = -x - 2$ 傾き -1 , 切片 -2

(3) $y = -3 + x$ 傾き 1 , 切片 -3

(4) $y = \frac{5}{2}x + 3$ 傾き $\frac{5}{2}$, 切片 3

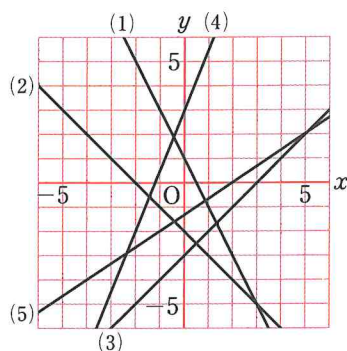
(5) $y = \frac{2}{3}x - \frac{4}{3}$ より, $y = \frac{2x-4}{3}$

$x = -1$ のとき, $y = -2$

$x = 2$ のとき, $y = 0$

よって、グラフは2点 $(-1, -2)$, $(2, 0)$ を通る。

グラフは、右上の図



2

ガイド 求める一次関数の式を $y = ax + b$ として, $x = -1$ のとき $y = 1$, $x = 1$ のとき $y = 5$ であることから、連立方程式をつくって考えます。**解答**求める一次関数の式を, $y = ax + b$ とすると,

$x = -1$ のとき $y = 1$ だから, $1 = -a + b$ ……①

$x = 1$ のとき $y = 5$ だから, $5 = a + b$ ……②

この①と②を, a , b についての連立方程式とみて解くと,

②-① $4 = 2a$, $a = 2$

$a = 2$ を①に代入すると, $1 = -2 + b$, $b = 3$

$(a, b) = (2, 3)$

よって、求める式は, $y = 2x + 3$

$x = -3$ を $y = 2x + 3$ に代入すると, $y = 2 \times (-3) + 3 = -3$

よって、(ア)にあてはまる数は, -3

$x = 2$ を $y = 2x + 3$ に代入すると, $y = 2 \times 2 + 3 = 7$

よって、(イ)にあてはまる数は, 7 **参考**

一次関数の式は、次のように求めてもよいです。

$x = -1$ のとき $y = 1$, $x = 1$ のとき $y = 5$ だから,

この一次関数の変化の割合は, $\frac{5-1}{1-(-1)} = \frac{4}{2} = 2$

これより、求める一次関数の式を, $y = 2x + b$ とすると,

$x = 1$ のとき $y = 5$ だから, $b = 3$ よって、求める式は, $y = 2x + 3$

3

ガイド 求める直線の式を、 $y=ax+b$ (a は傾き、 b は切片)で表します。

解答

- (1) 2点(2, 3), (-5, -11)を通る直線の傾きは、 $\frac{(-11)-3}{(-5)-2}=2$ だから、

求める直線の式を、 $y=2x+b$ とする。

この直線は、点(2, 3)を通るから、 $3=2 \times 2 + b$, $b=-1$

よって、 $y=2x-1$

- (2) 直線 $y=-3x-5$ に平行だから、傾きは -3

求める直線の式を $y=-3x+b$ とする。

この直線は、点(-1, 5)を通るから、 $5=3+b$, $b=2$

よって、 $y=-3x+2$

- (3) 直線 $y=-2x+3$ と x 軸^{びく}上で交わるから、 $y=0$ を代入すると、
 $0=-2x+3$

$x=\frac{3}{2}$ より、点 $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ を通ることがわかる。

求める直線の式を、 $y=ax+b$ とすると、

$x=-1$ のとき $y=2$ だから、 $2=-a+b$ ……①

$x=\frac{3}{2}$ のとき $y=0$ だから、 $0=\frac{3}{2}a+b$ ……②

この①と②を、 a , b についての連立方程式とみて解く。

② $\times 2$ $0=3a+2b$ ……②'

① $\times 2$ $4=-2a+2b$ ……①'

②'-①' $-4=5a$, $a=-\frac{4}{5}$

$a=-\frac{4}{5}$ を①に代入すると、 $2=\frac{4}{5}+b$, $b=\frac{6}{5}$

よって、 $y=-\frac{4}{5}x+\frac{6}{5}$

- (4) x 軸に平行で、点(3, 1)を通る直線の式は、 $y=1$

参考

- (1) 直線の式は、次のように求めてもよいです。

求める直線の式を、 $y=ax+b$ とする。

$x=2$ のとき $y=3$ だから、 $3=2a+b$ ……①

$x=-5$ のとき $y=-11$ だから、 $-11=-5a+b$ ……②

この①と②を、 a , b についての連立方程式とみて解くと、

①-② $14=7a$, $a=2$

$a=2$ を①に代入すると、 $b=-1$

$(a, b)=(2, -1)$

よって、求める式は、 $y=2x-1$

4

ガイド

A地点からB地点までは、 $\frac{12}{4}=3$ (時間)、B地点からA地点までは、 $\frac{12}{3}=4$ (時間) かかり、往復で7時間かかります。

解答

- (1) 行きは、A地点からB地点までの12 kmを、時速4 kmで行くので、 $12 \div 4 = 3$ (時間) かかることから、 $y = 4x$ ($0 \leq x \leq 3$)

帰りは、B地点からA地点までの12 kmを、時速3 kmで帰るので、 $12 \div 3 = 4$ (時間) かかることから、A地点を出発してから3時間後にB地点を出発して、7時間後にA地点に帰ってくる。

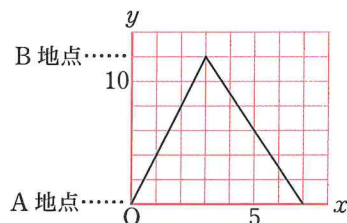
A地点からB地点に向かう速さを時速4 kmとすると、B地点からA地点に向かう速さは、時速-3 kmと表すことができるので、 $3 \leq x \leq 7$ のときに成り立つ x と y の関係を $y = -3x + b$ とする。

7時間後にA地点にいることから、 $x = 7$, $y = 0$ を代入すると、

$$0 = (-3) \times 7 + b, \quad b = 21$$

よって、 $y = -3x + 21$ ($3 \leq x \leq 7$)

- (2) グラフは、右の図



5

ガイド

- (3) $a : b = c : d$ ならば、 $ad = bc$ という、比例式の性質を使います。

解答

- (1) 点Pの x 座標が10のとき、点Qの x 座標は10になる。

点Qは一次関数 $y = -\frac{1}{2}x + 6$ のグラフ上にあるから、点Qの y 座標は、

$$y = -\frac{1}{2}x + 6 \text{ に } x = 10 \text{ を代入すると、} y = -\frac{1}{2} \times 10 + 6 = 1$$

よって、点Qの座標は、 $Q(10, 1)$

- (2) 点Pの x 座標が a のとき、 $P(a, 0)$, $Q(a, -\frac{1}{2}a + 6)$ だから、

$$OP = a, \quad PQ = -\frac{1}{2}a + 6$$

- (3) $OP : PQ = 1 : 2$ から、 $a : (-\frac{1}{2}a + 6) = 1 : 2$

$$\text{比例式の性質を使うと、} 2a = -\frac{1}{2}a + 6, \quad a = \frac{12}{5}$$

よって、点Pの座標は、 $P(\frac{12}{5}, 0)$

6

ガイド

- (1) 点B、Cの座標は直線の式から求め、点Aの座標は2直線の交点から求めます。
 (2) 点Dを通り、 $\triangle ACB$ の面積を2等分する直線と、線分BCとの交点をPとすると、 $\triangle DCP$ の面積が $\triangle ACB$ の面積の半分から考えます。

解答

- (1) 点Bは、直線 $y=\frac{1}{2}x+2$ 上で x 座標が10の点だから、この式に $x=10$

を代入すると、Bの y 座標は、 $y=\frac{1}{2}\times 10+2=7$

よって、B(10, 7)

点Cは、直線 $y=-x+5$ 上で x 座標が10の点だから、この式に $x=10$ を代入すると、Cの y 座標は、 $y=-10+5=-5$

よって、C(10, -5)

2点B, C間の距離は、この2点の y 座標の差だから、 $7-(-5)=12$

点Aの座標は、連立方程式 $\begin{cases} y=\frac{1}{2}x+2 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ y=-x+5 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$ の解と一致する。

①を②に代入すると、 $\frac{1}{2}x+2=-x+5$, $x=2$

$x=2$ を②に代入すると、 $y=-2+5=3$

よって、Aの座標は、A(2, 3)

直線BCの式は $x=10$ で、Aの x 座標は2だから、点Aと直線BCとの距離は、 $10-2=8$

- (2) 点Dは、直線 $y=-x+5$ 上で y 座標が0の点だから、この式に $y=0$ を代入すると、Dの x 座標は、 $0=-x+5$, $x=5$

よって、D(5, 0)

また、 $\triangle ACB$ の面積は、(1)で求めた距離より、

$$\triangle ACB = \frac{1}{2} \times 12 \times 8 = 48$$

点Dを通り、 $\triangle ACB$ の面積を2等分する直線と、線分BCとの交点をPとすると、 $\triangle DCP$ の面積が $\triangle ACB$ の面積の半分で24となる。

このとき、 $\triangle DCP$ を底辺がPCの三角形とみると、

$$\frac{1}{2} \times PC \times (10-5) = 24, \quad PC = \frac{48}{5}$$

つまり、Pは x 座標が10で、 y 座標は点Cより $\frac{48}{5}$ 大きい点だから、

$$-5 + \frac{48}{5} = \frac{23}{5} \quad \text{で、Pの座標は、} P\left(10, \frac{23}{5}\right)$$

求める直線は、2点D, Pを通る直線で、この直線の傾きは、

$$\left(\frac{23}{5} - 0\right) \div (10 - 5) = \frac{23}{25} \quad \text{だから、求める直線の式を、} y = \frac{23}{25}x + b \quad \text{とする。}$$

$$\text{この直線は、D(5, 0)を通るから、} 0 = \frac{23}{25} \times 5 + b, \quad b = -\frac{23}{5}$$

$$\text{よって、求める式は、} y = \frac{23}{25}x - \frac{23}{5}$$

1

ガイド

平行線と^{さっかく}錯角の関係や、三角形の内角・外角の性質を使います。

解答

- (1) 対頂角は等しいから、 $\angle x = 55^\circ$

平行線の同位角は等しいので、 $\ell \parallel m$ から、

$$\angle y = 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$$

- (2) 平行線の錯角は等しいので、 $\ell \parallel m$ から、 $\angle x = 70^\circ$

三角形の内角・外角の性質から、

$$\angle y + 25^\circ = \angle x, \quad \angle y = 70^\circ - 25^\circ = 45^\circ$$

- (3) 右の図のように、直線 ℓ, m に平行な直線 EC ,

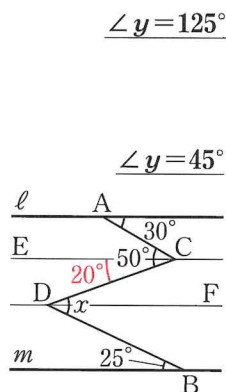
DF をひく。平行線と錯角の関係から、

$$\angle ACE = 30^\circ$$

$$\text{よって, } \angle CDF = \angle ECD = 50^\circ - 30^\circ = 20^\circ$$

$$\angle x = \angle CDF + \angle BDF = 20^\circ + 25^\circ = 45^\circ$$

$$\angle x = 45^\circ$$



$$\angle y = 125^\circ$$

$$\angle y = 45^\circ$$

2

ガイド

- (1), (2) 三角形の内角・外角の性質を使います。

- (3) n 角形の内角の和は、 $180^\circ \times (n-2)$ で求められます。ここでは五角形の内角の和から考えます。

- (4) 多角形の外角の和は、辺の数に関係なく 360° であることを利用します。

解答

- (1) 三角形の内角・外角の性質から、

$$\angle x = 76^\circ + 53^\circ = 129^\circ$$

$$\angle x = 129^\circ$$

- (2) 右の図で、三角形の内角・外角の性質から、

$$\angle a = 65^\circ + 30^\circ = 95^\circ$$

また、 $\angle x + 50^\circ = \angle a$ だから、

$$\angle x = \angle a - 50^\circ = 95^\circ - 50^\circ = 45^\circ$$

$$\angle x = 45^\circ$$

- (3) 右の図のように線分 DE をひいて考えると、

対頂角は等しいので、 $\angle DAE = \angle BAC$

三角形の内角の和は 180° だから、

$$\angle ADE + \angle AED = 180^\circ - \angle DAE$$

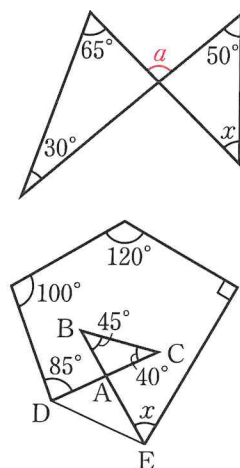
$$= 180^\circ - \angle BAC = \angle ABC + \angle ACB = 45^\circ + 40^\circ = 85^\circ$$

五角形の内角の和は、 $180^\circ \times (5-2) = 540^\circ$ だから、

$$90^\circ + 120^\circ + 100^\circ + 85^\circ + (\angle ADE + \angle AED) + \angle x = 540^\circ$$

$$90^\circ + 120^\circ + 100^\circ + 85^\circ + 85^\circ + \angle x = 540^\circ$$

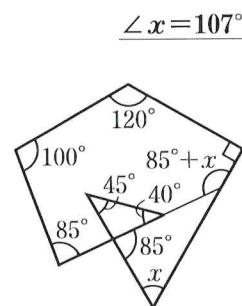
$$\angle x = 60^\circ$$



- (4) $\angle x$ のところの外角は、
 $360^\circ - (75^\circ + 62^\circ + 70^\circ + 80^\circ) = 73^\circ$
 よって、 $\angle x = 180^\circ - 73^\circ = 107^\circ$

参考

- (2) 対頂角は等しいことを使って求めてもよいです。
 $180^\circ - (65^\circ + 30^\circ) = 85^\circ$
 $\angle x = 180^\circ - (85^\circ + 50^\circ) = 45^\circ$
- (3) 右の図のように考えて求めてもよいです。
 五角形の内角の和は、 $180^\circ \times (5-2) = 540^\circ$ だから、
 $90^\circ + 120^\circ + 100^\circ + 85^\circ + (85^\circ + \angle x) = 540^\circ$



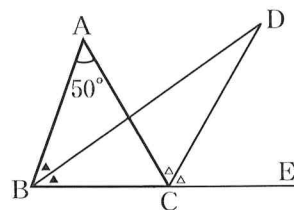
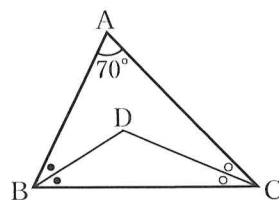
3

ガイド

- (1) 三角形の内角の和は 180° であることを利用して求めます。
 (2) 三角形の内角・外角の性質に着目します。

解答

- (1) $\triangle ABC$ で、 $70^\circ + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ$
 $\angle ABC + \angle ACB = 110^\circ$
 $2\angle DBC + 2\angle DCB = 110^\circ$
 $\angle DBC + \angle DCB = 55^\circ$
 $\triangle DBC$ で、
 $\angle BDC = 180^\circ - (\angle DBC + \angle DCB) = 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$
- (2) $\triangle ABC$ で、三角形の内角・外角の性質から、
 $\angle ACE = 50^\circ + \angle ABC$
 $\angle ACE - \angle ABC = 50^\circ$
 $2\angle DCE - 2\angle DBC = 50^\circ$
 $\angle DCE - \angle DBC = 25^\circ$
 $\triangle DBC$ で、三角形の内角・外角の性質から、
 $\angle BDC = \angle DCE - \angle DBC = 25^\circ$



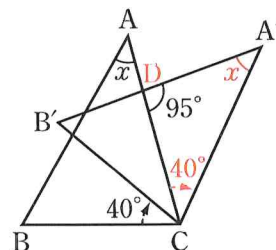
4

ガイド

回転移動では、対応する点と回転の中心とを結んでできた角の大きさはすべて等しくなることから考えます。

解答

AC と $A'B'$ との交点を D とする。
 $\angle ACA' = 40^\circ$
 $\angle B'A'C = \angle BAC = \angle x$
 $\triangle A'CD$ の内角の和は 180° だから、
 $\angle x = 180^\circ - (95^\circ + 40^\circ) = 45^\circ$



5

ガイド

適当な補助線をひいて、三角形、四角形、五角形の内角の和から考えます。

解答

(1) 右の図のように考えると、対頂角は等しく、

三角形の内角の和は 180° だから、

$$180^\circ - (\angle a + \angle b) = 180^\circ - (\angle c + \angle d)$$

$$\angle a + \angle b = \angle c + \angle d$$

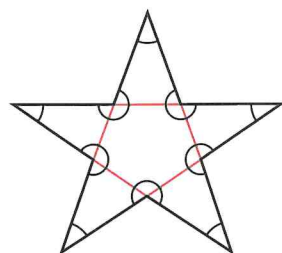
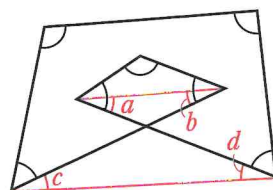
よって、求める角の和は、四角形と三角形の内角の和になるから、

$$360^\circ + 180^\circ = 540^\circ$$

(2) 右の図のように考えると、求める角の和は、5

つの三角形と1つの五角形の内角の和になるから、

$$180^\circ \times 5 + 540^\circ = 1440^\circ$$



参考

(1) 右の図のように考えてもよいです。

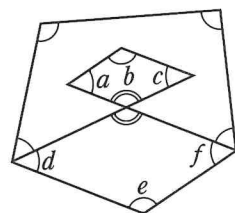
対頂角は等しく、四角形の内角の和は 360° だから、

$$360^\circ - (\angle a + \angle b + \angle c) = 360^\circ - (\angle d + \angle e + \angle f)$$

$$\angle a + \angle b + \angle c = \angle d + \angle e + \angle f$$

よって、求める角の和は、五角形の内角の和に等しくなるので、

$$180^\circ \times (5 - 2) = 540^\circ$$



6

ガイド

仮定から、等しい辺や角を見つけて、三角形の合同条件のどれが使えるかを考えます。

解答

(証明) $\triangle ABE$ と $\triangle ACD$ で、

$$\text{仮定より, } AB = AC \quad \dots\dots ①$$

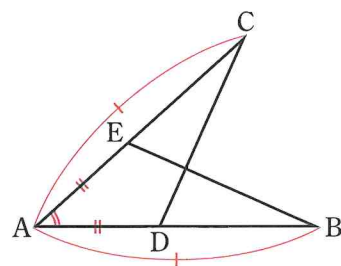
$$AE = AD \quad \dots\dots ②$$

$\angle A$ は、2つの三角形に共通な角だから、

$$\angle BAE = \angle CAD \quad \dots\dots ③$$

①, ②, ③から、2組の辺とその間の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle ABE \equiv \triangle ACD$$



7

ガイド 合同な三角形では、対応する辺の長さは等しくなることを使います。

解答

(証明) $\triangle APC$ と $\triangle BPD$ で、

平行線の錯角は等しいので、 $\ell \parallel m$ から、

$$\angle PAC = \angle PBD \quad \cdots \cdots ①$$

$$\angle PCA = \angle PDB \quad \cdots \cdots ②$$

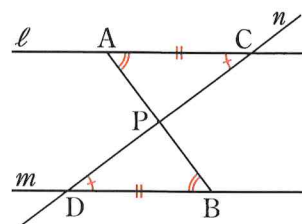
$$\text{仮定より, } AC = BD \quad \cdots \cdots ③$$

①, ②, ③から、1組の辺とその両端の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle APC \equiv \triangle BPD$$

合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、 $AP = BP$

よって、点Pは線分ABの中点である。



8

ガイド 合同な三角形では、対応する辺の長さは等しくなることを使います。

合同な三角形は、 $AB \parallel FC$, $GD \parallel BF$ から等しい角を見つけて証明します。

解答

(証明) $\triangle AGD$ と $\triangle CFE$ で、

$$\text{仮定より, } AD = CE \quad \cdots \cdots ①$$

平行線の錯角は等しいので、 $AB \parallel FC$ から、

$$\angle DAG = \angle ECF \quad \cdots \cdots ②$$

平行線の同位角は等しいので、 $GD \parallel BF$ から、

$$\angle ADG = \angle AEB \quad \cdots \cdots ③$$

また、対頂角は等しいので、

$$\angle AEB = \angle CEF \quad \cdots \cdots ④$$

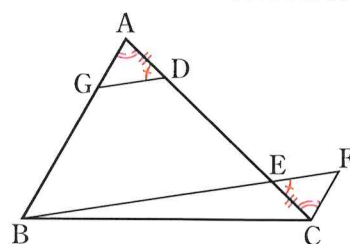
③, ④から、

$$\angle ADG = \angle CEF \quad \cdots \cdots ⑤$$

①, ②, ⑤から、1組の辺とその両端の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle AGD \equiv \triangle CFE$$

合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、 $AG = CF$



9

ガイド 対頂角は等しいこと、三角形の内角・外角の性質、平行線の錯角は等しいことを使って求めます。

解答

直線 ℓ と辺 AB, 辺 AC との交点を、それぞれ、D, E とすると、

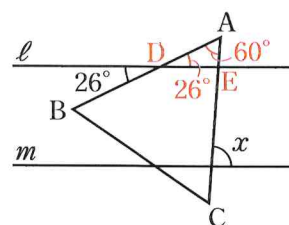
$$\angle ADE = 26^\circ, \angle DAE = 60^\circ$$

三角形の内角・外角の性質から、

$$\angle DEC = \angle ADE + \angle DAE = 26^\circ + 60^\circ = 86^\circ$$

平行線の錯角は等しいので、 $\ell \parallel m$ から、

$$\angle x = \angle DEC = 86^\circ$$

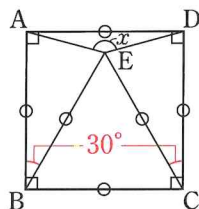


1

ガイド 三角形の内角・外角の性質，二等辺三角形の性質を利用します。

解答

- (1) $\angle x = (180^\circ - 48^\circ) \div 2 = 66^\circ$
 (2) $\angle x = 65^\circ + 65^\circ = 130^\circ$
 (3) $\triangle EBC$ は正三角形だから，1つの内角の大きさは 60°
 $\angle ABE = \angle DCE = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ で，
 $\triangle BEA$ と $\triangle CED$ は合同な二等辺三角形になる。
 よって， $\angle BEA = \angle CED = (180^\circ - 30^\circ) \div 2 = 75^\circ$
 したがって， $\angle x = 360^\circ - (60^\circ + 75^\circ + 75^\circ) = 150^\circ$



2

ガイド 平行四辺形の性質，二等辺三角形の性質，三角形の内角・外角の性質を使います。

解答

四角形 ABCD は平行四辺形だから，向かいあう角は等しいので，

$$\angle BAE = \angle DCB = (360^\circ - 98^\circ \times 2) \div 2 = 82^\circ$$

$\triangle ABE$ は $AB = EB$ の二等辺三角形で，二等辺三角形の2つの底角は等しいので，

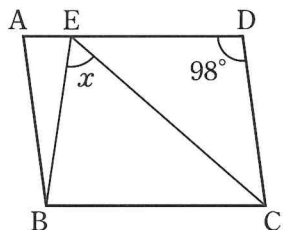
$$\angle BEA = \angle BAE = 82^\circ$$

CE は $\angle C$ の二等分線だから，

$$\angle DCE = \angle DCB \div 2 = 82^\circ \div 2 = 41^\circ$$

$\triangle DEC$ で，三角形の内角・外角の性質より， $\angle AEC = \angle EDC + \angle DCE$

$$\angle x + 82^\circ = 98^\circ + 41^\circ \quad \angle x = 57^\circ$$



3

ガイド 平行線の同位角や錯角は等しいことから， $\triangle CEF$ の2つの角が等しいことを示します。

解答

(証明) AF は $\angle A$ の二等分線だから，

$$\angle BAE = \angle DAE \quad \dots\dots ①$$

平行線の錯角は等しいので， $AB \parallel DF$ から，

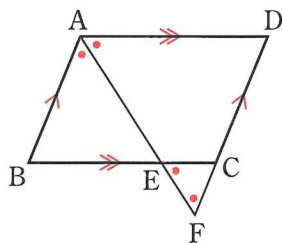
$$\angle BAE = \angle CFE \quad \dots\dots ②$$

平行線の同位角は等しいので， $AD \parallel BC$ から，

$$\angle DAE = \angle CEF \quad \dots\dots ③$$

①，②，③から， $\angle CFE = \angle CEF$

2つの角が等しいので， $\triangle CEF$ は二等辺三角形である。



4

ガイド 長方形の性質と三角形の合同条件を使って証明します。

解答

(証明) $\triangle EBC$ と $\triangle FGC$ で、

長方形 ABCD の向かいあう辺は等しいから、

$$BC=DA$$

$$DA=GC \text{ だから, } BC=GC \quad \cdots\cdots\textcircled{1}$$

長方形 ABCD の4つの角はすべて等しいから、

$$\angle EBC=\angle FGC=90^\circ \quad \cdots\cdots\textcircled{2}$$

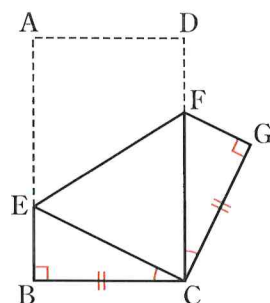
$$\text{また, } \angle ECB=90^\circ-\angle ECF \quad \cdots\cdots\textcircled{3}$$

$$\angle FCG=90^\circ-\angle ECF \quad \cdots\cdots\textcircled{4}$$

$$\textcircled{3}, \textcircled{4} \text{ から, } \angle ECB=\angle FCG \quad \cdots\cdots\textcircled{5}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{5}$ から、1組の辺とその両端の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle EBC \equiv \triangle FGC$$



5

ガイド

四角形 AEFD には、平行四辺形になる条件のどれが使えるかを考えます。

解答

(証明) 四角形 ABCD, BEFC は平行四辺形だから、

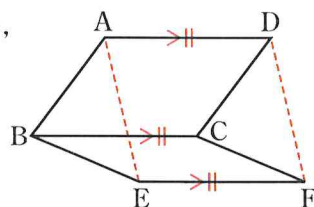
$$AD \parallel BC, AD=BC \quad \cdots\cdots\textcircled{1}$$

$$BC \parallel EF, BC=EF \quad \cdots\cdots\textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ から, } AD \parallel EF, AD=EF$$

したがって、1組の向かいあう辺が、等しくて

平行であるので、四角形 AEFD は平行四辺形である。



6

ガイド

平行線にはさまれた、底辺が共通な三角形は、面積が等しくなります。

解答

$\triangle ABD$ と $\triangle ABE$, $\triangle ADE$ と $\triangle BDE$,

$\triangle AFE$ と $\triangle BFD$, $\triangle ADC$ と $\triangle BEC$

参考

$AB \parallel ED$ で、 AB が共通だから、 $\triangle ABD=\triangle ABE$

DE が共通だから、 $\triangle ADE=\triangle BDE$

また、 $\triangle ADE=\triangle AFE+\triangle FDE$, $\triangle BDE=\triangle BFD+\triangle FDE$ だから、

$$\triangle AFE=\triangle BFD$$

$\triangle EDC$ が共通で、 $\triangle ADE=\triangle BDE$ だから、 $\triangle ADC=\triangle BEC$

7

ガイド

底辺が共通な三角形の性質から、四角形 ABCD のもつ性質を考えます。

解答

$\triangle ABD=\triangle ACD$ だから、 AD を底辺とすると、

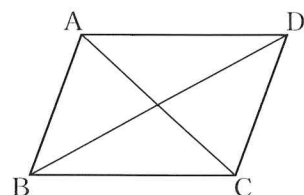
$$\text{高さが等しくなるので, } AD \parallel BC \quad \cdots\cdots\textcircled{1}$$

$\triangle ACD=\triangle BCD$ だから、 CD を底辺とすると、

$$\text{高さが等しくなるので, } AB \parallel DC \quad \cdots\cdots\textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ から、2組の向かいあう辺が、それぞれ

平行であるので、四角形 ABCD は平行四辺形である。



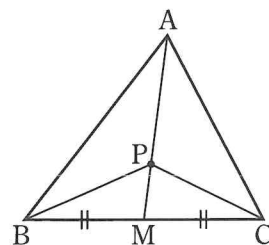
8

ガイド

底辺が共通で高さが等しい2つの三角形は、面積が等しくなります。
また、底辺が等しく高さが等しい2つの三角形も、面積が等しくなります。

解答

- (1) (証明) $\triangle ABM$ と $\triangle ACM$ で、それぞれ BM , CM を底辺とみると、 $BM=CM$ で、高さも等しいから、 $\triangle ABM=\triangle ACM$ ……①
- (2) (証明) $\triangle PBM$ と $\triangle PCM$ で、それぞれ BM , CM を底辺とみると、 $BM=CM$ で、高さも等しいから、 $\triangle PBM=\triangle PCM$ ……②
- ①-② から、 $\triangle ABP=\triangle ACP$



9

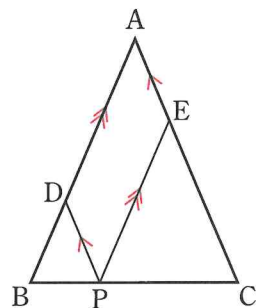
ガイド

- (1) 仮定より、 $AC \parallel DP$, $AB \parallel EP$ から考えます。
- (2) 二等辺三角形の2つの底角は等しいことを使って証明します。
- (3) 二等辺三角形の2つの辺は等しいことを使って証明します。

解答

- (1) (証明) $AD \parallel EP$, $AE \parallel DP$ だから、2組の向かいあう辺が、それぞれ平行であるので、四角形 $ADPE$ は平行四辺形である。
- (2) (証明) 平行線の同位角は等しいので、 $AC \parallel DP$ から、
 $\angle DPB = \angle ACB$ ……①
 $\triangle ABC$ は二等辺三角形で、2つの底角は等しいので、
 $\angle DBP = \angle ACB$ ……②
 ①, ②から、 $\angle DPB = \angle DBP$
 2つの角が等しいので、 $\triangle DBP$ は二等辺三角形である。
- (3) (証明) 四角形 $ADPE$ は平行四辺形で、向かいあう辺は、それぞれ等しいので、
 $AD=EP$, $AE=DP$
 $\triangle DBP$ は二等辺三角形だから、
 $DB=DP$
 四角形 $ADPE$ の周の長さは、

$$\begin{aligned} AD+DP+PE+EA &= 2AD+2DP \\ &= 2AD+2DB \\ &= 2(AD+DB) \\ &= 2AB \end{aligned}$$



したがって、四角形 $ADPE$ の周の長さは、辺 AB の長さの2倍である。

10

ガイド

平行線の錯角は等しいこと、ひし形の向かいあう角や辺は等しいことを使います。

解答

(証明) $\triangle BFH$ と $\triangle DEG$ で、

平行線の錯角は等しいので、 $AD \parallel BC$ から、

$$\angle FBH = \angle EDG \quad \cdots \cdots ①$$

ひし形の向かいあう角は等しいので、

$$\angle DCF = \angle BAE$$

これと、 $\angle DHF = \angle DCF$, $\angle BGE = \angle BAE$ から、

$$\angle DHF = \angle BGE$$

さらに、 $\angle BHF = 180^\circ - \angle DHF$, $\angle DGE = 180^\circ - \angle BGE$ だから、

$$\angle BHF = \angle DGE \quad \cdots \cdots ②$$

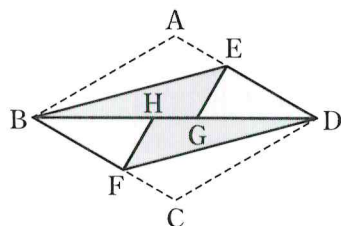
ひし形の向かいあう辺は等しいので、 $CD = AB$

これと、 $HD = CD$, $GB = AB$ から、 $HD = GB$

さらに、 $BH = BD - HD$, $DG = BD - GB$ だから、 $BH = DG \quad \cdots \cdots ③$

①, ②, ③から、1組の辺とその両端の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle BFH \equiv \triangle DEG$$



6章

場合の数と確率

教科書

p.208～209

1

ガイド

カードの取り出し方は、全部で52通りあり、どのカードの取り出し方も、同様に確からしいといえます。トランプには、1から10までとJ, Q, Kのカードが、4枚ずつあります。

解答

(1) ♠ (スペード) のカードが出る場合は13通りだから、

$$\spadesuit \text{のカードが出る確率は, } \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$$

(2) J, Q, Kのカード (絵札) が出る場合は、 $3 \times 4 = 12$ (通り) だから、

$$J, Q, K \text{ のカードが出る確率は, } \frac{12}{52} = \frac{3}{13}$$

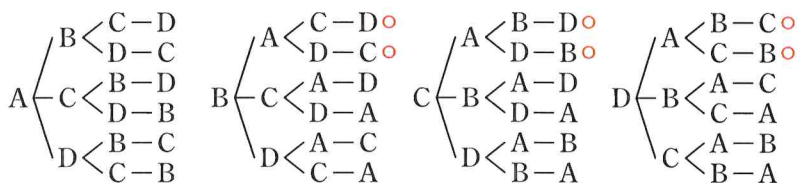
2

ガイド

樹形図をかいて調べます。

解答

(1) 樹形図をかくと、下の図のようになる。



24通り

- (2) 走る順番が、A が 2 番目になるのは、(1)の樹形図の ○ の印のついた 6 通りだから、

$$\frac{6}{24} = \frac{1}{4}$$

3

ガイド

3 枚の硬貨を A, B, C と区別し、樹形図を使って、表裏の出かたを考えます。

「少なくとも 1 枚は裏」← 「3 枚とも裏」、「2 枚が裏」、「1 枚が裏」のこと。

である確率は、次の式で求めることができます。

$$(\text{少なくとも 1 枚は裏となる確率}) = 1 - (\text{3 枚とも表となる確率})$$

裏が 1 枚も出ない
確率

解答

3 枚の硬貨を A, B, C と区別し、表を○、裏を×として、起こるすべての場合を、樹形図に表すと、表裏の出かたは全部で 8 通りになる。

どの表裏の出かたも同様に確からしい。
このうち、3 枚とも表となる出かたは、右の樹形図のいちばん上で、

(○, ○, ○)

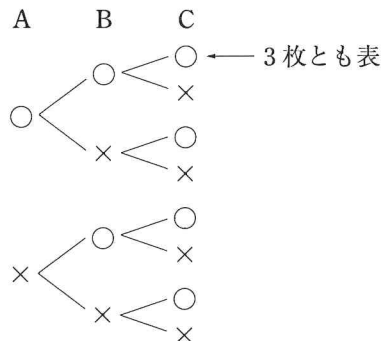
の 1 通りだから、

3 枚とも表となる確率は、 $\frac{1}{8}$

$$(\text{少なくとも 1 枚は裏となる確率}) = 1 - (\text{3 枚とも表となる確率})$$

で求めることができるので、

$$1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$



4

ガイド

2 年生 3 人を①, ②, ③, 3 年生 3 人を④, ⑤, ⑥と区別し、表を使って、2 人の係の選び方を考えます。

解答

2 年生 3 人を①, ②, ③, 3 年生 3 人を④, ⑤, ⑥で表すと、右のような表にまとめられる。

表から、2 人の係の選び方は 15 通り。

- (1) 2 人とも 3 年生が選ばれる場合は右の表の●の場合で、3 通りだから、確率は、 $\frac{3}{15} = \frac{1}{5}$

- (2) (1)から、少なくとも 2 年生が 1 人選ばれる確率は、 $1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

	①	②	③	④	⑤	⑥
①	●	○	○	○	○	○
②		●	○	○	○	○
③			●	○	○	○
④				●	●	
⑤					●	
⑥						●

5

ガイド

5本のくじから同時に2本ひくとき、くじのひき方は、全部で10通りあります。

解答

5本のくじのうち、あたりを①、②、③、はずれを④、⑤で表すと、右のような表にまとめられる。

表から、くじのひき方は10通り。

(1) 2本ともあたりである場合は3通りだから、

$$\text{確率は、} \frac{3}{10}$$

(2) 1本があたり、1本がはずれである場合は6通りだから、

$$\text{確率は、} \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

(3) 2本ともはずれである場合は1通りだから、確率は、 $\frac{1}{10}$

(4) (3)から、少なくとも1本はあたる確率は、 $1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$

	①	②	③	④	⑤
①		○	○	○	○
②			○	○	○
③				○	○
④					○
⑤					

6

ガイド

さいころの1回目に出た目の数を x 、2回目に出た目の数を y としたときの x と y の出かたは、右の表のようになります。目の出かたは、 $6 \times 6 = 36$ (通り)

(2)は、 $2x - y = 3$ のグラフ上にある点 (x, y) を考えます。

$x \setminus y$	●	●●	●●●	●●●●	●●●●●	●●●●●●
●	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
●●	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
●●●	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
●●●●	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
●●●●●	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
●●●●●●	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

解答

(1) $xy = 12$ が成り立つのは、 x, y の出かたが、(2, 6), (3, 4), (4, 3), (6, 2) の4通りだから、

$$\text{求める確率は、} \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

(2) (x, y) を座標とする点を、右の図のようにとる (36通り)。

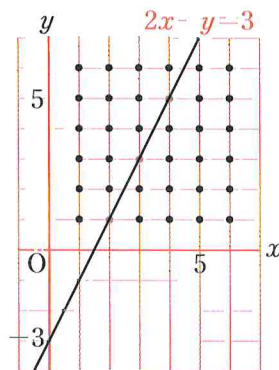
$$2x - y = 3 \text{ より、} y = 2x - 3$$

この直線の上にある点は、(2, 1), (3, 3),

(4, 5) の3通り。

よって、 $2x - y = 3$ が成り立つ確率は、

$$\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$



7

ガイド

赤玉 2 個を赤₁, 赤₂, 黄玉 3 個を黄₁, 黄₂, 黄₃ として, 樹形図をかいて考えます。

解答

赤玉 2 個を赤₁, 赤₂, 黄玉 3 個を黄₁, 黄₂, 黄₃ と区別して, 樹形図をかくと, 右の図のようになる。20 通りのうち, 得点の合計が 15 点以上になるのは, 右の図の ○ の印のついた 10 通り。

$$\text{よって, } \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$



8

ガイド

図に, あてはまる点 P をとって考えます。

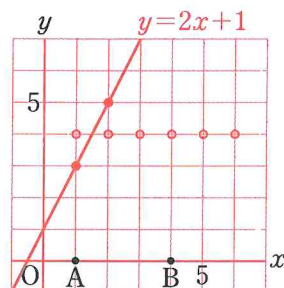
解答

(1) $\triangle PAB$ で AB を底辺とみるとき, 三角形の面積が 6 cm^2 になるには, 高さが 4 cm となればよいから, 点 P は右の図の ○ の印のついた 6 通り。

$$\text{よって, } \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

(2) 点 P は, 右の図の ● の印のついた 2 通りだから,

$$\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$$



9

ガイド

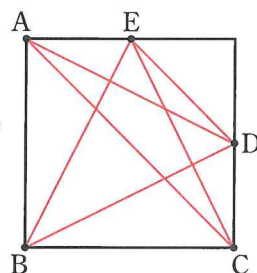
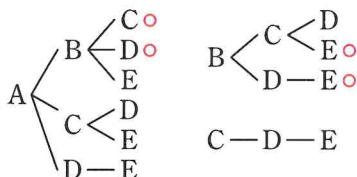
樹形図をかいて調べます。

解答

樹形図をかくと, 3 つの点のとり方は, 下の図のように 10 通りある。

10 通りのうち, できる三角形が二等辺三角形になるのは, 下の図の ○ の印のついた 4 通り。

$$\text{よって, } \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$



10

ガイド XとYの面積が等しくなるのは、点Rが線分PQの中点($a=b$)のときです。

解答 目の出かたは36通り。

XとYの面積が等しくなるのは、点Rが線分PQの中点、つまり、 $a=b$ となるときである。

その場合は6通りだから、

$$\text{求める確率は、} \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

$a \backslash b$						
	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

7章

箱ひげ図とデータの活用

教科書

p.210～211

1

ガイド まず、値の小さい順に並びかえてから、四分位数や四分位範囲を求めます。

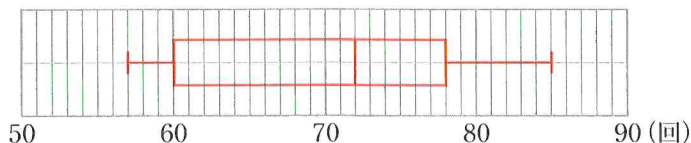
解答 (1) 値の小さい順に並べかえて、四分位数を求めると、

57, 59, 60, 68, 70, 72, 73, 77, 78, 81, 85

$\begin{array}{ccccc} & \uparrow & & \uparrow & \\ \text{第1四分位数} & & \text{中央値} & & \text{第3四分位数} \\ 60(\text{回}) & & 72(\text{回}) & & 78(\text{回}) \end{array}$

(2) (1)より、 $78-60=18$ (回)

(3) 右の図



2

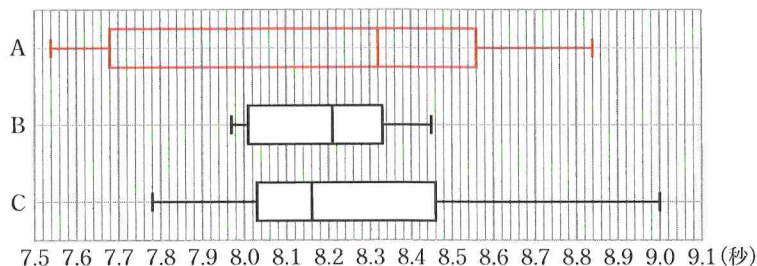
ガイド (3) 箱ひげ図の箱の大きさや位置、のびた線の長さなどをくらべて考えます。

解答 (1) Aのデータを値の小さい順に並びかえて、四分位数を求めると、

7.54, 7.59, 7.68, 7.98, 8.19, 8.45, 8.45, 8.56, 8.79, 8.84

$\begin{array}{ccccc} & \uparrow & & \uparrow & \\ \text{第1四分位数} & & \text{中央値} & & \text{第3四分位数} \\ 7.68(\text{秒}) & & 8.32(\text{秒}) & & 8.56(\text{秒}) \end{array}$

(2) 右の図



(3) (例) A

(理由) Aは第1四分位数が8.0秒未満だから、8.0秒未満の記録は全体の25%以上である。BとCは第1四分位数が8.0秒以上だから、8.0秒未満の記録は全体の25%以下である。よって、Aは8.0秒未満の記録の割合がもっとも多いので、Aを出場選手に選ぶ。

(例) B

(理由) Bは箱の大きさがもっとも小さく安定感があり、Cよりも箱が左にあるので、Bを出場選手に選ぶ。

参考

(1) 中央値は、小さい方から数えて5番目と6番目の値の平均をとって、

$$\frac{8.19+8.45}{2}=8.32 \text{ (秒)}$$

3

ガイド

箱ひげ図から読みとれるものと読みとれないものを考えます。

解答

(1) Aグループの中央値が350g以上であることから、正しい。

(2) 箱ひげ図では、個々の1日の野菜摂取量はわからず、^{せつしりやう}平均値はこのデータからはわからない。

(3) Aグループでは、第1四分位数が310gだから、野菜摂取量が300g以上の人は、少なくとも19人である。

Bグループでは、第1四分位数が275gだから、野菜摂取量が300g以上の人は、多くても19人である。

したがって、野菜摂取量が300g以上の人は、AグループよりBグループの方が少ないか同じである。よって、正しくない。

(4) 箱ひげ図からは、BグループよりAグループの方が最小値が小さいことはわかるが、1日の野菜摂取量が最小値から第1四分位数までにあたる人の分布はわからないので、このデータからはわからない。

4

ガイド

箱ひげ図から読みとれる値か、読みとれない値かを考えます。

解答

(ア) 箱ひげ図では個々の得点はわからないので、平均値はわからない。

(イ) 数学の四分位範囲は、 $80-50=30$ (点)

英語の四分位範囲は、 $70-45=25$ (点)

だから、四分位範囲は、英語より数学の方が大きい。

(ウ) 数学の最大値と英語の最大値の合計は170点になるが、数学と英語の最大値の得点をとった生徒が同じかどうかは、このデータからはわからない。

(エ) 80点は数学の得点の分布の第3四分位数である。

35人の得点の第3四分位数は、得点を低い方から順に並べたときの27番目の生徒の得点であるから、数学の得点が80点である生徒がかならずいる。よって、正しいものは、(イ)と(エ)

学 びをいかそう

教科書 p.212～229

スタートの位置はどこ？

1章 式の計算

教科書
p.212～213

学習のねらい

トラック競技のレーンをかく問題を通して、それぞれのレーンで走る距離を同じにするためにスタートの位置をどれだけずらせばよいかを、式の計算を使って考えます。

1

1レーンと2レーンで走る距離を、 a と r を使って、それぞれ表しましょう。

ガイド

走る距離を式に表してから、同類項をまとめます。

解答

1レーンで走る距離は、 a mの直線と、半径 r mの半円の弧の長さと、 a mの直線をあわせた距離なので、

$$a + 2\pi r \div 2 + a = 2a + \pi r \text{ (m)}$$

2レーンで走る距離は、 a mの直線と、半径 $(r+1)$ mの半円の弧の長さと、 a mの直線をあわせた距離なので、

$$a + 2\pi(r+1) \div 2 + a = 2a + \pi r + \pi \text{ (m)} \quad (2a + \pi(r+1) \text{ (m)})$$

2

2レーンのスタートの位置を、1レーンより何 m 前にすればよいでしょうか。

ガイド

①で求めた、1レーンと2レーンで走る距離の差を求めます。

解答

①より、1レーンで走る距離は $(2a + \pi r)$ m、2レーンで走る距離は $(2a + \pi r + \pi)$ mだから、

$$(2a + \pi r + \pi) - (2a + \pi r) = \pi \text{ (m)}$$

よって、2レーンのスタートの位置を、1レーンよりも π mだけ前にすればよい。

3

3レーンで走る距離を、 a と r を使って表しましょう。

また、2レーンと3レーンで走る距離を同じにするためには、3レーンのスタートの位置を、2レーンより何 m 前にすればよいでしょうか。

ガイド

①と同じように、3レーンで走る距離を、 a と r を使って表して考えます。

解答

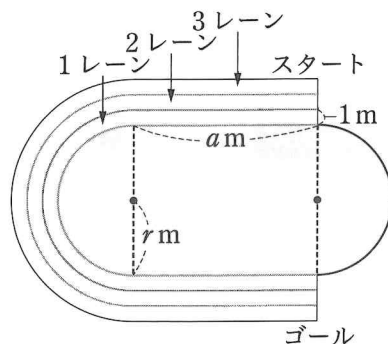
3レーンを走る距離は、 a mの直線と、半径 $(r+2)$ mの半円の弧の長さ、 a mの直線をあわせた距離なので、

$$a + 2\pi(r+2) \div 2 + a = 2a + \pi r + 2\pi \text{ (m)}$$

3レーンと2レーンを走る距離の差は、

$$(2a + \pi r + 2\pi) - (2a + \pi r + \pi) = \pi \text{ (m)}$$

よって、3レーンのスタートの位置を、2レーンよりも π mだけ前にすればよい。



4

トラックを1周する場合について考えます。

- (1) 1レーンと2レーンで走る距離を同じにするためには、2レーンのスタートの位置を、1レーンより何 m 前にすればよいでしょうか。
- (2) レーンの幅が2 m のとき、1レーンと2レーンで走る距離を同じにするためには、2レーンのスタートの位置を、1レーンより何 m 前にすればよいでしょうか。

ガイド

①と同じように、1レーンと2レーンを走る距離を、 a と r を使ってそれぞれ式に表して考えます。

解答

- (1) 1レーンを走る距離は、 $a + 2\pi r + a = 2a + 2\pi r$ (m)

2レーンを走る距離は、

$$a + 2\pi(r+1) + a = 2a + 2\pi r + 2\pi \text{ (m)}$$

2レーンと1レーンを走る距離の差は、

$$(2a + 2\pi r + 2\pi) - (2a + 2\pi r) = 2\pi \text{ (m)}$$

よって、2レーンのスタートの位置を、1レーンよりも 2π mだけ前にすればよい。

- (2) 1レーンを走る距離は、(1)より、 $2a + 2\pi r$ (m)

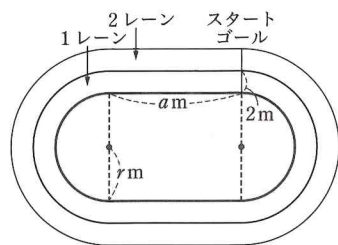
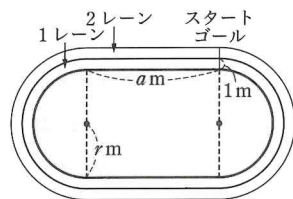
2レーンを走る距離は、

$$a + 2\pi(r+2) + a = 2a + 2\pi r + 4\pi \text{ (m)}$$

2レーンと1レーンを走る距離の差は、

$$(2a + 2\pi r + 4\pi) - (2a + 2\pi r) = 4\pi \text{ (m)}$$

よって、2レーンのスタートの位置を、1レーンよりも 4π mだけ前にすればよい。



体を動かして健康を維持しよう

2章 連立方程式

教科書
p.214～217

学習のねらい

健康を維持するためによいとされている、運動や生活活動についての問題を通して、運動や生活活動の強度と、それをおこなう時間の関係について、式を使って考えます。

1

ギターの演奏と卓球を、それぞれ何分ずつすればよいでしょうか。

ガイド

(ギターの演奏の強度)×(ギターの演奏の実施時間)+(卓球の強度)×(卓球の実施時間)=5
(ギターの演奏の実施時間)+(卓球の実施時間)=90

解答

$$\begin{cases} 3 \times \frac{x}{60} + 4 \times \frac{y}{60} = 5 & \cdots \cdots ① \\ x + y = 90 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$① \times 60 \quad 3x + 4y = 300 \quad \cdots \cdots ①'$$

$$② \times 3 \quad 3x + 3y = 270 \quad \cdots \cdots ②'$$

$$①' - ②' \quad y = 30$$

$y = 30$ を②に代入すると、

$$x + 30 = 90, \quad x = 60$$

$$(x, y) = (60, 30)$$

この解は問題にあっている。

ギターの演奏 60 分、卓球 30 分

2

階段をゆっくり上る生活活動を 3 時間おこなったときと同じ身体活動量で、運動や生活活動をおこなう時間をもっと短くするには、どのような運動や生活活動を、何時間すればよいでしょうか。また、その理由をいみましょう。

⑦ 上と同じ身体活動量で、運動や生活活動をおこなう時間をもっと長くするには、どのような運動や生活活動を、何時間すればよいかな。

ガイド

同じ身体活動量で、運動や生活活動をおこなう時間をもっと短くするには、より強度が大きい運動や生活活動をおこなえばよいです。

解答例

階段をゆっくり上る生活活動を 3 時間おこなったときの身体活動量は、

$$4 \times 3 = 12 \text{ (エクササイズ)}$$

これよりも強度が大きい運動や生活活動を、強度と実施時間の積が 12 になるようにおこなえば、もっと短い時間で同じ身体活動量になるから、水泳を 2 時間すればよい。

⑦ (例) 階段をゆっくり上る生活活動より強度が小さい運動や生活活動を、強度と実施時間の積が 12 になるようにおこなえば、もっと長い時間で同じ身体活動量になるから、普通に歩く生活活動を 4 時間すればよい。

料金が安いのは？

3章 一次関数

教科書
p.218~219

学習のねらい

3種類の電球の値段と、使用したときの電気料金の合計金額を、一次関数を利用して調べます。

1

白熱電球を 1000 時間使用したときの合計金額はいくらになるでしょうか。

ガイド

白熱電球の値段と、1000 時間使用したときの電気料金の合計を求めます。

解答

250 円の白熱電球 1 個で 1000 時間使用することができ、1000 時間使用したときの電気料金は 1600 円だから、
 $250 + 1600 = 1850$ (円)

2

3 種類の電球を 1000 時間、2000 時間使用したときの合計金額は、それぞれいくらになるでしょうか。

ガイド

2000 時間使用したときの合計金額は、(電球の値段)+(1000 時間使用したときの電気料金) $\times 2$

解答

〈1000 時間使用したとき〉	〈2000 時間使用したとき〉
LED 電球… $2500 + 200 = 2700$ (円)	LED 電球… $2500 + 200 \times 2 = 2900$ (円)
白熱電球…1850 円	白熱電球… $250 + 1600 \times 2 = 3450$ (円)
電球形蛍光灯… $1000 + 300 = 1300$ (円)	電球形蛍光灯… $1000 + 300 \times 2 = 1600$ (円)

3

白熱電球と LED 電球をくらべて、合計金額が同じになるおよその時間を求める方法を説明しましょう。ただし、同じになる時間を求める必要はありません。

ガイド

教科書 p.219 のグラフを使って求めます。

解答

(説明) 白熱電球のグラフと LED 電球のグラフの交点の x 座標を読みとる。

4

使用する時間が長くなるにつれて、合計金額はどのようなになるでしょうか。

ガイド

教科書 p.219 のグラフから読みとります。必要ならば、グラフをのばして考えます。

解答例

- ・白熱電球は、使用する時間が長くなるにつれて、他の 2 つよりもかなり高くなる。
- ・LED 電球と電球形蛍光灯では、はじめのうちは LED 電球の方が高いが、電球形蛍光灯を買いかえる 10,000 時間より長く使い続けると LED 電球の方が安くなる。

角の大きさを求めよう

4章 図形の調べ方

教科書

p.220

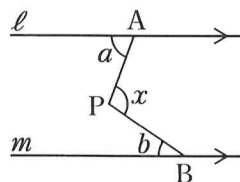
学習のねらい

平行な2直線の内側にできる角について、平行線の性質を使ったり、三角形の内角・外角の性質を使ったりして、いろいろな方法で角の大きさを求めます。また、条件を変えたときにどうなるかを考えます。

平行な2直線 ℓ , m の内側に、右の図のように点Pをとるとき、

$$\angle x = \angle a + \angle b \quad \cdots \cdots \text{①}$$

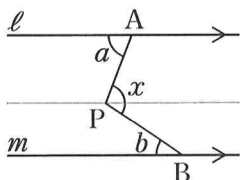
となります。



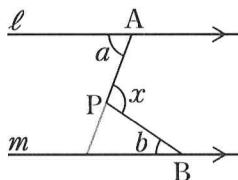
1

上の①が成り立つ理由を、次の(1)~(3)の方法で説明しましょう。

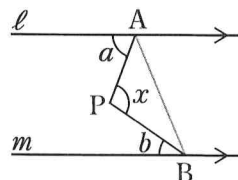
(1) 点Pを通り、 ℓ と m に平行な直線をひく方法



(2) APを延長した直線をひく方法



(3) 2点A, Bを結ぶ線分をひく方法



ガイド

- (1) 平行線の錯角は等しいことを使って説明します。
- (2) 平行線の錯角は等しいことと、三角形の内角・外角の性質を使って説明します。
- (3) 平行線の錯角は等しいことと、三角形の内角の和が 180° であることを使って説明します。

解答

(1) (説明) 右の図のように、 ℓ と m に平行にひいた

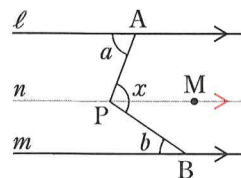
直線 n 上の点を M とする。

平行線の錯角は等しいので、

$$\ell \parallel n \text{ から, } \angle APM = \angle a$$

$$n \parallel m \text{ から, } \angle BPM = \angle b$$

$$\text{よって, } \angle x = \angle APM + \angle BPM = \angle a + \angle b$$



(2) (説明) APを延長した直線と、 m との交点をNとする。

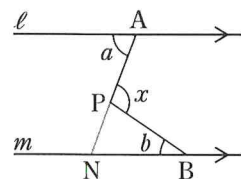
平行線の錯角は等しいので、 $\ell \parallel m$ から、

$$\angle PNB = \angle a$$

$\triangle PNB$ で、三角形の内角・外角の性質から、

$$\angle x = \angle PNB + \angle b$$

$$\text{よって, } \angle x = \angle a + \angle b$$



(3) (説明) 平行線の錯角は等しいので, $\ell \parallel m$ から,

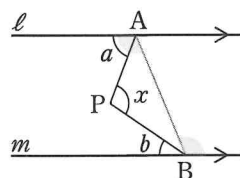
$$\angle a + \angle PAB = 180^\circ - (\angle b + \angle PBA)$$

よって, $\angle PAB + \angle PBA = 180^\circ - \angle a - \angle b$

$\angle x = 180^\circ - (\angle PAB + \angle PBA)$ だから,

$$\angle x = 180^\circ - (180^\circ - \angle a - \angle b)$$

$$= \angle a + \angle b$$



2

「2 直線 ℓ , m の内側に」を, 「2 直線 ℓ , m の外側に」に変えます。

$\angle x$ の大きさを, $\angle a$, $\angle b$ を使って表しましょう。

ガイド

平行線の錯角は等しいことと, 三角形の内角・外角の性質を使って考えます。

解答

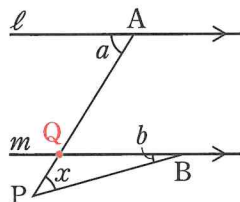
m と AP の交点を Q とすると, 平行線の錯角は等しいので,

$\ell \parallel m$ から, $\angle AQB = \angle a$

$\triangle QPB$ で, 三角形の内角・外角の性質から,

$$\angle a = \angle x + \angle b$$

よって, $\angle x = \angle a - \angle b$



3

「平行な 2 直線 ℓ , m 」を, 「平行でない 2 直線 ℓ , m 」に変えて, 右の図 (省略) のように, 2 直線の交点を C とします。

$\angle x$ の大きさを, $\angle a$, $\angle b$, $\angle c$ を使って表しましょう。

ガイド

AP を延長した直線をひいて, 三角形の内角・外角の性質を使って考えます。

解答

AP を延長した直線と, m との交点を R とする。

$\triangle ACR$ で, 三角形の内角・外角の性質から,

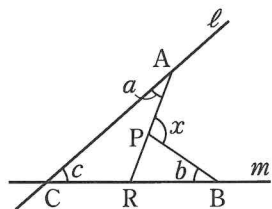
$$\angle ARB = \angle a + \angle c$$

$\triangle PRB$ で, 三角形の内角・外角の性質から,

$$\angle x = \angle PRB + \angle b$$

$$= \angle ARB + \angle b$$

$$= \angle a + \angle b + \angle c$$



へこみの部分の角の大きさ

4章 図形の調べ方

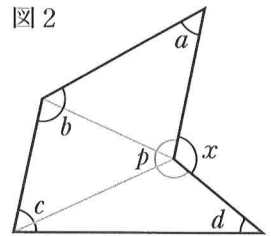
教科書
p.221

学習のねらい

へこみが何か所がある図形について、いくつかの三角形に分けて内側の角の和を考えます。

◆ 辺の数が5本、へこみが1か所の図形

図2のように、辺の数が5本で、へこみが1か所の図形を考えます。
ある頂点から対角線を2本ひくと、3個の三角形に分けられます。



1

図2の内側の角の和を求めましょう。

ガイド

三角形何個分の内角の和とみればよいかを考えて求めます。

解答

三角形3個に分けることができるので、 $180^\circ \times 3 = 540^\circ$

2

図2の $\angle x$ の大きさを、 $\angle a$, $\angle b$, $\angle c$, $\angle d$ を使って表しましょう。

ガイド

まず、 $\angle p$ の大きさを、 $\angle a$, $\angle b$, $\angle c$, $\angle d$ を使って表して考えます。

解答

$$\angle p = 540^\circ - \angle a - \angle b - \angle c - \angle d$$

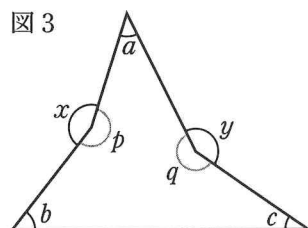
$$\angle x = 360^\circ - \angle p$$

$$= 360^\circ - (540^\circ - \angle a - \angle b - \angle c - \angle d)$$

$$= \angle a + \angle b + \angle c + \angle d - 180^\circ$$

◆ 辺の数が5本、へこみが2か所の図形

辺の数が5本の図形には、図3のように、へこみが2か所の図形 図3
もあります。



3

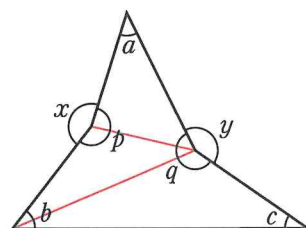
図3の内側の角の和を求めましょう。

ガイド

線を加えて、内角の和がわかる図形に分けて求めます。

解答

右のように線を加えると、三角形3個に分けることができるので、 $180^\circ \times 3 = 540^\circ$



4

図3の $\angle x + \angle y$ の大きさを、 $\angle a$ 、 $\angle b$ 、 $\angle c$ を使って表しましょう。

ガイド

まず、 $\angle p + \angle q$ の大きさを、 $\angle a$ 、 $\angle b$ 、 $\angle c$ を使って表して考えます。

解答

$$\begin{aligned}\angle p + \angle q &= 540^\circ - \angle a - \angle b - \angle c \\ \angle x + \angle y &= (360^\circ - \angle p) + (360^\circ - \angle q) \\ &= 720^\circ - (\angle p + \angle q) \\ &= 720^\circ - (540^\circ - \angle a - \angle b - \angle c) \\ &= \angle a + \angle b + \angle c + 180^\circ\end{aligned}$$

発展
[高校]

どちらのくじをひこうかな？ 6章 場合の数と確率

教科書
p.222～223

学習のねらい

確率について学んだことを、日常生活の場面で活用します。

1

B店のくじ1本についての金額の期待値を求めましょう。

ガイド

A店のくじ1本についての金額の期待値と同様に求めます。

解答

$$2000 \times \frac{10}{1000} + 1000 \times \frac{90}{1000} + 100 \times \frac{900}{1000} = 20 + 90 + 90 = 200 \text{ (円)} \quad \underline{200 \text{ 円}}$$

2

期待値をもとにすると、A店とB店のどちらの店でくじをひく方が有利といえるでしょうか。

解答

くじ1本についての期待値でくらべると、A店は270円、B店は200円だから、A店でひく方が有利といえる。

3

袋の中に、赤玉1個、青玉2個、白玉3個がはいっています。この袋から玉を1個取り出して、赤玉なら60点、青玉なら30点、白玉なら10点の得点になるゲームをします。このゲームを1回するときの得点の期待値を求めましょう。

ガイド

まず、赤玉、青玉、白玉の出る確率をそれぞれ求めましょう。

解答

赤玉の出る確率は $\frac{1}{6}$ 、青玉の出る確率は $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ 、白玉の出る確率は $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ だから、

$$60 \times \frac{1}{6} + 30 \times \frac{1}{3} + 10 \times \frac{1}{2} = 10 + 10 + 5 = 25 \text{ (点)} \quad \underline{25 \text{ 点}}$$

4

右の表(省略)は、2021年の年末ジャンボ宝くじについて、販売数2000万本あたりのそれぞれの等級の当せん本数とその金額をまとめたものです。この宝くじは1本300円で販売されています。この宝くじ1本についての当せん金の期待値を求めましょう。

ガイド

本数の合計が2000万本にならないのは、はずれ券があるためです。ここでも、前の問題と同じようにして期待値を求めます。

解答

$$\begin{aligned} & 700000000 \times \frac{1}{20000000} + 150000000 \times \frac{2}{20000000} + 100000 \times \frac{199}{20000000} \\ & + 10000000 \times \frac{4}{20000000} + 1000000 \times \frac{40}{20000000} + 50000 \times \frac{2000}{20000000} + 10000 \times \frac{60000}{20000000} \\ & + 3000 \times \frac{200000}{20000000} + 300 \times \frac{2000000}{20000000} \\ & = 35 + 15 + 0.995 + 2 + 2 + 5 + 30 + 30 + 30 = 149.995 \text{ (円)} \quad \underline{\text{約 } 150 \text{ 円}} \end{aligned}$$

学習のねらい

箱ひげ図とデータの活用について学んだことを、生活に結びつけて活用します。

1

2012年から2021年の期間について、最大値、最小値、四分位数を求め、図2(解答欄)に箱ひげ図をかき入れましょう。

ガイド

まず、2012年から2021年の年間発生回数を値の小さい順に並べてから、最大値、最小値、四分位数を求めます。

解答

2012年から、2021年の年間発生回数を、値の小さい順に並べかえると、

269, 279, 308, 309, 327, 334, 345, 350, 367, 377
データの個数が10個だから、中央値は、小さい方から数えて5番目と6番目の値の平均をとって、

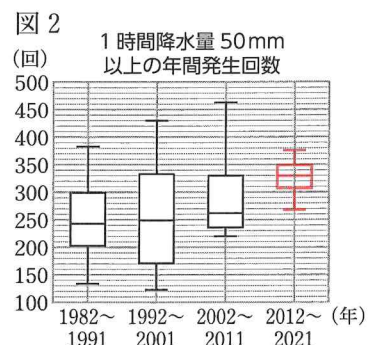
$$\frac{327+334}{2}=330.5$$

第1四分位数は、小さい方から数えて1番目から5番目までの中央値で、308

第3四分位数は、小さい方から数えて6番目から10番目までの中央値で、350

最大値 377 回、最小値 269 回、第1四分位数 308 回、

中央値(第2四分位数) 330.5 回、第3四分位数 350 回、箱ひげ図は上の図



2

図2から、1時間降水量50mm以上の年間発生回数は増えてきているといえるでしょうか。また、そのように判断した理由を説明しましょう。

ガイド

箱ひげ図の四分位範囲や箱の位置、最大値などをくらべて考えます。

解答例

・増えてきているといえる。

(理由) データの中央付近のほぼ50%がふくまれる四分位範囲が小さくなっていき、箱の位置は回数の多いところに上がってきているので、年間発生回数は増えてきているといえる。

・増えてきているといえない。

(理由) 1982年から増える傾向にあった最大値が、2012年から2021年では大きく減り、1982年から1991年の最大値よりも減っているため、年間発生回数は増えてきているとはいえない。

社会見学にいろいろ－明太子ができるまで－

教科書

p.226~229

学習のねらい

日常生活や社会におけるさまざまな場面で数学が活用できるように考えます。

問題
1

同じ割合で成長すると考えたとき、スケトウダラの8年魚の体長はどのくらいでしょうか。

- ① 41 cm ② 51 cm ③ 61 cm

ガイド

スケトウダラの x 年魚の体長を y cmとして、「明太子の原料」にかかっているスケトウダラの体長から、式をつくって考えます。

解答

スケトウダラの x 年魚の体長を y cmとすると、同じ割合で成長するとき、1年魚、3年魚、5年魚は2年ごとに10 cm大きくなっているのです。変化の割合は、 $10 \div 2 = 5$ だから、 x と y の関係は $y = 5x + b$ と表される。

$x = 1$ のとき $y = 16$ だから、 $16 = 5 + b$, $b = 11$

よって、式は、 $y = 5x + 11$

8年魚の体長は、 $x = 8$ を代入すると、

$$y = 5 \times 8 + 11 = 51 \text{ (cm)}$$

②

問題
2

明太子 100 g の体積は、どのくらいでしょうか。

- ① 15 cm^3 ② 150 cm^3 ③ 1500 cm^3

ガイド

「かなさんメモ」に書かれている重さと体積の関係を使って調べます。

解答

明太子約3万トンの体積は、小学校の25 mのプール($25 \text{ m} \times 12 \text{ m} \times 1.2 \text{ m}$)のおよそ124杯分なので

$$25 \times 12 \times 1.2 \times 124 = 44640 \text{ (m}^3\text{)}$$

44640 m^3 は、 44640000000 cm^3

また、3万トン、 30000000 kg で、 30000000000 g

よって、明太子 100 g の体積は、

$$44640000000 \div 30000000000 \times 100 = 148.8 \text{ (cm}^3\text{)}$$

②

問題
3

卵 20 kg を塩づけするために、8000 g の食塩水を使うとき、必要な食塩の量は、何 g ですか。

- ① 440 g ② 560 g ③ 680 g

ガイド

「明太子のつくり方」のふき出しに書かれている食塩水の濃度^{のうど}から考えます。

解答

塩づけするときに使う食塩水の濃度は5.5%だから、食塩水 8000 g 中の食塩の量は、

$$8000 \times \frac{5.5}{100} = 440 \text{ (g)}$$

①

問題
4

900 kg の明太子を製造したいとき、作業に必要な人数は、どのくらいでしょうか。製造できる明太子の量は、1 人増えるごとに、一定の量ずつ増えていくとして考えます。

- ① 33 人 ② 35 人 ③ 37 人

ガイド

「かなさんメモ」の下の方き出しに書かれている働いている人の人数と明太子の量の関係から、働いている人 x 人と製造した明太子 y kg の関係の式をつくって求めます。

解答

x 人で y kg の明太子を製造できるとし、求める式を $y = ax + b$ とする。

$$x = 30 \text{ のとき } y = 850 \text{ だから, } 850 = 30a + b \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$x = 25 \text{ のとき } y = 800 \text{ だから, } 800 = 25a + b \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

この①と②を、 a 、 b についての連立方程式とみて解くと、

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \quad 50 = 5a, \quad a = 10$$

$a = 10$ を①に代入すると、

$$850 = 300 + b, \quad b = 550$$

よって、求める式は、 $y = 10x + 550$

900 kg の明太子を製造するのに必要な人数は、 $y = 900$ を代入すると、

$$900 = 10x + 550$$

$$x = 35 \text{ (人)}$$

②

◆ 食塩水の濃度

1

食塩水について、次の問いに答えましょう。

- (1) 食塩水 200 g の中に 10 g の食塩がとけているとき、この食塩水の濃度^{のうど}は何% でしょうか。
- (2) 230 g の水に 20 g の食塩をとかしたとき、できる食塩水の濃度は何% でしょうか。
- (3) 7% の食塩水 300 g にとけている食塩は何 g でしょうか。
- (4) 10% の食塩水を 150 g つくろうと思います。このとき、何 g の水に何 g の食塩をとかせばよいでしょうか。

ガイド

食塩水の濃度、質量を表す式を使って調べます。

解答

$$(1) \quad \frac{10}{200} \times 100 = 5 (\%) \quad \underline{5 \%}$$

$$(2) \quad \text{食塩水の質量は, } 230 + 20 = 250 \text{ (g)}$$

$$\text{だから, } \frac{20}{250} \times 100 = 8 (\%) \quad \underline{8 \%}$$

$$(3) \quad 300 \times \frac{7}{100} = 21 \text{ (g)} \quad \underline{21 \text{ g}}$$

$$(4) \quad 10\% \text{ の食塩水を } 150 \text{ g つくるのに必要な食塩は, } 150 \times \frac{10}{100} = 15 \text{ (g)}$$

$$\text{だから, 水は, } 150 - 15 = 135 \text{ (g)} \quad \underline{\text{水 } 135 \text{ g, 食塩 } 15 \text{ g}}$$

◆濃度が異なる2種類の食塩水を混ぜあわせる

2

濃度が、それぞれ8%、15%の2種類の食塩水があります。

この2種類の食塩水を混ぜあわせて、濃度が10%の食塩水を700gつくろうと思います。

8%の食塩水を x g、15%の食塩水を y gとして、数量の関係を考えると、下の表(省略)のようになります。

上の表(省略)をもとにして連立方程式をつくります。

この方程式(解答欄)を解いて、それぞれの食塩水を何gずつ混ぜればよいか求めましょう。

ガイド

連立方程式の両辺に100をかけて、係数を整数にして解きます。

解答

$$\begin{cases} x+y=700 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ \frac{8}{100}x+\frac{15}{100}y=700\times\frac{10}{100} & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{2}\times 100 \quad 8x+15y=7000 \quad \cdots\cdots\textcircled{2}'$$

$$\textcircled{1}\times 8 \quad 8x+8y=5600 \quad \cdots\cdots\textcircled{1}'$$

$$\textcircled{2}'-\textcircled{1}' \quad 7y=1400, \quad y=200$$

$y=200$ を $\textcircled{1}$ に代入すると、

$$x+200=700, \quad x=500$$

$$(x, y)=(500, 200)$$

この解は問題にあっている。

8%の食塩水 500 g, 15%の食塩水 200 g

3

14%の食塩水 500 gに6%の食塩水を何gか混ぜると、11%の食塩水になりました。

6%の食塩水を何g混ぜたのでしょうか。また、11%の食塩水は何gできたのでしょうか。

ガイド

6%の食塩水を x g、11%の食塩水を y gとして、連立方程式をつくって考えます。

解答

6%の食塩水を x g、11%の食塩水を y gとして、連立方程式をつくると、

$$\begin{cases} 500+x=y & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ 500\times\frac{14}{100}+\frac{6}{100}x=\frac{11}{100}y & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{2}\times 100 \quad 7000+6x=11y$$

$$6x-11y=-7000 \quad \cdots\cdots\textcircled{2}'$$

$\textcircled{1}$ を $\textcircled{2}'$ に代入すると、

$$6x-11(500+x)=-7000, \quad x=300$$

$x=300$ を $\textcircled{1}$ に代入すると、

$$500+300=y, \quad y=800$$

$$(x, y)=(300, 800)$$

この解は問題にあっている。

6%の食塩水 300 g, 11%の食塩水 800 g