

教科書ガイド

啓林館版

未来へひろがる数学 準拠

中学数学 1年

未来へひろがる

数学 1

61 啓林館 | 数学 061-72
文部科学省検定済教科書
中学校数学科目



啓林館

編集発行
新興出版社

1 章 正の数・負の数

1 節 正の数・負の数	5
1 0より小さい数	6
2 正の数・負の数で量を表すこと	10
3 絶対値と数の大小	12
2 節 正の数・負の数の計算	17
1 正の数・負の数の加法, 減法	18
2 正の数・負の数の乗法, 除法	27
3 いろいろな計算	36
4 数の世界のひろがり	40
3 節 正の数・負の数の利用	43
1 正の数・負の数の利用	44
学びをたしかめよう	46
学びを身につけよう	49

2 章 文字の式

1 節 文字を使った式	53
1 数量を文字で表すこと	54
2 文字式の表し方	56
3 式の値	60
2 節 文字式の計算	63
1 文字式の加法, 減法	64
2 文字式と数の乗法, 除法	70
3 関係を表す式	75
3 節 文字式の利用	79
1 文字式の利用	80
学びをたしかめよう	81
学びを身につけよう	85

3 章 方程式

1 節 方程式	89
1 方程式とその解	90
2 方程式の解き方	94
3 比と比例式	100
2 節 方程式の利用	102
1 方程式の利用	103
2 比例式の利用	107
学びをたしかめよう	108
学びを身につけよう	112

4 章 変化と対応

1 節 関数	118
1 関数	119
2 節 比例	122
1 比例の式	123
2 座標	126
3 比例のグラフ	128
3 節 反比例	132
1 反比例の式	133
2 反比例のグラフ	136
4 節 比例, 反比例の利用	141
1 比例, 反比例の利用	142
学びをたしかめよう	147
学びを身につけよう	151

5章 平面図形

1節 直線と図形	155
1 直線と図形	156
2節 移動と作図	162
1 図形の移動	163
2 基本の作図	168
3節 移動と作図の利用	172
1 図形の移動と基本の作図の利用	173
4節 円とおうぎ形	176
1 円とおうぎ形の性質	177
2 円とおうぎ形の計量	180
学びをたしかめよう	183
学びを身につけよう	186

6章 空間図形

1節 立体と空間図形	191
1 いろいろな立体	192
2 空間内の平面と直線	199
3 立体の構成	204
2節 立体の体積と表面積	207
1 立体の体積	208
2 立体の表面積	212
3節 空間図形の利用	216
1 空間図形の利用	217
学びをたしかめよう	219
学びを身につけよう	222

7章 データの活用

1節 ヒストグラムと相対度数	226
1 データを活用して、問題を解決しよう	227
2 整理されたデータから読みとろう	234
2節 データにもとづく確率	237
1 相対度数と確率	238
学びをたしかめよう	242
学びを身につけよう	243

数学広場

学びをふりかえろう	247
力をつけよう	252
学びをいかそう	278



本書の特長と使い方

本書の特長

1

教科書にぴったりなので、予習・復習に役立つ

「教科書ガイド」は、あなたが使っている数学の教科書にぴったり合わせてつくられていますので、予習・復習やテスト前の勉強に役立ちます。

2

教科書の内容がよくわかる

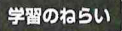
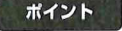
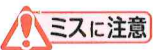
教科書のすべての問題や、問いかけに、わかりやすいガイドと解答がついていますので、授業の内容、教科書の内容を十分に理解することができます。

3

テストの得点がアップする

教科書のポイントや注意点をわかりやすく示していますので、定期テスト前に、本書で教科書のポイントや問題の解答をチェックしておくだけで、得点アップが期待できます。

内容と使い方

 学習のねらい	各項で何を学習するのかを示しています。 学習をはじめる前に読んで、しっかり頭に入れておきましょう。
 教科書のまとめ  テスト前にチェック  ポイント	ポイントとなる内容について、わかりやすくまとめています。 テスト前にもう一度目とおし、理解できているかどうか、 チェックしましょう。
 ガイド	問題を解くための着眼点やヒントを示しています。解き方が わからないときなどに参考にしましょう。
 解答  解答例	模範となる解答をのせています。問題の答え合わせに、また、 解答の書き方の手本として活用しましょう。
 参考	学習に役立つことがらです。目をとおして、理解を深めましょう。
 ミスに注意	まちがしやすい内容を確認できます。テストで同じまちがいを しないよう、注意しましょう。
 テストによく出る	定期テストによく出る問題です。定期テスト直前にもチェック しましょう。

1 章 正の数・負の数

1 節 正の数・負の数

どんな数があるかな？

けいたさんとかりんさんは、次のような日本一を見つけました。(2023年3月現在)

静岡県と山梨県にまたがる
富士山は日本一高い山で、
3776 m の高さです。

日本一 長い川	日本一 広い湖	日本一 高い塔
367 km	669.3 km ²	634 m

日本一高い場所にある郵便ポスト

3712 m

日本一高い場所にある駅

2611.5 m

日本列島の観測史上
1位の**最高**気温

41.1 °C

日本一低い場所にある郵便ポスト

-10 m

日本一低い場所にある駅

-140 m

日本列島の観測史上
1位の**最低**気温

-41.0 °C

1 話しあおう

教科書
p.13

この2ページ(教科書 p.12~13)には、どんな数が使われていますか。
また、その中の「-」のついた数には、どんな意味があるでしょうか。

【解答例】

〈小学校で学習した整数〉

- 日本一高い富士山の高さ「3776 m」
- 日本一長い信濃川しなのがわの長さ「367 km」
- 日本一高い塔の東京スカイツリーの高さ「634 m」
- 日本一高い場所にある郵便ポスト「3712 m」

〈分数〉

- 琵琶湖びわこの面積は滋賀県全体の約「 $\frac{1}{6}$ 」

〈小数〉

- 日本一広い琵琶湖の面積「669.3 km²」
- 日本一高い場所にある駅「2611.5 m」
- 日本列島の観測史上1位の最高気温「41.1 °C」

〈「-」のついた数〉

- 日本一低い場所にある郵便ポスト「-10 m」
- 日本一低い場所にある駅「-140 m」
- 日本列島の観測史上1位の最低気温「-41.0 °C」

「-」のついた数は、0より小さい数を表している。

1

0より小さい数

学習のねらい

小学校では、0と0より大きい数について学習してきましたが、この項では、0より小さい数について、そのいろいろな性質や意味を学習します。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□正の数

▶ 0より大きい数を^{せい}正の数といいます。例 5, 0.5, $\frac{3}{4}$, ……

正の数は「+」をつけて、5を+5, 0.5を+0.5, $\frac{3}{4}$ を $+\frac{3}{4}$ と表すことがあります。「+」を^{ふこう}正の符号といいます。
→ プラスと読む。

□負の数

▶ 0より小さい数を^ふ負の数といいます。例 -3, -3.5, $-\frac{1}{2}$, ……

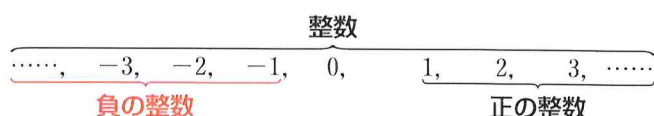
負の数は、いつも「-」をつけて表します。「-」を^{ふこう}負の符号といいます。
→ マイナスと読む。

□0

▶ 0は、正の数でも負の数でもない数です。

□整数

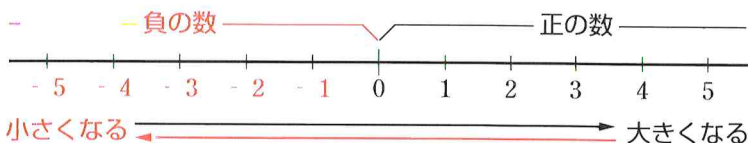
▶ 整数には、正の整数, 0, 負の整数があります。



正の整数1, 2, 3, ……を、^{しぜんすう}自然数ともいいます。

□数直線

▶ 数直線では、正の数は0より右の方に、負の数は0より左の方に表されます。数直線上では、数は右へいくほど大きく、左へいくほど小さくなります。



0より小さい数について学びましょう。



右の温度計は、ある日の東京と旭川の気温を示しています。

これらの温度を、 0°C とくらべると、どんなことがいえるでしょうか。

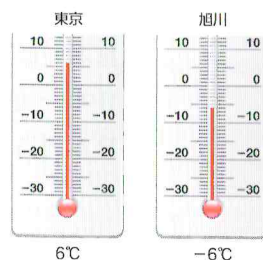
教科書 p.14

ガイド

気温は、 0°C を基準にして、それより低い温度を^{れいか}零下または氷点下といい、- (マイナス)をつけて表します。例えば、 0°C より 5°C 低い温度を -5°C と表します。

解答例

東京の気温 6°C は 0°C より 6°C 高い温度、旭川の気温 -6°C は 0°C より 6°C 低い温度を表している。





数直線上に、 $+2$ を表す点を示しましょう。

また、 -2 を表す点を示すには、どうすればよいでしょうか。

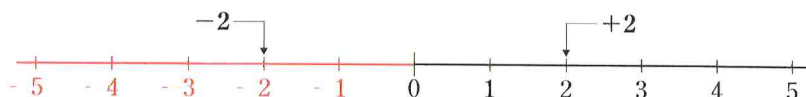
**ガイド**

数直線では、 0 より大きい数(正の数)は、 0 より右の方に表されます。

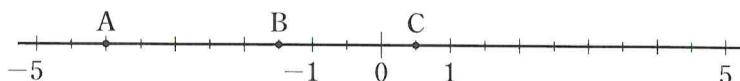
-2 は、 0 より小さい数であり、数直線を 0 より左の方にのばすことで、表すことができます。

解答

数直線を 0 より左の方にのばして、 -1 、 -2 、……と目もりをとればよい。

**問5**

下の数直線上で、A、B、Cにあたる数をいいなさい。

**ガイド**

まず、数直線上の基準の点である 0 がどこにあるのかを確かめます。次に、A～Cの点が 0 からどちらへどれだけの目もり分のところにあるかに注目します。

負の数は左へいくほど小さくなります。

Cの正の符号 $+$ は、つけなくても誤りではありません。

負の数のとき
読み間違え
ないように!

**解答**

A… -4 B… -1.5 C… $+0.5$ (または 0.5)

参考

B、Cは、それぞれ $-\frac{3}{2}$ 、 $\frac{1}{2}$ のように分数で表すこともできます。

問6

次の数を、下の数直線上に表しなさい。

-3 、 $\frac{7}{2}$ 、 $+4.5$ 、 -2.5

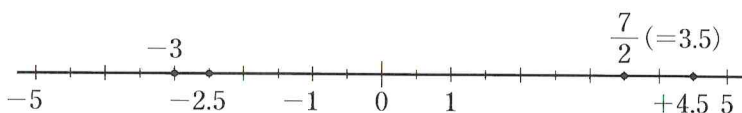
**ガイド**

数直線上の長い線の1目もり分は1で、間にある短い線の1目もり分は 0.5 です。

$+$ 、 $-$ のついていない数は、正の数です。

分数で大きさがわかりにくいものは、小数になおすとわかりやすくなります。

小数にすると
大きさがわか
りやすいね!

解答

練習問題

① 0 より小さい数

1 次の数の中から、負の数をすべて選びなさい。

また、自然数をすべて選びなさい。

-3.2 , 0 , $\frac{2}{3}$, -10 , $-\frac{5}{6}$, 0.2 , -1 , $+9$, 6 , -0.1

ガイド 数の前に負の符号－がついている数が、負の数です。0 以外で、＋、－ がついていない数は、正の数と考えます。

また、0 は正の数でも負の数でもありません。

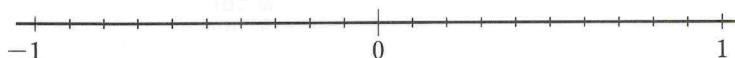
正の整数 1, 2, 3, ……を、自然数ともいいます。＋ がついている整数も自然数です。

解答 負の数… -3.2 , -10 , $-\frac{5}{6}$, -1 , -0.1

自然数… $+9$, 6

2 次の数を、下の数直線上に表しなさい。

$\frac{1}{2}$, $-\frac{4}{5}$, $+0.1$, -0.2

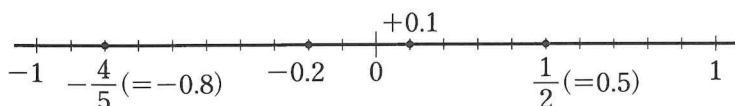


ガイド 数直線では、正の数は 0 より右の方に表し、負の数は 0 より左の方に表します。

数直線の 1 目もり分は 0.1 です。

分数で大きさがわかりにくいものは、小数になおして考えます。

解答



数の分類

これまでに学習した数を分類してみると、次のようになります。

整数 ————— 分数 ————— 小数

正の数 • 正の整数 1, 2, … • 正の分数 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, … • 正の小数 0.1, 1.2, …

↑ 自然数ともいう。

• 0 (正の数でも負の数でもない。)

負の数 • 負の整数 -1 , -2 , … • 負の分数 $-\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{3}$, … • 負の小数 -0.1 , -1.2 , …

2

正の数・負の数で量を表すこと

学習のねらい

たがいに反対の性質をもつと考えられる量を、正の数、負の数で表すことができるようにします。また、ある量について基準を定め、それからの増減や過不足を、正の数、負の数で表すことができるようにします。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□正の数・負の数で量を表す

- ▶① たがいに反対の性質をもつと考えられる量(収入と支出、高いと低いなど)は、一方を正の数、他方を負の数を使って表すことができます。

↳ どちらを正の数で表すのか、あらかじめ決めておく。

- ② ある量を考えると、基準を決めて、それからの増減や過不足などを、正の数、負の数で表すこともあります。

反対の性質をもつ量や基準を決めたときの量の表し方を考えましょう。



右の図で、「富士山 3776 m」は、海面から頂上までの高さを表しています。
「駿河湾 ^{するがわん} -2500 m」は、どんなことを表しているのでしょうか。



教科書
p.17

ガイド

山の高さは、正の数になっています。これは海面を「0」と考えたとき、それよりどれだけ「高い」のかを示しています。このことから、負の数で表されたときは、**正の数と反対の量**と考えられます。

解答例

海面からの山の高さが正の数で表されているので、-2500 m は、海面から海底までの深さが 2500 m であることを表している。

問1

1000 円の利益を、+1000 円と表すとき、500 円の損失はどのように表すことができますか。

教科書
p.17

ガイド

「利益」を正の数で表しているので、反対の性質をもつ「損失」は、負の数を使って表すことができます。

解答

500 円の損失は、-500 円と表すことができる。

参考

「高い」と「低い」…「2℃高い」を+2℃と表すとき、「3℃低い」は-3℃と表されます。
「前」と「後」…6秒後を+6秒と表すとき、8秒前は-8秒と表されます。
「北」と「南」…250 m 北を+250 m と表すとき、400 m 南は-400 m と表されます。

問2

いまから 20 分後を, $+20$ 分と表すとき,
いまから 50 分前はどのように表すことができますか。

教科書
p.17

ガイド

「〇〇分後」を正の数で表しているので, 反対の性質をもつ「〇〇分前」は, 負の数を使って表すことができます。

解答

いまから 50 分前は, -50 分と表すことができる。

問3

ある中学校の図書委員会では, 読書週間に 1 日あたり 130 冊の本を貸し出すことを目標にしています。

教科書
p.18

読書週間に, 図書室で実際に貸し出した本の冊数を調べたところ, 下の表のようになりました。

この表の空欄^{くうらん}をうめなさい。

	月	火	水	木	金
貸し出した本の冊数(冊)	135	112	118	130	157
目標(130 冊)との違い	+5	-18			

ガイド

この場合, 目標の 130 冊が基準であり, その基準との違いを考えます。

例えば, 月曜日であれば, 貸し出した本の冊数 135 は, 目標 130 とくらべて 5 多いから, その違いを $+5$ と表しています。

解答

水曜日の冊数 118 は, 目標 130 との違いが -12

木曜日の冊数 130 は, 目標 130 との違いが 0

金曜日の冊数 157 は, 目標 130 との違いが $+27$

基準より, 多いか少ないかを, $+$ や $-$ を使って表すんだね。



問4

[] 内のことばを使って, 次のことを表しなさい。

教科書
p.18

(1) 4 個少ない [多い] (2) 6 cm 短い [長い]

(3) 3 kg 軽い [重い] (4) 10 円たりない [余る]

ガイド

反対の性質をもつことばでいいかえるときは, **符号をとりかえます**。
この問題では, すべて正の数で表されているから, 反対のことばにすると負の数で表します。

ことばを変えないで符号をとりかえると, 反対の意味になるよ。

解答

(1) 4 個少ないは, [多い] を使うと, -4 個多い

(2) 6 cm 短い, [長い] を使うと, -6 cm 長い

(3) 3 kg 軽い, [重い] を使うと, -3 kg 重い

(4) 10 円たりないは, [余る] を使うと, -10 円余る



3

絶対値と数の大小

学習のねらい

絶対値や正の数・負の数の大小について調べます。また、数の大小と数直線上の位置関係を考えて、ある数より大きい数や小さい数を、数直線を使って求めます。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□符号を変える

▶ +3 に対して -3, また, -4 に対して +4 のように, +, - の符号をとりかえた数をつくることを, **符号を変える**といいます。

□絶対値

▶ 数直線上で, 0 からある数までの距離を, その数の**絶対値**といいます。これは, 正の数・負の数から符号をとりさった数とみることもできます。
0 の絶対値は 0 です。

例 +3 の絶対値は, 3 -4 の絶対値は, 4

□数の大小

▶ 正の数は負の数より大きい。

正の数は 0 より大きく, 絶対値が大きいほど大きい。

負の数は 0 より小さく, 絶対値が大きいほど小さい。

絶対値について学びましょう。



次の数を, 下の数直線上に表しましょう。

3, -3, -4, 4, -1.5, 1.5

数字の部分が同じ 2 数について, どんなことがいえるでしょうか。(図は省略)

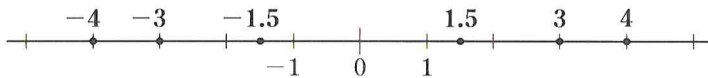
教科書
p.19

ガイド

数直線では, 正の数は 0 より右側に, 負の数は左側に表します。

数直線上では, 数は右へいくほど大きくなり, 左へいくほど小さくなります。

解答例



数字の部分が同じ 2 数は, 数直線上では, 0 について反対側にあって, 0 からの距離が等しくなっている。

問 1

次の数の絶対値をいいなさい。また, 次の数の符号を変えた数をいいなさい。

- (1) -5 (2) +8 (3) -3.5 (4) $\frac{3}{4}$

教科書
p.19

ガイド

絶対値は符号をとりさった数と考えます。

解答

絶対値…(1) 5 (2) 8 (3) 3.5 (4) $\frac{3}{4}$

符号を変えた数…(1) +5 (2) -8 (3) +3.5 (4) $-\frac{3}{4}$

数の大小について考えましょう。

問2

次の2数のうち、大きい数はどちらですか。

また、絶対値が大きい数はどちらですか。

(1) -4 と 3

(2) -5 と -2

教科書
p.20

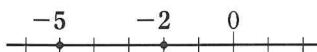
ガイド

数の大小は、くらべる数を数直線上に表したとき、**右の方にあるものほど大きい**と考えます。
また、**絶対値の大小は、0からの距離**で考えます。

解答

(1)  だから、 3 の方が大きい。

絶対値は、 -4 の方が大きい。

(2)  だから、 -2 の方が大きい。

絶対値は、 -5 の方が大きい。

参考

絶対値の大小は、符号をとりさった数でくらべてもよいです。

問3

次の□に不等号を書き入れて、2数の大小を表しなさい。

(1) 4 □ 5

(2) -3 □ -7

(3) -1.6 □ -0.6

(4) $-\frac{3}{8}$ □ $-\frac{5}{8}$

教科書
p.20

ガイド

正の数と正の数では、絶対値の大きい方が大きい。

負の数と負の数では、絶対値の大きい方が小さい。

負の数について、絶対値の大小をくらべると、(2) $3 < 7$ (3) $1.6 > 0.6$ (4) $\frac{3}{8} < \frac{5}{8}$

解答

(1) $4 < 5$ (2) $-3 > -7$ (3) $-1.6 < -0.6$ (4) $-\frac{3}{8} > -\frac{5}{8}$

数直線を使って、いろいろな数を求めましょう。

問4

上の数直線を使って、 -4 より5大きい数を求めなさい。(図は省略)

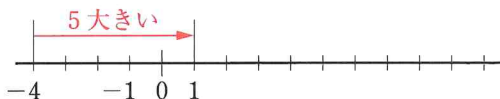
教科書
p.21

ガイド

-4 より5大きい数は、数直線で

-4 より右に5進んだ点

として表されます。



-4 より4大きい数は0で、さらに0より1大きい数になります。

解答

1

説明しよう

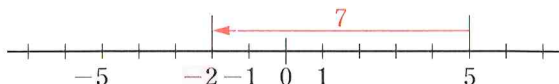
教科書
p.21

5より7小さい数は、 -2 になります。

このことを、下の数直線を使って説明しましょう。(図は省略)

解答例

5より7小さい数は、数直線で5より左に7進んだ点として表されるから、 -2


問5

上の数直線を使って、 -2 より -3 大きい数を求めなさい。(図は省略)

教科書
p.21

ガイド

-2 より -3 大きい数は、 -2 より3小さい数です。

-2 より3小さい数は、数直線で、「 -2 より左に3進んだ点」として表されます。


解答

-5

説明しよう

教科書
p.22

5より -4 小さい数は、9になります。

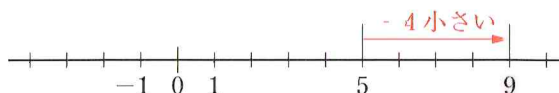
このことを、下の数直線を使って説明しましょう。(図は省略)

ガイド

5より -4 小さい数は、5より4大きい数です。

解答例

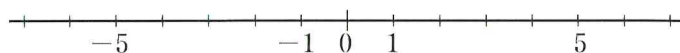
5より -4 小さい数は、数直線で5より右に4進んだ点として表されるから、9


問6

下の数直線を使って、次の数を求めなさい。

教科書
p.22

- | | |
|-------------------|-----------------------|
| (1) -5 より3大きい数 | (2) -3 より5大きい数 |
| (3) 3より6小さい数 | (4) -1 より4小さい数 |
| (5) 1より -4 大きい数 | (6) -1 より -3 大きい数 |
| (7) 2より -3 小さい数 | (8) -4 より -8 小さい数 |



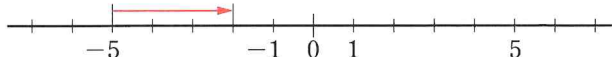
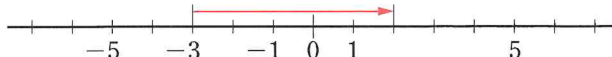
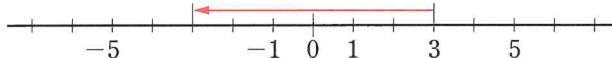
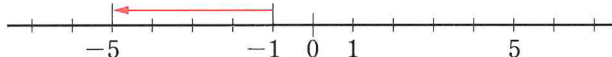
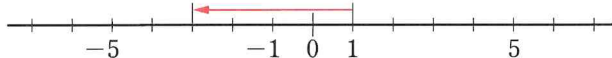
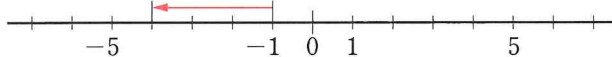
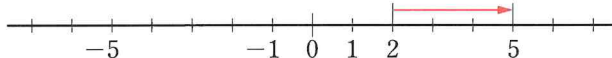
ガイド

ある数より負の数だけ大きい数→正の数だけ小さい数

ある数より負の数だけ小さい数→正の数だけ大きい数

(5) -4 大きい数→ 4 小さい数(6) -3 大きい数→ 3 小さい数(7) -3 小さい数→ 3 大きい数(8) -8 小さい数→ 8 大きい数

解答

(1) -2 (2) $2(+2)$ (3) -3 (4) -5 (5) -3 (6) -4 (7) $5(+5)$ (8) $4(+4)$ 

練習問題

3 絶対値と数の大小

教科書
p.22

1

絶対値が2以下の整数をすべていいなさい。

ガイド

以下…2以下とは、2に等しいかそれより小さい数

絶対値が2以下の整数は、絶対値が2, 1, 0の整数です。

絶対値が2の整数は、2と-2です。

絶対値が1の整数は、1と-1です。

絶対値が0の整数は、0だけです。

2以下とは、
2もふくむよ。

解答

 $-2, -1, 0, 1, 2$ (正の整数には+をつけてもよい)

2

絶対値が2以上5以下の整数はいくつありますか。

ガイド

以上…2以上とは、2に等しいかそれより大きい数

以下…5以下とは、5に等しいかそれより小さい数

絶対値が2以上5以下の整数は、

 $-5, -4, -3, -2, 2, 3, 4, 5$ 2以上とは、
2もふくむよ！

解答

8個

3 次の2数の大小を、不等号を使って表しなさい。

- (1) $-0.01, -0.1$ (2) $-\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}$ (3) $-1, -0.6$

ガイド 負の数は、絶対値が大きいほど小さいです。

- (1) 0.01 と 0.1 の大小は、 $0.01 < 0.1$
 (2) $\frac{1}{2}$ と $\frac{1}{3}$ の大小は、通分すると $\frac{3}{6}$ と $\frac{2}{6}$ になるから、 $\frac{1}{2} > \frac{1}{3}$
 (3) 1 と 0.6 の大小は、 $1 > 0.6$

解答 (1) $-0.01 > -0.1$ (2) $-\frac{1}{2} < -\frac{1}{3}$ (3) $-1 < -0.6$

4 次の数を、小さい方から順に並べなさい。
 また、絶対値の小さい方から順に並べなさい。

$$-0.5, \quad 0.2, \quad -1.2, \quad 0, \quad \frac{3}{5}, \quad -\frac{8}{5}$$

ガイド 小さい順に並べるから、負の数 $< 0 <$ 正の数 となります。
 また、分数は、小数になおして考えるとわかりやすくなります。

$$\frac{3}{5} = 0.6, \quad -\frac{8}{5} = -1.6$$

絶対値の大小は、符号をとりさって考えるとわかりやすくなります。

解答 小さい方から順に、 $-\frac{8}{5}, -1.2, -0.5, 0, 0.2, \frac{3}{5}$

絶対値の小さい方から順に、 $0, 0.2, -0.5, \frac{3}{5}, -1.2, -\frac{8}{5}$

5 下の数直線を使って、次の□にあてはまる数を書き入れなさい。(図は省略)

- (1) □より5大きい数は、3である。
 (2) 5より□大きい数は、-1である。

ガイド (1) 数直線で右に5進んだ点が3だから、3より5小さい数です。
 (2) -1は、数直線で5より左に6進んだ点だから、5より6小さい数です。

解答 (1) -2 (2) -6

負の数はどんな必要からできたのだろうか？

ある数から他の数をひくとき、ひく数がひかれる数より小さいときばかりだろうか？

$5-3$ や $3-3$ の答えは、正の数か0であるが、 $3-5$ はいくつになるだろうか？

そこで、 $3-5$ のような場合にも、2つの数のひき算が自由にできるようにするために、負の数が考え出されたのです。これが0より小さい数です。 $3-5$ のような計算は、次の節で学びます。

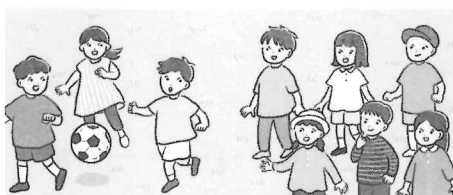
2. 正の数・負の数の計算

どんな数を求める計算かな？

$(-4)+6$ や $5+(-6)$ のような負の数をふくむ計算を考えるために、正の数どうしのたし算をふり返りましょう。

公園で3人の子どもが遊んでいます。そこに、6人の子どもがやってきました。

全部で何人になりましたか。



この問題の答えを求める式は、

$$3+6$$

これは、

3より6大きい数を求める計算を表しているので、数直線を使って答えを求めることができます。



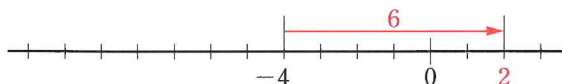
話しあおう

教科書
p.23

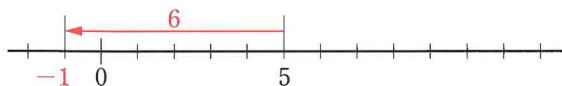
$(-4)+6$ や $5+(-6)$ が、どんな数を求める計算になるか、数直線を使って説明しましょう。

【解答例】

$(-4)+6 \Rightarrow -4$ より 6 **大きい** 数を求める計算



$5+(-6) \Rightarrow 5$ より **-6** 大きい数を求める計算



【参考】

「-6 大きい」のように、負の数を使って表されたことは、「6 小さい」のように、負の数を使わないで表すことができます。

つまり、5より6小さい数を求める計算になります。

答えは、数直線で5より左に6進んだ点として表され、-1です。

-6 大きい
↓
6 小さい

1

正の数・負の数の加法，減法

学習のねらい

2数の^{かほう}加法の計算で、符号と絶対値に着目して計算することを理解します。また、^{げんぱう}減法を加法になおして計算し、さらに、正の数・負の数の加法，減法を効率よくできるようにします。

3つ以上の数の加法と減法について、加法の交換法則，結合法則を使って計算することも学習します。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□加法

□正の数・負の数の加法

▶たし算のことを、**加法**といいます。

▶① ^{どうふごう}同符号の2数の和

符 号……2数と同じ符号

絶対値……2数の絶対値の和

$$\text{例 } (+4) + (+6) = +(4+6) \quad (-4) + (-6) = -(4+6)$$

▶② ^{いふごう}異符号の2数の和

符 号……絶対値の大きい方の符号

絶対値……2数の絶対値の大きい方から小さい方をひいた差

$$\text{例 } (+4) + (-6) = -(6-4) \quad (-4) + (+6) = +(6-4)$$

▶③ 絶対値が等しい異符号の2数の和は0です。

$$\text{例 } (+5) + (-5) = 0$$

▶④ 0と正の数，0と負の数の和は，その数のままです。

$$\text{例 } 0 + (+4) = +4 \quad 0 + (-6) = -6$$

□減法

□減法を加法になおして計算する

▶ひき算のことを、**減法**といいます。

▶正の数・負の数をひくには，符号を変えた数をたせばよいです。

$$\text{例 } 4 - 6 = 4 + (-6) \quad (-4) - 6 = (-4) + (-6)$$

$$4 - (-6) = 4 + (+6) \quad (-4) - (-6) = (-4) + (+6)$$

□項

▶ $10 - 14 + 7$ は，10，-14，7の和とみることができます。

$10 - 14 + 7$ で，10，-14，7をこの式の^{こう}項といいます。

また，10，7を**正の項**，-14を**負の項**といいます。

□加法の計算法則

▶ a ， b ， c がどんな数でも，次の式が成り立ちます。

$$a + b = b + a \quad \text{加法の交換法則} \quad (\text{こうかんほうそく})$$

$$(a + b) + c = a + (b + c) \quad \text{加法の結合法則} \quad (\text{けつごうほうそく})$$

□加法と減法が混じった計算

▶加法と減法の混じった式では，正の項の和，負の項の和を，それぞれさきに求めてから計算することもできます。

$$\begin{array}{r} \text{ } \quad 14 \quad \text{ } \\ 6 \quad -7 \quad -4 \quad +8 \\ \text{ } \quad -11 \quad \text{ } \end{array}$$

加法について学びましょう。

教科書
p.25



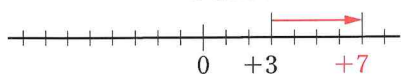
次の2数の和を、数直線を使って求め、○の中にはその符号を、□の中にはその絶対値を書き入れましょう。(1)～(8)は省略)

ガイド

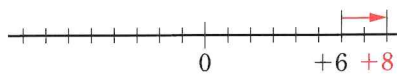
これまで学習した方法で、2数の和を求めます。(3)～(6)のように、負の数をたす計算は、例えば、「-4 大きい」は「4 小さい」と考えて計算します。

解答

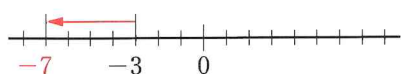
(1) $(+3) + (+4) = \textcircled{+} \square 7$



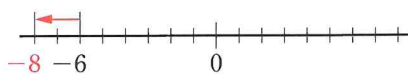
(2) $(+6) + (+2) = \textcircled{+} \square 8$



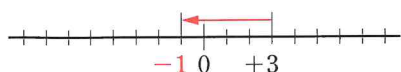
(3) $(-3) + (-4) = \textcircled{-} \square 7$



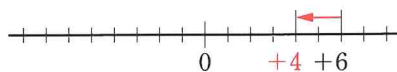
(4) $(-6) + (-2) = \textcircled{-} \square 8$



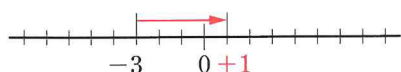
(5) $(+3) + (-4) = \textcircled{-} \square 1$



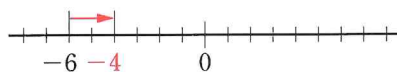
(6) $(+6) + (-2) = \textcircled{+} \square 4$



(7) $(-3) + (+4) = \textcircled{+} \square 1$



(8) $(-6) + (+2) = \textcircled{-} \square 4$



2数の和の符号や絶対値について、わかったことを、下のようにまとめましょう。(まとめは省略)

教科書
p.25

ガイド

2数の符号、和の符号に着目します。

解答

〈わかったこと〉

2数の和の符号○について

- 正の数どうしの和の符号は、いつも⊕になっています。
- 負の数どうしの和の符号は、いつも⊖になっています。
- 正の数と負の数の和の符号は、⊕になる場合も⊖になる場合もあります。

□の中の数について

- 2数の絶対値の和になるか、差になるかのどちらかです。
- 和になるのは、2数の符号が「同じ」ときです。
- 差になるのは、2数の符号が「違う」ときです。

上の式の

- (1) $(+3) + (+4) = +7$
- (2) $(+6) + (+2) = +8$
- (3) $(-3) + (-4) = -7$
- (4) $(-6) + (-2) = -8$
- (5) $(+3) + (-4) = -1$
- (6) $(+6) + (-2) = +4$
- (7) $(-3) + (+4) = +1$
- (8) $(-6) + (+2) = -4$

教科書
p.26**問1** 次の計算をなさい。

(1) $(-8)+(-3)$

(2) $(-6)+(-10)$

(3) $(-27)+(-34)$

(4) $(-12)+(-12)$

ガイド 2数の符号が一だから、和の符号は-になります。

解答 (1) $(-8)+(-3)$
 $=-(8+3)=-11$

(2) $(-6)+(-10)$
 $=-(6+10)=-16$

(3) $(-27)+(-34)$
 $=-(27+34)=-61$

(4) $(-12)+(-12)$
 $=-(12+12)=-24$

教科書
p.26**問2** 次の計算をなさい。

(1) $(-7)+(+18)$

(2) $(+5)+(-9)$

(3) $(+21)+(-26)$

(4) $(-38)+(+35)$

(5) $(-49)+(+49)$

(6) $0+(-37)$

ガイド まず和の符号を決め、それから絶対値の計算をします。

解答 (1) $(-7)+(+18)$
 $=+(18-7)$
 $=+11$

(2) $(+5)+(-9)$
 $=-(9-5)$
 $=-4$

(3) $(+21)+(-26)$
 $=-(26-21)$
 $=-5$

(4) $(-38)+(+35)$
 $=-(38-35)$
 $=-3$

(5) $(-49)+(+49)=0$

(6) $0+(-37)=-37$

参考 (5)のように、絶対値が等しい異符号の2数の和は0です。

(6)のように、0と正の数、0と負の数の和は、その数のままです。

教科書
p.27**問3** トランプで、♠、♣のカードに書かれた数字を正の点数、♥、♦のカードに書かれた数字を負の点数とします。このとき、下の2枚のカードの点数の和は、どのような加法の計算で求めることができますか。それぞれ式を書いて、その和を求めなさい。(図は省略)**ガイド** 黒のカードに書かれた数字を正の数、赤のカードに書かれた数字を負の数として計算します。ここでも、まず和の符号を決め、それから絶対値の計算をします。

解答 (1) $(+8)+(-4)$
 $=+(8-4)=+4$

(2) $(-4)+(-6)$
 $=-(4+6)=-10$

(3) $(-5)+(-5)$
 $=-(5+5)=-10$

(4) $(-9)+(+9)=0$

(5) $(-7)+(+9)$
 $=+(9-7)=+2$

(6) $(+4)+(-10)$
 $=-(10-4)=-6$

問4

次の計算をなさい。

教科書
p. 27

(1) $(-0.4) + (-0.3)$

(2) $(+5.3) + (-2.3)$

(3) $\left(-\frac{3}{7}\right) + \left(+\frac{2}{7}\right)$

(4) $\left(-\frac{4}{5}\right) + \left(-\frac{1}{5}\right)$

(5) $\left(-\frac{1}{3}\right) + \left(-\frac{1}{4}\right)$

(6) $\left(+\frac{1}{6}\right) + \left(-\frac{3}{10}\right)$

ガイド

式の中に小数や分数があっても、計算のしかたに変わりはありません。異分母の分数の加法では、まず通分しておくと、どちらの数の絶対値が大きいかわかりやすくなります。

解答

(1) $(-0.4) + (-0.3)$

$$= -(0.4 + 0.3)$$

$$= -0.7$$

(2) $(+5.3) + (-2.3)$

$$= +(5.3 - 2.3)$$

$$= +3$$

(3) $\left(-\frac{3}{7}\right) + \left(+\frac{2}{7}\right)$

$$= -\left(\frac{3}{7} - \frac{2}{7}\right)$$

$$= -\frac{1}{7}$$

(4) $\left(-\frac{4}{5}\right) + \left(-\frac{1}{5}\right)$

$$= -\left(\frac{4}{5} + \frac{1}{5}\right)$$

$$= -1 \quad \text{—} \frac{5}{5} = 1$$

(5) $\left(-\frac{1}{3}\right) + \left(-\frac{1}{4}\right)$

まず通分する。

$$= \left(-\frac{4}{12}\right) + \left(-\frac{3}{12}\right)$$

$$= -\left(\frac{4}{12} + \frac{3}{12}\right)$$

$$= -\frac{7}{12}$$

(6) $\left(+\frac{1}{6}\right) + \left(-\frac{3}{10}\right)$

6 と 10 の最小公倍数は 30

$$= \left(+\frac{5}{30}\right) + \left(-\frac{9}{30}\right)$$

$$= -\left(\frac{9}{30} - \frac{5}{30}\right)$$

$$= -\frac{4}{30} = -\frac{2}{15}$$

答えは約分する。

減法について学びましょう。



次の□にあてはまる数を答えましょう。

教科書
p. 28(1) $(+9) - (+3)$ は、+9 より□小さい数を求める計算で、

これは、+9 より□大きい数を求める計算と同じです。

(2) $(-5) - (+7)$ は、-5 より□小さい数を求める計算で、

これは、-5 より□大きい数を求める計算と同じです。

このことから、(1)、(2)の式を、たし算で表してみましょう。

$$(+9) - (+3) = (+9) + \square$$

$$(-5) - (+7) = (-5) + \square$$

ガイド

「+3 小さい」は「-3 大きい」、「+7 小さい」は「-7 大きい」を使って計算します。

解答

(1) +3, -3

(2) +7, -7

$$(-3), (-7)$$

正の数をひく計算は、
負の数をたす計算に
なおせるんだね。

説明しよう

教科書
p.28

負の数をひく計算 $(-5)-(-7)$ が、正の数をたす計算 $(-5)+(+7)$ になおせることを説明しましょう。

ガイド 負の数をひく計算を、正の数をたす計算になおすことを考えます。

解答例 $(-5)-(-7)$ は、 -5 より -7 小さい数を求める計算で、
これは、 -5 より $+7$ 大きい数を求める計算と同じ。
このことから、 $(-5)-(-7)=(-5)+(+7)$ となって、
 $(-5)-(-7)$ は $(-5)+(+7)$ になおせることがわかる。

教科書
p.29

問5 次の計算をなさい。

- | | | |
|-----------------|-------------------|-------------------|
| (1) $(+6)-(-2)$ | (2) $(-9)-(+4)$ | (3) $0-(-7)$ |
| (4) $(-5)-(-5)$ | (5) $(-27)-(-12)$ | (6) $(-17)-(+54)$ |

ガイド 正の数・負の数をひくには、符号を変えた数をたして計算します。

解答

(1) $(+6)-(-2)$ $=(+6)+(+2)$ $=+(6+2)=+8$	(2) $(-9)-(+4)$ $=(-9)+(-4)$ $=-(9+4)=-13$	(3) $0-(-7)$ $=0+(+7)=+7$
(4) $(-5)-(-5)$ $=(-5)+(+5)=0$	(5) $(-27)-(-12)$ $=(-27)+(+12)$ $=-(27-12)=-15$	(6) $(-17)-(+54)$ $=(-17)+(-54)$ $=-(17+54)=-71$

教科書
p.29

問6 次の計算をなさい。

- | | |
|---|---|
| (1) $(-1.6)-(+0.6)$ | (2) $(+3.5)-(-2.3)$ |
| (3) $\left(-\frac{1}{6}\right)-\left(-\frac{5}{6}\right)$ | (4) $\left(+\frac{1}{2}\right)-\left(-\frac{1}{3}\right)$ |

ガイド 式の中に小数や分数があっても、減法の計算のしかたに変わりはありません。

解答

(1) $(-1.6)-(+0.6)$ $=(-1.6)+(-0.6)$ $=-(1.6+0.6)=-2.2$	(2) $(+3.5)-(-2.3)$ $=(+3.5)+(+2.3)$ $=+(3.5+2.3)=+5.8$
(3) $\left(-\frac{1}{6}\right)-\left(-\frac{5}{6}\right)$ $=\left(-\frac{1}{6}\right)+\left(+\frac{5}{6}\right)$ $=+\left(\frac{5}{6}-\frac{1}{6}\right)=+\frac{4}{6}=+\frac{2}{3}$ 約分する。	(4) $\left(+\frac{1}{2}\right)-\left(-\frac{1}{3}\right)$ $=\left(+\frac{1}{2}\right)+\left(+\frac{1}{3}\right)$ $=\left(+\frac{3}{6}\right)+\left(+\frac{2}{6}\right)=+\left(\frac{3}{6}+\frac{2}{6}\right)=+\frac{5}{6}$

正の数に符号をつけずに表した式を計算しましょう。

教科書
p. 29

問7

次の計算をなさい。

(1) $7+(-9)$

(2) $-2+6$

(3) $-8+8$

ガイド

正の符号+がついていなくても、ついているときと同じように考えます。

(1) $7+(-9)$ は, $(+7)+(-9)=- (9-7)=-2$ という計算ですが, $7-9$ と書いて計算できるようにしましょう。

解答

(1) $7+(-9)$

(2) $-2+6=4$

(3) $-8+8=0$

$=7-9=-2$

問8

次の計算をなさい。

教科書
p. 30

(1) $6-9$

(2) $8-(-4)$

(3) $-15-8$

ガイド

(1) $6-9$ は, $(+6)+(-9)=- (9-6)=-3$ と計算しますが, 解答の中に書かなくてもすぐに計算できるようにしましょう。(2) $8-(-4)=8+4$ として計算します。

解答

(1) $6-9=-3$

(2) $8-(-4)$

(3) $-15-8=-23$

$=8+4=12$

3数以上の加法, 減法について学びましょう。

 $12-15+8-4$ を計算しましょう。教科書
p. 30

ガイド

左から順に計算します。

解答

$12-15+8-4=-3+8-4=5-4=1$

問9

次の2つの式をそれぞれ計算し, 結果が等しいことを確かめなさい。

教科書
p. 31

$\{3+(-4)\}+(-5), \quad 3+\{(-4)+(-5)\}$

ガイド

負の数をふくむ場合にも, 加法の結合法則 $(a+b)+c=a+(b+c)$ が成り立つことを, 具体的な数で確かめる問題です。

解答

$\{3+(-4)\}+(-5)$

$3+\{(-4)+(-5)\}$

$= (3-4)-5$

$= 3+(-4-5)$

$= -1-5$

$= 3+(-9)$

$= -6$

$= 3-9$

$= -6$

だから, 両方の結果は等しい。

問10 次の計算をなさい。

(1) $3-9-6$

(2) $-12+8-(-14)$

(3) $6-10+(-15)$

(4) $1-2+3-4$

(5) $-8-4+(-1)-(-7)$

(6) $-24-(-15)+(-35)+24$

ガイド カッコのない式になおし、正の項の和、負の項の和をそれぞれ求めて計算します。**解答**

(1) $3-9-6$

$=3-15=-12$

(2) $-12+8-(-14)$

$=-12+8+14$

$=8+14-12=22-12=10$

(3) $6-10+(-15)$

$=6-10-15$

$=6-25=-19$

(4) $1-2+3-4$

$=1+3-2-4$

$=4-6=-2$

(5) $-8-4+(-1)-(-7)$

$=-8-4-1+7$

$=7-8-4-1=7-13=-6$

(6) $-24-(-15)+(-35)+24$

$=-24+15-35+24$

$=15-35=-20$
和は0

説明しよう $-3+9-5-9$ を、けいたさんとあおいさんは、次のように計算しました。

それぞれ、どのように考えて計算したのか説明しましょう。(2人の計算は解答例の中)

解答例

〈けいたさんの方法〉

$$\begin{aligned}
 & -3+9-5-9 \\
 & =9-3-5-9 \\
 & =9-17 \\
 & =-8
 \end{aligned}$$

正の項の和、負の項の和をそれぞれ求めて計算している。

〈あおいさんの方法〉

$$\begin{aligned}
 & -3+9-5-9 \\
 & =-3+9-5-9 \\
 & =-3-5 \\
 & =-8
 \end{aligned}$$

 $+9-9=0$ をさきに計算して、残った $-3-5$ を計算している。**練習問題****1** 正の数・負の数の加法、減法**1** 次の計算をなさい。

(1) $(+32)-(+47)$

(2) $(-14)+(+22)$

(3) $(-28)+(-72)$

(4) $(+47)-(+32)$

(5) $(-36)-(-18)$

(6) $(-35)+(+35)$

(7) $(-3.3)+(-4.7)$

(8) $(-3.9)-(-6.4)$

(9) $(-1.2)-(+1.2)$

(10) $\left(-\frac{7}{9}\right)+\left(-\frac{5}{9}\right)$

(11) $\left(+\frac{4}{5}\right)+\left(-\frac{3}{2}\right)$

(12) $\left(-\frac{1}{8}\right)-\left(-\frac{5}{6}\right)$

(13) $(-4)-(+15)-(-9)$

(14) $(+12)+(-3)-(+6)-(-1)$

ガイド 減法は加法になおして計算します。

加法と減法の混じった式も、加法だけの式になおしてから、正の項の和、負の項の和をそれぞれ求めて計算します。

解答

$$\begin{aligned}(1) \quad & (+32) - (+47) \\ & = (+32) + (-47) \\ & = -(47-32) \\ & = -15\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \quad & (-14) + (+22) \\ & = +(22-14) \\ & = +8\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(3) \quad & (-28) + (-72) \\ & = -(28+72) \\ & = -100\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(4) \quad & (+47) - (+32) \\ & = (+47) + (-32) \\ & = +(47-32) \\ & = +15\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(5) \quad & (-36) - (-18) \\ & = (-36) + (+18) \\ & = -(36-18) \\ & = -18\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(6) \quad & \overbrace{(-35) + (+35)} \\ & = 0 \quad \text{絶対値が等しい異符号の} \\ & \quad \text{2数の和は0}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(7) \quad & (-3.3) + (-4.7) \\ & = -(3.3+4.7) \\ & = -8\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(8) \quad & (-3.9) - (-6.4) \\ & = (-3.9) + (+6.4) \\ & = +(6.4-3.9) \\ & = +2.5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(9) \quad & (-1.2) - (+1.2) \\ & = (-1.2) + (-1.2) \\ & = -(1.2+1.2) \\ & = -2.4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(10) \quad & \left(-\frac{7}{9}\right) + \left(-\frac{5}{9}\right) \\ & = -\left(\frac{7}{9} + \frac{5}{9}\right) \\ & = -\frac{12}{9} \\ & = -\frac{4}{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(11) \quad & \left(+\frac{4}{5}\right) + \left(-\frac{3}{2}\right) \\ & = \left(+\frac{8}{10}\right) + \left(-\frac{15}{10}\right) \\ & = -\left(\frac{15}{10} - \frac{8}{10}\right) \\ & = -\frac{7}{10}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(12) \quad & \left(-\frac{1}{8}\right) - \left(-\frac{5}{6}\right) \\ & = \left(-\frac{1}{8}\right) + \left(+\frac{5}{6}\right) \\ & = \left(-\frac{3}{24}\right) + \left(+\frac{20}{24}\right) \\ & = +\left(\frac{20}{24} - \frac{3}{24}\right) \\ & = +\frac{17}{24}\end{aligned}$$

$$(13) \quad (-4) - (+15) - (-9) = (-4) + (-15) + (+9) = (-19) + (+9) = -10$$

$$\begin{aligned}(14) \quad & (+12) + (-3) - (+6) - (-1) = (+12) + (-3) + (-6) + (+1) \\ & = (+12) + (+1) + (-3) + (-6) = (+13) + (-9) = +4\end{aligned}$$

参考

加法と減法の混じった式では、かっこのない式になおし、正の項の和、負の項の和をそれぞれ求めて計算してもよいです。

$$(13) \quad (-4) - (+15) - (-9) = -4 - 15 + 9 = 9 - (4+15) = 9 - 19 = -10$$

$$(14) \quad (+12) + (-3) - (+6) - (-1) = 12 - 3 - 6 + 1 = (12+1) - (3+6) = 13 - 9 = 4$$

2

次の計算をなさい。

$$(1) \quad 20 - (-13)$$

$$(2) \quad -11 + 5$$

$$(3) \quad -7.8 + 4.8$$

$$(4) \quad -6.3 - 1.8$$

$$(5) \quad \frac{2}{3} - \frac{5}{6}$$

$$(6) \quad -\frac{5}{7} - \left(-\frac{3}{4}\right)$$

$$(7) \quad -8 + 7 - 9$$

$$(8) \quad -16 - (-14) + 8$$

$$(9) \quad 24 - 15 - 22 + 13$$

$$(10) \quad 12 + (-31) - 45 - (-31)$$

解答

(1) $20 - (-13)$

$= 20 + 13$

$= 33$

(2) $-11 + 5$

$= -6$

(3) $-7.8 + 4.8$

$= -3$

(4) $-6.3 - 1.8$

$= -8.1$

(5) $\frac{2}{3} - \frac{5}{6}$

$= \frac{4}{6} - \frac{5}{6} = -\frac{1}{6}$

(6) $-\frac{5}{7} - \left(-\frac{3}{4}\right)$

$= -\frac{5}{7} + \frac{3}{4}$

$= -\frac{20}{28} + \frac{21}{28} = \frac{1}{28}$

(7) $-8 + 7 - 9$

$= 7 - 8 - 9$

$= 7 - 17$

$= -10$

(8) $-16 - (-14) + 8$

$= -16 + 14 + 8$

$= -16 + 22$

$= 6$

(9) $24 - 15 - 22 + 13$

$= 24 + 13 - 15 - 22$

$= 37 - 37 = 0$

(10) $12 + (-31) - 45 - (-31)$

$= 12 - 31 - 45 + 31$

$= -33$

3

次の(ア)~(ウ)のうち、いつでも成り立つのはどれですか。

(ア) 正の数と負の数の和は0になる。

(イ) 正の数から負の数をひくと、正の数になる。

(ウ) 正の数から負の数をひくと、負の数になる。

ガイド

符号の異なる2数の和は、2数の絶対値が等しいときだけ0になります。

また、負の数をひく計算は、正の数をたす計算になおせます。

解答

(ア) 絶対値が異なる正の数と負の数の和は、0にならない。

(例) $(+3) + (-2) = +1, (+1) + (-2) = -1$

よって、いつでも0になるとはいえない。

(イ) 負の数をひく計算は、正の数をたす計算になおせる。

よって、(正の数) - (負の数) は、(正の数) + (正の数) となるから、いつでも正の数になるといえる。

(例) $(+2) - (-3) = (+2) + (+3) = +5$

(ウ) (正の数) - (負の数) は、(イ)より、いつでも正の数になるから、成り立たない。

したがって、いつでも成り立つのは、(イ)

参考

(ア) 正の数と負の数の和は、

正の数の絶対値が負の数の絶対値より大きいとき0より大きくなり、

正の数の絶対値が負の数の絶対値より小さいとき0より小さくなります。

2

正の数・負の数の乗法, 除法

学習のねらい

正の数・負の数の乗法^{じょうほう}、除法^{じょほう}について、計算のしかたや意味を十分理解し、計算が自由にできるようにします。また、乗法の交換法則や結合法則を理解し、これを使って、計算が効率よくできるようにします。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□正の数・負の数をかけること

- ▶負の数×正の数 } ……絶対値の積に負の符号をつけます。
 正の数×負の数 }
 負の数×負の数 ……絶対値の積に正の符号をつけます。

例 $(-5) \times 2 = -10$ $5 \times (-2) = -10$ $(-5) \times (-2) = 10$

- ▶0と正の数, 0と負の数の積は0です。

□正の数・負の数でわること

- ▶負の数÷正の数 } ……絶対値の商に負の符号をつけます。
 正の数÷負の数 }
 負の数÷負の数 ……絶対値の商に正の符号をつけます。

例 $(-10) \div 2 = -5$ $10 \div (-2) = -5$ $(-10) \div (-2) = 5$

- ▶0を正の数, 負の数でわったときの商は0です。

どんな数も0でわることはできません。

□乗法と除法

- ▶かけ算のことを**乗法**, わり算のことを**除法**といいます。

□逆数

- ▶2つの数の積が1になるとき, 一方の数を, 他方の数の**逆数**^{ぎゃくすう}といいます。

□除法を乗法に

- ▶除法は, わる数の逆数をかけて乗法になおすことができます。

□乗法の交換法則と結合法則

- ▶ a, b, c がどんな数であっても, 次の式が成り立ちます。

$$a \times b = b \times a$$

乗法の交換法則

$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

乗法の結合法則

□3数以上の

乗法, 除法

- ▶① 乗法, 除法の混じった式では, 左から順に計算します。

- ② 乗法だけの式では, 順序を変えて計算してもよいです。

- ③ 乗法だけの式の計算結果の符号は,

$$\text{負の符号の個数が} \begin{cases} \text{偶数個のとき} \cdots \cdots + \\ \text{奇数個のとき} \cdots \cdots - \end{cases}$$

- ④ 乗法と除法の混じった式では, 乗法だけの式になおし, 次に, 結果の符号を決めてから計算することができます。

正の数をかけることについて学びましょう。



$(-2) \times 3$ は, どのように計算すればよいでしょうか。

教科書
p.33

ガイド

$(-2) \times 3$ は, -2 を3つたしたものと考えられます。

解答

-2 が3つ分だから, $(-2) \times 3 = (-2) + (-2) + (-2) = -6$

問1

次の計算をなさい。

(1) $(-3) \times 7$

(2) $(-6) \times 8$

(3) $(-12) \times 6$

教科書
p.33

ガイド

負の数に正の数をかけるとき、絶対値の積に－をつけます。

解答

(1) $(-3) \times 7 = -(3 \times 7) = -21$

(2) $(-6) \times 8 = -(6 \times 8) = -48$

(3) $(-12) \times 6 = -(12 \times 6) = -72$

負の数をかけることについて学びましょう。
問2

次の計算をなさい。

(1) $5 \times (-6)$

(2) $9 \times (-8)$

(3) $10 \times (-10)$

教科書
p.34

ガイド

正の数に負の数をかけるとき、絶対値の積に－をつけます。

解答

(1) $5 \times (-6) = -(5 \times 6) = -30$

(2) $9 \times (-8) = -(9 \times 8) = -72$

(3) $10 \times (-10) = -(10 \times 10) = -100$

説明しよう
 $(-2) \times \square$ について、次のことを説明しましょう。

(1) 右の図で、かける数を、3, 2, 1 と 1 ずつ小さくしていくと、積はどのように変わっていきますか。

(2) かける数を、0, -1, -2, -3 と 1 ずつ小さくしていくと、積はどうなると考えることができますか。



$$\begin{aligned} (-2) \times (+3) &= -6 \\ (-2) \times (+2) &= -4 \\ (-2) \times (+1) &= -2 \\ (-2) \times 0 &= \\ (-2) \times (-1) &= \\ (-2) \times (-2) &= \\ (-2) \times (-3) &= \end{aligned}$$

ガイド

まず、負の数に正の数をかけるとき、絶対値の積に－をつけます。

次に、計算の結果をくらべ、その増減のようすを調べていきます。

-6, -4, -2 の変わり方からきまりを見つけ、残りの 4 つの計算の結果を考えましょう。

解答例

(1) $-6 \rightarrow -4 \rightarrow -2$ と変わる数の増減を調べると、それぞれ 2 ずつ増えていっている。したがって、かける数を 1 ずつ小さくすると、積は 2 ずつ大きくなる。

(2) (1)の結果から、次に続く数は、-2 より 2 大きい 0 で、2, 4, 6 と続く予想される。したがって、

$$(-2) \times 0 = 0, (-2) \times (-1) = 2, (-2) \times (-2) = 4, (-2) \times (-3) = 6$$

となると考えることができる。(1)と同じように、積は 2 ずつ大きくなる。)

2 ずつ増えて
いるね。


問3

次の計算をなさい。

教科書
p.35

- (1) $(-4) \times (-9)$ (2) $(-8) \times (-7)$ (3) $(-10) \times (-10)$

ガイド

負の数に負の数をかけるとき、絶対値の積に+をつけます。

解答

- (1) $(-4) \times (-9) = +(4 \times 9) = 36$ (2) $(-8) \times (-7) = +(8 \times 7) = 56$
(3) $(-10) \times (-10) = +(10 \times 10) = 100$

正の数・負の数でわることについて学びましょう。



次の□にあてはまる数を求めましょう。

教科書
p.36

$$\square \times 2 = -6, \quad \square \times (-2) = 6, \quad \square \times (-2) = -6$$

解答

$$\square \times 2 = -6 \rightarrow 2 \text{ をかけて } -6 \text{ になるから, } \square = -3$$

$$\square \times (-2) = 6 \rightarrow -2 \text{ をかけて } 6 \text{ になるから, } \square = -3$$

$$\square \times (-2) = -6 \rightarrow -2 \text{ をかけて } -6 \text{ になるから, } \square = 3$$

参考

このことから、次のことがいえます。

$$(-6) \div 2 = -3 \quad 6 \div (-2) = -3 \quad (-6) \div (-2) = 3$$

問4

次の計算をなさい。

教科書
p.36

- (1) $(-18) \div 9$ (2) $21 \div (-3)$ (3) $(-20) \div (-5)$
(4) $(-56) \div (-7)$ (5) $15 \div (-21)$ (6) $(-45) \div (-60)$

ガイド

負の数を正の数でわるとき、絶対値の商に-をつけます。

正の数を負の数でわるとき、絶対値の商に-をつけます。

負の数を負の数でわるとき、絶対値の商に+をつけます。

分数は約分します。

$$\ominus \div \oplus \rightarrow \ominus$$

$$\oplus \div \ominus \rightarrow \ominus$$

$$\ominus \div \ominus \rightarrow \oplus$$

解答

$$(1) \quad (-18) \div 9 \qquad (2) \quad 21 \div (-3)$$

$$= -(18 \div 9) \qquad = -(21 \div 3)$$

$$= -2 \qquad = -7$$

$$(3) \quad (-20) \div (-5) \qquad (4) \quad (-56) \div (-7)$$

$$= +(20 \div 5) \qquad = +(56 \div 7)$$

$$= 4 \qquad = 8$$

$$(5) \quad 15 \div (-21) \qquad (6) \quad (-45) \div (-60)$$

$$= -(15 \div 21) \qquad = +(45 \div 60)$$

$$= -\frac{15}{21} = -\frac{5}{7} \qquad = \frac{45}{60} = \frac{3}{4}$$

小数や分数をふくむ乗除について学びましょう。

問5

次の計算をなさい。

教科書
p.37

(1) $0.5 \times (-3)$

(2) $(-0.8) \times (-0.6)$

(3) $2.4 \div (-0.6)$

(4) $(-0.4) \div 8$

ガイド

式の中に小数があっても、計算のしかたは変わりません。位取りに注意して計算しましょう。

解答

(1) $0.5 \times (-3)$

(2) $(-0.8) \times (-0.6)$

$= -(0.5 \times 3)$

$= +(0.8 \times 0.6)$

$= -1.5$

$= 0.48$

(3) $2.4 \div (-0.6)$

(4) $(-0.4) \div 8$

$= -(2.4 \div 0.6)$

$= -(0.4 \div 8)$

$= -4$

$= -0.05$

問6

次の計算をなさい。

教科書
p.37

(1) $\frac{6}{5} \times \left(-\frac{10}{3}\right)$

(2) $\left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{11}{2}\right)$

(3) $\left(-\frac{8}{3}\right) \times \frac{1}{2}$

ガイド

式の中に分数があっても、まず、積の符号を決めてから絶対値の計算をします。これまでの計算のしかたに変わりはありません。

解答

(1) $\frac{6}{5} \times \left(-\frac{10}{3}\right)$

(2) $\left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{11}{2}\right)$

(3) $\left(-\frac{8}{3}\right) \times \frac{1}{2}$

$= -\left(\frac{6}{5} \times \frac{10}{3}\right)$

$= +\left(\frac{2}{3} \times \frac{11}{2}\right)$

$= -\left(\frac{8}{3} \times \frac{1}{2}\right)$

$= -4$

$= \frac{11}{3}$

$= -\frac{4}{3}$

問7

次の数の逆数をいいなさい。

教科書
p.38

(1) $-\frac{2}{5}$

(2) $-\frac{1}{6}$

(3) -3

ガイド

2つの数の積が1になるとき、一方の数を、他方の数の逆数といいます。

$-3 = -\frac{3}{1}$ と考えるとよいです。

解答

(1) $\left(-\frac{2}{5}\right) \times \left(-\frac{5}{2}\right) = 1$ だから、 $-\frac{2}{5}$ の逆数は $-\frac{5}{2}$

(2) $\left(-\frac{1}{6}\right) \times (-6) = 1$ だから、 $-\frac{1}{6}$ の逆数は -6

(3) $(-3) \times \left(-\frac{1}{3}\right) = 1$ だから、 -3 の逆数は $-\frac{1}{3}$



ミスに注意

負の数の逆数は
負の数である。

ふりがえり

次の□にあてはまる数を求めましょう。

教科書
p.38

$$\frac{3}{4} \div \frac{3}{8} = \frac{3}{4} \times \square \quad 5 \div 2 = 5 \times \square$$

ガイド

小学校で学んだように、わり算は、逆数を使ってかけ算の式になおすことができます。

解答

$$\frac{8}{3}, \frac{1}{2}$$

問8

次の除法を、乗法になおして計算しなさい。

教科書
p.39

$$(1) \frac{5}{4} \div (-15) \quad (2) \left(-\frac{2}{3}\right) \div \frac{1}{6} \quad (3) \left(-\frac{3}{8}\right) \div \left(-\frac{9}{16}\right)$$

ガイド

除法を乗法になおすには、**わる数の逆数をかけます**。負の数でわるときも同じです。

解答

$$\begin{aligned} (1) \quad & \frac{5}{4} \div (-15) \\ &= \frac{5}{4} \times \left(-\frac{1}{15}\right) \\ &= -\left(\frac{5}{4} \times \frac{1}{15}\right) \\ &= -\frac{1}{12} \end{aligned} \quad \begin{aligned} (2) \quad & \left(-\frac{2}{3}\right) \div \frac{1}{6} \\ &= \left(-\frac{2}{3}\right) \times 6 \\ &= -\left(\frac{2}{3} \times 6\right) \\ &= -4 \end{aligned} \quad \begin{aligned} (3) \quad & \left(-\frac{3}{8}\right) \div \left(-\frac{9}{16}\right) \\ &= \left(-\frac{3}{8}\right) \times \left(-\frac{16}{9}\right) \\ &= +\left(\frac{3}{8} \times \frac{16}{9}\right) \\ &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$

3 数以上の乗法, 除法について学びましょう。

 $(-4) \times 9 \times (-25)$ を計算しましょう。教科書
p.39

ガイド

左から順に計算しましょう。

解答

$$(-4) \times 9 \times (-25) = -(4 \times 9) \times (-25) = (-36) \times (-25) = +(36 \times 25) = 900$$

問9

次の2つの式をそれぞれ計算し、結果が等しいことを確かめなさい。

教科書
p.39

$$\{3 \times (-4)\} \times (-5), \quad 3 \times \{(-4) \times (-5)\}$$

ガイド

負の数をふくむ場合にも、乗法の結合法則

$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

が成り立つかどうか、具体的な数で確かめる問題です。

解答

$$\{3 \times (-4)\} \times (-5) = (-12) \times (-5) = 60$$

$$3 \times \{(-4) \times (-5)\} = 3 \times 20 = 60$$

だから、両方の結果は等しい。

教科書
p.39**問10** 次の計算をなさい。

(1) $25 \times 11 \times (-4)$

(2) $(-2) \times 12 \times (-15)$

ガイド 乗法だけの式では、交換法則、結合法則を使って、順序を変えて計算することができます。数を見て計算しやすいように順序を変えます。**解答**

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & 25 \times 11 \times (-4) \\
 & = 25 \times (-4) \times 11 \\
 & = (-100) \times 11 \\
 & = -1100
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & (-2) \times 12 \times (-15) \\
 & = (-2) \times (-15) \times 12 \\
 & = 30 \times 12 \\
 & = 360
 \end{aligned}$$

教科書
p.40

次の計算をして、その結果をくらべましょう。

(1) $1 \times (-2) \times 3 \times 4$

(2) $1 \times (-2) \times (-3) \times 4$

(3) $(-1) \times 2 \times (-3) \times (-4)$

(4) $(-1) \times (-2) \times (-3) \times (-4)$

ガイド 負の符号-の個数と計算結果の符号に着目しましょう。**解答**

(1) $1 \times (-2) \times 3 \times 4 = (-2) \times 3 \times 4 = (-6) \times 4 = -24$

(2) $1 \times (-2) \times (-3) \times 4 = (-2) \times (-3) \times 4 = 6 \times 4 = 24$

(3) $(-1) \times 2 \times (-3) \times (-4) = (-2) \times (-3) \times (-4) = 6 \times (-4) = -24$

(4) $(-1) \times (-2) \times (-3) \times (-4) = 2 \times (-3) \times (-4) = (-6) \times (-4) = 24$

計算結果の符号は、負の符号の個数が偶数個のとき+、奇数個のとき-になる。

教科書
p.40**問11** 次の計算をなさい。

(1) $(-4) \times (-12) \times (-5)$

(2) $\left(-\frac{3}{5}\right) \times \frac{5}{6} \times (-3)$

ガイド まず符号を決めてから計算します。**解答**

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & (-4) \times (-12) \times (-5) \\
 & = -(4 \times 12 \times 5) \\
 & = -240
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & \left(-\frac{3}{5}\right) \times \frac{5}{6} \times (-3) \\
 & = +\left(\frac{3}{5} \times \frac{5}{6} \times 3\right) \\
 & = \frac{3}{2}
 \end{aligned}$$

参考 (1)で、 $4 \times 12 \times 5 = (4 \times 12) \times 5 = 48 \times 5$ としてもよいですが、 $(4 \times 5) \times 12 = 20 \times 12$ 、 $4 \times (12 \times 5) = 4 \times 60$ と順序を変える方が、計算しやすくなります。

教科書
p.41

問12

次の計算をなさい。

(1) $(-12) \times (-5) \div 3$

(2) $25 \div (-2) \times 4$

(3) $\left(-\frac{3}{7}\right) \div 2 \div \left(-\frac{3}{4}\right)$

(4) $\left(-\frac{7}{2}\right) \times (-6) \div \left(-\frac{3}{5}\right)$

ガイド

乗法と除法の混じった式では、乗法だけの式になおし、次に、計算の結果の符号を決めてから計算することができます。

解答

(1) $(-12) \times (-5) \div 3$

$$= (-12) \times (-5) \times \frac{1}{3}$$

$$= +\left(12 \times 5 \times \frac{1}{3}\right)$$

$$= 20$$

(2) $25 \div (-2) \times 4$

$$= 25 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times 4$$

$$= -\left(25 \times \frac{1}{2} \times 4\right)$$

$$= -50$$

(3) $\left(-\frac{3}{7}\right) \div 2 \div \left(-\frac{3}{4}\right)$

$$= \left(-\frac{3}{7}\right) \times \frac{1}{2} \times \left(-\frac{4}{3}\right)$$

$$= +\left(\frac{3}{7} \times \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\right)$$

$$= \frac{2}{7}$$

(4) $\left(-\frac{7}{2}\right) \times (-6) \div \left(-\frac{3}{5}\right)$

$$= \left(-\frac{7}{2}\right) \times (-6) \times \left(-\frac{5}{3}\right)$$

$$= -\left(\frac{7}{2} \times 6 \times \frac{5}{3}\right)$$

$$= -35$$

教科書
p.41

話しあおう

右の $(-36) \div (-3) \times 2$ の計算は、どこに誤りがありますか。

また、正しくするには、どのように計算すればよいでしょうか。

✕ 誤答例

$$\begin{aligned} & (-36) \div (-3) \times 2 \\ &= (-36) \div (-6) \\ &= 6 \end{aligned}$$

解答例

・除法をふくむ式では、左から順に計算をしないといけないのに、 $(-3) \times 2$ をさきに計算している。

・正しくするには、

① 左から順に計算する。

$$\underline{(-36) \div (-3)} \times 2 = \underline{12} \times 2 = 24$$

② 乗法だけの式になおして計算する。

$$(-36) \div (-3) \times 2 = (-36) \times \left(-\frac{1}{3}\right) \times 2 = 24$$

練習問題

2 正の数・負の数の乗法、除法

教科書
p.41

1 次の計算をなさい。

(1) $9 \times (-7)$

(2) $(-5) \times 4$

(3) $(-15) \times 0$

(4) $4 \times (-0.1)$

(5) $(-0.3) \times (-0.2)$

(6) $(-0.7) \times 10$

ガイド 負の数×正の数, 正の数×負の数…絶対値の積に-, 負の数×負の数…絶対値の積に+

解答

(1) $9 \times (-7)$

$= -(9 \times 7)$

$= -63$

(2) $(-5) \times 4$

$= -(5 \times 4)$

$= -20$

(3) $(-15) \times 0$

↳ 0 との積はすべて 0

$= 0$

(4) $4 \times (-0.1)$

$= -(4 \times 0.1)$

$= -0.4$

(5) $(-0.3) \times (-0.2)$

$= +(0.3 \times 0.2)$

$= 0.06$

(6) $(-0.7) \times 10$

$= -(0.7 \times 10)$

$= -7$

2 次の計算をなさい。

(1) $32 \div (-4)$

(2) $(-8) \div 8$

(3) $(-45) \div (-9)$

(4) $(-6) \div 0.3$

(5) $0 \div (-3.1)$

(6) $(-0.3) \div 6$

ガイド 負の数÷正の数, 正の数÷負の数…絶対値の商に-, 負の数÷負の数…絶対値の商に+

解答

(1) $32 \div (-4)$

$= -(32 \div 4)$

$= -8$

(2) $(-8) \div 8$

$= -(8 \div 8)$

$= -1$

(3) $(-45) \div (-9)$

$= +(45 \div 9)$

$= 5$

(4) $(-6) \div 0.3$

$= -(6 \div 0.3)$

$= -20$

(5) $0 \div (-3.1)$

↳ 0 をわった商はすべて 0

$= 0$

(6) $(-0.3) \div 6$

$= -(0.3 \div 6)$

$= -0.05 \quad \left(-\frac{1}{20}\right)$

3 次の計算をなさい。

(1) $\left(-\frac{2}{9}\right) \times \left(-\frac{3}{4}\right)$

(2) $\frac{4}{15} \div \left(-\frac{2}{5}\right)$

(3) $(-6) \div \frac{2}{3}$

ガイド 分数をふくむ除法では, わる数の逆数をかけます。

解答

(1) $\left(-\frac{2}{9}\right) \times \left(-\frac{3}{4}\right)$

$= +\left(\frac{2}{9} \times \frac{3}{4}\right)$

$= \frac{1}{6}$

(2) $\frac{4}{15} \div \left(-\frac{2}{5}\right)$

$= \frac{4}{15} \times \left(-\frac{5}{2}\right)$

$= -\left(\frac{4}{15} \times \frac{5}{2}\right)$

$= -\frac{2}{3}$

(3) $(-6) \div \frac{2}{3}$

$= (-6) \times \frac{3}{2}$

$= -(6 \times \frac{3}{2})$

$= -9$

4

次の計算をなさい。

$$(1) (-2) \times 27 \times (-5)$$

$$(3) (-12) \div 4 \times (-8)$$

$$(5) \left(-\frac{1}{3}\right) \times \left(-\frac{3}{2}\right) \times \left(-\frac{5}{6}\right)$$

$$(7) \left(-\frac{7}{4}\right) \div \frac{14}{15} \times \left(-\frac{4}{5}\right)$$

解答

$$(1) (-2) \times 27 \times (-5)$$

$$= (-2) \times (-5) \times 27$$

$$= 10 \times 27$$

$$= 270$$

$$(3) (-12) \div 4 \times (-8)$$

$$= (-12) \times \frac{1}{4} \times (-8)$$

$$= + \left(12 \times \frac{1}{4} \times 8\right)$$

$$= 24$$

$$(5) \left(-\frac{1}{3}\right) \times \left(-\frac{3}{2}\right) \times \left(-\frac{5}{6}\right)$$

$$= - \left(\frac{1}{3} \times \frac{3}{2} \times \frac{5}{6}\right)$$

$$= -\frac{5}{12}$$

$$(7) \left(-\frac{7}{4}\right) \div \frac{14}{15} \times \left(-\frac{4}{5}\right)$$

$$= \left(-\frac{7}{4}\right) \times \frac{15}{14} \times \left(-\frac{4}{5}\right)$$

$$= + \left(\frac{7}{4} \times \frac{15}{14} \times \frac{4}{5}\right)$$

$$= \frac{3}{2}$$

$$(2) (-36) \times (-2) \div (-9)$$

$$(4) 24 \div (-6) \div (-2)$$

$$(6) \frac{1}{2} \times \left(-\frac{4}{3}\right) \div \frac{4}{9}$$

$$(8) \frac{3}{5} \div (-0.3) \div \left(-\frac{2}{3}\right)$$

$$(2) (-36) \times (-2) \div (-9)$$

$$= (-36) \times (-2) \times \left(-\frac{1}{9}\right)$$

$$= - \left(36 \times 2 \times \frac{1}{9}\right)$$

$$= -8$$

$$(4) 24 \div (-6) \div (-2)$$

$$= 24 \times \left(-\frac{1}{6}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$= + \left(24 \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{2}\right)$$

$$= 2$$

$$(6) \frac{1}{2} \times \left(-\frac{4}{3}\right) \div \frac{4}{9}$$

$$= \frac{1}{2} \times \left(-\frac{4}{3}\right) \times \frac{9}{4}$$

$$= - \left(\frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{9}{4}\right)$$

$$= -\frac{3}{2}$$

$$(8) \frac{3}{5} \div (-0.3) \div \left(-\frac{2}{3}\right)$$

$$= \frac{3}{5} \div \left(-\frac{3}{10}\right) \div \left(-\frac{2}{3}\right)$$

$$= \frac{3}{5} \times \left(-\frac{10}{3}\right) \times \left(-\frac{3}{2}\right)$$

$$= + \left(\frac{3}{5} \times \frac{10}{3} \times \frac{3}{2}\right)$$

$$= 3$$

3

いろいろな計算

学習のねらい

同じ数の積や、加減と乗除が混じった式の計算の順序、分配法則を理解し、これを使って、計算が能率的にできるようにします。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□指数

▶いくつかの同じ数の積は、次のように表します。

$$5 \times 5 = 5^2$$

↳ 5 の 2 乗または平方と読む。

$$5 \times 5 \times 5 = 5^3$$

↳ 5 の 3 乗または立方と読む。

5^2 , 5^3 の右上の小さい数 2, 3 を指数といいます。

□四則

▶数の加法、減法、乗法、除法をまとめて四則といいます。

□計算の順序

▶四則が混じった式では、乗法、除法をさきに計算します。

□分配法則

▶ a , b , c がどんな数であっても、次の式が成り立ちます。

$$\left. \begin{aligned} (a+b) \times c &= a \times c + b \times c \\ c \times (a+b) &= c \times a + c \times b \end{aligned} \right\} \text{分配法則}$$

$$\begin{array}{c} \text{3個} \quad \text{指数} \\ \downarrow \\ 5 \times 5 \times 5 = 5^3 \end{array}$$

同じ数の積について学びましょう。

問1

次の計算をなさい。

(1) 4^2

(2) 3^3

(3) 2^5

教科書
p.42

ガイド

4^2 を 4 の 2 乗または 4 の平方、 2^5 を 2 の 5 乗と読みます。

2^5 の右上の小さい数 5 は、かけあわせる数 2 の個数を示したものです。

$$2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

↳ 2 が 5 個

右上の小さい数を
指数というんだよ。



解答

(1) $4^2 = 4 \times 4 = 16$

(2) $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$

(3) $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$

問2

次の計算をなさい。

(1) $(-3)^3$

(2) -5^3

(3) -1.5^2

(4) $(-4)^2 \times (-7)$

(5) $(-6^2) \div (-2)^3$

教科書
p.42

ガイド

次の式を間違えないように注意しましょう。

(1) $(-3)^3 = (-3) \times (-3) \times (-3)$

↳ (-3) を 3 個かけあわせる。

(2) $-5^3 = -(5 \times 5 \times 5)$

↳ 5 を 3 個かけあわせる。

ミスに注意

$$\begin{aligned} (-2)^2 &= (-2) \times (-2) = 4 \\ -2^2 &= -(2 \times 2) = -4 \end{aligned}$$

解答

$$(1) \quad (-3)^3 = (-3) \times (-3) \times (-3) \\ = -(3 \times 3 \times 3) = -27$$

$$(2) \quad -5^3 = -(5 \times 5 \times 5) \\ = -125$$

$$(3) \quad -1.5^2 = -(1.5 \times 1.5) \\ = -2.25$$

$$(4) \quad (-4)^2 \times (-7) = (-4) \times (-4) \times (-7) \\ = -(4 \times 4 \times 7) = -112$$

$$(5) \quad (-6^2) \div (-2)^3 = -(6 \times 6) \div \{(-2) \times (-2) \times (-2)\} \\ = -36 \div (-8) \\ = \frac{36}{8} = \frac{9}{2}$$

参考

$(-4)^2$ は (-4) を 2 個かけあわせた数です。 $(-4)^2 = (-4) \times (-4) = +(4 \times 4) = 16$
 -4^2 は 4 を 2 個かけあわせて負の符号をつけた数です。 $-4^2 = -(4 \times 4) = -16$



説明しよう

教科書
p. 42

$(-2)^{\square}$ が正の数になるのは、 $\square$ がどんな自然数のときでしょうか。また、 $(-2)^{\square}$ が負の数になるのは、 $\square$ がどんな自然数のときでしょうか。

ガイド

具体的な数字をあてはめて、いくつか例を考えてみるとよいです。

$(-2)^2=4$, $(-2)^3=-8$, $(-2)^4=16$, $(-2)^5=-32$, $(-2)^6=64$, $(-2)^7=-128$, …のように、
 指数が、2, 4, 6, …のとき、正の数になり、指数が、3, 5, 7, …のとき、負の数になります。

解答例

$\square$ が偶数のとき正の数、奇数のとき負の数となる。

加法, 減法, 乗法, 除法をふくむ式の計算について学びましょう。

問3

次の計算をなさい。

教科書
p. 43

$$(1) \quad -4 - 6 \times (-3)$$

$$(2) \quad 3 \times (-7) - 9 \times (-8)$$

$$(3) \quad 5 \times (-12) + 14 \div 7$$

$$(4) \quad 10 \div (-5) - (-6) \times 2$$

$$(5) \quad 4 \times (-2) + (-3^2)$$

$$(6) \quad (-2)^2 + 2^3 \div (-4)$$

ガイド

四則が混じった式では、**乗法, 除法をさきに計算**します。

解答

$$(1) \quad -4 - 6 \times (-3) \\ = -4 - (-18) \\ = -4 + 18 = 14$$

$$(2) \quad 3 \times (-7) - 9 \times (-8) \\ = -21 - (-72) \\ = -21 + 72 = 51$$

$$(3) \quad 5 \times (-12) + 14 \div 7 \\ = -60 + 2 \\ = -58$$

$$(4) \quad 10 \div (-5) - (-6) \times 2 \\ = -2 - (-12) \\ = -2 + 12 = 10$$

$$(5) \quad 4 \times (-2) + (-3^2) \\ = -8 + \{- (3 \times 3)\} \\ = -8 + (-9) = -8 - 9 = -17$$

$$(6) \quad (-2)^2 + 2^3 \div (-4) \\ = (-2) \times (-2) + 2 \times 2 \div (-4) \\ = 4 + 8 \div (-4) = 4 + (-2) = 4 - 2 = 2$$

問4 次の計算をなさい。

(1) $-5 + (13 - 7) \div 3$

(2) $7 - \{(-2)^2 - (9 - 14)\}$

ガイド カッコがある式では、ふつうは**かっこの中をさきに計算**します。**解答** (1) $-5 + (13 - 7) \div 3$

$$= -5 + 6 \div 3$$

$$= -5 + 2$$

$$= -3$$

(2) $7 - \{(-2)^2 - (9 - 14)\}$

$$= 7 - \{4 - (-5)\}$$

$$= 7 - (4 + 5)$$

$$= 7 - 9 = -2$$

問5 次の2つの式をそれぞれ計算し、結果が等しいことを確かめなさい。

$$\{3 + (-4)\} \times (-5), \quad 3 \times (-5) + (-4) \times (-5)$$

ガイド 負の数をふくむ場合にも、分配法則 $(a + b) \times c = a \times c + b \times c$ が成り立つかどうか、具体的な数で確かめる問題です。

解答 $\{3 + (-4)\} \times (-5) = (-1) \times (-5) = 5$

$$3 \times (-5) + (-4) \times (-5) = -15 + 20 = 5$$

だから、両方の結果は等しい。

説明しよう $\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) \times (-6)$ を、けいたさんとあおいさんは、次のように計算しました。

それぞれ、どのように考えて計算したのか説明しましょう。(2人の計算は解答例の中)

ガイド () の中が分数の和の場合、分配法則 $(a + b) \times c = a \times c + b \times c$ を使うと、計算が簡単になる場合があります。**解答例** 〈けいたさんの方法〉

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) \times (-6) \\ &= \left(\frac{2}{6} + \frac{3}{6}\right) \times (-6) \\ &= \frac{5}{6} \times (-6) = -5 \end{aligned}$$

() の中を通分して分数の和をさきに求めてから、 -6 をかけている。

(けいたさんの方法では、計算が複雑になるが、あおいさんの方法では、通分をしなくてよいので計算が簡単になる。)

〈あおいさんの方法〉

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) \times (-6) \\ &= \frac{1}{3} \times (-6) + \frac{1}{2} \times (-6) \\ &= -2 + (-3) = -5 \end{aligned}$$

分配法則を使って、それぞれの分数に、 -6 をかけて、整数の和の計算にしている。

練習問題

1

次の計算をなさい。

$$(1) (-3^2) \times (-2)^3$$

$$(3) 2 \times (-2) \div (-2^2)$$

$$(2) (-9)^2 \div (-3^3)$$

$$(4) (-5) \div (-5)^2 \times (-25)$$

解答

$$\begin{aligned} (1) & (-3^2) \times (-2)^3 \\ &= (-9) \times (-8) \\ &= 72 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) & 2 \times (-2) \div (-2^2) \\ &= 2 \times (-2) \div (-4) \\ &= +\left(2 \times 2 \times \frac{1}{4}\right) = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) & (-9)^2 \div (-3^3) \\ &= 81 \div (-27) \\ &= -\frac{81}{27} = -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) & (-5) \div (-5)^2 \times (-25) \\ &= (-5) \div 25 \times (-25) \\ &= +\left(5 \times \frac{1}{25} \times 25\right) = 5 \end{aligned}$$

2

次の計算をなさい。

$$(1) -2 - 18 \div (-6)$$

$$(3) -5 + (15 - 6) \div 3$$

$$(5) 8 \times (-2) - (-2^3)$$

$$(2) 9 - (-13) + 7 \times (-8)$$

$$(4) \{2 + (4 - 8)\} \times 3$$

$$(6) (-2)^3 - (3^2 - 5)$$

ガイド

四則が混じった式では、乗法、除法をさきに計算します。

解答

$$\begin{aligned} (1) & -2 - 18 \div (-6) \\ &= -2 - (-3) \\ &= -2 + 3 = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) & -5 + (15 - 6) \div 3 \\ &= -5 + 9 \div 3 \\ &= -5 + 3 = -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (5) & 8 \times (-2) - (-2^3) \\ &= 8 \times (-2) - (-8) \\ &= -16 - (-8) = -16 + 8 = -8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) & 9 - (-13) + 7 \times (-8) \\ &= 9 - (-13) + (-56) \\ &= 9 + 13 - 56 = -34 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) & \{2 + (4 - 8)\} \times 3 \\ &= \{2 + (-4)\} \times 3 \\ &= (-2) \times 3 = -6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (6) & (-2)^3 - (3^2 - 5) \\ &= (-8) - (9 - 5) \\ &= -8 - 4 = -12 \end{aligned}$$

3

次の計算をなさい。

$$(1) 12 \times \left(-\frac{1}{3} + \frac{3}{2}\right)$$

$$(2) \left(-\frac{4}{7} + \frac{3}{2}\right) \times 28$$

ガイド

() の中が分数の和のとき、分配法則を使うと計算が簡単になる場合があります。

解答

$$\begin{aligned} (1) & 12 \times \left(-\frac{1}{3} + \frac{3}{2}\right) \\ &= 12 \times \left(-\frac{1}{3}\right) + 12 \times \frac{3}{2} \\ &= -4 + 18 = 14 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) & \left(-\frac{4}{7} + \frac{3}{2}\right) \times 28 \\ &= \left(-\frac{4}{7}\right) \times 28 + \frac{3}{2} \times 28 \\ &= -16 + 42 = 26 \end{aligned}$$

4

数の世界のひろがり

学習のねらい

数の範囲^{はんい}をひろげたときの四則計算について考えます。例えば、自然数どうしの加減乗除をしたとき、答えも自然数になるかどうかを調べます。

また、自然数を、1より大きい自然数の積の形で表せるようにします。素数^{そすう}の意味を理解し、素因数分解^{そいんすうぶんかい}ができるようにします。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□計算の可能性

▶自然数の集合^{しゅうごう}では、加法と乗法はいつでもできます。
→答えも自然数になる。

▶整数の集合では、加法、乗法、および、減法はいつでもできます。

▶数全体の集合では、四則計算はいつでもできます。

□素数

▶1とその数のほかに約数がない自然数を素数^{そすう}といいます。

□素因数分解

▶自然数を素数だけの積で表すことを、素因数分解^{そいんすうぶんかい}すると
いいます。

例 $72=2^3 \times 3^2$

1は素数に
ふくめないよ。



数の範囲をひろげたときの四則計算について考えましょう。



2と5の数字が書かれたカードがあります。このカードを、下の□に置いて、
いろいろな式をつくりましょう。

つくった式のうち、負の数を学んだことでできるようになった計算はどれでしょうか。

(ア) □+□

(イ) □-□

(ウ) □×□

(エ) □÷□

ガイド

(ア)、(ウ)、(エ)は計算の結果が正の数ですが、(イ)では負の数ができます。

解答

(ア) $2+5=7$, $5+2=7$

(イ) $2-5=-3$, $5-2=3$

(ウ) $2 \times 5 = 10$, $5 \times 2 = 10$

(エ) $2 \div 5 = \frac{2}{5}$, $5 \div 2 = \frac{5}{2}$

したがって、(イ)

教科書
p.46

問1

自然数を自然数でわる計算の結果は、いつも自然数になりますか。

教科書
p.46

ガイド

いくつかの具体的な数字をあてはめて考えてみるとよいです。

解答

$5 \div 2 = \frac{5}{2}$ のように、自然数を自然数でわると、商が自然数にならない場合があるから、
自然数を自然数でわる計算の結果は、いつも自然数になるとは限らない。



自然数の集合，整数の集合，数全体の集合について，加減乗除のそれぞれの計算が，その集合の中だけでいつでもできるときは○，そうとは限らないときは△を下の表に書き入れましょう。(表は省略)

教科書
p. 47

解答

	加法	減法	乗法	除法
自然数の集合	○	△	○	△
整数の集合	○	○	○	△
数全体の集合	○	○	○	○

除法では，0で
わることはないよ。



自然数を素数の積で表しましょう。

問2

次の自然数の中から，素数をすべて選びなさい。

教科書
p. 48

(ア) 18 (イ) 29 (ウ) 33 (エ) 41

ガイド

1 とその数のほかに約数がない自然数を**素数**といいます。18 には，1，2，3，6，9，18 の6つ，33 には，1，3，11，33 の4つの約数があります。

解答

(イ)，(エ)



72 を，1 より大きい自然数の積で表しましょう。

教科書
p. 48

解答例

2×36 ， 3×24 ， 4×18 ， 6×12 ， 8×9 ， $2 \times 2 \times 18$ ， $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$ など。

問3

次の自然数を，素因数分解しなさい。

教科書
p. 49

(1) 20 (2) 54 (3) 126

ガイド

解答は，指数を使い，小さい素数から順に表すようにします。

解答

(1) $20 = 2^2 \times 5$ $\begin{array}{r} 2 \overline{) 20} \\ 2 \overline{) 10} \\ 5 \end{array}$ $\begin{array}{r} 2 \overline{) 54} \\ 3 \overline{) 27} \\ 3 \overline{) 9} \\ 3 \end{array}$ $\begin{array}{r} 2 \overline{) 126} \\ 3 \overline{) 63} \\ 3 \overline{) 21} \\ 7 \end{array}$

(2) $54 = 2 \times 3^3$

(3) $126 = 2 \times 3^2 \times 7$

教科書
p.49

問4 次の(ア)~(カ)の中から、6の倍数をすべて選びなさい。

また、14の倍数をすべて選びなさい。

(ア) $2^4 \times 7$

(イ) $3 \times 5 \times 11$

(ウ) $2^3 \times 3 \times 7$

(エ) $2 \times 3^2 \times 13$

(オ) $2 \times 5 \times 7$

(カ) $2^3 \times 5 \times 11$

ガイド 素因数分解したときに、 2×3 がふくまれていると6の倍数、 2×7 がふくまれていると14の倍数であるといえます。

解答 6の倍数…(ウ)、(エ) 14の倍数…(ア)、(ウ)、(オ)


練習問題

4 数の世界のひろがり

教科書
p.50

1 154にできるだけ小さい自然数をかけて、12の倍数にするには、どんな数をかければよいですか。

ガイド 154を素因数分解してみましょう。 $12=2^2 \times 3$ から、12の倍数にするには何をかければよいかを考えます。

解答 素因数分解すると、 $154=2 \times 7 \times 11$ だから、これに 2×3 をかけると、

$$\begin{aligned} 2 \times 7 \times 11 \times 2 \times 3 &= 7 \times 11 \times 2 \times 2 \times 3 \\ &= 7 \times 11 \times 12 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 154} \\ 7 \overline{) 77} \\ 11 \end{array}$$

となり、12の倍数になる。したがって、6をかければよい。

2 次の3つの数をすべてわり切ることのできるいちばん大きい自然数を求めなさい。
336, 770, 840

ガイド 3つの数を素因数分解して、それぞれの数がどんな数の倍数になっているかを考えます。

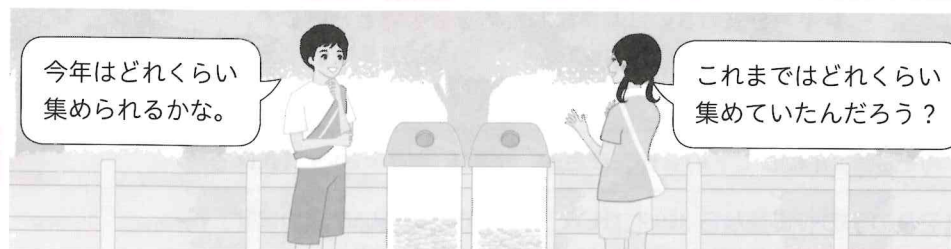
解答
$$\begin{aligned} 336 &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7 \\ 770 &= 2 \times 5 \times 7 \times 11 \\ 840 &= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7 \end{aligned}$$

より、3つとも 2×7 の倍数になっている。したがって、3つの数をすべてわり切ることのできるいちばん大きい自然数は、14である。

3 正の数・負の数の利用

収集量の目標を決めよう

けいたさんとかりんさんの住んでいる町は、リサイクルのために、ペットボトルのキャップを集める活動に毎年協力しています。



1年間でどれくらい集めていたのかを、過去5年間について調べたところ、下の表のようでした。

	5年前	4年前	3年前	2年前	1年前
収集量 (kg)	354	326	359	331	340

話しあおう

教科書
p.51

今年の収集量の目標を決めるには、どのような方法が考えられるでしょうか。

解答例

過去5年間の収集量の平均を求めて、目標を決める。

- 小学校で学習したように、**平均＝合計÷個数** だから、計算すると、

$$(354+326+359+331+340) \div 5 = 342 \text{ (kg)}$$

- 小学校5年では、平均の求め方のくふうとして、「ある数より大きい部分の平均を求めて、ある数にたす」方法もあった。

いちばん少ない 326 より大きい部分の平均を求めると、

$$354 - 326 = 28 \quad 326 - 326 = 0$$

$$359 - 326 = 33 \quad 331 - 326 = 5$$

$$340 - 326 = 14$$

$$(28 + 0 + 33 + 5 + 14) \div 5 = 16$$

$$326 + 16 = 342 \text{ (kg)}$$

- 教科書 18 ページのように、340 kg などを基準にして違いを正の数、負の数で表すと、平均をもっと簡単に求めることができるのではないだろうか。

1 正の数・負の数の利用

学習のねらい

正の数・負の数を利用して、身のまわりの問題を解決できるようにします。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□仮平均

▶平均を求めるのに基準にした値を^{かりへいきん}仮平均といいます。

1

仮平均を 340 kg にして下の表を完成させ、平均を求めなさい。(表は省略)

教科書
p.53

ガイド

それぞれの年の収集量から 340 をひいて、仮平均との違いを求めます。

収集量が仮平均よりも少ない場合には、負の数になります。

「仮平均との違い」の平均を求めて、仮平均にたします。

解答

5 年前… $354 - 340 = 14$, 4 年前… $326 - 340 = -14$, 3 年前… $359 - 340 = 19$,2 年前… $331 - 340 = -9$, 1 年前… $340 - 340 = 0$

	5 年前	4 年前	3 年前	2 年前	1 年前
仮平均との違い (kg)	+14	-14	+19	-9	0

$$14 + (-14) + 19 + (-9) + 0 = 10$$

 $10 \div 5 = 2$ …仮平均との違いの平均
よって、 $340 + 2 = 342$ (kg)

2

となりの町の過去 5 年間の収集量は次のような値でした。

仮平均とする値をくふうして平均を求めなさい。(表は省略)

教科書
p.53

ガイド

過去 5 年間のデータから、まず、仮平均を決めます。

仮平均にする値は、計算のしやすい値を考えます。

解答

最大値の 428 kg と最小値の 302 kg の平均の値に近い 360 kg を仮平均にすると、

5 年前… $323 - 360 = -37$, 4 年前… $370 - 360 = 10$, 3 年前… $302 - 360 = -58$,2 年前… $428 - 360 = 68$, 1 年前… $397 - 360 = 37$

$$\{(-37) + 10 + (-58) + 68 + 37\} \div 5 = 4$$

よって、 $360 + 4 = 364$ (kg)

(仮平均との違い) = (収集量) - (仮平均)
で求められるね。



練習問題

① 正の数・負の数の利用

教科書
p.53

1

ある讃岐うどん店は、1日の売上数を、水曜日の売上数 150 杯を基準にして、次の表のように記録しています。

	月	火	水	木	金	土	日
売上数(杯)	+7	-14	0	-8	+10	+23	+17

月曜日から日曜日までの売上数の平均を求めなさい。

また、この7日間の総売上数を求めなさい。

ガイド

150 杯が仮平均になっているので、①で求めたようにして、売上数の平均を求めます。また、総売上数は、(平均)×(日数)を使って求めます。

解答

仮平均の 150 杯と各曜日の売上数との違いは、それぞれ、表のようになっている。

$$\{(+7)+(-14)+0+(-8)+(+10)+(+23)+(+17)\} \div 7 = 5$$

↓ 和は 35

よって、7日間の売上数の平均は、 $150 + 5 = 155$ (杯)

また、総売上数は、 $155 \times 7 = 1085$ (杯)

参考

総売上数を求めるのに、(仮平均×7)+(仮平均との違いの和)を利用して、

$150 \times 7 + 35 = 1050 + 35 = 1085$ (杯) としても計算できます。

正の数・負の数のはじめ

ヨーロッパで負の数が知られるようになったのは、13世紀ごろのことです。それは、7世紀ごろにインドで考えられたものが、アラビアを経て伝えられたものでした。

中国ではインドよりももっと古く、1世紀ごろに完成したと思われる「九章算術」という本に、すでに正の数・負の数について述べられています。「九章算術」では、「正負術」という部分があり、正の数・負の数の加法、減法の計算方法が解説されています。ここでは、算木という計算器具を使い、正の数は赤で、負の数は黒で表していました。

1章 章末問題

学びをたしかめよう

教科書 p.54~55

1

次の数を、正の符号、負の符号をつけて表しなさい。

(1) 0より8小さい数

(2) 0より15大きい数

解答

(1) -8 (2) $+15$

p.15

問3

2

次の数の中から、整数をすべて選びなさい。

また、自然数をすべて選びなさい。

 $-0.2, +5, \frac{1}{3}, 0, -7, 10, 1.5$

解答

整数… $+5, 0, -7, 10$ 自然数… $+5, 10$

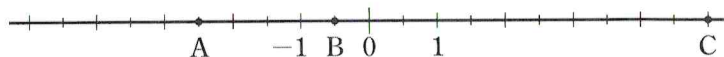
p.15

問4

3

下の数直線上で、A, B, Cにあたる数をいいなさい。

また、次の数を、数直線上に表しなさい。

 $-5, -3.5, \frac{1}{2}$ 

ガイド

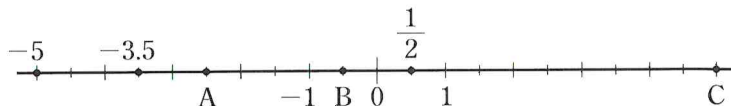
数直線では、正の数は0から右の方に、負の数は0から左の方に表されています。

解答

A… -2.5 (または $-\frac{5}{2}$), B… -0.5 (または $-\frac{1}{2}$), C… 5

p.16

問5



p.16

問6

4

〔 〕内のことばを使って、次のことを表しなさい。

(1) 6個少ない [多い]

(2) 50円たりない [余る]

ガイド

反対の性質をもつことばでいいかえるときは、符号を変えます。

解答

(1) 6個少ないは, [多い]を使うと, -6 個多い(2) 50円たりないは, [余る]を使うと, -50 円余る

p.18

問4

5

 -3 の絶対値をいいなさい。

ガイド

数直線上で、0からある数までの距離を、その数の絶対値といいます。

解答

3

p.19

問1

6

次の2数の大小を、不等号を使って表しなさい。

(1) $4, -6$

(2) $-7, -8$

(3) $-0.1, 0$

ガイド

正の数は負の数より大きく、0は負の数より大きいです。

負の数どうしでは、絶対値が大きいほど小さいです。

解答

(1) $4 > -6$

(2) $-7 > -8$

(3) $-0.1 < 0$

p.20

問3

7

次の計算をしなさい。

(1) $(-3) + (-7)$

(2) $(-1.7) + (+0.3)$

(3) $\left(-\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{1}{7}\right)$

(4) $(+5) - (+9)$

(5) $(-2.2) - (-3.1)$

(6) $\left(+\frac{2}{3}\right) - \left(-\frac{3}{4}\right)$

解答

(1) $(-3) + (-7) = -(3+7) = -10$

p.26

問1

(2) $(-1.7) + (+0.3) = -(1.7-0.3) = -1.4$

p.27

問4

(3) $\left(-\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{1}{7}\right) = \left(-\frac{7}{14}\right) + \left(-\frac{2}{14}\right) = -\left(\frac{7}{14} + \frac{2}{14}\right) = -\frac{9}{14}$

p.27

問4

(4) $(+5) - (+9) = (+5) + (-9) = -(9-5) = -4$

p.29

問5

(5) $(-2.2) - (-3.1) = (-2.2) + (+3.1) = +(3.1-2.2) = +0.9$

p.29

問6

(6) $\left(+\frac{2}{3}\right) - \left(-\frac{3}{4}\right) = \left(+\frac{2}{3}\right) + \left(+\frac{3}{4}\right) = \left(+\frac{8}{12}\right) + \left(+\frac{9}{12}\right) = +\left(\frac{8}{12} + \frac{9}{12}\right) = +\frac{17}{12}$

p.29

問6

8

次の計算をしなさい。

(1) $-5+2$

(2) $-7-2$

(3) $-9-6+2$

(4) $27+25+(-27)+(-24)$

解答

(1) $-5+2 = -3$

p.29

問7

(2) $-7-2 = -9$

p.30

問8

(3) $-9-6+2 = -15+2 = -13$

p.31

問10

(4) $27+25+(-27)+(-24) = \cancel{27}+25-\cancel{27}-24 = 25-24 = 1$

p.31

問10

9

次の計算をしなさい。

(1) $3 \times (-2)$

(2) $(-8) \div (-2)$

(3) $(-1.6) \times (-0.2)$

(4) $4.5 \div (-0.3)$

(5) $\left(-\frac{21}{10}\right) \times \frac{5}{7}$

(6) $\left(-\frac{4}{9}\right) \div \left(-\frac{4}{3}\right)$

解答

(1) $3 \times (-2) = -(3 \times 2)$

$= -6$

p.34

問2

(2) $(-8) \div (-2) = +(8 \div 2)$

$= 4$

p.36

問4

(3) $(-1.6) \times (-0.2) = +(1.6 \times 0.2)$

$= 0.32$

p.37

問5

(4) $4.5 \div (-0.3) = -(4.5 \div 0.3)$

$= -15$

p.37

問5

$$(5) \left(-\frac{21}{10}\right) \times \frac{5}{7} = -\left(\frac{21}{10} \times \frac{5}{7}\right) \\ = -\frac{3}{2} \quad \text{p.37} \quad \text{問6}$$

$$(6) \left(-\frac{4}{9}\right) \div \left(-\frac{4}{3}\right) = \left(-\frac{4}{9}\right) \times \left(-\frac{3}{4}\right) \\ = +\left(\frac{4}{9} \times \frac{3}{4}\right) \\ = \frac{1}{3} \quad \text{p.39} \quad \text{問8}$$

10

次の計算をなさい。

$$(1) (-2) \times 6 \times 5$$

$$(2) (-48) \div 6 \times 4$$

ガイド

乗法と除法が混じった式では、乗法だけの式になおし、計算の結果の符号を決めて計算します。

解答

$$(1) (-2) \times 6 \times 5 \\ = -(2 \times 6 \times 5) \\ = -60 \quad \text{p.39} \quad \text{問10}$$

$$(2) (-48) \div 6 \times 4 \\ = (-48) \times \frac{1}{6} \times 4 \\ = -\left(48 \times \frac{1}{6} \times 4\right) \\ = -32 \quad \text{p.41} \quad \text{問12}$$

11

次の計算をなさい。

$$(1) (-6)^2$$

$$(2) -3^4$$

$$(3) 6 - 12 \div (-3)$$

$$(4) 6 - 3 \times (7 - 4)$$

解答

$$(1) (-6)^2 = (-6) \times (-6) = 36 \\ (2) -3^4 = -(3 \times 3 \times 3 \times 3) = -81 \\ (3) 6 - 12 \div (-3) = 6 - (-4) = 6 + 4 = 10 \\ (4) 6 - 3 \times (7 - 4) = 6 - 3 \times 3 = 6 - 9 = -3$$

p.42 問2

p.42 問2

p.43 問3

p.43 問4

12

次の自然数の中から、素数をすべて選びなさい。

$$(ア) 21$$

$$(イ) 31$$

$$(ウ) 41$$

$$(エ) 51$$

ガイド

1とその数のほかに約数がない自然数を素数といいます。

解答

$$(ア) 21 \text{ の約数は, } 1, 3, 7, 21 \\ (イ) 31 \text{ の約数は, } 1, 31 \\ (ウ) 41 \text{ の約数は, } 1, 41 \\ (エ) 51 \text{ の約数は, } 1, 3, 17, 51 \\ \text{よって, 素数は (イ), (ウ)}$$

p.48 問2



1

次の計算をなさい。

(1) $7-25$

(2) $-6-(-16)$

(3) $-8.9+9.1$

(4) $-2.4-3.4$

(5) $\frac{2}{3}+\left(-\frac{7}{4}\right)$

(6) $-\frac{2}{5}+\left(-\frac{3}{5}\right)$

(7) $(-8)\times 12$

(8) $0\times(-27)$

(9) $-1.2\div(-0.4)$

(10) $0\div(-0.2)$

(11) $\frac{2}{5}\times\left(-\frac{3}{4}\right)$

(12) $\left(-\frac{8}{9}\right)\div\left(-\frac{2}{3}\right)$

(13) $3+(-7)+2$

(14) $-31-(-18)+16$

(15) $0.4+(-3.2)+5.6$

(16) $-1.8-4.3+3.5$

(17) $-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$

(18) $-5-2+(-2)-4$

(19) $3+7-15-6+2$

(20) $18-(-7)-14+(-7)-18$

(21) $7\div 35\times(-25)$

(22) $(-54)\div(-6)\div(-3)$

(23) $18\div\left(-\frac{9}{2}\right)\times\left(-\frac{5}{8}\right)$

(24) $-\frac{3}{8}\div\frac{1}{4}\div\left(-\frac{9}{5}\right)$

(25) $(-4)^2\times(-12)\div(-2)^4$

(26) $(-5)-70\div(-14)$

(27) $-59+6\times(-7)-32$

(28) $20\times 3-(-18+7)\times 5$

(29) $\{1+(0.6-1.5)\}\times(-0.1)$

(30) $(-4)^2\times 5-(-3^2)$

(31) $25\times(-14)+75\times(-14)$

(32) $\left(\frac{1}{4}+\frac{5}{6}\right)\times(-12)-(-13)$

解答

(1) $7-25=-18$

(2) $-6-(-16)=-6+16=10$

(3) $-8.9+9.1=0.2$

(4) $-2.4-3.4=-5.8$

(5) $\frac{2}{3}+\left(-\frac{7}{4}\right)=\frac{8}{12}+\left(-\frac{21}{12}\right)=\frac{8}{12}-\frac{21}{12}=-\frac{13}{12}$

(6) $-\frac{2}{5}+\left(-\frac{3}{5}\right)=-\frac{2}{5}-\frac{3}{5}=-\frac{5}{5}=-1$

(7) $(-8)\times 12=-(8\times 12)=-96$

(8) $0\times(-27)=0$

(9) $-1.2\div(-0.4)=+(1.2\div 0.4)=3$

(10) $0\div(-0.2)=0$

$$(11) \quad \frac{2}{5} \times \left(-\frac{3}{4}\right) = -\left(\frac{2}{5} \times \frac{3}{4}\right) = -\frac{3}{10}$$

$$(12) \quad \left(-\frac{8}{9}\right) \div \left(-\frac{2}{3}\right) = +\left(\frac{8}{9} \times \frac{3}{2}\right) = \frac{4}{3}$$

$$(13) \quad 3 + (-7) + 2 = 3 - 7 + 2 = 3 + 2 - 7 = 5 - 7 = -2$$

$$(14) \quad -31 - (-18) + 16 = -31 + 18 + 16 = -31 + 34 = 3$$

$$(15) \quad 0.4 + (-3.2) + 5.6 = 0.4 - 3.2 + 5.6 = 0.4 + 5.6 - 3.2 = 6 - 3.2 = 2.8$$

$$(16) \quad -1.8 - 4.3 + 3.5 = -6.1 + 3.5 = -2.6$$

$$(17) \quad -\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = -\frac{6}{12} + \frac{4}{12} - \frac{3}{12} = -\frac{6}{12} - \frac{3}{12} + \frac{4}{12} = -\frac{9}{12} + \frac{4}{12} = -\frac{5}{12}$$

$$(18) \quad -5 - 2 + (-2) - 4 = -5 - 2 - 2 - 4 = -13$$

$$(19) \quad 3 + 7 - 15 - 6 + 2 = 3 + 7 + 2 - 15 - 6 = 12 - 21 = -9$$

$$(20) \quad 18 - (-7) - 14 + (-7) - 18 = 18 + 7 - 14 - 7 - 18 = 18 - 18 + 7 - 7 - 14 = -14$$

$$(21) \quad 7 \div 35 \times (-25) = 7 \times \frac{1}{35} \times (-25) = -\left(7 \times \frac{1}{35} \times 25\right) = -5$$

$$(22) \quad (-54) \div (-6) \div (-3) = -54 \times \left(-\frac{1}{6}\right) \times \left(-\frac{1}{3}\right) = -\left(54 \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{3}\right) = -3$$

$$(23) \quad 18 \div \left(-\frac{9}{2}\right) \times \left(-\frac{5}{8}\right) = 18 \times \left(-\frac{2}{9}\right) \times \left(-\frac{5}{8}\right) = +\left(18 \times \frac{2}{9} \times \frac{5}{8}\right) = \frac{5}{2}$$

$$(24) \quad -\frac{3}{8} \div \frac{1}{4} \div \left(-\frac{9}{5}\right) = -\frac{3}{8} \times 4 \times \left(-\frac{5}{9}\right) = +\left(\frac{3}{8} \times 4 \times \frac{5}{9}\right) = \frac{5}{6}$$

$$(25) \quad (-4)^2 \times (-12) \div (-2)^4 = 16 \times (-12) \div 16 = 16 \times (-12) \times \frac{1}{16} = -\left(16 \times 12 \times \frac{1}{16}\right) = -12$$

$$(26) \quad (-5) - 70 \div (-14) = (-5) - (-5) = -5 + 5 = 0$$

$$(27) \quad -59 + 6 \times (-7) - 32 = -59 - 42 - 32 = -133$$

$$(28) \quad 20 \times 3 - (-18 + 7) \times 5 = 60 - (-11) \times 5 = 60 - (-55) = 60 + 55 = 115$$

$$(29) \quad \{1 + (0.6 - 1.5)\} \times (-0.1) = (1 - 0.9) \times (-0.1) = 0.1 \times (-0.1) = -0.01$$

$$(30) \quad (-4)^2 \times 5 - (-3^2) = 16 \times 5 - (-9) = 80 + 9 = 89$$

$$(31) \quad 25 \times (-14) + 75 \times (-14) = (25 + 75) \times (-14) = 100 \times (-14) = -1400$$

分配法則を利用

$$(32) \quad \left(\frac{1}{4} + \frac{5}{6}\right) \times (-12) - (-13) = \frac{1}{4} \times (-12) + \frac{5}{6} \times (-12) + 13 = -3 - 10 + 13 = 0$$



2

下の表は、ある年の3日間の新潟市の最高気温と最低気温の記録です。

[] 中の数は、前日の気温との違いを表しています。

(ア)~(エ)にあてはまる数を求めなさい。

また、3月16日の最高気温と最低気温はそれぞれ何℃でしたか。

	3月17日	3月18日	3月19日
最高気温	12.1℃ [+4.8]	(ア)℃ [(イ)]	8.6℃ [-7.7]
最低気温	(ウ)℃ [-1.8]	2.0℃ [+3.2]	(エ)℃ [+2.7]

ガイド

(ア)は、3月19日の気温と前日の気温との違いから求めます。

解答

$$(ア) \quad 8.6 - (-7.7) = 16.3 \quad (イ) \quad 16.3 - 12.1 = 4.2$$

$$(ウ) \quad 2.0 - (+3.2) = -1.2 \quad (エ) \quad 2.0 + (+2.7) = 4.7$$

$$3月16日の最高気温 \cdots 12.1 - (+4.8) = 7.3 (^\circ\text{C}) \quad 最低気温 \cdots -1.2 - (-1.8) = 0.6 (^\circ\text{C})$$



3

次の数の中から、下の(1)~(6)にあてはまる数をすべて選びなさい。

$$21, -0.2, -14, 24.2, 13, -16.2, -\frac{1}{100}, 5$$

(1) 整数

(2) もっとも大きい数

(3) もっとも小さい整数

(4) 絶対値がもっとも小さい数

(5) 3乗すると負の数になる数

(6) 素数

ガイド

負の数は、絶対値が大きいほど小さくなります。負の数を奇数個かけあわせると(指数が奇数)、負の数になります。

解答

$$(1) \quad 21, -14, 13, 5 \quad (2) \quad 24.2 \quad (3) \quad -14$$

$$(4) \quad -\frac{1}{100} \quad (5) \quad -0.2, -14, -16.2, -\frac{1}{100} \quad (6) \quad 13, 5$$

4

右の表で、どの縦、横、斜めの4つの数を加えても、和が等しくなるようにします。

表の空欄に数を入れなさい。(表は省略)

ガイド

斜めの4つの数の和は $9+3+0+(-6)=6$ だから、例えば、右の図の
ア~キの順に、6から3つの数の和をひいて求めます。

解答

$$ア \cdots 6 - \{9+2+(-3)\} = 6-8=-2$$

$$イ \cdots 6 - \{(-2)+3+4\} = 6-5=1$$

$$ウ \cdots 6 - \{1+5+(-6)\} = 6-0=6$$

$$エ \cdots 6 - \{9+(-4)+6\} = 6-11=-5$$

$$オ \cdots 6 - \{2+0+5\} = 6-7=-1 \quad カ \cdots 6 - \{(-5)+4+0\} = 6-(-1)=6+1=7$$

$$キ \cdots 6 - \{(-4)+3+(-1)\} = 6-(-2)=6+2=8$$

9	-4	エ	ウ
ア	3	4	イ
2	オ	0	5
-3	キ	カ	-6

5 次の(ア)~(ウ)のうち、正しいものをすべて選びなさい。

また、正しくないものについては、その理由を説明しなさい。

(ア) 10以下の自然数のうち、素数は4個あり、その4個の素数の積は、6の倍数である。

(イ) 素数と素数の積は、素数である。

(ウ) 252は、6の倍数であり、14の倍数でもある。

ガイド 1は素数にふくめません。また、素因数分解をすると、その数がどんな数の倍数であるのかがわかります。

解答 (ア) 10以下の素数は、2, 3, 5, 7で、その4個の積は、 $2 \times 3 \times 5 \times 7 = 6 \times 35$ だから、6の倍数である。

(ウ) $252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$ だから、 $252 = (2 \times 3) \times 2 \times 3 \times 7$ また、 $252 = (2 \times 7) \times 2 \times 3^2$ よって、6の倍数であり、14の倍数でもある。

(ア), (ウ)

〈正しくない理由〉

(イ) 素数と素数の積は、1とその数のほかに、かけあわせた素数を約数にもつから、素数ではない。

6 540をできるだけ小さい自然数でわって、ある自然数の2乗にするには、どんな数でわればよいですか。

ガイド 540を素因数分解して、それぞれの素数の指数が偶数になるような数でわります。つまり、 $540 \div \square = \bigcirc^2$ となるような $\square$ を見つけましょう。

解答 素因数分解すると、 $540 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 = (2 \times 3)^2 \times 3 \times 5$ これを 3×5 でわると、

$$\{(2 \times 3)^2 \times 3 \times 5\} \div (3 \times 5) = \frac{(2 \times 3)^2 \times 3 \times 5}{3 \times 5} = (2 \times 3)^2 = 6^2$$

となる。したがって、15でわればよい。

7 下の表は、6人のあるテストの得点と、基準にした得点との違いを表しています。

6人の得点の平均点は、73点でした。基準にした得点を求めなさい。

	Aさん	Bさん	Cさん	Dさん	Eさん	Fさん
基準にした得点との違い	+8	-7	+2	+12	-7	+10

ガイド 基準にした得点との違いの平均を求めて、平均点より高かったか低かったかを考えます。

解答 基準にした得点(仮平均)との違いの平均を求めると、

$\{(+8) + (-7) + (+2) + (+12) + (-7) + (+10)\} \div 6 = 3$ (点) だから、基準にした得点は平均点より3点低かったことになる。

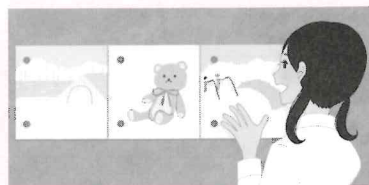
これより、基準にした得点は、 $73 - 3 = 70$ (点)

2章 文字の式

1. 文字を使った式

必要なマグネットの個数はいくつ？

地域の小学生が絵をかけた画用紙を、右のように、その一部を重ねて横に並べ、マグネットでとめることにしました。



けいたさんは、画用紙が3枚と4枚の場合のマグネットの個数について考えてみることにしました。

解答例

- 画用紙が3枚のとき

画用紙の左側（と、左どなりの画用紙の右側）をとめるマグネットが、画用紙1枚につき2個ずつ、3枚分必要で、^{みぎはし}右端の画用紙の右側をとめるのに、2個のマグネットが必要だから、 $2 \times 3 + 2 = 8$ （個）→ 必要なマグネットの個数は、8個

- 画用紙が4枚のとき

左側をとめるマグネット4枚分と、右端の画用紙の右側をとめるマグネット2個が必要だから、 $2 \times 4 + 2 = 10$ （個）→ 必要なマグネットの個数は、10個

話しあおう

教科書
p. 59

5枚の画用紙をとめるのに必要なマグネットの個数を求めましょう。

また、30枚の画用紙をとめるのに必要なマグネットの個数を求めるには、どのように考えればよいでしょうか。

解答例

3枚、4枚のときと同じように考えると、必要なマグネットの個数は、
（左側をとめる2個）×（画用紙の枚数）+（右端の画用紙の右側をとめる2個）
で求められるから、 $2 \times$ （画用紙の枚数）+2 の式に枚数をあてはめて、

- 画用紙が5枚のとき

$2 \times 5 + 2 = 12$ （個）→ 必要なマグネットの個数は、12個

- 画用紙が30枚のとき

$2 \times 30 + 2 = 62$ （個）→ 必要なマグネットの個数は、62個

参考

左端の画用紙1枚に4個のマグネットが必要で、画用紙が1枚増えるごとに、必要なマグネットは2個ずつ増えるから、 $4 + 2 \times \{(\text{画用紙の枚数}) - 1\}$ としても求められます。

1

数量を文字で表すこと

学習のねらい

文字を使うことによって、数量や数量の間の関係が簡潔に表されるので、わかりやすく、また、関係がとらえやすくなるよさがあります。文字で表すことのよさを考え、いろいろな数量を文字式で表すことを学習します。

教科書のまとめ テスト前にチェック

- 数量を文字で表す
- 文字式

▶いろいろな数量を文字 a , b , x , y などを使った式で表します。

例 1本100円の鉛筆^{えんぴつ} x 本の代金は、 $100 \times x$ (円)

▶文字を使った式を**文字式**といいます。

いろいろな数量を、文字を使って表しましょう。

教科書 p.60

問1

前ページ(教科書 p.59)の場面で、画用紙が4枚、5枚、6枚のときに必要なマグネットの個数を表す式はどうなりますか。右の表に書き入れなさい。(表は下図)

ガイド

必要なマグネットの個数を求める式は、 $2 \times (\text{画用紙の枚数}) + 2$ です。

解答

画用紙の枚数が4枚のとき、 $2 \times 4 + 2 = 10$ (個)

画用紙の枚数が5枚のとき、 $2 \times 5 + 2 = 12$ (個)

画用紙の枚数が6枚のとき、 $2 \times 6 + 2 = 14$ (個)

画用紙の枚数(枚)	必要なマグネットの個数(個)
1	$2 \times 1 + 2$
2	$2 \times 2 + 2$
3	$2 \times 3 + 2$
4	$2 \times 4 + 2$
5	$2 \times 5 + 2$
6	$2 \times 6 + 2$

教科書 p.61

問2

次の数量を表す文字式を書きなさい。

- (1) 1個135gのボール b 個を、1500gのボールケースに入れたときの全体の重さ
- (2) 1個 x 円のドーナツを6個買い、1000円出したときのおつり
- (3) 縦が2cm、横が a cm の長方形の面積

ガイド

わかりにくいときは、文字の代わりに適当な数をあてはめて考えるとわかりやすいです。
単位はかっこをつけて書きます。

- (1) 全体の重さは、(ボール 1 個の重さ)×(個数)+(ボールケースの重さ)です。
- (2) おつりは、 $1000 - (\text{ドーナツ 1 個の値段}) \times 6$ です。
- (3) 長方形の面積は、(縦)×(横)です。

解答

- (1) $135 \times b + 1500$ (g)
- (2) $1000 - x \times 6$ (円)
- (3) $2 \times a$ (cm²)

問3

次の数量を表す文字式を書きなさい。

教科書
p.61

- (1) 100 円硬貨 x 枚と 10 円硬貨 y 枚をあわせた金額
- (2) 2 人がけの座席 a 列と 3 人がけの座席 b 列をすべて使って、すわることができる人数
- (3) 長さ a cm のひもから、長さ 5 cm のひもを x 本切り取ったときの残りの長さ
- (4) 底辺が a cm、高さが h cm の三角形の面積

ガイド

- (1) 合計金額は、(100 円硬貨 x 枚の金額)+(10 円硬貨 y 枚の金額)です。
- (2) 全部の人数は、(2 人がけの座席 a 列にすわることができる人数)+(3 人がけの座席 b 列にすわることができる人数)です。
- (3) 残りの長さは、(はじめの長さ)-(1 本のひもの長さ)×(切り取った本数)です。
- (4) 三角形の面積は、(底辺)×(高さ)÷2 です。

解答

- (1) $100 \times x + 10 \times y$ (円)
- (2) $2 \times a + 3 \times b$ (人)
- (3) $a - 5 \times x$ (cm)
- (4) $a \times h \div 2$ (cm²)

文字式のはじまり

数量や数量の関係を文字式に表すことは、紀元 300 年ごろに、エジプトのアレキサンドリアにいた数学者ディオファントスにはじまるといわれています。

それから長い年月を経て、17 世紀のフランスの数学者デカルト (1596-1650) によって、ほぼ現在のような形に完成されました。

中学校では、文字を使って、数量や数量の間の関係を式に表したり、その式を計算したり、変形したりするなど、文字式を自由に使いこなせるようになることが、数学を学ぶたいせつなねらいのひとつでもあります。

2

文字式の表し方

学習のねらい

文字を使った式のうち、積や商の表し方^{いっばんでき}の一般的なきまりについて理解し、実際に表せるようにします。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□積の表し方

▶① かけ算の記号×を省いて書く。

例 $a \times b = ab$

注 文字は、ふつうはアルファベットの順に書きます。

▶② 文字と数の積では、数を文字の前に書く。

例 $a \times 4 = 4a$

注 $1 \times a = a$, $(-1) \times a = -a$ と書きます。

▶③ 同じ文字の積は、指数を使って書く。

例 $a \times a = a^2$

□商の表し方

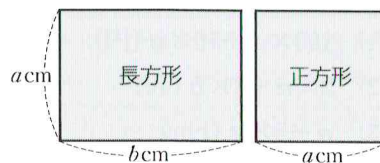
▶④ わり算は、記号÷を使わないで、分数の形で書く。

例 $a \div 5 = \frac{a}{5}$ $(a+b) \div 5 = \frac{a+b}{5}$

文字式の表し方について学びましょう。



右の図のような長方形と正方形があります。
それぞれの面積と周の長さを、文字式で表しましょう。



教科書
p.62

ガイド

長方形の面積＝縦×横，長方形の周の長さ＝(縦＋横)×2，
正方形の面積＝1辺×1辺，正方形の周の長さ＝1辺×4
を使います。

解答

<長方形> 面積… $a \times b$ (cm²)
周の長さ… $(a+b) \times 2$ (cm) ($a \times 2 + b \times 2$ (cm) でもよい)
<正方形> 面積… $a \times a$ (cm²)
周の長さ… $a \times 4$ (cm)

問1

次の式を、文字式の表し方にしがつて書きなさい。

(1) $50 \times n$

(2) $x \times 8$

(3) $y \times (-1) \times x$

(4) $c \times c \times c$

(5) $3 \times a \times a \times b$

(6) $(b+c) \times 7$

教科書
p.62

ガイド

- (1) かけ算の記号 $\times$ を省きます。
- (2) 記号 $\times$ を省き、数は文字の前に書きます。
- (3) 文字はアルファベット順にします。
- (4), (5) 同じ文字の積は、指数を使って書きます。
- (6) () を1つのまとまりとみて考えます。

解答

- $$\begin{array}{lll}
 (1) \quad 50n & (2) \quad 8x & (3) \quad \frac{-xy}{\downarrow -1 \text{ の } 1 \text{ は省く。}} \\
 (4) \quad c^3 & (5) \quad 3a^2b & (6) \quad 7(b+c)
 \end{array}$$

教科書
p.63**問5** 次の式を、記号 $\times$ 、 $\div$ を使わないで表しなさい。

(1) $50 \times n + 30$

(2) $x \div 4 - y \times 4$

ガイド かけ算の記号 $\times$ は省き、わり算は分数の形にします。記号 $+$ 、 $-$ は省くことはできません。**解答** (1) $50n + 30$

(2) $\frac{x}{4} - 4y$ または、 $\frac{1}{4}x - 4y$

教科書
p.63**問6** 次の式を、記号 $\times$ 、 $\div$ を使って表しなさい。

(1) $1000 - 5a$

(2) $3(x + y) - \frac{z}{2}$

解答 (1) $1000 - 5 \times a$

(2) $3 \times (x + y) - z \div 2$ または、 $3 \times (x + y) - \frac{1}{2} \times z$

文字式の表し方にしたがって、いろいろな数量を式に表しましょう。

教科書
p.64**問7** 次の数量を表す式を書きなさい。(1) 4人が a 円ずつ出して、500円の品物を買ったときの残金(2) 1個 x 円のりんご3個と1個 y 円のみかん5個を買ったときの代金**ガイド** 文字式の表し方にしたがって式に表します。かけ算の記号 $\times$ は省きます。**解答** (1) 4人が a 円ずつ出した合計は $a \times 4 = 4a$ (円)500円の品物を買ったので、残金は $4a - 500$ (円)(2) りんご3個の代金は $x \times 3 = 3x$ (円)、みかん5個の代金は $y \times 5 = 5y$ (円)なので、あわせた代金は $3x + 5y$ (円)教科書
p.64**問8** 次の数量を表す式を書きなさい。(1) 時速4kmで、 x 時間歩いたときの道のり(2) y km離れた町まで、時速2kmで歩いたときにかかった時間**ガイド** (1)は、道のり=速さ $\times$ 時間、(2)は、時間=道のり $\div$ 速さにあてはめます。**解答** (1) $4 \times x = 4x$ (km)

(2) $y \div 2 = \frac{y}{2}$ (時間) $\left(\frac{1}{2}y \text{ (時間)} \text{ でもよい} \right)$

問9

次の数量を表す式を書きなさい。

教科書
p.65

- (1) a g の小麦粉の 47% の重さ
(2) b 円の品物を, 3 割引きで買ったときの代金

ガイド

割合を, 分数で表します。

- (1) $47\% = \frac{47}{100}$ (2) 3 割引き $\cdots 1 - \frac{3}{10}$

解答

- (1) $a \times \frac{47}{100} = \frac{47}{100}a$ (g) (2) $b \times \left(1 - \frac{3}{10}\right) = \frac{7}{10}b$ (円)

参考

割合を小数で表すと, 式は次のようになります。

- (1) $0.47a$ (g) (2) $b \times (1 - 0.3) = 0.7b$ (円)

文字式がどんな数量を表しているのかを考えましょう。

問10

例7 で, 次の式は何を表していますか。

教科書
p.65

- (1) $a + 2b$ (円) (2) $a - b$ (円)

ガイド

(1) かけ算の記号 $\times$ を使って表してから考えましょう。

解答

- (1) $a + 2b = a + 2 \times b \cdots$ (おとな 1 人の入館料) $+ 2 \times$ (子ども 1 人の入館料)

なので, おとな 1 人と子ども 2 人の入館料の合計

- (2) $a - b \cdots$ (おとな 1 人の入館料) $-$ (子ども 1 人の入館料) なので, おとな 1 人と子ども 1 人の入館料の差

問11

家を出てから, 分速 60 m で x 分間歩き, さらに, 分速 80 m で y 分間歩いて駅に着きました。

教科書
p.65

このとき, 次の式は何を表していますか。

- (1) $x + y$ (分) (2) $60x + 80y$ (m)

ガイド

(2) $60x$ と $80y$ が, それぞれ何を表しているのかを考えます。

解答

- (1) $x + y \cdots$ (分速 60 m で歩いた時間) $+ (分速 80 m で歩いた時間)$ なので, 家を出てから駅に着くまでに歩いた時間

- (2) $60x + 80y \cdots$ (分速 60 m で x 分間歩いた道のり) $+ (分速 80 m で y$ 分間歩いた道のり) なので, 家から駅までの道のり

3

式の値

学習のねらい

式の中の文字がいろいろな^{みだい}値をとるときの式の値を求めることを学習します。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□代入

▶式の中の文字に数をあてはめることを^{だいにゅう}代入するといいます。

□文字の値

▶文字に数を代入するとき、その数を^{だいじゅう}文字の値といいます。

□式の値

▶式の文字に数を代入して求めた結果を^{だいじゅう}式の値といいます。

例 $x = -2$ のとき、 x^2 の値は、

$$x^2 = (-2)^2 = (-2) \times (-2) = 4$$

↳ 負の数を代入するときは()をつける。

式の中の文字に数を代入して、その値を求めましょう。



平地の気温が $a^\circ\text{C}$ のとき、平地から 3 km 上空の気温は、 $a - 18 (^\circ\text{C})$

であることが知られています。

平地の気温が 28°C のとき、3 km 上空の気温は何 $^\circ\text{C}$ でしょうか。

教科書
p. 66

ガイド

a に 28 をあてはめます。

解答

$$28 - 18 = 10$$

10°C

問1

上の **ひろげよう** で、 a の値が次の場合に、3 km 上空の気温は、それぞれ何 $^\circ\text{C}$ ですか。

(1) $a = 24$

(2) $a = 0$

(3) $a = -2$

教科書
p. 66

ガイド

式の中の文字に数をあてはめることを^{だいにゅう}代入するといい、代入する数をその^{だいじゅう}文字の値といいます。

解答

(1) $24 - 18 = 6$

6°C

(2) $0 - 18 = -18$

-18°C

(3) $-2 - 18 = -20$

-20°C

問2

x の値が次の場合に、 $12-2x$ の値を求めなさい。

教科書
p.67

(1) $x=7$

(2) $x=-8$

ガイド

(2) -8 のような負の数を代入するときは、() をつけます。

解答

(1) $12-2x=12-2\times 7$

$=12-14$

$=-2$

(2) $12-2x=12-2\times (-8)$

$=12+16$

$=28$

問3

x の値が次の場合に、 $-x-2$ の値を求めなさい。

教科書
p.67

(1) $x=3$

(2) $x=-5$

ガイド

(2) $-x$ は $(-1)\times x$ のことで、 $x=-5$ を代入すると、 $(-1)\times(-5)$ となります。

解答

(1) $-x-2=(-1)\times 3-2$

$=-3-2$

$=-5$

(2) $-x-2=(-1)\times(-5)-2$

$=5-2$

$=3$

問4

$x=-3$ のとき、次の式の値を求めなさい。

教科書
p.67

(1) $\frac{12}{x}$

(2) $-\frac{18}{x}$

ガイド

負の値を代入するときは、^{ふこう}符号に注意します。

(1) $\frac{12}{x}=12\div x$ と考え、 x の値を代入します。

(2) $-\frac{18}{x}=(-18)\div x$ と考えます。

解答

(1) $\frac{12}{x}=12\div(-3)$

$=-4$

(2) $-\frac{18}{x}=(-18)\div(-3)$

$=6$

問5

a の値が次の場合に、 a^2 の値を求めなさい。

教科書
p.67

(1) $a=6$

(2) $a=-2$

ガイド

(2) $a=-2$ の場合、 $a^2=(-2)^2$ となります。

解答

(1) $a^2=6^2$

$=6\times 6$

$=36$

(2) $a^2=(-2)^2$

$=(-2)\times(-2)$

$=4$

教科書
p.67**問6** x の値が次の場合に、 $-x^2$ の値を求めなさい。

(1) $x = \frac{1}{2}$

(2) $x = -1$

ガイド x^2 の値は正の数になるので、 $-x^2$ の値は負の数となります。**解答**

$$\begin{aligned}
 (1) \quad -x^2 &= -\left(\frac{1}{2}\right)^2 \\
 &= -\left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right) \\
 &= -\frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad -x^2 &= -(-1)^2 \\
 &= -\{(-1) \times (-1)\} \\
 &= -1
 \end{aligned}$$

教科書
p.68**問7** $x = -2$, $y = 6$ のとき、次の式の値を求めなさい。

(1) $2x + y$

(2) $4x - 3y$

(3) $\frac{3}{2}x + y$

ガイド 文字が2つある場合でも、文字が1つのときと同じように代入して求めます。**解答**

$$\begin{aligned}
 (1) \quad 2x + y &= 2 \times (-2) + 6 \\
 &= -4 + 6 \\
 &= 2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad 4x - 3y &= 4 \times (-2) - 3 \times 6 \\
 &= -8 - 18 \\
 &= -26
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad \frac{3}{2}x + y &= \frac{3}{2} \times (-2) + 6 \\
 &= -3 + 6 \\
 &= 3
 \end{aligned}$$

教科書
p.68**問8** 3人班が x 班、5人班が y 班あるとき、全体の人数を表す式を書きなさい。
また、 $x = 7$, $y = 4$ のとき、全体の人数は何人になりますか。**ガイド** 3人班の人数は、 $3 \times x$ (人)、5人班の人数は、 $5 \times y$ (人)です。**解答**

全体の人数を表す式は、

$$3 \times x + 5 \times y = 3x + 5y \text{ (人)}$$

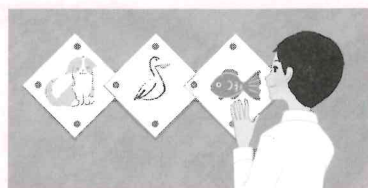
 $x = 7$, $y = 4$ のとき、式の値は、 $3 \times 7 + 5 \times 4 = 21 + 20 = 41$ だから、

全体の人数は、41人

2. 文字式の計算

マグネットの個数を求める式は？

右のように、正方形の画用紙の一部を重ねてマグネット
トでとめます。



けいたさんとかりんさんは、画用紙の枚数を x 枚として、必要なマグネットの個数を、それぞれ式に表しました。

けいたさん $3x+1$

かりんさん $x+(x+1)+x$

説明しよう

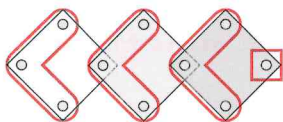
教科書
p. 69

けいたさんとかりんさんは、それぞれどのように考えて式をつくったのでしょうか。

解答例

- けいたさんの考え

正方形の画用紙が3枚のときを考えると、



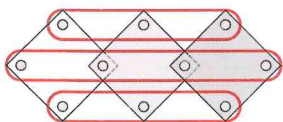
$3 \times 3 + 1$ (個) となって、マグネットの個数は、

$3 \times (\text{画用紙の枚数}) + (\text{右端の1個})$

だから、画用紙の枚数が x 枚のときは、 $3x+1$ (個) の式で表される。

- かりんさんの考え

正方形の画用紙が3枚のときを考えると、

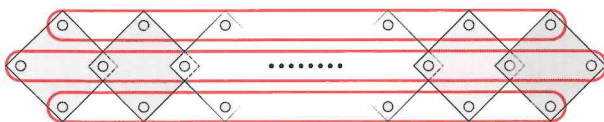


上段 3個

中段 4個 $\rightarrow 3+1$ (個)

下段 3個

したがって、正方形の画用紙が x 枚のときは、



上段 x 個

中段 $x+1$ (個)

下段 x 個

上段が x 個、中段が $x+1$ (個)、下段が x 個となり、マグネットの個数は、 $x+(x+1)+x$ (個) の式で表される。

1

文字式の加法, 減法

学習のねらい

項, 係数, 一次式などのことばの意味を知り, 文字が1つだけの一次式の加法, 減法の計算のしかたを学習します。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□項と係数

▶式 $6x+4$ は, $6x$ と 4 の和です。このとき, $6x$, 4 を, 式 $6x+4$ の **項** といいます。
式 $6x+4$ で, 文字をふくむ項 $6x$ は, $6 \times x$ のように, 数と文字の積の形です。
このとき, 6 を x の **係数** といいます。

例 式 $x - \frac{y}{2} + \frac{1}{3} = x + \left(-\frac{1}{2}y\right) + \frac{1}{3}$ では,

項は, x , $-\frac{y}{2}$, $\frac{1}{3}$ x の係数は 1 , y の係数は $-\frac{1}{2}$

□1次の項

▶項 $5x$, $-\frac{1}{2}y$ のように, 文字が1つだけの項を **1次の項** といいます。

□一次式

▶1次の項だけの式, または, 1次の項と数の項の和で表されている式を **一次式** といいます。 例 x , $5x-1$, $\frac{x}{2}+3y$

□項をまとめて
計算すること
□かっこをはず
して計算する
こと

▶計算法則 $mx+nx=(m+n)x$ を使って, 項をまとめて計算します。

例 $-2x+5x=(-2+5)x=3x$

▶かっこがある式は, $a+(b+c)=a+b+c$, $a-(b+c)=a-b-c$ のように
してかっこをはずして計算します。

例 $2x-(3x+4)=2x-3x-4=-x-4$

□文字式の加法,
減法

▶それぞれの式にかっこをつけ, 記号+, 一でつなぎ, 次に, かっこをはずして
計算します。

例 $2x-3$ に $4x-5$ をたす

$(2x-3)+(4x-5)=2x-3+4x-5=6x-8$

項と係数について学びましょう。

問1

次の式の項をいいなさい。また, 文字をふくむ項について, 係数をいいなさい。

教科書
p.70

(1) $9-2x$

(2) $\frac{x}{4}-3y$

(3) $a-b+8$

ガイド

文字の項の数の部分を, **符号もふくめて係数** といいます。 $\frac{x}{4} = \frac{1}{4}x$, $a = 1 \times a$, $-b = (-1) \times b$

解答

(1) 項… 9 , $-2x$ x の係数… -2

(2) 項… $\frac{x}{4}$, $-3y$ x の係数… $\frac{1}{4}$ y の係数… -3

(3) 項… a , $-b$, 8 a の係数… 1 b の係数… -1

項をまとめて計算することについて学びましょう。



1枚 x 円のファイルを、けいたさんは5枚、エレナさんは3枚買いました。

教科書
p.71

2人が買ったファイルの代金の合計を式に表しましょう。

ガイド

代金は、(1枚の値段)×(枚数)で表せます。

けいたさんの代金は、 $x \times 5 = 5x$ (円)。

エレナさんの代金は、 $x \times 3 = 3x$ (円) となります。

解答

2人が買ったファイルの代金の合計は、 $5x + 3x$ (円)

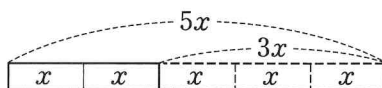
説明しよう

教科書
p.71

$$5x - 3x = 2x$$

となることを、

右の図を使って説明しましょう。



解答例

$5x + 3x$ と同じように、 $5x$ は x の5倍、 $3x$ は x の3倍だから、

$5x - 3x = (5 - 3)x = 2x$ となる。

問2

次の計算をなさい。

教科書
p.71

(1) $6x - 2x$

(2) $x - 8x$

(3) $-5b - 4b$

(4) $-0.2a + 0.9a$

(5) $\frac{3}{5}x + \frac{1}{5}x$

(6) $x - \frac{1}{6}x$

ガイド

$mx + nx = (m + n)x$ を使って、項をまとめましょう。

(2), (6) x の係数は1です。

解答

(1) $6x - 2x$

$$= (6 - 2)x$$

$$= 4x$$

(2) $x - 8x$

$$= (1 - 8)x$$

$$= -7x$$

(3) $-5b - 4b$

$$= (-5 - 4)b$$

$$= -9b$$

(4) $-0.2a + 0.9a$

$$= (-0.2 + 0.9)a$$

$$= 0.7a$$

(5) $\frac{3}{5}x + \frac{1}{5}x$

$$= \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{5}\right)x$$

$$= \frac{4}{5}x$$

(6) $x - \frac{1}{6}x$

$$= \left(1 - \frac{1}{6}\right)x$$

$$= \frac{5}{6}x$$

問3

次の計算をなさい。

(1) $6x+4+3x$

(2) $-5x+7+4x$

(3) $2x-8-4x+7$

(4) $-9x-5+9x-2$

(5) $12y-3+5y+1$

(6) $-6-a+15+2a$

ガイド

文字の項の和、数の項の和に分けて計算します。

(2) $-5x+4x=(-5+4)x=-1x=-x$ と考えます。

(4) $-9x+9x=(-9+9)x=0x=0$ と考えます。

(6) $-a+2a=(-1+2)a=1a=a$ と考えます。

解答

(1) $6x+4+3x$

(2) $-5x+7+4x$

(3) $2x-8-4x+7$

$=6x+3x+4$

$=-5x+4x+7$

$=2x-4x-8+7$

$=9x+4$

$=-x+7$

$=-2x-1$

(4) $-9x-5+9x-2$

(5) $12y-3+5y+1$

(6) $-6-a+15+2a$

$=-9x+9x-5-2$

$=12y+5y-3+1$

$=-a+2a-6+15$

$=-7$

$=17y-2$

$=a+9$

かっこをはずして計算することについて学びましょう。



(1) 500円を出して、200円のメロンパンと180円のクロワッサンを買ったときのおつりはいくらになるでしょうか。

(2) a 円を出して、 b 円のメロンパンと c 円のクロワッサンを買ったときのおつりはいくらになるでしょうか。

ガイド

(1) かっこを使って1つの式に書いて求めます。順にひいても求められます。

(2) (1)と同じように考えて、式に表します。

解答

(1) (出したお金)-(メロンパンとクロワッサンの合計金額)で求めると、

$500-(200+180)=500-380=120$ (円)

(出したお金)-(メロンパンの金額)-(クロワッサンの金額)で求めると、

$500-200-180=300-180=120$ (円)

(2) $a-(b+c)$ (円) または、 $a-b-c$ (円)

説明しよう

教科書
p.73

$a+(b+c)=a+b+c$ となることを、右の絵を使って説明しましょう。(絵は省略)

ガイド

絵の中から、3つの品物を選んで、合計金額を2通りに計算してみます。

解答例

ミックスジュースとツナサンドとフルーツサンドの合計金額は、

(飲み物の金額)+(サンドイッチの合計金額)で求めると、

$$190+(220+300)=190+520=710 \text{ (円)}$$

(飲み物の金額)+(それぞれのサンドイッチの金額)で求めると、

$$190+220+300=410+300=710 \text{ (円)}$$

この2つの計算結果から、 $a+(b+c)=a+b+c$ である。

問4

次の式を、かっこをはずして計算しなさい。

教科書
p.73

(1) $2x+(5-x)$

(2) $6y-3+(-4y-3)$

(3) $4x-(x-1)$

(4) $7x-(-8x+2)$

(5) $-5a-1-(7-7a)$

(6) $3y+2-\left(\frac{1}{2}y+1\right)$

ガイド

かっこの前が+のときは、そのままかっこを省き、各項の和として表します。

かっこの前が-のときは、**かっこの中の各項の符号を変えたものの和**として表します。

解答

(1) $2x+(5-x)$

$$=2x+5-x$$

$$=2x-x+5$$

$$=x+5$$

(2) $6y-3+(-4y-3)$

$$=6y-3-4y-3$$

$$=6y-4y-3-3$$

$$=2y-6$$

(3) $4x-(x-1)$

$$=4x-x+1$$

$$=3x+1$$

(4) $7x-(-8x+2)$

$$=7x+8x-2$$

$$=15x-2$$

(5) $-5a-1-(7-7a)$

$$=-5a-1-7+7a$$

$$=-5a+7a-1-7$$

$$=2a-8$$

(6) $3y+2-\left(\frac{1}{2}y+1\right)$

$$=3y+2-\frac{1}{2}y-1$$

$$=3y-\frac{1}{2}y+2-1$$

$$=\frac{5}{2}y+1$$

文字式の加法、減法について学びましょう。

問5

次の2つの式をたしなさい。また、左の式から右の式をひきなさい。

教科書
p.74

(1) $5x+9, 6x-1$

(2) $4x-2, x-2$

(3) $-3y+4, y-8$

(4) $7x-5, -7x+6$

(5) $-2x-11, -2x+4$

(6) $10x-9, 2-5x$

ガイド

2つの式をたしたり、ひいたりするには、それぞれの式にかっこをつけ、記号+、-でつなぎ、次に、かっこをはずして計算します。

解答

(1) 和 $(5x+9)+(6x-1)$

$$=5x+9+6x-1$$

$$=11x+8$$

(2) 和 $(4x-2)+(x-2)$

$$=4x-2+x-2$$

$$=5x-4$$

(3) 和 $(-3y+4)+(y-8)$

$$=-3y+4+y-8$$

$$=-2y-4$$

(4) 和 $(7x-5)+(-7x+6)$

$$=7x-5-7x+6$$

$$=1$$

(5) 和 $(-2x-11)+(-2x+4)$

$$=-2x-11-2x+4$$

$$=-4x-7$$

(6) 和 $(10x-9)+(2-5x)$

$$=10x-9+2-5x$$

$$=5x-7$$

差 $(5x+9)-(6x-1)$

$$=5x+9-6x+1$$

$$=-x+10$$

差 $(4x-2)-(x-2)$

$$=4x-2-x+2$$

$$=3x$$

差 $(-3y+4)-(y-8)$

$$=-3y+4-y+8$$

$$=-4y+12$$

差 $(7x-5)-(-7x+6)$

$$=7x-5+7x-6$$

$$=14x-11$$

差 $(-2x-11)-(-2x+4)$

$$=-2x-11+2x-4$$

$$=-15$$

差 $(10x-9)-(2-5x)$

$$=10x-9-2+5x$$

$$=15x-11$$

説明しよう教科書
p.74

(教科書) 69 ページの場面で、かりんさんのつくった式を計算すると、けいたさんのつくった式と同じ式になることを説明しましょう。また、右の図のように、横に x 枚、縦に 2 枚の画用紙を並べてとめるとき、必要なマグネットの個数を求めましょう。

これについても、どのように考えたのか説明しましょう。(図は省略)

解答例

かりんさんのつくった式を計算すると、

$$x+(x+1)+x=x+x+1+x=3x+1$$

となり、けいたさんの作った式と同じです。

教科書 69 ページのけいたさんの考え方で求めると、

マグネットの個数は、

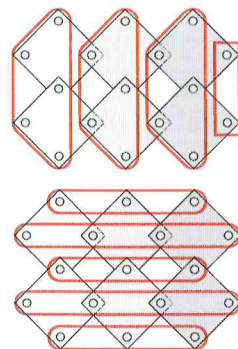
$5 \times (\text{横に並べた画用紙の枚数}) + (\text{右端の 2 個})$ だから、
横に x 枚並べるとき、必要なマグネットの個数は、 $5x+2$ (個)

教科書 69 ページのかりんさんの考え方で求めると、

マグネットの個数は、 $x+(x+1)+x+(x+1)+x$ (個) だから、

$$x+(x+1)+x+(x+1)+x=x+x+1+x+x+1+x$$

$$=5x+2 \text{ (個)}$$



練習問題

① 文字式の加法, 減法

教科書
p. 74

1 次の計算をなさい。

(1) $6x - x$

(2) $-3x - 8x$

(3) $2x - 8 + 4x$

(4) $-5y - 8y + 6y$

(5) $-x + 1 - 8x + 3$

(6) $4x - 3 - 7x + 2$

ガイド 文字の項の計算は, $mx + nx = (m+n)x$ を使います。

解答

(1) $6x - x$

(2) $-3x - 8x$

(3) $2x - 8 + 4x$

$= (6-1)x$

$= (-3-8)x$

$= 2x + 4x - 8$

$= 5x$

$= -11x$

$= 6x - 8$

(4) $-5y - 8y + 6y$

(5) $-x + 1 - 8x + 3$

(6) $4x - 3 - 7x + 2$

$= (-5-8+6)y$

$= -x - 8x + 1 + 3$

$= 4x - 7x - 3 + 2$

$= -7y$

$= -9x + 4$

$= -3x - 1$

2 次の(ア)と(イ)の両方の条件にあてはまる一次式を1つつくりなさい。

(ア) 1次の項が2つあり, その係数が6と-5である。

(イ) これ以上項をまとめて計算することができない。

ガイド

2xのように, 文字が1つだけの項を1次の項といい, 2をxの係数といいます。

また, 1次の項だけの式, または, 1次の項と数の項の和で表された式を一次式といいます。

解答例

係数が6の1次の項は, $6x$, $6a$ などがあり, 係数が-5の1次の項は, $-5y$, $-5b$ などがある。これらの和で一次式をつくる。

$6x - 5y + 4$, $6a - 5b$ など

参考

 $6x - 5x$ は, 項をまとめて計算できるので, (イ)の条件にあてはまりません。

3 次の(ア)~(エ)にあてはまる一次式を, それぞれ1つつくりなさい。

(1) (ア) に (イ) をたすと $7a - 6$ になる。(2) (ウ) から (エ) をひくと $7a - 6$ になる。

ガイド

和や差が $7a - 6$ になる一次式を考えます。

解答例

(1) (ア) $3a - 7$

(イ) $4a + 1$

(ア) $5a$

(イ) $2a - 6$ など

(2) (ウ) $a - 3$

(エ) $-6a + 3$

(ウ) $8a$

(エ) $a + 6$ など

2

文字式と数の乗法, 除法

学習のねらい

文字が1つだけの一次式に数をかけたり、一次式を数でわったりする計算のしかたを学習します。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□文字式×数

▶乗法の交換法則を使って、数どうしをかけます。

$$\text{例 } 2x \times 4 = 2 \times x \times 4 = 2 \times 4 \times x = 8x$$

□文字式÷数

▶ $a \div b = \frac{a}{b}$, $a \div \frac{n}{m} = a \times \frac{m}{n}$ を使って計算します。

$$\text{例 } 6x \div 3 = \frac{6x}{3} = \frac{6 \times x}{3} = 2x, \quad 4x \div \frac{2}{7} = 4x \times \frac{7}{2} = 4 \times \frac{7}{2} \times x = 14x$$

□項が2つの式
に数をかける

▶ $m(a+b) = ma+mb$ を使って計算します。

$$\text{例 } 2(2a-3) = 2 \times 2a + 2 \times (-3) = 4a - 6$$

□項が2つの式
を数でわる

▶ $\frac{a+b}{m} = \frac{a}{m} + \frac{b}{m}$ を使って計算します。

$$\text{例 } (4x+6) \div 2 = \frac{4x}{2} + \frac{6}{2} = 2x + 3$$

□分数の形の式
に数をかける

▶ $\frac{a+b}{m} \times n$ では、さきに n と m を約分します。

$$\text{例 } \frac{2x+5}{3} \times 6 = (2x+5) \times 2 = 4x + 10$$

文字式に数をかける計算や、文字式を数でわる計算について学びましょう。

問1

次の計算をしなさい。

$$(1) 3x \times 2$$

$$(2) 4x \times (-7)$$

$$(3) -x \times 9$$

$$(4) -5x \times (-6)$$

$$(5) 14x \times \frac{6}{7}$$

$$(6) -\frac{3}{4}x \times 12$$

教科書
p.75

ガイド

かける順序を変えて、数どうしの計算をします。

(3) $-x$ の係数は -1 です。

解答

$$(1) 3x \times 2$$

$$= 3 \times x \times 2$$

$$= 3 \times 2 \times x = 6x$$

$$(2) 4x \times (-7)$$

$$= 4 \times x \times (-7)$$

$$= 4 \times (-7) \times x = -28x$$

$$(3) -x \times 9$$

$$= (-1) \times x \times 9$$

$$= (-1) \times 9 \times x = -9x$$

$$(4) -5x \times (-6)$$

$$= (-5) \times x \times (-6)$$

$$= (-5) \times (-6) \times x = 30x$$

$$(5) 14x \times \frac{6}{7}$$

$$= 14 \times x \times \frac{6}{7}$$

$$= 14 \times \frac{6}{7} \times x = 12x$$

$$(6) -\frac{3}{4}x \times 12$$

$$= \left(-\frac{3}{4}\right) \times x \times 12$$

$$= \left(-\frac{3}{4}\right) \times 12 \times x = -9x$$

問2

次の計算をなさい。

教科書
p. 75

(1) $18x \div 6$

(2) $10x \div (-5)$

(3) $-12x \div (-4)$

(4) $9x \div \frac{3}{4}$

(5) $6x \div \left(-\frac{3}{2}\right)$

(6) $-3x \div 3$

ガイド

 $a \div b = \frac{a}{b}$, $a \div \frac{n}{m} = a \times \frac{m}{n}$ を使います。

解答

$$\begin{aligned}
 (1) \quad 18x \div 6 &= \frac{18x}{6} \\
 &= \frac{18 \times x}{6} \\
 &= 3x
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad 10x \div (-5) &= -\frac{10x}{5} \\
 &= -\frac{10 \times x}{5} \\
 &= -2x
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad -12x \div (-4) &= \frac{12x}{4} \\
 &= \frac{12 \times x}{4} \\
 &= 3x
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (4) \quad 9x \div \frac{3}{4} &= 9x \times \frac{4}{3} \\
 &= 9 \times \frac{4}{3} \times x \\
 &= 12x
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (5) \quad 6x \div \left(-\frac{3}{2}\right) &= 6x \times \left(-\frac{2}{3}\right) \\
 &= 6 \times \left(-\frac{2}{3}\right) \times x \\
 &= -4x
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (6) \quad -3x \div 3 &= -\frac{3x}{3} \\
 &= -\frac{3 \times x}{3} \\
 &= -x
 \end{aligned}$$

問3

次の計算をなさい。

教科書
p. 76

(1) $7(5x+3)$

(2) $(2x-9) \times 10$

(3) $-2(6x+4)$

(4) $(4x-1) \times (-8)$

(5) $15\left(\frac{2}{5}x-10\right)$

(6) $\left(-x+\frac{2}{3}\right) \times \frac{1}{2}$

ガイド

項が2つの式に数をかけるときは、 $m(a+b) = ma + mb$ を使います。

解答

$$\begin{aligned}
 (1) \quad 7(5x+3) \\
 &= 7 \times 5x + 7 \times 3 \\
 &= 35x + 21
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad (2x-9) \times 10 \\
 &= 2x \times 10 + (-9) \times 10 \\
 &= 20x - 90
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad -2(6x+4) \\
 &= (-2) \times 6x + (-2) \times 4 \\
 &= -12x - 8
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (4) \quad (4x-1) \times (-8) \\
 &= 4x \times (-8) + (-1) \times (-8) \\
 &= -32x + 8
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (5) \quad 15\left(\frac{2}{5}x-10\right) \\
 &= 15 \times \frac{2}{5}x + 15 \times (-10) \\
 &= 6x - 150
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (6) \quad \left(-x+\frac{2}{3}\right) \times \frac{1}{2} \\
 &= (-x) \times \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \\
 &= -\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}
 \end{aligned}$$

問4

次の計算をなさい。

(1) $(4x+8) \div 2$

(2) $(6x-15) \div (-3)$

(3) $\left(-\frac{3}{2}x+4\right) \div 4$

(4) $(27x-9) \div \frac{3}{4}$

(5) $(-12x+8) \div \left(-\frac{8}{3}\right)$

(6) $\left(8x-\frac{2}{3}\right) \div (-2)$

ガイド

項が2つの式を数でわるときは、 $(a+b) \div m = \frac{a+b}{m} = \frac{a}{m} + \frac{b}{m}$ を使います。(3)~(6) a, b, m のいずれかが分数のときは、 m の逆数をかけて計算します。

解答

$$(1) (4x+8) \div 2 = \frac{4x}{2} + \frac{8}{2}$$

$$= 2x+4$$

$$(2) (6x-15) \div (-3) = -\frac{6x}{3} + \frac{15}{3}$$

$$= -2x+5$$

$$(3) \left(-\frac{3}{2}x+4\right) \div 4$$

$$= \left(-\frac{3}{2}x+4\right) \times \frac{1}{4}$$

$$= \left(-\frac{3}{2}x\right) \times \frac{1}{4} + 4 \times \frac{1}{4}$$

$$= -\frac{3}{8}x+1$$

$$(4) (27x-9) \div \frac{3}{4}$$

$$= (27x-9) \times \frac{4}{3}$$

$$= 27x \times \frac{4}{3} - 9 \times \frac{4}{3}$$

$$= 36x-12$$

$$(5) (-12x+8) \div \left(-\frac{8}{3}\right)$$

$$= (-12x+8) \times \left(-\frac{3}{8}\right)$$

$$= (-12x) \times \left(-\frac{3}{8}\right) + 8 \times \left(-\frac{3}{8}\right)$$

$$= \frac{9}{2}x-3$$

$$(6) \left(8x-\frac{2}{3}\right) \div (-2)$$

$$= \left(8x-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$= 8x \times \left(-\frac{1}{2}\right) - \frac{2}{3} \times \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$= -4x+\frac{1}{3}$$

問5

次の計算をなさい。

(1) $\frac{2x+3}{4} \times 8$

(2) $15 \times \frac{3x-10}{5}$

(3) $\frac{-3x-5}{8} \times (-6)$

解答

$$(1) \frac{2x+3}{4} \times 8$$

$$= (2x+3) \times 2$$

$$= 4x+6$$

$$(2) 15 \times \frac{3x-10}{5}$$

$$= 3 \times (3x-10)$$

$$= 9x-30$$

$$(3) \frac{-3x-5}{8} \times (-6)$$

$$= \frac{(-3x-5) \times (-3)}{4}$$

$$= \frac{9x+15}{4}$$

問6

次の計算をなさい。

教科書
p.77

(1) $8(x-2)+4(2x+6)$

(2) $6(a+5)+3(a-10)$

(3) $5(x-3)-(x+1)$

(4) $7(x-1)-9(x-2)$

(5) $3(-4a-1)-2(3-6a)$

(6) $\frac{1}{2}(2x-4)-3(x+1)$

ガイド

かっこをはずして、さらに項をまとめます。

負の数がかっこの前にあるときは、符号に注意しましょう。

解答

(1) $8(x-2)+4(2x+6)$

$=8x-16+8x+24$

$=8x+8x-16+24$

$=16x+8$

(3) $5(x-3)-(x+1)$

$=5x-15-x-1$

$=5x-x-15-1$

$=4x-16$

(5) $3(-4a-1)-2(3-6a)$

$=-12a-3-6+12a$

$=-12a+12a-3-6$

$=-9$

(2) $6(a+5)+3(a-10)$

$=6a+30+3a-30$

$=6a+3a+30-30$

$=9a$

(4) $7(x-1)-9(x-2)$

$=7x-7-9x+18$

$=7x-9x-7+18$

$=-2x+11$

(6) $\frac{1}{2}(2x-4)-3(x+1)$

$=x-2-3x-3$

$=x-3x-2-3$

$=-2x-5$

ミスに注意

かっこの前がーのときは、各項の符号を変えてかっこをはずしたか、もう1度チェックしておこう。

話しあおう

教科書
p.77

右の $(10x+5) \div 5$ の計算は、どこに誤りがありますか。また、正しくするには、どのように計算すればよいでしょうか。

✕ 誤答例

$$(10x+5) \div 5 = \frac{10x+5}{5} = 2x+5$$

ガイド

項が2つの式を数でわるには、 $\frac{a+b}{m} = \frac{a}{m} + \frac{b}{m}$ を使って計算します。

解答例

• $\frac{10x+5}{5}$ を約分するとき、 $10x$ の10と分母の5だけで約分していることが誤り。

+5と分母の5も約分しなければならない。

• 次のように計算する。

$$(10x+5) \div 5 = \frac{10x}{5} + \frac{5}{5} = 2x+1$$

$$(10x+5) \times \frac{1}{5}$$

としてもよい。

練習問題

2 文字式と数の乗法, 除法

教科書
p.77

1 次の計算をなさい。

(1) $8x \times 2$

(2) $12x \times (-4)$

(3) $-6a \times (-5)$

(4) $6x \div 6$

(5) $18y \div (-6)$

(6) $-21x \div (-7)$

(7) $-27 \times \frac{7}{9}x$

(8) $10x \div \frac{2}{5}$

(9) $-\frac{2}{3}x \div 4$

解答

(1) $16x$ (2) $-48x$ (3) $30a$ (4) x (5) $-3y$ (6) $3x$

(7) $-27 \times \frac{7}{9}x = (-27) \times \frac{7}{9} \times x = -21x$

(8) $10x \div \frac{2}{5} = 10x \times \frac{5}{2} = 10 \times \frac{5}{2} \times x = 25x$

(9) $-\frac{2}{3}x \div 4 = -\frac{2}{3}x \times \frac{1}{4} = \left(-\frac{2}{3}\right) \times \frac{1}{4} \times x = -\frac{1}{6}x$

2 次の計算をなさい。

(1) $10(0.2x - 1.5)$

(2) $(400x - 300) \div 100$

(3) $9\left(2 - \frac{x}{3}\right)$

(4) $\frac{-2x+3}{6} \times 12$

(5) $7x + 2(4 - 5x)$

(6) $6(y - 7) - 3(4y + 5)$

(7) $3(2a - 1) - 6(a - 1)$

(8) $-\frac{1}{3}(6y - 3) - \frac{1}{4}(4y + 8)$

ガイド

次の計算法則を使って計算します。

$$m(a+b) = ma + mb$$

$$(a+b) \div m = \frac{a+b}{m} = \frac{a}{m} + \frac{b}{m}$$

解答

(1) $10(0.2x - 1.5) = 10 \times 0.2x + 10 \times (-1.5) = 2x - 15$

(2) $(400x - 300) \div 100 = \frac{400x}{100} - \frac{300}{100} = 4x - 3$

(3) $9\left(2 - \frac{x}{3}\right) = 9 \times 2 + 9 \times \left(-\frac{x}{3}\right) = 18 - 3x$

(4) $\frac{-2x+3}{6} \times 12 = (-2x+3) \times 2 = -4x+6$

(5) $7x + 2(4 - 5x) = 7x + 8 - 10x = -3x + 8$

(6) $6(y - 7) - 3(4y + 5) = 6y - 42 - 12y - 15 = -6y - 57$

(7) $3(2a - 1) - 6(a - 1) = 6a - 3 - 6a + 6 = 3$

(8) $-\frac{1}{3}(6y - 3) - \frac{1}{4}(4y + 8) = -2y + 1 - y - 2 = -3y - 1$

3

関係を表す式

学習のねらい

数量の間の関係を表す式として、等しい関係を表す式(等式)や、大小関係を表す式(不等式)についての理解を深め、これを正しく利用できるようにします。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□等式

▶ $5x-3=2y$ のように、等号 $=$ を使って2つの数量が等しい関係を表した式を**等式**といいます。

□不等式

▶ $2x \leq 300+7y$ のように、不等号 $>$, $<$, または, $\geq$, $\leq$ を使って2つの数量の大小関係を表した式を**不等式**といいます。

□左辺・右辺・
両辺

▶ 等式や不等式で、等号や不等号の左側の式を**左辺**、右側の式を**右辺**、その両方をあわせて**両辺**といいます。

<等式>

$$5a = b + 8000$$

左辺

右辺

両辺

<不等式>

$$7x - 3 \geq 200$$

左辺

右辺

両辺

等しい関係を表す式について学びましょう。



3人で、ペンケースと花束のプレゼントを買うことにしました。1人 a 円ずつ出しあうと、1個 b 円のペンケースを5個と3000円の花束をちょうど買うことができました。

集めた金額の合計を式に表しましょう。

また、代金の合計を式に表しましょう。

教科書
p. 78

ガイド

1人 a 円ずつの3人分だから、集めた金額の合計は、 $a \times 3$ (円)

1個 b 円のペンケース5個分の代金は、 $b \times 5$ (円)

花束の代金は、3000円

(代金の合計)=(ペンケース5個分の代金)+(花束の代金)

解答

集めた金額の合計 $\cdots a \times 3 = 3a$ (円)

代金の合計 $\cdots b \times 5 + 3000 = 5b + 3000$ (円)

問1

等式 $5x-6=4y$ の左辺と右辺をいいなさい。

また、左辺と右辺を入れかえた式を書きなさい。

教科書
p. 78

ガイド

等号の左側の式を**左辺**、右側の式を**右辺**といいます。

解答

左辺 $\cdots 5x-6$ 右辺 $\cdots 4y$

左辺と右辺を入れかえた式 $\cdots 4y=5x-6$

教科書
p.79**問2** 次の数量の関係を等式に表しなさい。

- (1) 1個 x 円のテニスボール 3 個の代金は y 円である。
 (2) 1000 円出して a 円の切符^{きっぷ}を買うと、おつりは b 円である。

ガイド 数量が等しい関係は、等号を使って表すことができます。

- (1) (テニスボール 1 個あたりの値段) $\times$ (個数) = (代金)
 (2) (出した金額) - (切符の代金) = (おつり)

解答 (1) $3x = y$ (2) $1000 - a = b$ ($a + b = 1000$ でもよい)**参考** (2) (切符の代金) + (おつり) = (出した金額) と考えると、 $a + b = 1000$ となります。教科書
p.79**問3** a 人が 1 人 400 円ずつ出して、 b 円のサッカーボールを買おうとしたところ、300 円たりませんでした。このときの数量の関係を等式に表しなさい。**ガイド** (集めた金額) = (サッカーボールの代金) - (たりない金額) になります。
 a 人が 400 円ずつ出したので、集めた金額の合計は $400 \times a$ (円) です。**解答** $400a = b - 300$ ($400a + 300 = b$ などでもよい)

大小関係を表す式について学びましょう。

教科書
p.79**問4** 次の数量の関係を不等式に表しなさい。

- (1) ある数 x から 5 をひくと、3 より小さい。
 (2) a m のリボンから 3 m 切り取ると、残りは 2 m より長い。
 (3) x と y の積は 8 未満である。

ガイド 不等式の場合も、**不等号の左側の式を左辺、右側の式を右辺**といいます。左辺と右辺のどちらが大きい(小さい)のか、正確に読みとりましょう。

- (1) 「 $x - 5$ は 3 より小さい」ことになります。
 (3) 「8 未満」とは、「8 より小さい」という意味です。

解答 (1) $x - 5 < 3$ (2) $a - 3 > 2$ (3) $xy < 8$ 教科書
p.80**問5** 次の数量の関係を不等式に表しなさい。

- (1) 4 人で x 円ずつ出すと、合計が 1000 円以上になる。
 (2) a 円の品物と b 円の品物の両方を、1200 円あれば買うことができる。

ガイド (2) 「1200 円あれば買うことができる」とは、代金が「1200 円以下」ということです。**解答** (1) $4x \geq 1000$ (2) $a + b \leq 1200$

式が表す数量の関係を考えましょう。

問6

例4 で、次の式はどんなことを表していますか。

教科書
p.80

- (1) $2a + b = 5800$ (2) $a - b = 1100$
(3) $a + 2b > 3500$ (4) $3a \leq 7b$

ガイド

a …おとな1人の入館料、 b …中学生1人の入館料 をあてはめ、それぞれの式が何を表しているのかを考えましょう。

- (1) $2a + b = (\text{おとな2人の入館料}) + (\text{中学生1人の入館料})$ なので、
 $2a + b = 5800$ は、おとな2人と中学生1人の入館料の合計が5800円であることを表しています。
(4) 左辺の $3a$ は おとな3人の入館料、右辺の $7b$ は 中学生7人の入館料を表しています。

解答

- (1) おとな2人と中学生1人の入館料の合計が5800円であること。
(2) おとな1人と中学生1人の入館料の差額が1100円であること。
(3) おとな1人と中学生2人の入館料の合計が3500円より高いこと。
(4) おとな3人の入館料の合計が、中学生7人の入館料の合計以下であること。

問7

兄は1500円、弟は500円持って買い物に行き、兄は a 円の本、弟は b 円のノートを買いました。

教科書
p.81

このとき、次の不等式はどんなことを表していますか。

$$1500 - a > 2(500 - b)$$

ガイド

左辺は $1500 - (\text{兄が買った本の値段})$ で、兄が本を買った残りの金額を表しています。
右辺は $2 \times \{500 - (\text{弟が買ったノートの値段})\}$ で、弟がノートを買った残りの金額の2倍を表しています。

解答例

兄と弟が買い物をしたときの残金をくらべると、兄の残金は、弟の残金の2倍より多いこと。



練習問題

3 関係を表す式

教科書
p.81

1

a 人が1人400円ずつ出して、 b 円のサッカーボールを買ったところ、300円残りました。このときの数量の関係を等式に表しなさい。

ガイド

(集めた金額) $-$ (サッカーボールの代金) $=$ (残金) になります。
 a 人が400円ずつ出したので、集めた金額の合計は $400 \times a$ (円) です。

解答

$$400a - b = 300 \quad (400a = b + 300 \text{ などでもよい})$$

- 2** 1000 円で a 円の品物を買うことができるという関係を表している不等式を、次の(ア), (イ), (ウ)から選びなさい。

(ア) $1000 < a$

(イ) $1000 - a < 0$

(ウ) $1000 - a \geq 0$

ガイド それぞれの不等式が表す意味を考えてみましょう。

- 解答** (ア) $1000 < a$ 1000 円よりも a 円の方が大きいので、1000 円では買えない。
 (イ) $1000 - a < 0$ 1000 円から a 円をひくと 0 より小さくなる。
 つまり、 a 円の方が大きいということで、1000 円では買えない。
 (ウ) $1000 - a \geq 0$ 1000 円から a 円出すと残金が 0 (ちょうどぴったり) か 0 より大きい、つまり余るということで、1000 円で買える。

したがって、(ウ)



表計算ソフトと等式・不等式

教科書 p. 81

表計算ソフトは、表を使ってデータを集計したり分析したりできる便利なソフトウェアです。

四角いマス目は「セル」とよばれます。下の図では、D1 のセルに、

$$=IF(A1+B1+C1=10, "○", "×")$$

と入力しました。これは、

もし、A1 と B1 と C1 に入力された値の和が 10 と等しければ○、

10 と等しくなければ×を表示しなさい。

ということを意味します。下の図の場合、3 つのセルの値の和が 12 となり、10 と等しくないことから、D1 のセルに「×」が表示されました。

D1					=IF(A1+B1+C1=10, "○", "×")
	A	B	C	D	
1	2	3	7		×

D1 のセルを、

$$=IF(A1+B1+C1>10, "○", "×")$$

と書きかえたら、D1 のセルには何が表示されるでしょうか。

ガイド D1 の式は、「もし、A1 と B1 と C1 に入力された値の和が 10 より大きければ○、そうでなければ×を表示しなさい。」ということを意味します。

解答 $A1+B1+C1=2+3+7=12$

$12 > 10$ なので、D1 のセルには「○」が表示されます。

3 文字式の利用

数あてマジックのしくみを考えよう

先生が授業で数あてマジックをすることになりました。



どんな数でもかまいません。はじめに整数を1つ思いうかべてください。その数に5をたしてください。その答えを2倍してください。その答えから4をひいてください。その答えを2でわってください。その答えからはじめに思った数をひいてください。

先生は、全員が計算し終わったのを確かめてから、計算の結果は聞かずに右のようにしていました。

みなさんの計算の結果は、
ずばり3ですね！



話しあおう

教科書
p. 82

整数を1つ決めて、同じように計算してみましょう。

また、先生はなぜ全員の計算の結果がわかったのでしょうか。

解答例

整数を25に決めて、順に計算してみます。

その数に5をたす。 $\rightarrow 25 + 5 = 30$

その答えを2倍する。 $\rightarrow 30 \times 2 = 60$

その答えから4をひく。 $\rightarrow 60 - 4 = 56$

その答えを2でわる。 $\rightarrow 56 \div 2 = 28$

その答えからはじめの数をひく。 $\rightarrow 28 - 25 = 3$

整数を-7に決めて、順に計算してみます。

その数に5をたす。 $\rightarrow (-7) + 5 = -2$

その答えを2倍する。 $\rightarrow (-2) \times 2 = -4$

その答えから4をひく。 $\rightarrow (-4) - 4 = -8$

その答えを2でわる。 $\rightarrow (-8) \div 2 = -4$

その答えからはじめの数をひく。 $\rightarrow (-4) - (-7) = -4 + 7 = 3$

となり、計算結果はいつでも3になることを、先生は知っていたと考えられます。

1

文字式の利用

学習のねらい

文字式を利用して、身のまわりの問題を解決できるようにします。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□文字式の利用

▶例 数あてマジックで、はじめに決める整数を文字で表すことによって、計算結果がかならず同じ数になることを説明できる。

説明しよう

教科書
p.83

①～⑤の順で計算をすると、計算の結果はかならず3になることを説明しましょう。

ガイド

はじめに決めた整数を文字 n で表して、順に計算をします。

解答例

はじめに決めた整数を n として、順に計算をすると、

① $n+5$ ② $(n+5) \times 2 = n \times 2 + 5 \times 2 = 2n+10$

③ $(2n+10) - 4 = 2n+6$

④ $(2n+6) \div 2 = \frac{2n}{2} + \frac{6}{2} = n+3$ ⑤ $(n+3) - n = 3$

となり、計算結果はかならず3になる。

- ① 決めた整数に5をたす。
- ② ①の答えを2倍する。
- ③ ②の答えから4をひく。
- ④ ③の答えを2でわる。
- ⑤ ④の答えからはじめに決めた整数をひく。

説明しよう

教科書
p.83

新しい数あてマジックをつくり、そのしくみを説明してみましょう。

解答例

はじめに整数を1つ思いうかべてください。

その数を4倍してください。

その答えに8をたしてください。

その答えを4でわってください。

その答えからはじめに思った数をひいてください。

計算の結果は2です。

<このマジックのしくみ>

はじめに思いうかべる数を n として、順に計算すると、

$$n \times 4 = 4n \rightarrow 4n + 8 \rightarrow (4n + 8) \div 4 = \frac{4n}{4} + \frac{8}{4} = n + 2 \rightarrow (n + 2) - n = 2$$

となり、計算結果はいつでも2になる。

2章 章末問題 学びをたしかめよう

教科書 p.84~85

1 次の式を、文字式の表し方にしがつて書きなさい。

- (1) $25 \times a$ (2) $-x \times y \times x$ (3) $x \div 3$
 (4) $(m+n) \div 2$ (5) $10 \times a + 15$ (6) $x \times 3 - y \div 2$

ガイド

- (1) $\times$ を省き、数は文字の前に書きます。
 (2) 文字はアルファベットの順にして、同じ文字の積は指数を使って書きます。
 (3) わり算は分数の形で書きます。
 (4) ()を1つのまとまりとみます。
 (5), (6) 記号 $+$, $-$ は省くことはできません。

解答

- (1) $25 \times a = 25a$ (2) $-x \times y \times x = -x^2y$ (1), (2) p.62 問1
 (3) $x \div 3 = \frac{x}{3}$ (4) $(m+n) \div 2 = \frac{m+n}{2}$ (3), (4) p.63 問3
 (5) $10 \times a + 15 = 10a + 15$ (6) $x \times 3 - y \div 2 = 3x - \frac{y}{2}$ (5), (6) p.63 問5

参考

- (4) $\frac{1}{2}(m+n)$ でもよいです。なお、 $\frac{(m+n)}{2}$ とは書きません。

2 次の式を、記号 $\times$, $\div$ を使って表しなさい。

- (1) $2mn$ (2) x^3y
 (3) $8a+3b$ (4) $4(x+y) - \frac{z}{5}$

解答

- (1) $2mn = 2 \times m \times n$ (2) $x^3y = x \times x \times x \times y$ (1), (2) p.62 問2
 (3) $8a+3b = 8 \times a + 3 \times b$ (4) $4(x+y) - \frac{z}{5} = 4 \times (x+y) - z \div 5$ (3), (4) p.63 問6

3 次の数量を表す式を書きなさい。

- (1) 1本 x 円のジュース 5本の代金
 (2) 分速 60 m で a 分間歩いたときの道のり
 (3) b kg の品物の 31% の重さ

- ガイド** (1) 代金は、(ジュース1本の値段)×(本数)
 (2) 道のりは、(速さ)×(時間)
 (3) 割合 31% を分数で表すと、 $\frac{31}{100}$

単位を忘れないでね。



- 解答** (1) $x \times 5 = 5x$ (円) p.64 問7 (2) $60 \times a = 60a$ (m) p.64 問8
 (3) $b \times \frac{31}{100} = \frac{31}{100}b$ (kg) (0.31b (kg) でもよい) p.65 問9

4

$x=5$, $y=-3$ のとき、次の式の値を求めなさい。

- (1) $5x+2$ (2) $4-7x$
 (3) $\frac{15}{x}$ (4) x^2
 (5) $3x+5y$ (6) $2x-\frac{1}{3}y$

- ガイド** (3) $\frac{15}{x} = 15 \div x$ と考えます。

(5), (6) 負の数を代入するときは、() をつけます。

- 解答** (1) $5x+2=5 \times 5+2$ (2) $4-7x=4-7 \times 5$
 $=25+2$ $=4-35$
 $=27$ $=-31$ (1), (2) p.67 問2
 (3) $\frac{15}{x} = 15 \div x$ (4) $x^2 = 5 \times 5$
 $=15 \div 5$ $=25$ p.67 問5
 $=3$ p.67 問4
 (5) $3x+5y=3 \times 5+5 \times (-3)$ (6) $2x-\frac{1}{3}y=2 \times 5-\frac{1}{3} \times (-3)$
 $=15-15$ $=10+1$
 $=0$ $=11$ (5), (6) p.68 問7

5

次の式の項をいいなさい。

また、文字をふくむ項について、係数をいいなさい。

- (1) $3-4a$ (2) $-x+5y+2$

- ガイド** (1) 式 $3-4a$ は、3 と $-4a$ の和とみることができます。

- 解答** (1) $3-4a=3+(-4a)$ だから、 p.70 問1
 項… 3, $-4a$ a の係数… -4
 (2) $-x+5y+2=(-x)+5y+2$ だから、
 項… $-x$, $5y$, 2 x の係数… -1 , y の係数… 5

6

次の計算をなさい。

(1) $9x - x$

(2) $-8x + 3x$

(3) $7a + 4 + 3a - 5$

(4) $9y - 8 - 4y + 7$

(5) $5x + (7 + 3x)$

(6) $-2a - (8a + 3)$

ガイド

(3), (4) 文字の項の和, 数の項の和に分けて計算します。

(5), (6) かっこをはずしてから計算します。かっこの前が-のときは, 符号に注意しましょう。

解答

$$\begin{aligned}(1) \quad 9x - x &= (9-1)x \\ &= 8x\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \quad -8x + 3x &= (-8+3)x \\ &= -5x\end{aligned}$$

(1), (2) p.71 問2

$$\begin{aligned}(3) \quad 7a + 4 + 3a - 5 &= 7a + 3a + 4 - 5 \\ &= 10a - 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(4) \quad 9y - 8 - 4y + 7 &= 9y - 4y - 8 + 7 \\ &= 5y - 1\end{aligned}$$

(3), (4) p.72 問3

$$\begin{aligned}(5) \quad 5x + (7 + 3x) &= 5x + 7 + 3x \\ &= 5x + 3x + 7 \\ &= 8x + 7\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(6) \quad -2a - (8a + 3) &= -2a - 8a - 3 \\ &= -10a - 3\end{aligned}$$

(5), (6) p.73 問4

7

次の2つの式をたしなさい。

また, 左の式から右の式をひきなさい。

(1) $8x + 2, 6x - 2$

(2) $-3y + 10, 9y - 7$

ガイド

それぞれの式にかっこをつけて記号+, -でつなぎ, かっこをはずして計算します。

解答

$$\begin{aligned}(1) \quad \text{和} \quad (8x + 2) + (6x - 2) \\ &= 8x + 2 + 6x - 2 \\ &= 14x\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{差} \quad (8x + 2) - (6x - 2) \quad \text{p.74 問5} \\ &= 8x + 2 - 6x + 2 \\ &= 2x + 4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \quad \text{和} \quad (-3y + 10) + (9y - 7) \\ &= -3y + 10 + 9y - 7 \\ &= 6y + 3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{差} \quad (-3y + 10) - (9y - 7) \\ &= -3y + 10 - 9y + 7 \\ &= -12y + 17\end{aligned}$$

8

次の計算をなさい。

(1) $2x \times (-2)$

(2) $-12y \times 4$

(3) $4x \div (-4)$

(4) $-9x \div \frac{3}{2}$

(5) $3(x + 5)$

(6) $-2(4x - 3)$

(7) $(9x + 12) \div 3$

(8) $(-12x + 8) \div (-2)$

(9) $\frac{y-2}{3} \times 9$

(10) $4(3a + 1) - 2(5a + 4)$

ガイド (5), (6) $m(a+b)=ma+mb$ を使って計算します。

(7), (8) $(a+b) \div m = \frac{a+b}{m} = \frac{a}{m} + \frac{b}{m}$ を使って計算します。

(9) 先に約分します。

(10) かっこをはずして、項をまとめます。

解答

$$(1) 2x \times (-2) = 2 \times x \times (-2)$$

$$= 2 \times (-2) \times x$$

$$= -4x$$

$$(2) -12y \times 4 = -12 \times y \times 4$$

$$= -12 \times 4 \times y$$

$$= -48y \quad (1), (2) \text{ p.75 } \text{問1}$$

$$(3) 4x \div (-4) = -\frac{4x}{4}$$

$$= -x$$

$$(4) -9x \div \frac{3}{2} = -9x \times \frac{2}{3}$$

$$= (-9) \times \frac{2}{3} \times x$$

$$= -6x \quad (3), (4) \text{ p.75 } \text{問2}$$

$$(5) 3(x+5) = 3 \times x + 3 \times 5$$

$$= 3x + 15$$

$$(6) -2(4x-3) = (-2) \times 4x + (-2) \times (-3)$$

$$= -8x + 6$$

$$(5), (6) \text{ p.76 } \text{問3}$$

$$(7) (9x+12) \div 3 = \frac{9x}{3} + \frac{12}{3} = 3x+4$$

$$(8) (-12x+8) \div (-2) = \frac{12x}{2} - \frac{8}{2} = 6x-4$$

$$(7), (8) \text{ p.76 } \text{問4}$$

$$(9) \frac{y-2}{3} \times 9 = (y-2) \times 3 = 3y-6$$

$$\text{p.76 } \text{問5}$$

$$(10) 4(3a+1) - 2(5a+4) = 12a+4 - 10a-8 = 2a-4$$

$$\text{p.77 } \text{問6}$$

9

次の数量の関係を、等式か不等式に表しなさい。

(1) a 本の鉛筆を、1人に5本ずつ b 人に配ると3本余る。

(2) 4人で x 円ずつ出しても、900円の品物は買えない。

ガイド

数量の関係を、等号 $=$ 、不等号 $>$ 、 $<$ 、 $\geq$ 、 $\leq$ を使って表します。

(1) (すべての鉛筆の本数)=(配る本数)+(余りの本数)になります。

解答

(1) $a=5 \times b+3$ より、 $a=5b+3$ ($a-5b=3$ でもよい)

p.79 問3

(2) $x \times 4 < 900$ より、 $4x < 900$

p.79 問4 p.80 問5

10

1年生が x 人、2年生が y 人います。

このとき、次の不等式はどんなことを表していますか。

$$x > y + 10$$

ガイド

「以上」「以下」「～より大きい」「～より小さい」の違いに気をつけましょう。

解答

1年生の人数は、2年生の人数に10人をたした人数よりも多い。

p.80 問6



1

次の数量を表す式を書きなさい。

- (1) 時速 x km で 2 時間歩いたときの道のり
- (2) 100 枚入りで a 円の折り紙を買ったときの 1 枚あたりの値段
- (3) y kg の米があり、そこから x g 使ったときの残りの重さ

ガイド

- (1) (道のり) = (速さ) $\times$ (時間)
- (2) (1 枚あたりの値段) = (代金) $\div$ (枚数)
- (3) y kg と x g とでは、単位が異なっているので、kg か g のどちらかにそろえます。

$$y \text{ kg} = 1000y \text{ g}, \quad x \text{ g} = \frac{x}{1000} \text{ kg}$$

解答

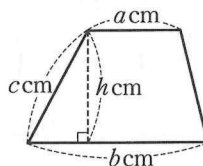
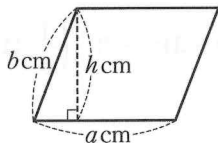
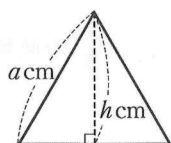
- (1) $2x$ (km)
- (2) $\frac{a}{100}$ (円)
- (3) $1000y - x$ (g) $\left(y - \frac{x}{1000} \text{ (kg) でもよい}\right)$



2

次の(1)~(3)の図形について、面積を表す式を、それぞれ書きなさい。

- (1) 正三角形
- (2) 平行四辺形
- (3) 台形



ガイド

- (1) (正三角形の面積) = (底辺) $\times$ (高さ) $\div 2$
- (2) (平行四辺形の面積) = (底辺) $\times$ (高さ)
- (3) (台形の面積) = {(上底) + (下底)} $\times$ (高さ) $\div 2$

解答

- (1) $a \times h \div 2 = \frac{ah}{2} \text{ (cm}^2\text{)}$
- (2) $a \times h = ah \text{ (cm}^2\text{)}$
- (3) $(a + b) \times h \div 2 = \frac{(a + b)h}{2} \text{ (cm}^2\text{)}$

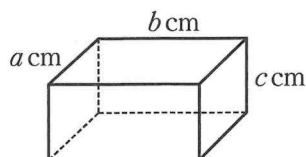
3

縦 a cm, 横 b cm, 高さ c cm の直方体があります。

このとき、次の式は何を表していますか。

また、その単位をいいなさい。

- (1) abc
- (2) $4(a + b + c)$



ガイド与えられた式を、 $\times$ や $\div$ を使って表すとわかりやすくなります。また、単位は、(1)は体積を表しているので cm^3 、(2)は辺の長さの和なので cm であることがわかります。**解答**(1) $abc = a \times b \times c \cdots$ (縦の長さ) $\times$ (横の長さ) $\times$ (高さ) なので、 abc は、直方体の体積を表し、単位は cm^3 (2) $4(a+b+c) \cdots 4 \times \{(\text{縦の長さ}) + (\text{横の長さ}) + (\text{高さ})\}$ なので、 $4(a+b+c)$ は、直方体のすべての辺の長さの和を表し、単位は cm **4**次の文字式の中で、 $a = -\frac{1}{3}$ のとき、その式の値が、もっとも大きくなるものはどれですか。

また、もっとも小さくなるものはどれですか。

$$2a, a^2, \frac{1}{a}, -a, -\frac{1}{a^2}$$

ガイド() をつけて $-\frac{1}{3}$ を代入します。分数はわり算になおしてから代入しましょう。**解答**

$$2a = 2 \times \left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{2}{3}$$

$$a^2 = \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \left(-\frac{1}{3}\right) \times \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{9}$$

$$\frac{1}{a} = 1 \div a = 1 \div \left(-\frac{1}{3}\right) = 1 \times (-3) = -3 \quad \left(\frac{1}{a} \text{ は } a \text{ の逆数だから、} -\frac{1}{3} \text{ の逆数で } -3\right)$$

$$-a = -\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3}$$

$$-\frac{1}{a^2} = -1 \div a^2 = -1 \div \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = -1 \div \frac{1}{9} = -1 \times 9 = -9$$

よって、式の値がもっとも大きくなるものは、 $-a \left(=\frac{1}{3}\right)$ もっとも小さくなるものは、 $-\frac{1}{a^2} (= -9)$ **5**

次の計算をなさい。

(1) $-3x + 9 - (2x - 1)$

(2) $5y - 2 - (4 - 6y)$

(3) $100(0.3x - 1.05)$

(4) $(450x - 180) \div (-90)$

(5) $12 \times \frac{3x-2}{4}$

(6) $-6\left(\frac{3}{2}x - \frac{1}{3}\right)$

(7) $5(7y - 2) - 4(6y + 3)$

(8) $6(y - 4) + 2(9y + 6)$

ガイド 文字の項と数の項に分けて計算します。かっこのある式は、**かっこをはずしてから**計算します。

(3)~(8) $m(a+b)=ma+mb$, $(a+b)\div m=\frac{a+b}{m}=\frac{a}{m}+\frac{b}{m}$ を使います。

解答

(1) $-3x+9-(2x-1)=-3x+9-2x+1=-5x+10$

(2) $5y-2-(4-6y)=5y-2-4+6y=11y-6$

(3) $100(0.3x-1.05)=30x-105$

(4) $(450x-180)\div(-90)=-\frac{450}{90}x+\frac{180}{90}=-5x+2$

(5) $12\times\frac{3x-2}{4}=3\times(3x-2)=9x-6$

(6) $-6\left(\frac{3}{2}x-\frac{1}{3}\right)=-9x+2$

(7) $5(7y-2)-4(6y+3)=35y-10-24y-12=11y-22$

(8) $6(y-4)+2(9y+6)=6y-24+18y+12=24y-12$

6

$A=4x+3$, $B=-2x+1$ とするとき、次の式を計算しなさい。

(1) $A+B$

(2) $2A-3B$

ガイド

A と B の式を、かっこをつけて記号 $+$, $-$ でつなぎ、かっこをはずして計算します。

解答

(1) $A+B=(4x+3)+(-2x+1)=4x+3-2x+1=2x+4$

(2) $2A-3B=2(4x+3)-3(-2x+1)=8x+6+6x-3=14x+3$



7

次の数量の関係を、等式か不等式に表しなさい。

(1) x 個のいちごを、1人に6個ずつ y 人に配ると2個たりない。

(2) ある数 x に7をたした数は、もとの数 x の2倍より小さい。

(3) 画用紙を、1人に5枚ずつ x 人に配ると、100枚ではたりない。

ガイド

(1) (はじめのいちごの数)=(1人分の数) $\times$ (人数)-(たりない数)

(3) 100枚ではたりないので、(1人分の枚数) $\times$ (人数)は100より大きいことになります。

解答

(1) $x=6y-2$ ($x+2=6y$ など) (2) $x+7<2x$ (3) $5x>100$



8

正の整数のわり算では、

$$(\text{わられる数})=(\text{わる数})\times(\text{商})+(\text{余り})$$

の関係があります。

正の整数 a を3でわったときの商を b , 余りを c とするとき、 a , b , c の関係を等式に表しなさい。

ガイド (わられる数)=(わる数) $\times$ (商)+(余り)の式にあてはめると、 $a=3\times b+c$ です。

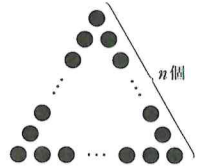
解答 $a=3b+c$

9

1辺に n 個の碁石を並べて、正三角形をつくります。

必要な碁石の数を n を使って表しなさい。

ただし、 n は2以上の自然数とします。



ガイド いくつかの部分に分けて考えます。

解答 右の図のように、1辺に n 個の碁石があると考えて、

2回数えた頂点の碁石の数をひきます。

(1辺の碁石の数) $\times$ (辺の数) $-(2$ 回数えた碁石の数)

だから、必要な碁石の数は、

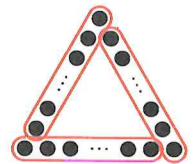
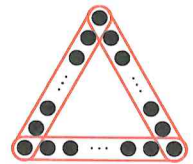
$$n\times 3-3=3n-3 \text{ (個)}$$

参考 右の図のように3つに分けると、それぞれに $n-1$ (個)の

碁石があるので、必要な碁石の数は、

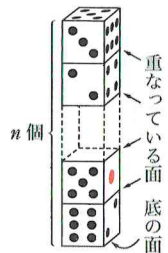
$$(n-1)\times 3=3n-3 \text{ (個)} \text{ になります。}$$

分け方はいろいろありますが、必要な碁石の数は同じです。



10

立方体のさいころは、1と6、2と5、3と4の目が、それぞれ向かいあう面にあります。右の図のように、いちばん上にあるさいころの上の面の目の数が5で、 n 個のさいころが重なっています。さいころが重なっている面の目と、いちばん下のさいころの底の面の目の数をすべてたすと、いくつになりますか。



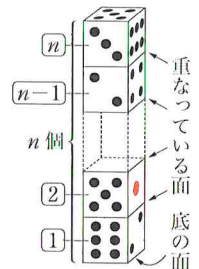
ガイド サイころの向かいあう面の目の数の和は、7になっていることから考えます。

解答 1つのさいころの向かいあう面の目の数の和は7になっている。

n 個あるさいころのそれぞれの上の面と下の面の目の数の和は7だから、いちばん上のさいころの上の面の目と、さいころが重なっている面の目と、いちばん下のさいころの底の面の目の数をすべてたすと、 $7\times n$ になる。求める和は、 $7\times n$ からいちばん上の面の目の数5をひいた数だから、

$$7\times n-5=7n-5$$

$$\underline{7n-5}$$



3章 方程式

1. 方程式

1 日乗り放題のチケットを買った方がいい？

- ・電車の料金は往復 480 円である。
- ・バスは、距離にかかわらず、1 回乗るごとに 180 円かかる。
- ・電車とバスが 1 日乗り放題になるチケットが 1200 円で販売されている。

電車とバスの料金について調べると、左のことがわかりました。

けいたさんとかりんさんは、バスに何回乗ったときに、1 日乗り放題チケットと同じ金額になるのかを考えることにしました。

教科書
p. 89

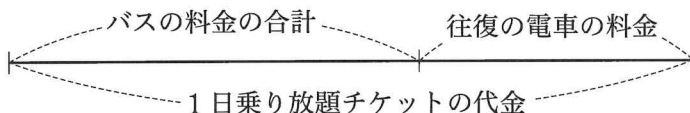
3章
方程式

説明しよう

1 回ずつバスの料金を払う場合と、電車とバスの 1 日乗り放題チケットを買う場合の金額が同じになるのは、バスに何回乗るときでしょうか。

解答例

けいたさんがかいた図を利用して考えると、



往復の電車の料金は 480 円、1 日乗り放題チケットの代金は 1200 円だから、バスの料金の合計が $1200 - 480 = 720$ (円) になるとき、2 つの金額が同じになる。

バスに 1 回乗るときの料金は 180 円だから、 $720 \div 180 = 4$ (回)

かりんさんは、文字式を利用して考えることにしました。

バスに乗る回数を x 回とすると、金額の関係は、

$$\left(\begin{array}{l} x \text{ 回分の} \\ \text{バスの料金} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{l} \text{往復の} \\ \text{電車の料金} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{l} \text{1 日乗り放題} \\ \text{チケットの代金} \end{array} \right)$$

となるので、

等式

が成り立ちます。

解答例

x 回分のバスの料金は $180x$ (円)、往復の電車の料金は 480 円、乗り放題チケットの代金は 1200 円だから、等式 $180x + 480 = 1200$ が成り立つ。

1

方程式とその解

学習のねらい

はうていしき
方程式や、方程式の解^{かい}の意味について理解します。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□方程式

▶等式 $2x+3=9$ の文字 x は、その等式にあてはまるようにこれから求めようとしているものです。まだわかっていない数を表す文字をふくむ等式を**方程式**といいます。

□方程式の解

▶方程式を成り立たせる文字の値を、その方程式の**解**といいます。

□方程式を解く

▶方程式の解を求めることを、**方程式を解く**といいます。

□等式の性質

▶① 等式の両辺に同じ数をたしても、等式が成り立つ。

$$A=B \text{ ならば, } A+C=B+C$$

② 等式の両辺から同じ数をひいても、等式が成り立つ。

$$A=B \text{ ならば, } A-C=B-C$$

③ 等式の両辺に同じ数をかけても、等式が成り立つ。

$$A=B \text{ ならば, } A \times C = B \times C$$

④ 等式の両辺を同じ数でわっても、等式が成り立つ。

$$A=B \text{ ならば, } A \div C = B \div C$$

(C は 0 ではない)

等式を成り立たせる文字の値について学びましょう。

問1

上の等式① ($180x+480=1200$) の左辺 $180x+480$ で、 x に 4 を代入して、その式の値を求めなさい。

教科書
p.90

解答

$$180 \times 4 + 480 = 720 + 480 = 1200$$

問2

次の(ア)~(ウ)のうち、3 が解である方程式をすべて選びなさい。

教科書
p.90

(ア) $x-8=5$

(イ) $4x-7=5$

(ウ) $x+2=3x-4$

ガイド

それぞれの方程式の x に 3 を代入して、左辺と右辺が等しくなれば、 $x=3$ はその方程式の解になります。

解答

(ア) 左辺 $= x-8 = 3-8 = -5$, 右辺 $= 5$

左辺と右辺が等しくないので、3 はこの方程式の解ではない。

(イ) 左辺 $= 4x-7 = 4 \times 3 - 7 = 5$, 右辺 $= 5$

左辺と右辺が等しいので、3 はこの方程式の解である。

(ウ) 左辺 $= x+2 = 3+2 = 5$, 右辺 $= 3x-4 = 3 \times 3 - 4 = 5$

左辺と右辺が等しいので、3 はこの方程式の解である。

(イ), (ウ)

等式の性質について学びましょう。



ふうとう

封筒と1個1gのおもりを、右の図のようにてんびんにのせると、ちょうどつりあいました。封筒の重さを求めましょう。(図は省略)

教科書
p.91

ガイド

(封筒の重さ)+(2g分のおもり)=(10g分のおもり)になっています。

解答

封筒の重さは、 $10-2=8$ (g)

8 g

問3

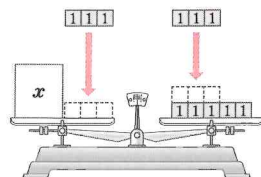
等式の両辺に、同じ数をたしても両辺は等しいといえますか。

教科書
p.91

ガイド

左の皿に x g、右の皿に 5 g のおもりをのせてつりあっているてんびんの両方に 3 g のおもりをのせても、つりあっている状態は変わりません。

$$x=5 \xrightarrow{+3} x+3=5+3 \quad x+3=8$$



解答

等しいといえる。

等式の性質を使って、方程式を解きましょう。

問4

次の方程式を、等式の性質を使って解きなさい。

教科書
p.92

(1) $x-9=3$

(2) $x-8=-10$

(3) $x-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

ガイド

左辺を x だけにするために、等式の性質①を使います。

解答

(1) 両辺に 9 をたす。

$$x-9+9=3+9$$

$$x=12$$

(2) 両辺に 8 をたす。

$$x-8+8=-10+8$$

$$x=-2$$

(3) 両辺に $\frac{1}{2}$ をたす。

$$x-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$$

$$x=1$$

問5

次の方程式を、等式の性質を使って解きなさい。

教科書
p.93

(1) $x+7=15$

(2) $x+6=2$

(3) $x+1.2=0$

ガイド

左辺を x だけにするために、等式の性質②を使います。

解答

(1) 両辺から 7 をひく。

$$x+7-7=15-7$$

$$x=8$$

(2) 両辺から 6 をひく。

$$x+6-6=2-6$$

$$x=-4$$

(3) 両辺から 1.2 をひく。

$$x+1.2-1.2=0-1.2$$

$$x=-1.2$$

問6 次の方程式を、等式の性質を使って解きなさい。

(1) $\frac{x}{7}=3$

(2) $\frac{x}{4}=-5$

(3) $-\frac{1}{6}x=2$

ガイド 左辺を x だけにするために、等式の性質③を使います。**解答** (1) 両辺に 7 をかける。

$$\frac{x}{7} \times 7 = 3 \times 7$$

$$x=21$$

(2) 両辺に 4 をかける。

$$\frac{x}{4} \times 4 = (-5) \times 4$$

$$x=-20$$

(3) 両辺に -6 をかける。

$$-\frac{1}{6}x \times (-6) = 2 \times (-6)$$

$$x=-12$$

問7 次の方程式を、等式の性質を使って解きなさい。

(1) $5x=45$

(2) $-8x=48$

(3) $12x=4$

ガイド 左辺を x だけにするために、等式の性質④を使います。**解答** (1) 両辺を 5 でわる。

$$5x \div 5 = 45 \div 5$$

$$x=9$$

(2) 両辺を -8 でわる。

$$-8x \div (-8) = 48 \div (-8)$$

$$x=-6$$

(3) 両辺を 12 でわる。

$$12x \div 12 = 4 \div 12$$

$$x=\frac{1}{3}$$

説明しよう $\frac{2}{3}x=8$ をいろいろな方法で解きましょう。

また、それぞれの方法を説明しましょう。

ガイド 左辺を x だけにするために、どの等式の性質が使えるかを考えます。**解答例** • 両辺に $\frac{3}{2}$ をかけて、 $\frac{2}{3}x \times \frac{3}{2} = 8 \times \frac{3}{2}$ $x=12$

方法…等式の性質③を使って、両辺に同じ数をかける。

• 両辺を $\frac{2}{3}$ でわって、 $\frac{2}{3}x \div \frac{2}{3} = 8 \div \frac{2}{3}$ $\frac{2}{3}x \times \frac{3}{2} = 8 \times \frac{3}{2}$ $x=12$

方法…等式の性質④を使って、両辺を同じ数でわる。



練習問題

① 方程式とその解

教科書
p. 93

1

次の方程式を、等式の性質を使って解きなさい。

(1) $x-3=23$

(2) $x+15=11$

(3) $7+x=30$

(4) $-5+x=3$

(5) $4x=-12$

(6) $-7x=-35$

(7) $\frac{x}{3}=5$

(8) $\frac{1}{8}x=-\frac{3}{4}$

(9) $\frac{3}{5}x=-6$

(10) $x+1.6=-1.9$

(11) $0.2x=-12$

(12) $\frac{1}{4}+x=-\frac{1}{2}$

ガイド

等式の性質①, ②, ③, ④を使って解きます。

解答

(1) 両辺に 3 をたして,

$$x-3+3=23+3$$

$$x=26$$

(3) 両辺から 7 をひいて,

$$7+x-7=30-7$$

$$x=23$$

(5) 両辺を 4 でわって,

$$4x \div 4 = (-12) \div 4$$

$$x=-3$$

(7) 両辺に 3 をかけて,

$$\frac{x}{3} \times 3 = 5 \times 3$$

$$x=15$$

(9) 両辺に $\frac{5}{3}$ をかけて,

$$\frac{3}{5}x \times \frac{5}{3} = (-6) \times \frac{5}{3}$$

$$x=-10$$

(11) 両辺を 0.2 でわって,

$$0.2x \div 0.2 = (-12) \div 0.2$$

$$x=-60$$

(2) 両辺から 15 をひいて,

$$x+15-15=11-15$$

$$x=-4$$

(4) 両辺に 5 をたして,

$$-5+x+5=3+5$$

$$x=8$$

(6) 両辺を -7 でわって,

$$-7x \div (-7) = (-35) \div (-7)$$

$$x=5$$

(8) 両辺に 8 をかけて,

$$\frac{1}{8}x \times 8 = \left(-\frac{3}{4}\right) \times 8$$

$$x=-6$$

(10) 両辺から 1.6 をひいて,

$$x+1.6-1.6=-1.9-1.6$$

$$x=-3.5$$

(12) 両辺から $\frac{1}{4}$ をひいて,

$$\frac{1}{4}+x-\frac{1}{4}=-\frac{1}{2}-\frac{1}{4}$$

$$x=-\frac{3}{4}$$

参考

(11) 両辺に 5 をかけて,

$$0.2x \times 5 = (-12) \times 5$$

$$x=-60$$

としてもよいです。

2

方程式の解き方

学習のねらい

いろいろな方程式の解き方について学習します。ここでは、^{いこう}移項についての理解をもとに、移項のしかたを学習します。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□移項

▶等式では、一方の辺の項を、^{こう}符号を変えて、^{ふこう}他方の辺に移すことができます。このことを**移項**するといいます。

□一次方程式

▶移項して整理すると、 $ax=b$ の形になる方程式を、^{いちじはうていしき}**一次方程式**といいます。

□一次方程式
を解く手順

- ▶① 必要であれば、かっこをはずしたり、
係数を整数にしたりする。
- ② 文字の項を一方の辺に、数の項を
他方の辺に移項して集める。
- ③ $ax=b$ の形にする。
- ④ 両辺を x の係数 a でわる。

$$\begin{array}{rcl} 3(x-2) & = & x+2 \\ 3x-6 & = & x+2 \\ 3x-x & = & 2+6 \\ 2x & = & 8 \\ x & = & 4 \end{array}$$

方程式を移項して解くことについて学びましょう。



右の方程式の解き方で、2つの式①と②をくらべると、どんなことがわかるでしょうか。

教科書
p. 94

ガイド

式②は、左辺は x をふくむ項だけになり、15 が左辺から符号が変わって右辺に移って、右辺は数の項だけになっています。

解答例

式①の左辺の -15 が、式②では符号が変わって右辺に移り、 $+15$ になっている。

$$\begin{array}{rcl} 4x-15 & = & 9 \quad \cdots\cdots\text{①} \\ \text{両辺に } 15 \text{ をたして,} & & \\ 4x-15+15 & = & 9+15 \\ 4x & = & 9+15 \quad \cdots\cdots\text{②} \\ 4x & = & 24 \\ \text{両辺を } 4 \text{ でわって,} & & \\ x & = & 6 \end{array}$$

問1

次の方程式を解きなさい。

教科書
p. 94

(1) $5x+8=23$

(2) $6x-5=-17$

(3) $-2x+3=5$

(4) $-4x+19=11$

ガイド

数の項を右辺に移項します。このとき、**移項した数の項の符号が変わる**ことに注意しましょう。

解答

(1) $5x+8=23$

(2) $6x-5=-17$

左辺の 8 を右辺に移項して、

左辺の -5 を右辺に移項して、

$$5x=23-8$$

$$6x=-17+5$$

$$5x=15$$

$$6x=-12$$

$$x=3$$

$$x=-2$$

(3) $-2x+3=5$

左辺の3を右辺に移項して、

$$-2x=5-3$$

$$-2x=2$$

$$x=-1$$

(4) $-4x+19=11$

左辺の19を右辺に移項して、

$$-4x=11-19$$

$$-4x=-8$$

$$x=2$$

問2

次の方程式を解きなさい。

教科書
p.95

(1) $10x=6x-8$

(2) $3x=5x-15$

(3) $4x=50-6x$

(4) $-8x=3-5x$

ガイド

文字の項を左辺に移項します。このとき、移項した文字の項の係数の符号が変わることに注意しましょう。

解答

(1) $10x=6x-8$

右辺の $6x$ を左辺に移項して、

$$10x-6x=-8$$

$$4x=-8$$

$$x=-2$$

(2) $3x=5x-15$

右辺の $5x$ を左辺に移項して、

$$3x-5x=-15$$

$$-2x=-15$$

$$x=\frac{15}{2}$$

(3) $4x=50-6x$

右辺の $-6x$ を左辺に移項して、

$$4x+6x=50$$

$$10x=50$$

$$x=5$$

(4) $-8x=3-5x$

右辺の $-5x$ を左辺に移項して、

$$-8x+5x=3$$

$$-3x=3$$

$$x=-1$$

問3

次の方程式を解きなさい。

教科書
p.95

(1) $9x+2=4x+17$

(2) $5x-8=-17-4x$

(3) $1-x=5x-2$

(4) $12x-3=7x-3$

ガイド

移項して、文字の項を一方の辺に、数の項を他方の辺に集めます。

解答

(1) $9x+2=4x+17$

$$9x-4x=17-2$$

$$5x=15$$

$$x=3$$

(2) $5x-8=-17-4x$

$$5x+4x=-17+8$$

$$9x=-9$$

$$x=-1$$

(3) $1-x=5x-2$

$$-x-5x=-2-1$$

$$-6x=-3$$

$$x=\frac{1}{2}$$

(4) $12x-3=7x-3$

$$12x-7x=-3+3$$

$$5x=0$$

$$x=0$$

説明しよう

かりんさんは、方程式 $8=3x+5$ を右のように解きました。

(1) ①のようにできるのはなぜですか。

(2) ②のようにできるのはなぜですか。

❓ ①で、左辺と右辺を入れかえたのはなぜかな。

$$\begin{array}{rcl} 8 & = & 3x+5 \\ 3x+5 & = & 8 \quad \text{①} \\ 3x & = & 8-5 \quad \text{②} \\ 3x & = & 3 \\ x & = & 1 \end{array}$$

ガイド

等式の性質として、

- ① $A=B$ ならば、 $A+C=B+C$
- ② $A=B$ ならば、 $A-C=B-C$
- ③ $A=B$ ならば、 $A \times C=B \times C$
- ④ $A=B$ ならば、 $A \div C=B \div C$ (C は 0 ではない)

が、いえます。

解答例

(1) 方程式は等式なので、左辺と右辺を入れかえても成り立つ。

($A=B$ ならば、 $B=A$)

(2) 等式の性質②より、等式の両辺から同じ数をひいても、等式が成り立つ。

つまり、 $+5$ の符号を変えて右辺に移しても等式が成り立つ。

❓ 左辺と右辺を入れかえることによって、 $3x$ の符号が正のままになるので、左辺を文字の項だけにして両辺を x の係数でわる計算をするときに、負の数でわるのがなくなり、計算しやすくなるため。

いろいろな方程式の解き方について学びましょう。

問4

次の方程式を解きなさい。

(1) $4x+1=3(x+2)$

(2) $7(x-4)=3x+8$

(3) $-4(x+3)=5(x-6)$

(4) $5-2(7x-2)=1$

ガイド

かっこがある方程式は、かっこをはずしてから解きます。

解答

(1) $4x+1=3(x+2)$

(2) $7(x-4)=3x+8$

$4x+1=3x+6$

$7x-28=3x+8$

$4x-3x=6-1$

$7x-3x=8+28$

$x=5$

$4x=36$

$x=9$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad & -4(x+3)=5(x-6) \\
 & -4x-12=5x-30 \\
 & -4x-5x=-30+12 \\
 & -9x=-18 \\
 & x=2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (4) \quad & 5-2(7x-2)=1 \\
 & 5-14x+4=1 \\
 & -14x=1-5-4 \\
 & -14x=-8 \\
 & x=\frac{8}{14} \\
 & x=\frac{4}{7}
 \end{aligned}$$

ミスの注意

(4) $5-2(7x-2)=1$ で、あわてて $5-2$ の部分をさきに計算して、 $3(7x-2)=1$ としないようにする。

→ 忘れずに約分する。



方程式 $x=\frac{1}{3}x+1$ を解きましょう。

教科書
p.96

解答

$$x=\frac{1}{3}x+1 \longrightarrow x-\frac{1}{3}x=1 \longrightarrow \frac{2}{3}x=1 \longrightarrow x=\frac{3}{2}$$

$\frac{1}{3}x$ を移項する。 両辺に $\frac{3}{2}$ をかける。

3
章

方
程
式

問5

次の方程式を、分母をはらって解きなさい。

教科書
p.97

$$(1) \quad \frac{x+1}{3}=\frac{1}{4}x+1$$

$$(2) \quad \frac{3}{4}x-7=2x+\frac{1}{2}$$

$$(3) \quad \frac{9x-5}{6}=\frac{8+x}{3}$$

$$(4) \quad x+\frac{x-1}{3}=3$$

ガイド

分数をふくむ方程式では、分母の公倍数を両辺にかけて、分数をふくまない方程式になおして
→ 最小公倍数がよい。

から解きます。このことを、**分母をはらう**といいます。

解答

(1) 両辺に 12 をかけて、

$$\frac{x+1}{3} \times 12 = \left(\frac{1}{4}x+1\right) \times 12$$

$$(x+1) \times 4 = 3x+12$$

$$4x+4=3x+12$$

$$x=8$$

(2) 両辺に 4 をかけて、

$$\left(\frac{3}{4}x-7\right) \times 4 = \left(2x+\frac{1}{2}\right) \times 4$$

$$3x-28=8x+2$$

$$-5x=30$$

$$x=-6$$

(3) 両辺に 6 をかけて、

$$\frac{9x-5}{6} \times 6 = \frac{8+x}{3} \times 6$$

$$9x-5=(8+x) \times 2$$

$$9x-5=16+2x$$

$$7x=21$$

$$x=3$$

(4) 両辺に 3 をかけて、

$$\left(x+\frac{x-1}{3}\right) \times 3 = 3 \times 3$$

$$3x+(x-1)=9$$

$$3x+x-1=9$$

$$4x=10$$

$$x=\frac{5}{2}$$

話しあおう
教科書
p. 97

次の方程式を解きましょう。

どことなくふうが考えられるでしょうか。

(1) $0.3x+2=0.1x+1.6$

(2) $800x=2400(x-2)$

(3) $0.5x-2.5=-x+2$

(4) $0.2x-0.03=0.3x+0.07$

ガイド

簡単な式になるように、両辺に数をかけたり、両辺を数でわったりします。

解答例

(1), (3)は、両辺を10倍する。(2)は、両辺を800と2400の最大公約数800でわる。

(4)は、文字の項の係数と数の項がすべて整数になるように、両辺を100倍する。

(1) $0.3x+2=0.1x+1.6$

(2) $800x=2400(x-2)$

両辺に10をかけて、

両辺を800でわって、

$$3x+20=x+16$$

$$x=3(x-2)$$

$$2x=-4$$

$$x=3x-6$$

$$x=-2$$

$$-2x=-6$$

$$x=3$$

(3) $0.5x-2.5=-x+2$

(4) $0.2x-0.03=0.3x+0.07$

両辺に10をかけて、

両辺に100をかけて、

$$5x-25=-10x+20$$

$$20x-3=30x+7$$

$$15x=45$$

$$-10x=10$$

$$x=3$$

$$x=-1$$

**練習問題****2 方程式の解き方**教科書
p. 98**1**

次の方程式を解きなさい。

(1) $3x=21$

(2) $17x=17$

(3) $\frac{4}{5}x=8$

(4) $18=-2x$

(5) $6x-11=7$

(6) $6-2x=12$

(7) $4x-9=3x-15$

(8) $x-17=-7-3x$

(9) $9x-70=6x+80$

(10) $8+4x=10x+16$

(11) $3x-1200=1200+9x$

(12) $-18+5x=12x-18$

解答

(1) $x=7$

(2) $x=1$

(3) $x=10$

(4) $x=-9$

(5) $6x-11=7$

(6) $6-2x=12$

(7) $4x-9=3x-15$

$$6x=18$$

$$-2x=6$$

$$x=-6$$

$$x=3$$

$$x=-3$$

(8) $x-17=-7-3x$

(9) $9x-70=6x+80$

(10) $8+4x=10x+16$

$$4x=10$$

$$3x=150$$

$$-6x=8$$

$$x=\frac{5}{2}$$

$$x=50$$

$$x=-\frac{4}{3}$$

$$\begin{aligned}(11) \quad 3x-1200 &= 1200+9x \\ -6x &= 2400 \\ x &= -400\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(12) \quad -18+5x &= 12x-18 \\ -7x &= 0 \\ x &= 0\end{aligned}$$

2

次の方程式を解きなさい。

$$(1) \quad 2(x+1)=x+3$$

$$(2) \quad 3(x-8)=9(4-x)$$

$$(3) \quad -3(2x-4)=5(x-2)$$

$$(4) \quad 80-30(x-5)=110$$

$$(5) \quad 0.1x=0.4(x-2)-0.1$$

$$(6) \quad \frac{1}{4}x-1=\frac{1}{2}x$$

$$(7) \quad \frac{2x-7}{3}=\frac{x+1}{2}$$

$$(8) \quad 5+\frac{3}{100}x=\frac{7}{100}x$$

ガイド

かっこがある場合は、かっこをはずし、**小数は整数になおしてから解きます。分数をふくむ場合は、分母の最小公倍数を両辺にかけて、分母をはらってから解きます。**

解答

$$\begin{aligned}(1) \quad 2(x+1) &= x+3 \\ 2x+2 &= x+3 \\ x &= 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \quad 3(x-8) &= 9(4-x) \\ 3x-24 &= 36-9x \\ 12x &= 60 \\ x &= 5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(3) \quad -3(2x-4) &= 5(x-2) \\ -6x+12 &= 5x-10 \\ -11x &= -22 \\ x &= 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(4) \quad 80-30(x-5) &= 110 \\ \text{両辺を } 10 \text{ でわって,} \\ 8-3x+15 &= 11 \\ -3x &= -12 \\ x &= 4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(5) \quad 0.1x &= 0.4(x-2)-0.1 \\ \text{両辺に } 10 \text{ をかけて,} \\ x &= 4(x-2)-1 \\ x &= 4x-8-1 \\ -3x &= -9 \\ x &= 3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(6) \quad \frac{1}{4}x-1 &= \frac{1}{2}x \\ \text{両辺に } 4 \text{ をかけて,} \\ x-4 &= 2x \\ -x &= 4 \\ x &= -4\end{aligned}$$



ミスに注意

(5)で両辺に 10 をかけるとき、
 $0.1x \times 10 = \{0.4(x-2) - 0.1\} \times 10$
 0.1 に 10 をかけるのを忘れないように！

$$\begin{aligned}(7) \quad \frac{2x-7}{3} &= \frac{x+1}{2} \\ \text{両辺に } 6 \text{ をかけて,} \\ 2(2x-7) &= 3(x+1) \\ 4x-14 &= 3x+3 \\ x &= 17\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(8) \quad 5+\frac{3}{100}x &= \frac{7}{100}x \\ \text{両辺に } 100 \text{ をかけて,} \\ \left(5+\frac{3}{100}x\right) \times 100 &= \frac{7}{100}x \times 100 \\ 500+3x &= 7x \\ -4x &= -500 \quad x=125\end{aligned}$$

3

比と比例式

学習のねらい

比が等しい関係と比例式^{ひれいしき}、比例式の性質について学習します。比に関する問題を考えるときに必要で、大事な内容です。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□比の値

▶比 $a:b$ で、 a 、 b を比の項といい、 $\frac{a}{b}$ を^ひ比の^{あたい}値といいます。

□比例式

▶ $a:b=c:d$ のような、比が等しいことを表す式を^{ひれいしき}比例式といいます。

□比例式を解く

▶比例式にふくまれる文字の値を求めることを、^{とく}比例式を解くといいます。

□比例式の性質

▶比例式の外側の項の積と内側の項の積は等しい。

$$a:b=c:d \text{ ならば, } ad=bc$$

$$\begin{array}{c} \text{ad} \\ \text{a} : \text{b} = \text{c} : \text{d} \\ \text{bc} \end{array}$$

比が等しい関係と比例式について学びましょう。



比例式 $x:4=3:7$ ……①

を成り立たせる x の値は、どうすれば求められるでしょうか。

教科書
p. 99

ガイド

両辺の比の値が等しいことを利用します。

解答例

比例式 $x:4=3:7$ で、

左辺の比の値は $\frac{x}{4}$ 、右辺の比の値は $\frac{3}{7}$

両辺の比の値が等しいことから、

$$\frac{x}{4} = \frac{3}{7}$$

両辺に 4 をかけて、

$$x = \frac{12}{7}$$

問1

次の比例式を解きなさい。

(1) $x:8=3:2$

(2) $3:4=x:5$

教科書
p. 100

ガイド

両辺の比の値が等しいことから、方程式の形にします。

解答

(1) $x : 8 = 3 : 2$

$$\frac{x}{8} = \frac{3}{2}$$

両辺に 8 をかけて、

$$\frac{x}{8} \times 8 = \frac{3}{2} \times 8$$

$$x = 12$$

(2) $3 : 4 = x : 5$

$$\frac{3}{4} = \frac{x}{5}$$

両辺に 5 をかけて、

$$\frac{3}{4} \times 5 = \frac{x}{5} \times 5$$

$$x = \frac{15}{4}$$

比例式の性質について学びましょう。

問2

次の比例式を解きなさい。

教科書
p.100

(1) $x : 21 = 3 : 7$

(2) $15 : 6 = x : 8$

(3) $9 : 4 = 2 : x$

(4) $(x+2) : x = 5 : 3$

ガイド

比例式の性質を使います。 $a : b = c : d$ ならば、 $ad = bc$

解答

(1) $x : 21 = 3 : 7$

$$7x = 21 \times 3 \quad x = 9$$

(2) $15 : 6 = x : 8$

$$6x = 15 \times 8 \quad x = 20$$

(3) $9 : 4 = 2 : x$

$$9x = 8 \quad x = \frac{8}{9}$$

(4) $(x+2) : x = 5 : 3$

$$3(x+2) = 5x$$

$$3x + 6 = 5x$$

$$-2x = -6 \quad x = 3$$

練習問題

③ 比と比例式

教科書
p.100

1

次の比例式を解きなさい。

(1) $3 : 12 = x : 36$

(2) $12 : x = 4 : 7$

(3) $x : \frac{1}{2} = 4 : \frac{15}{2}$

(4) $x : 3 = (x+3) : 4$

ガイド

比例式の性質を使って方程式をつくり、方程式の解き方にしたがって解きます。

解答

(1) $3 : 12 = x : 36$

$$12x = 3 \times 36 \quad x = 9$$

(2) $12 : x = 4 : 7$

$$4x = 12 \times 7 \quad x = 21$$

(3) $x : \frac{1}{2} = 4 : \frac{15}{2}$

$$\frac{15}{2}x = \frac{1}{2} \times 4$$

$$15x = 4 \quad x = \frac{4}{15}$$

(4) $x : 3 = (x+3) : 4$

$$4x = 3(x+3)$$

$$4x = 3x + 9 \quad x = 9$$

2. 方程式の利用

ケーキの値段は、いくらかな？

けいたさんは、ケーキ屋に行き、みんなで集まって食べるケーキを買ってきました。

ケーキ5個と200円のジュース1本を買ってきたよ。
2000円を出して、おつりは50円だったよ。

ケーキ1個の値段は
いくらだったの？



上の場面で、わかっていることを整理して、ケーキ1個の値段の求め方を考えてみましょう。

話しあおう

教科書
p.101

上のような買い物では、**出したお金**、**代金の合計**、**おつり**の間に、どんな関係があるでしょうか。

解答例

上の買い物の場面は、

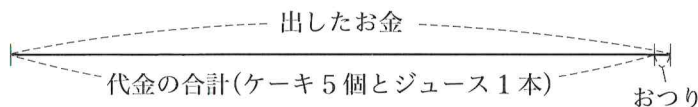
$$\boxed{\text{出したお金}} - \boxed{\text{代金の合計}} = \boxed{\text{おつり}} \quad \cdots \cdots \textcircled{1} \quad \text{や、}$$

$$\boxed{\text{出したお金}} - \boxed{\text{おつり}} = \boxed{\text{代金の合計}} \quad \text{や、}$$

$$\boxed{\text{出したお金}} = \boxed{\text{代金の合計}} + \boxed{\text{おつり}}$$

という関係が考えられる。

また、図を使うと、**出したお金**、**代金の合計**、**おつり**の関係は



と表すことができる。

参考

上の場面では、**出したお金** は2000円、**代金の合計** はケーキ5個の代金とジュース1本の代金の和、**おつり** は50円になります。

ケーキ1個の値段を□円とすると、①の式は、

$$2000 - (\square \times 5 + 200) = 50$$

となります。ここで、□を x とすると方程式ができます。

1

方程式の利用

学習のねらい

いろいろな問題について、数量の関係を方程式に表して解くことによって、それらの問題を解決することができます。この節では、一見解くのがむずかしそうな問題でも、方程式の利用で比較的容易に解決できることを理解します。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□方程式を使って問題を解く手順

- ▶① 問題の中の数量に着目して、数量の関係を見つける。
 ② まだわかっていない数量のうち、適当なものを文字で表し、方程式をつくって解く。
 ③ 方程式の解が、問題にあっているかどうかを調べて、答えを書く。

問1

リンファさんは780円、エレナさんは630円持っていて、2人とも同じ本を買いました。

すると、リンファさんの残金は、エレナさんの残金の2倍になりました。

本代はいくらですか。

教科書
p.104

ガイド

本代を x 円とすると、リンファさんの残金は $780-x$ (円)、エレナさんの残金は $630-x$ (円)になります。

解答

本代を x 円とすると、

$$780-x=2(630-x)$$

これを解くと、

$$780-x=1260-2x$$

$$x=480$$

この解は問題にあっている。

480円

参考

本代を480円とすると、リンファさんの残金は、 $780-480=300$ (円)、エレナさんの残金は、 $630-480=150$ (円)となり、これは問題にあっています。

問2

集会で、長いすを何脚か並べました。集まった人たちが、長いす1脚に5人ずつすると10人がすわれず、6人ずつすわると2人だけすわった長いすが1脚できました。

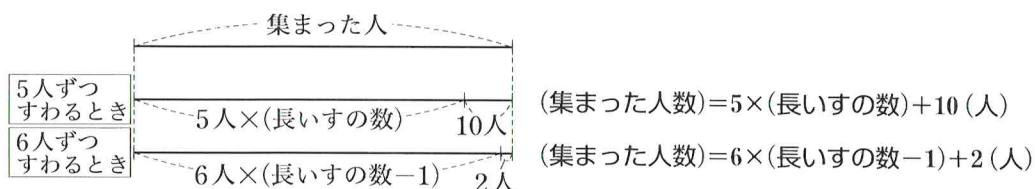
- (1) 並べた長いすは何脚でしょうか。
 (2) 集会に集まった人は何人でしょうか。

教科書
p.105

ガイド 集まった人数を2通りに表します。

集まった人数は、(1脚にすわる人数)×(長いすの数)+(過不足の人数)で表せます。

6人ずつすわるとき、(長いすの数-1)脚には6人ずつすわり、最後の1脚には2人すわることになります。



解答 (1) 長いすの数を x 脚とすると、

$$5x + 10 = 6(x - 1) + 2$$

$$5x + 10 = 6x - 6 + 2$$

$$-x = -14$$

$$x = 14$$

この解は問題にあっている。

14 脚

(2) 集まった人数は $5x + 10$ で表されるから、この式に $x = 14$ を代入して、

$$5x + 10 = 5 \times 14 + 10 = 80 \text{ (人)}$$

80 人

参考 (2) 集まった人数は $6 \times (x - 1) + 2$ とも表されるから、この式に $x = 14$ を代入すると、

$$6 \times (x - 1) + 2 = 6 \times (14 - 1) + 2 = 80 \text{ (人)}$$

となり、同じ結果になります。

速さ・時間・道のりの問題

1

弟が家を出発してから20分後に、姉が弟を追いかけたとします。

弟が駅に着くまでに、姉は弟に追いつけるでしょうか。

教科書
p.107

ガイド

姉が出発してから x 分後に弟に追いつくとなると、それまでに姉と弟が進んだ道のりが同じなので、それぞれの進んだ道のりを x を使って表します。

姉は $240x$ m、弟は $80(20 + x)$ m 進んだことになります。

↓ 速さ×時間 ↓

追いつくまでに姉が進んだ道のりと、家から駅までの道のり $2\text{ km} = 2000\text{ m}$ をくらべて考えましょう。

解答

姉が出発してから x 分後に弟に追いつくとする、

$$240x = 80(20 + x)$$

両辺を 80 でわって、

$$3x = 20 + x$$

$$2x = 20$$

$$x = 10$$

姉が出発してから 10 分後に弟に追いつくとする、

追いつく地点は、家から

$$240 \times 10 = 2400 \text{ (m)}$$

の地点となる。

しかし、家から駅までの道のりは $2 \text{ km} = 2000 \text{ m}$ だから、

この解は問題にあっていない。

追いつけない

**練習問題****1** 方程式の利用教科書
p. 108**1**

あるバスケットボール選手が、

「私の背番号は、2 倍して 7 をたしても 5 倍して 8 をひいても、同じになる数だよ」といいました。

この選手の背番号は何番ですか。

ガイド

この選手の背番号を x 番とすると、2 倍して 7 をたした数は $2x + 7$ 、5 倍して 8 をひいた数は $5x - 8$ となります。これらが等しいことから方程式をつくります。

解答

この選手の背番号を x 番とすると、

$$2x + 7 = 5x - 8$$

$$2x - 5x = -8 - 7$$

$$-3x = -15$$

$$x = 5$$

この解は問題にあっている。

5 番

参考

背番号が 5 なら、 $2 \times 5 + 7 = 17$ 、 $5 \times 5 - 8 = 17$ となり、問題にあっています。

2

ある中学校の生徒数は 450 人で、A 小学校と B 小学校の 2 校から入学してきます。

A 小学校から入学してきた生徒の人数は、B 小学校から入学してきた生徒の人数の 80% より 54 人多いです。

A 小学校から入学してきた生徒の人数は何人ですか。

ガイド

A 小学校から入学してきた生徒の人数を x 人すると、B 小学校から入学してきた生徒の人数は、 $450 - x$ (人) だから、B 小学校から入学してきた生徒の人数の 80% より 54 人多いことは、 $\frac{80}{100}(450 - x) + 54$ と表されます。

解答

A 小学校から入学してきた生徒の人数を x 人すると、

$$x = \frac{80}{100}(450 - x) + 54$$

両辺に 10 をかけて、これを解くと、

$$10x = 8(450 - x) + 540$$

$$10x = 3600 - 8x + 540$$

$$18x = 4140$$

$$x = 230$$

この解は問題にあっている。

230 人

(別解)

B 小学校から入学してきた生徒の人数を x 人すると、A 小学校から入学してきた生徒の人数は、 $\frac{80}{100}x + 54$ (人) と表すことができるから、

$$x + \left(\frac{80}{100}x + 54\right) = 450$$

これを解くと、

$$10x + 8x + 540 = 4500$$

$$18x = 3960$$

$$x = 220 \quad \leftarrow \text{B 小学校から入学してきた生徒の人数}$$

この解は問題にあっている。

したがって、A 小学校から入学してきた生徒の人数は、 $450 - 220 = 230$ (人) 230 人

参考

B 小学校から入学してきた生徒の人数は 220 人だから、B 小学校から入学してきた生徒の人数の 80% より 54 人多い人数は、

$$220 \times \frac{80}{100} + 54 = 176 + 54 = 230 \text{ (人)}$$

で、A 小学校から入学してきた生徒の人数となり、問題にあっています。

2

比例式の利用

学習のねらい

身のまわりの問題を比に表して、比例式を利用して解きます。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□比例式を利用して解く

▶数量の関係を見つけて比例式をつくり、
比例式の性質 $a:b=c:d$ ならば、 $ad=bc$ を使って、問題を解きます。

比に着目して、いろいろな問題を解決しましょう。

問1

Aの容器に牛乳が400 mL、Bの容器にコーヒーが何 mL かはっています。
Bの容器からコーヒーを200 mL 取り出して、Aの容器に入れたところ、Aの容器のコーヒー牛乳とBの容器のコーヒーの量の比が5:2になりました。
はじめに、Bの容器には何 mL のコーヒーがはっていましたか。

教科書
p.109

ガイド

比が等しい関係を読みとって比例式をつくり、比例式の性質を使って問題を解きます。
Bの容器にコーヒーが x mL はいていたとすると、移したあとのAの容器には
400+200 (mL) のコーヒー牛乳、Bの容器には $x-200$ (mL) のコーヒーがはいています。

解答

はじめに、Bの容器にコーヒーが x mL はいていたとすると、

$$(400+200):(x-200)=5:2$$

$$600 \times 2 = 5(x-200)$$

$$1200 = 5x - 1000$$

$$5x - 1000 = 1200$$

$$5x = 1200 + 1000$$

$$5x = 2200$$

$$x = 440$$

この解は問題にあっている。

440 mL

3章 章末問題 学びをたしかめよう

教科書 p.110~111

1

次の(ア), (イ)のうち, 2 が解である方程式を選びなさい。

(ア) $5x-4=8$

(イ) $10-3x=8x-12$

ガイド

それぞれの方程式の x に 2 を代入して, 左辺と右辺が等しくなれば, $x=2$ はその方程式の解になります。

解答

(ア) 左辺は, $5 \times 2 - 4 = 10 - 4 = 6$ となり, 右辺の 8 とは等しくない。だから, $x=2$ は(ア)の解ではない。(イ) 左辺は $10 - 3 \times 2 = 10 - 6 = 4$, 右辺は $8 \times 2 - 12 = 16 - 12 = 4$ となり, 左辺と右辺が等しくなる。だから, $x=2$ は(イ)の解である。

(イ)

p.90 問2

2

次の□にあてはまる数を書き入れなさい。

また, (1), (2)では, どのような等式の性質を使っていますか。(方程式は解答の中)

ガイド

等式の性質(教科書 92 ページ)を確認しましょう。

解答

$3x-7=8$

$3x-7+\boxed{7}=8+\boxed{7}$ (1)

$3x=15$

$x=\boxed{5}$ (2)

(1) 等式の両辺に同じ数をたしても, 等式が成り立つ。

(2) 等式の両辺を同じ数でわっても, 等式が成り立つ。

p.92 問4

p.93 問7

3

次の方程式を解きなさい。

(1) $x-5=8$

(2) $x-7=-5$

(3) $x+13=4$

(4) $x+6=-4$

(5) $3x=-12$

(6) $5x=35$

(7) $\frac{1}{3}x=\frac{1}{2}$

(8) $\frac{2}{3}x=-6$

(9) $4x+10=2$

(10) $2x-3=5$

(11) $5x=x-4$

(12) $10x=7x+6$

(13) $3x+5=x+11$

(14) $4(x-3)=3x-2$

(15) $x-1=\frac{x-1}{3}$

(16) $0.4x+0.7=0.1x-0.2$

ガイド

かっこがある方程式はかっこをはずして, 分母や小数をふくむ方程式は係数を整数にしてから, 文字の項を左辺に, 数の項を右辺に移項して集めて解きます。

解答

(1) $x-5=8$

両辺に 5 をたして,

$$x-5+5=8+5$$

$$x=13$$

p.92 問4

(2) $x-7=-5$

両辺に 7 をたして,

$$x-7+7=-5+7$$

$$x=2$$

p.92 問4

(3) $x+13=4$

両辺から 13 をひいて,

$$x+13-13=4-13$$

$$x=-9$$

p.93 問5

(4) $x+6=-4$

両辺から 6 をひいて,

$$x+6-6=-4-6$$

$$x=-10$$

p.93 問5

(5) $3x=-12$

両辺を 3 でわって,

$$3x \div 3 = (-12) \div 3$$

$$x=-4$$

p.93 問7

(6) $5x=35$

両辺を 5 でわって,

$$5x \div 5 = 35 \div 5$$

$$x=7$$

p.93 問7

(7) $\frac{1}{3}x = \frac{1}{2}$

両辺に 3 をかけて,

$$\frac{1}{3}x \times 3 = \frac{1}{2} \times 3$$

$$x = \frac{3}{2}$$

p.93 問6

(8) $\frac{2}{3}x = -6$

両辺に $\frac{3}{2}$ をかけて,

$$\frac{2}{3}x \times \frac{3}{2} = (-6) \times \frac{3}{2}$$

$$x = -9$$

p.93 問6

(9) $4x+10=2$

10 を右辺に移項して,

$$4x = 2 - 10$$

$$4x = -8$$

$$x = -2$$

p.94 問1

(10) $2x-3=5$

-3 を右辺に移項して,

$$2x = 5 + 3$$

$$2x = 8$$

$$x = 4$$

p.94 問1

(11) $5x = x - 4$

x を左辺に移項して,

$$5x - x = -4$$

$$4x = -4$$

$$x = -1$$

p.95 問2

(12) $10x = 7x + 6$

$7x$ を左辺に移項して,

$$10x - 7x = 6$$

$$3x = 6$$

$$x = 2$$

p.95 問2

(13) $3x+5=x+11$

5, x をそれぞれ移項して,

$$3x - x = 11 - 5$$

$$2x = 6$$

$$x = 3$$

p.95 問3

(14) $4(x-3)=3x-2$

かっこをはずして,

$$4x - 12 = 3x - 2$$

$$4x - 3x = -2 + 12$$

$$x = 10$$

p.96 問4

(15) $x-1 = \frac{x-1}{3}$

両辺に 3 をかけて,

$$(x-1) \times 3 = \frac{x-1}{3} \times 3$$

$$3x - 3 = x - 1$$

$$3x - x = -1 + 3$$

$$2x = 2$$

$$x = 1$$

p.97 問5

(16) $0.4x + 0.7 = 0.1x - 0.2$

両辺に 10 をかけて,

$$4x + 7 = x - 2$$

$$4x - x = -2 - 7$$

$$3x = -9$$

$$x = -3$$

p.97 話しあおう

4

次の比例式を解きなさい。

(1) $x : 4 = 6 : 3$

(2) $2 : x = 4 : 8$

(3) $x : (x+3) = 3 : 4$

(4) $3x : (x+2) = 9 : 5$

ガイド

比例式の性質 $a : b = c : d$ ならば、 $ad = bc$ を使います。

解答

(1) $x : 4 = 6 : 3$

(2) $2 : x = 4 : 8$

p.100 問2

$3x = 4 \times 6$

$2 \times 8 = 4x$

$x = 8$

$4x = 16$

$x = 4$

(3) $x : (x+3) = 3 : 4$

(4) $3x : (x+2) = 9 : 5$

$4x = 3(x+3)$

$15x = 9(x+2)$

$4x = 3x + 9$

$15x = 9x + 18$

$x = 9$

$6x = 18$

$x = 3$

5

500 円で、鉛筆 5 本と 80 円の消しゴム 1 個を買うと、おつりが 95 円でした。鉛筆 1 本の値段を求めなさい。

(1) 上の問題を解くために、鉛筆 1 本の値段を x 円として、方程式をつくります。

次の にあてはまる式を書き入れなさい。

= 95

(2) (1)の方程式を解いて、鉛筆 1 本の値段を求めなさい。

ガイド

(1) 鉛筆 1 本の値段を x 円とすると、買い物の代金は、 $5x + 80$ (円) で表されます。

(出したお金) - (代金) = (おつり) より、方程式をつくります。

解答

(1) 鉛筆 1 本の値段を x 円とすると、

p.104 問1

$500 - (5x + 80) = 95$ (または、 $500 - 5x - 80 = 95$)

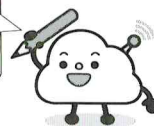
(2) $500 - (5x + 80) = 95$

$500 - 5x - 80 = 95$

$-5x = -325$

$x = 65$

方程式の解が、問題にあっているかを調べておこう。



この解は問題にあっている。

65 円

参考

鉛筆 1 本の値段が 65 円るとき、買い物の代金は、 $5 \times 65 + 80 = 405$ (円) となります。

500 円を出せば、おつりは、 $500 - 405 = 95$ (円) だから、これは問題にあっています。

6

何人かの子どもにシールを同じ枚数ずつ配ります。3枚ずつ配ると8枚余り、5枚ずつ配ると4枚たりません。子どもの人数は何人ですか。

- (1) 上の問題を解くために、子どもの人数を x 人として、方程式をつくりなさい。
 (2) (1)の方程式を解いて、子どもの人数を求めなさい。

ガイド

- (1) 子どもの人数を x 人として、全部のシールの枚数を2通りに表します。
 全部の枚数は、(1人に配る枚数)×(人数)+(過不足の枚数)で表せます。

解答

- (1) 子どもの人数を x 人とする、

p.105 問2

$$3x+8=5x-4$$

(2) $3x-5x=-4-8$

$$-2x=-12$$

$$x=6$$

この解は問題にあっている。

6人

参考

子どもを6人とする、シールは $3 \times 6 + 8 = 26$ (枚) 6人に5枚ずつ配ると、シールは $5 \times 6 = 30$ (枚) 必要で、 $30 - 26 = 4$ (枚) たりないから、これは問題にあっています。

7

おはじきが、Aの袋に50個、Bの袋にも何個かはっています。

Bの袋から10個を取り出してAの袋に移したところ、AとBの袋の中の個数の比が3:4になりました。

おはじきは全部で何個あるでしょうか。

ガイド

比が等しい関係を読みとって比例式をつくり、比例式の性質を使って問題を解きます。
 Bの袋におはじきが x 個はいていたとすると、移したあとのAの袋には $50+10$ (個)のおはじき、Bの袋には $x-10$ (個)のおはじきはっています。

解答

はじめにBの袋にはいていたおはじきを x 個とすると、

$$(50+10):(x-10)=3:4$$

$$60 \times 4 = 3(x-10)$$

$$3(x-10)=240$$

$$3x-30=240$$

$$3x=240+30$$

$$3x=270$$

$$x=90$$

この解は問題にあっている。

おはじきは全部で、 $50+90=140$ (個)

140個 p.109 問1

3章 章末問題 学びを身につけよう

教科書 p.112~113



1

次の方程式を解きなさい。

(1) $4x+2=5x-9$

(2) $33-x=x+49$

(3) $-5+19x=4x-5$

(4) $24x+8=9x-22$

(5) $3000-11x=2400-5x$

(6) $230+47x=610+28x$

(7) $5(x-8)=x$

(8) $x-2(3x+1)=18$

(9) $3(3x+2)=-6(2-x)$

(10) $4(t-1)+3(3t+5)=2t$

(11) $\frac{2}{5}x-3=\frac{3}{10}x+\frac{1}{2}$

(12) $\frac{3y-1}{4}=\frac{2y-3}{3}$

(13) $0.3(x+1)=0.2x$

(14) $1.2x+3.1=0.8x+0.3$

(15) $600x+2400=1000x$

(16) $30(-x+2)+120=240$

ガイド

文字の項を左辺に、数の項を右辺に集めて、 $ax=b$ の形にし、両辺を x の係数 a でわります。

(7)~(10) かっこをはずしてから移項します。

(11)~(14) 文字の項の係数が小数なら、両辺に**適当な数**(10, 100 など)をかけ、分数をふくむ方程式は、両辺に**分母の最小公倍数**をかけて分母をはらい、簡単な式になおしてから解きます。

解答

(1) $4x+2=5x-9$

(2) $33-x=x+49$

$4x-5x=-9-2$

$-x-x=49-33$

$-x=-11$

$-2x=16$

$x=11$

$x=-8$

(3) $-5+19x=4x-5$

(4) $24x+8=9x-22$

$19x-4x=-5+5$

$24x-9x=-22-8$

$15x=0$

$15x=-30$

$x=0$

$x=-2$

(5) $3000-11x=2400-5x$

(6) $230+47x=610+28x$

$-11x+5x=2400-3000$

$47x-28x=610-230$

$-6x=-600$

$19x=380$

$x=100$

$x=20$

(7) $5(x-8)=x$

(8) $x-2(3x+1)=18$

$5x-40=x$

$x-6x-2=18$

$5x-x=40$

$x-6x=18+2$

$4x=40$

$-5x=20$

$x=10$

$x=-4$

$$(9) \quad 3(3x+2)=-6(2-x)$$

$$9x+6=-12+6x$$

$$9x-6x=-12-6$$

$$3x=-18$$

$$x=-6$$

$$(11) \quad \frac{2}{5}x-3=\frac{3}{10}x+\frac{1}{2}$$

$$\left(\frac{2}{5}x-3\right) \times 10 = \left(\frac{3}{10}x+\frac{1}{2}\right) \times 10$$

$$4x-30=3x+5$$

$$4x-3x=5+30$$

$$x=35$$

$$(13) \quad 0.3(x+1)=0.2x$$

両辺に 10 をかけて,

$$3(x+1)=2x$$

$$3x+3=2x$$

$$3x-2x=-3$$

$$x=-3$$

$$(15) \quad 600x+2400=1000x$$

両辺を 100 でわって,

$$6x+24=10x$$

$$6x-10x=-24$$

$$-4x=-24$$

$$x=6$$

$$(10) \quad 4(t-1)+3(3t+5)=2t$$

$$4t-4+9t+15=2t$$

$$4t+9t-2t=4-15$$

$$11t=-11$$

$$t=-1$$

$$(12) \quad \frac{3y-1}{4}=\frac{2y-3}{3}$$

$$\frac{3y-1}{4} \times 12 = \frac{2y-3}{3} \times 12$$

$$(3y-1) \times 3 = (2y-3) \times 4$$

$$9y-3=8y-12$$

$$9y-8y=-12+3$$

$$y=-9$$

$$(14) \quad 1.2x+3.1=0.8x+0.3$$

両辺に 10 をかけて,

$$12x+31=8x+3$$

$$12x-8x=3-31$$

$$4x=-28$$

$$x=-7$$

$$(16) \quad 30(-x+2)+120=240$$

両辺を 30 でわって,

$$(-x+2)+4=8$$

$$-x=8-2-4$$

$$-x=2$$

$$x=-2$$

参考

(15) もとの式の両辺を 200 でわって, $3x+12=5x$ としてもよいです。



2

次の比例式を解きなさい。

$$(1) \quad x:15=3:5$$

$$(2) \quad 12:9=x:12$$

$$(3) \quad 7.2:2.4=60:x$$

$$(4) \quad 4:x=\frac{1}{2}:\frac{5}{3}$$

$$(5) \quad x:(10-x)=2:3$$

$$(6) \quad (x-4):3=x:4$$

ガイド

比例式の性質を使います。 $a:b=c:d$ ならば, $ad=bc$

解答

(1) $x : 15 = 3 : 5$

$$5x = 15 \times 3$$

$$x = 9$$

(2) $12 : 9 = x : 12$

$$9x = 12 \times 12$$

$$x = \frac{12 \times 12}{9}$$

$$x = 16$$

(3) $7.2 : 2.4 = 60 : x$

$$7.2x = 2.4 \times 60$$

$$72x = 24 \times 60$$

$$x = \frac{24 \times 60}{72}$$

$$x = 20$$

(4) $4 : x = \frac{1}{2} : \frac{5}{3}$

$$\frac{1}{2}x = 4 \times \frac{5}{3}$$

$$x = 4 \times \frac{5}{3} \times 2$$

$$x = \frac{40}{3}$$

(5) $x : (10 - x) = 2 : 3$

$$3x = 2(10 - x)$$

$$3x = 20 - 2x$$

$$3x + 2x = 20$$

$$5x = 20$$

$$x = 4$$

(6) $(x - 4) : 3 = x : 4$

$$4(x - 4) = 3x$$

$$4x - 16 = 3x$$

$$4x - 3x = 16$$

$$x = 16$$

参考

(2) $12 : 9 = x : 12 \rightarrow 4 : 3 = x : 12$ のように、まず、比を簡単にしてから解くと、計算がしやすくなります。


3

方程式 $5x + \square = 11 + 2x$ の解が3であるとき、 $\square$ にあてはまる数を求めなさい。

ガイド

解が3であるから、与えられた式の x に3を代入したとき、等式が成り立ちます。あとは、左辺が $\square$ だけになるように移項して、 $\square$ にあてはまる数を求めます。

解答

$5x + \square = 11 + 2x$ の x に3を代入すると、

$$5 \times 3 + \square = 11 + 2 \times 3$$

$$15 + \square = 11 + 6$$

$$\square = 11 + 6 - 15$$

$$\square = 2$$

2
参考

$\square = 2$ とすると、 $5x + \square = 5 \times 3 + 2 = 17$ また、 $11 + 2x = 11 + 2 \times 3 = 17$ となり、これは問題にあっています。


4

ごま油が30 mL、^ずぼん酢が170 mL あります。これらに、それぞれ同じ量のごま油と^{ちゅうか}ぼん酢を加えてから混ぜあわせ、ごま油と^{ちゅうか}ぼん酢の量の比が3 : 10 となる中華ドレッシングをつくります。ごま油と^{ちゅうか}ぼん酢を、それぞれ何 mL ずつ加えればよいですか。

ガイド

数量の関係に目をつけて、比例式をつくって求めます。
右のような表をつくって考えると、比例式がつくりやすくなります。

ごま油	ぼん酢
$30 + x$	$170 + x$
3	10

解答 ごま油とぼん酢を x mL ずつ加えるとすると、

$$\begin{aligned}(30+x) : (170+x) &= 3 : 10 \\ 10(30+x) &= 3(170+x) \\ 300+10x &= 510+3x \\ 7x &= 210 \\ x &= 30\end{aligned}$$

この解は問題にあっている。

30 mL

参考 ごま油とぼん酢を 30 mL ずつ加えるとすると、

$(30+30) : (170+30) = 60 : 200 = 3 : 10$ となり、これは問題にあっています。



5

200 円のかごに、1 個 150 円のももと 1 個 120 円のりんごを、あわせて 15 個つめて買うと、2210 円でした。ももとりんごを、それぞれ何個つめましたか。

ガイド ももを x 個つめたとき、りんごは何個つめることになるかを考えます。

解答 ももを x 個つめたとすると、りんごは $(15-x)$ 個つめたことになるから、

$$\begin{aligned}200+150x+120(15-x) &= 2210 \\ 20+15x+12(15-x) &= 221 \\ 20+15x+180-12x &= 221 \\ 3x &= 21 \\ x &= 7\end{aligned}$$

この解は問題にあっている。

ももが 7 個だから、りんごは、 $15-7=8$ (個)

もも 7 個、りんご 8 個

参考 もも 7 個、りんご 8 個をつめると、あわせて 15 個で、 $150 \times 7 + 120 \times 8 + 200 = 2210$ (円) になります。したがって、これは問題にあっています。

6

ふもとから山頂まで、分速 40 m で登るのと、同じ道を山頂からふもとまで、分速 60 m で下るのとでは、かかる時間が 30 分^{ちが}違います。ふもとから山頂までの道のりを求めなさい。

上の問題を解くために、それぞれ、ある数量を x として、次の(ア)~(ウ)の方程式をつくりました。

$$(ア) \quad 40x = 60(x-30) \quad (イ) \quad \frac{x}{40} - \frac{x}{60} = 30 \quad (ウ) \quad 40(x+30) = 60x$$

(1) (ア)は、登るのにかった時間を x 分としてつくった方程式です。

どんな数量の関係を方程式で表していますか。

(2) (イ)、(ウ)は、それぞれ何を x としてつくった方程式ですか。

また、その単位をいいなさい。

(3) ふもとから山頂までの道のりを求めなさい。

ガイド

- (1) (速さ)×(時間)=(道のり) だから, $40x$, $60(x-30)$ は道のりを表しています。
- (2) (イ) 30分は登りと下りでかかった時間の差だから, $\frac{x}{40}$, $\frac{x}{60}$ は時間を表しています。
- (ウ) $40(x+30)$, $60x$ は, (ア)と同じように道のりを表しています。

解答

- (1) 登るときと下るときで, ふもとから山頂までの道のりは等しいという関係を方程式で表している。
- (2) (イ) ふもとから山頂までの道のりを x としている。単位… m
- (ウ) 山頂からふもとまで下るのにかかった時間を x としている。単位… 分
- (3) [(ア)の方程式を使う場合]

登るのにかかった時間を x 分とすると,

$$\begin{aligned} 40x &= 60(x-30) \\ 2x &= 3(x-30) && \text{両辺を20でわる} \\ 2x &= 3x-90 \\ -x &= -90 \\ x &= 90 && \text{登るのにかかった時間} \end{aligned}$$

この解は問題にあっている。

登るのに90分かかったので, ふもとから山頂までの道のりは,

$$40 \times 90 = 3600 \text{ (m)} \quad \underline{\underline{3600 \text{ m}}}$$

[(イ)の方程式を使う場合]

ふもとから山頂までの道のりを x m とすると,

$$\begin{aligned} \frac{x}{40} - \frac{x}{60} &= 30 \\ \left(\frac{x}{40} - \frac{x}{60}\right) \times 120 &= 30 \times 120 \\ 3x - 2x &= 3600 \\ x &= 3600 \end{aligned}$$

この解は問題にあっている。

$$\underline{\underline{3600 \text{ m}}}$$

[(ウ)の方程式を使う場合]

山頂からふもとまで下るのにかかった時間を x 分とすると,

$$\begin{aligned} 40(x+30) &= 60x \\ 40x + 1200 &= 60x \\ 40x - 60x &= -1200 \\ -20x &= -1200 \\ x &= 60 \end{aligned}$$

この解は問題にあっている。

下るのに60分かかったので, ふもとから山頂までの道のりは,

$$60 \times 60 = 3600 \quad \underline{\underline{3600 \text{ m}}}$$

7

エレナさんは13歳、先生は53歳です。

先生の年齢が、エレナさんの年齢の3倍になるのは何年後かについて考えます。

- (1) x 年後に、先生の年齢がエレナさんの年齢の3倍になるとして、方程式をつくりなさい。
- (2) (1)の方程式を解いて、先生の年齢がエレナさんの年齢の3倍になるのは何年後か求めなさい。
- (3) エレナさんは、何年後に、先生の年齢が自分の年齢の5倍になるのかを求めるために、方程式をつくりました。
しかし、方程式を解いて、少し困っているようです。
方程式の解から、どんなことがいえるでしょうか。

ガイド

x 年後、先生の年齢は $53+x$ (歳)、エレナさんの年齢は $13+x$ (歳) になります。

- (3) 反対の性質をもつ量を正の数・負の数を使って表したことを思い出しましょう。

解答

- (1) (先生の年齢)=(エレナさんの年齢) $\times 3$ だから、

$$53+x=3(13+x)$$

- (2) (1)の方程式を解くと、

$$53+x=3(13+x)$$

$$53+x=39+3x$$

$$x-3x=39-53$$

$$-2x=-14$$

$$x=7$$

この解は問題にあっている。

7年後

- (3) x 年後に、先生の年齢がエレナさんの年齢の5倍になるとすると、

$$53+x=5(13+x)$$

$$53+x=65+5x$$

$$x-5x=65-53$$

$$-4x=12$$

$$x=-3$$

解が -3 であることから、このさき何年たっても先生の年齢がエレナさんの年齢の5倍になることはなく、3年前に5倍になっていたといえる。

参考

「 -3 年後」を負の数を使わずに表すと「3年前」だから、

先生の年齢がエレナさんの年齢の5倍だったのは、3年前といえる。

3年前は、先生は、 $53-3=50$ (歳)、エレナさんは、 $13-3=10$ (歳) となるから、

この解は問題にあっている。

4章 変化と対応

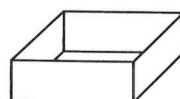
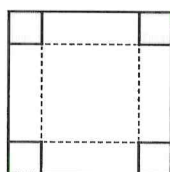
1節 関数

ともなって変わる数量を見つけよう

けいたさんとかりんさんは、1辺の長さが16 cmの正方形の厚紙を使って、次の方法で、ふたのない箱をつくり、小物入れにすることにしました。

小物入れのつくり方

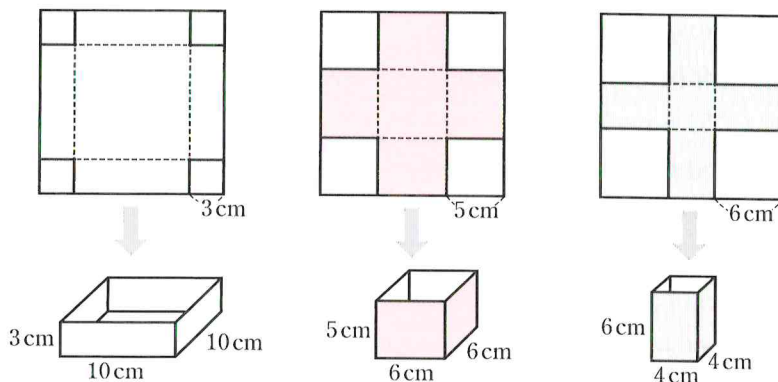
- ① 1辺の長さが16 cmの正方形の厚紙の四すみから、同じ大きさの正方形を切り取る。
- ② 破線にそって折り曲げ、重なりあう辺をテープなどでとめる。



話しあおう

教科書
p.115

箱をつくる時、切り取る正方形の1辺の長さを変えると、それともなって、どんな数量が変わるでしょうか。



解答例

切り取る正方形の1辺の長さを、3 cm, 5 cm, 6 cm と変えると、例えば、箱の底面の1辺の長さ、箱の底面積、箱の容積は、右のように変わっていく。

切り取る正方形の1辺の長さ (cm)	3	5	6
箱の底面の1辺の長さ (cm)	10	6	4
箱の底面積 (cm ²)	100	36	16
箱の容積 (cm ³)	300	180	96

参考

他にも、長さに関するものでは、底面のまわりの長さ、底面の対角線の長さ、高さなど、面積に関するものでは、側面の1つの面の面積、展開図の面積などが考えられます。

1

関数

学習のねらい

日常の事象の中から、ともなって変わる2つの数量を見つけ、これを表や式で表すことによって変化のようすを知ります。また、関数の用語を学習します。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□変数

▶いろいろな値をとる文字を^{へんすう}変数といいます。

□ y は x の関数

▶ともなって変わる2つの変数 x 、 y があって、 x の値を決めると、それに対応して y の値がただ1つに決まるとき、 y は x の関数であるといいます。

□変域

▶変数のとる値の^{はんい}範囲を、その変数の^{へんいき}変域といいます。

x の変域が、0以上6以下であることを、不等号を使って、

$$0 \leq x \leq 6$$

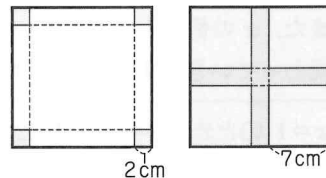
と表します。

ともなって変わる数量の関係を調べましょう。



(教科書) 114 ページの箱づくりで、切り取る正方形の1辺の長さが2 cm のとき、箱の底面の正方形の1辺の長さは何 cm になるでしょうか。

また、切り取る正方形の1辺の長さが7 cm のときには、箱の底面の正方形の1辺の長さは何 cm になるでしょうか。



教科書
p.116

ガイド

箱の底面の1辺の長さは、 $16 - (\text{切り取る正方形の1辺の長さ}) \times 2$ になります。

解答

- 1 辺の長さが 2 cm のとき

$$16 - 2 \times 2 = 12$$

12 cm

- 1 辺の長さが 7 cm のとき

$$16 - 7 \times 2 = 2$$

2 cm

問1

次の(ア)~(ウ)のうち、 y が x の関数であるものをすべて選びなさい。

(ア) 周の長さが 24 cm の長方形の縦の長さ x cm と横の長さ y cm

(イ) 周の長さが x cm の長方形の面積 y cm²

(ウ) 半径 x cm の円の面積 y cm²

教科書
p.117

ガイド y が x の関数であるということは、 x の値を決めると、それに対応して y の値がただ1つに決まるということです。

(ア) 長方形の周の長さ = $2 \times (\text{縦の長さ} + \text{横の長さ})$

→ 横の長さ = 長方形の周の長さ $\div 2 - \text{縦の長さ}$

(イ) 長方形の面積 = 縦の長さ $\times$ 横の長さ

(ウ) 円の面積 = 半径 $\times$ 半径 $\times$ 円周率

解答 (ア) $y = 24 \div 2 - x$ より、 $y = 12 - x$ となるから、 y は x の関数である。

(イ) 長方形の周の長さが決まっても、縦と横の長さが決まらなければ、面積はただ1つに決まらないので、 y は x の関数ではない。

(ウ) $y = 3.14x^2$ となるから、 y は x の関数である。

(ア), (ウ)

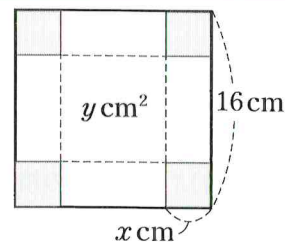
表やグラフ、式を使って、変化や対応のようすを調べましょう。

問2

(教科書) 114 ページの箱づくりで、切り取る正方形の1辺の長さを x cm, 箱の底面積を y cm² とします。

このとき、 x と y の変化のようすを、下の表やグラフに表しなさい。

また、 x の値を大きくしていくと、 y の値はどのように変わっていきますか。(表とグラフは省略)



教科書
p.117

ガイド $x=1$ のとき、 $y = (16 - 1 \times 2)^2 = 14^2 = 196$

$x=2$ のとき、 $y = (16 - 2 \times 2)^2 = 12^2 = 144$

$x=3$ のとき、 $y = (16 - 3 \times 2)^2 = 10^2 = 100$

$x=4$ のとき、 $y = (16 - 4 \times 2)^2 = 8^2 = 64$

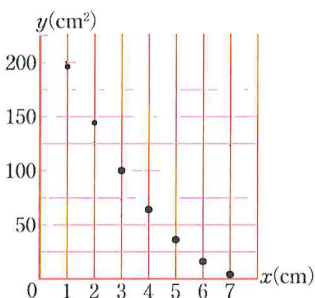
$x=5$ のとき、 $y = (16 - 5 \times 2)^2 = 6^2 = 36$

$x=6$ のとき、 $y = (16 - 6 \times 2)^2 = 4^2 = 16$

$x=7$ のとき、 $y = (16 - 7 \times 2)^2 = 2^2 = 4$

解答

x (cm)	1	2	3	4	5	6	7
y (cm ²)	196	144	100	64	36	16	4



x の値を大きくしていくと、

y の値はしだいにゆるやかに小さくなっていく。

問3

前ページ(教科書 p.117)の例1の x と y の関係を、式に表しなさい。

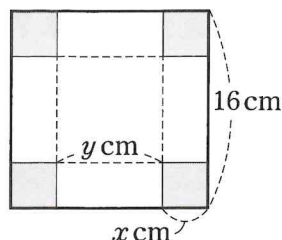
教科書
p.118

ガイド

もとの厚紙の正方形の1辺の長さは16 cm, 切り取る正方形の1辺の長さを x cm, 箱の底面の1辺の長さを y cm とします。

このときの x と y の関係を、式に表します。

箱の底面の1辺の長さは、16 cm から x cm の2倍をひいた長さになります。



解答

$$y = 16 - 2x$$

参考

例1では、表やグラフで、 x と y の関係を表しています。

$y = 16 - 2x$ の x に、1, 2, 3, …, 7を代入して、 y の値が表やグラフの値になるのか確認しましょう。

$$x=1 \text{ のとき, } y=16-2 \times 1=14$$

$$x=2 \text{ のとき, } y=16-2 \times 2=12$$

$$x=3 \text{ のとき, } y=16-2 \times 3=10$$

$$x=4 \text{ のとき, } y=16-2 \times 4=8$$

$$x=5 \text{ のとき, } y=16-2 \times 5=6$$

$$x=6 \text{ のとき, } y=16-2 \times 6=4$$

$$x=7 \text{ のとき, } y=16-2 \times 7=2$$

変数のとる値の範囲とその表し方について学びましょう。

問4

x の変域が、3以上10未満であることを、不等号を使って表しなさい。

教科書
p.118

ガイド

「3以上」というのは、3に等しいかそれより大きい数のことで、

$x=3$ か $x>3$ であるので、 $x \geq 3$ と表します。

「10未満」というのは、10をふくまず、10より小さい数のことで、

$x < 10$ と表します。

解答

$$3 \leq x < 10$$

参考

• $x \geq 3$ と $3 \leq x$ は同じことを表しています。

• 問4の数直線で、●は、 $x=3$ をふくむことを表し、○は、 $x=10$ をふくまないことを表しています。

• 問3では、 $x=8$ のとき $y=16-2 \times 8=0$ となるから、 $y>0$ より、 x の変域は $0 < x < 8$ となります。

したがって、 x と y の関係を、変域をつけて式に表すと、

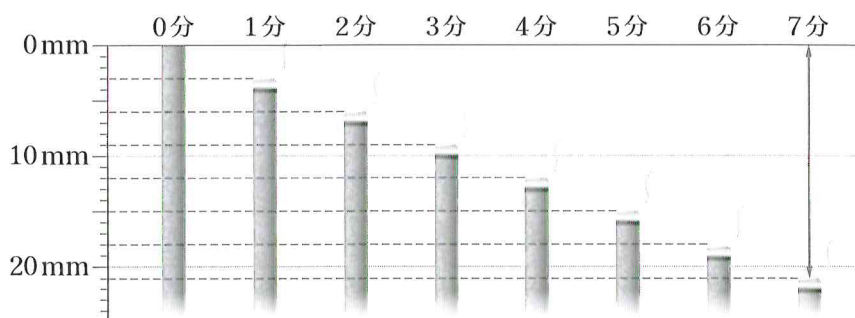
$$y = 16 - 2x \quad (0 < x < 8)$$

となります。

2. 比 例

燃えた長さは？

けいたさんたちのクラスで、
線香せんこうに火をつけてからの時間と
燃えた長さの関係を調べる実験
をしたところ、次のような結果
になりました。



これが7分間で
燃えた長さだよ。



話しあおう

教科書
p.119

火をつけてからの時間を x 分、燃えた長さを y mm として、
 x と y の関係を下の表にまとめましょう。(表は省略)
また、この表からどんなことがわかりますか。

解答例

表は下のようになる。

x	0	1	2	3	4	5	6	7
y	0	3	6	9	12	15	18	21

次のようなことがわかる。

- ・線香は1分ごとに、3 mm ずつ燃えている。
- ・燃えた長さは、火をつけてからの時間に比例している。
- ・ x の値の3倍が y の値になっている。
- ・ x の値が2倍、3倍、……になると、 y の値も2倍、3倍、……になっている。
- ・ x の値が1ずつ増えているのに対し、 y の値は3ずつ増えている。

1

比例の式

学習のねらい

関数の中で、基本的なものの1つとして比例^{ひれい}があります。ここでは、比例の関係について、表、式などからくわしく調べます。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□定数

▶式 $y=3x$ の3のように、決まった数のことを^{ていすう}定数といいます。

□比例

▶ y が x の関数で、その間の関係が、

$$y=ax \quad a \text{ は定数}$$

で表されるとき、 y は x に比例する といいます。

このとき、定数 a を比例定数^{ひれいていすう}といいます。

□比例の関係

▶比例の関係 $y=ax$ を、関数 $y=ax$ ということもあります。

$$y=ax$$

▶(ア) x の値が2倍、3倍、4倍、……になると、 y の値も2倍、3倍、4倍、……になります。

(イ) 対応する x と y の値の商 $\frac{y}{x}$ は一定で、比例定数 a に等しくなります。

x と y の関係は、 $\frac{y}{x}=a$ とも表されます。

比例の関係について考えましょう。

問1

次の(1)、(2)について、 y は x に比例することを示しなさい。

また、そのときの比例定数をいいなさい。

(1) 1本120円のペンを x 本買ったときの代金 y 円

(2) 底辺が8cm、高さが x cmの三角形の面積 y cm²

教科書
p.120

ガイド

y が x の関数で、その間の関係が、 $y=ax$ (a は定数) で表されることを示します。

解答

(1) x と y の関係が、 $y=120x$ で表されるので、 y は x に比例する。

比例定数は120である。

(2) x と y の関係が、 $y=8 \times x \div 2$ より、 $y=4x$ で表されるので、 y は x に比例する。

比例定数は4である。

変数 x や比例定数 a が負の数の場合について考えましょう。

問2

$y=-2x$ について、 x の値に対応する y の値を求めて、

下の表を完成させなさい。

また、前ページ(教科書 p.121)の(ア)、(イ)がいえるか確かめなさい。(表は省略)

教科書
p.122

ガイド 比例の関係 $y=ax$ では、比例定数 a が負の数の場合も考えられます。また、変数 x が負の値をとることもあります。 $y=-2x$ に、それぞれの x の値を代入し、 y の値を求めます。

解答

$x=-4$ のとき、 $y=-2 \times (-4)=8$	$x=-3$ のとき、 $y=-2 \times (-3)=6$
$x=-2$ のとき、 $y=-2 \times (-2)=4$	$x=-1$ のとき、 $y=-2 \times (-1)=2$
$x=0$ のとき、 $y=-2 \times 0=0$	$x=1$ のとき、 $y=-2 \times 1=-2$
$x=2$ のとき、 $y=-2 \times 2=-4$	$x=3$ のとき、 $y=-2 \times 3=-6$
$x=4$ のとき、 $y=-2 \times 4=-8$	

x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
y	...	8	6	4	2	0	-2	-4	-6	-8	...

$\xrightarrow{3\text{倍}}$ $\xrightarrow{2\text{倍}}$ $\xrightarrow{4\text{倍}}$
 $\xleftarrow{3\text{倍}}$ $\xleftarrow{2\text{倍}}$ $\xleftarrow{4\text{倍}}$

(ア) x の値が 2 倍、3 倍、4 倍、……になると、 y の値も 2 倍、3 倍、4 倍、……になっている。

(イ) $\frac{8}{-4}=-2$, $\frac{6}{-3}=-2$, $\dots$, $\frac{2}{-1}=-2$, $\dots$, $\frac{-2}{1}=-2$, $\frac{-4}{2}=-2$, $\frac{-6}{3}=-2$, $\dots$

対応する x と y の値の商 $\frac{y}{x}$ は一定で、比例定数 -2 に等しい。

説明しよう

教科書
p.122

下の表のどちらかは、比例の関係を表しています。どちらが比例の関係でしょうか。また、その理由を説明しましょう。

(τ)

x	1	2	3	4
y	-8	-6	-4	-2

(ι)

x	-4	-3	-2	-1
y	12	9	6	3

ガイド 教科書 121 ページの(ア)や(イ)がいえるかを確認めます。

解答例

- (イ)の x と y の関係は、 $y=-3x$ という式で表されるが、(ア)は $y=ax$ の形の式で表すことができない。
- (イ)は、 x の値が 2 倍、3 倍、4 倍になると、 y の値も 2 倍、3 倍、4 倍になっているが、(ア)はそうっていない。
- (イ)は、対応する x と y の値の商 $\frac{y}{x}$ は、 $\frac{12}{-4}=-3$, $\frac{9}{-3}=-3$, $\dots$ と、一定であるが、(ア)は、 $\frac{-8}{1}=-8$, $\frac{-6}{2}=-3$, $\dots$ となり、一定ではない。

したがって、比例の関係であるのは、(イ)の表。

与えられた条件から、 x と y の関係を式に表しましょう。

教科書
p. 122

問3

次の x と y の関係を式に表しなさい。

- (1) y は x に比例し、 $x=8$ のとき $y=32$ である。
(2) y は x に比例し、 $x=-4$ のとき $y=40$ である。

ガイド

y は x に比例するから、 $y=ax$ と表すことができます。
 x と y の値が 1 組わかれば、式が求められます。

解答

比例定数を a とすると、 $y=ax$

- (1) $x=8$ のとき $y=32$ だから、

$$32=a \times 8$$

$$a=4$$

したがって、 $y=4x$

- (2) $x=-4$ のとき $y=40$ だから、

$$40=a \times (-4)$$

$$a=-10$$

したがって、 $y=-10x$

x と y の値から
 a の値を求めると
いいんだね。



練習問題

① 比例の式

教科書
p. 123

1

次の(ア)~(ウ)のうち、 y が x に比例するものをすべて選びなさい。

- (ア) 底辺 x cm、高さ 5 cm の平行四辺形の面積 y cm²
(イ) x 円のりんごを 3 個買って、1000 円出したときのおつり y 円
(ウ) x m の道のりを、分速 80 m で進むときにかかる時間 y 分

ガイド

x と y の関係を式に表してみます。 $y=ax$ で表されるとき、比例の関係といえます。

解答

x と y の関係を式に表すと、

- (ア) (平行四辺形の面積)=(底辺)×(高さ) だから、

$$y=5x$$

- (イ) (おつり)=(出した金額)-(りんご 3 個の代金) だから、

$$y=1000-3x$$

- (ウ) (時間)=(道のり)÷(速さ) だから、

$$y=\frac{x}{80}$$

よって、 y が x に比例するものは、(ア)、(ウ)

2 座 標

学習のねらい

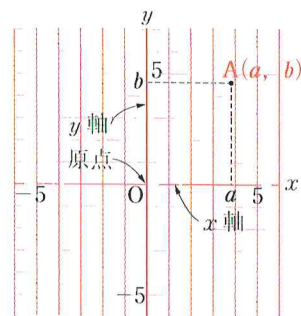
座標軸を決めると、 x 、 y の値の組に対応する1つの点が決まることを理解し、平面上の点の位置を表す方法を考えます。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□座標軸と原点

▶右の図のように、点Oで垂直に交わる2つの数直線を考えるとき、
横の数直線を **x 軸**
縦の数直線を **y 軸**
といい、この x 軸、 y 軸の両方をあわせて **座標軸** といいます。

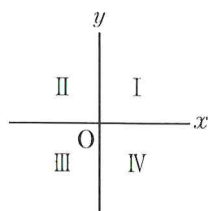
また、座標軸が交わる点Oを **原点** といいます。
原点Oは、2つの数直線の0を表す点です。



□点の座標

▶ $x=a$ 、 $y=b$ に対応する点として、上の図の点Aの位置が決まります。
このとき、点Aの位置を $A(a, b)$ と表します。
(a, b) を点Aの **座標** といい、 a を **x 座標**、 b を **y 座標** といいます。

原点Oの座標は、(0, 0) です。



注 座標軸上の点を除いて考えると、上の図のように、1つの平面は4つの部分に分けられます。

- I (x 座標は正, y 座標も正) II (x 座標は負, y 座標は正)
III (x 座標は負, y 座標も負) IV (x 座標は正, y 座標は負)

平面上の点の位置を表す方法を考えましょう。



右の図は、イベントホールの座席案内図です。

○をつけた座席の位置は、どのように表すことができるでしょうか。

			列	
1	2	3	1	4 5 6 7 8 9
1	2	3	2	4 5 6 7 8 9
1	2	3	3	4 ⑤ 6 7 8 9
1	2	3	4	4 5 6 7 8 9
1	2	3	5	4 5 6 7 8 9

教科書
p.124

ガイド

野球場や映画館など、座席を示す表示は、日常生活の中で多くみられます。

解答例

「3列5番」のように、何列の何番目かを表す数の組で、位置を表すことができる。

教科書
p.125

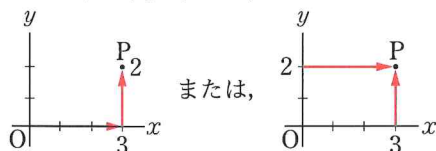
問1

座標が次のような点を、右の図にかき入れなさい。(図は省略)

A(2, 6) B(-1, 2) C(-4, -4)
D(1, -1) E(-2, 0)

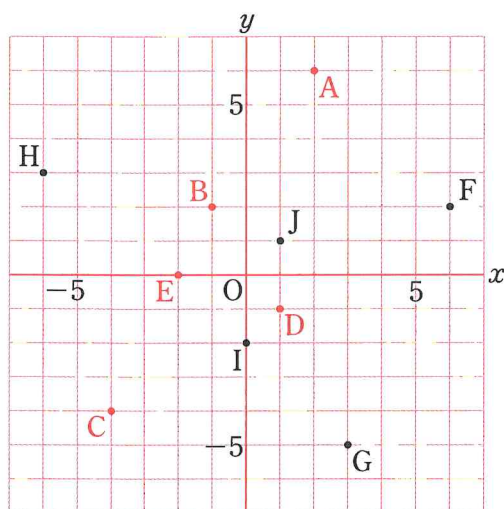
ガイド

座標を表す数の組 (a, b) では、 a が x 座標、 b が y 座標を表します。 x 座標は、 x 軸にそって左右に目もりを数え、 y 座標は、 y 軸にそって上下に目もりを数えます。
例えば、 $P(3, 2)$ では、次のように点を決めます。



解答

下の図 (赤の点A~E)



問2

右の図で、点F, G, H, I, Jの座標をいいなさい。(図は上の図)

教科書
p.125

ガイド

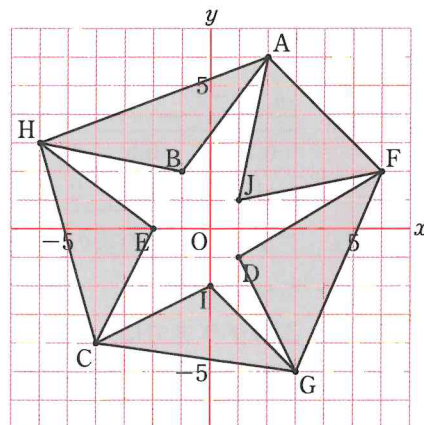
それぞれの点を、 x 座標、 y 座標の順に読みとって求めます。

解答

F(6, 2) G(3, -5) H(-6, 3)
I(0, -2) J(1, 1)

参考

A → J → F → D → G → I → C → E → H
→ B → A → F → G → C → H → A
の順に結ぶと、右の図のようになります。
(アサガオの花の形)



3

比例のグラフ

学習のねらい

比例の関係 $y=ax$ では、 (x, y) の組に対応する点の全体が直線になることを理解し、そのグラフのようすと比例定数 a との関係を考えます。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□ $y=ax$ の
グラフ

▶比例の関係 $y=ax$ について、 x に対応する y の値を求め、その値の組 (x, y) の全体がどのようなグラフになるかを調べます。

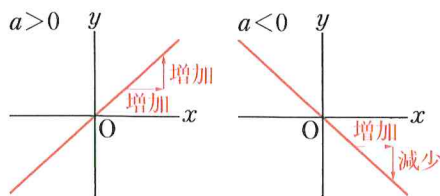
比例の関係 $y=ax$ のグラフは、
原点を通る直線で、比例定数 a の値
によって右の図のように、

$a > 0$ のときは、**右上がりの直線**

$a < 0$ のときは、**右下がりの直線**

となります。

注 a の絶対値が大きいくほど、
直線の傾きは急になります。



比例の関係をグラフに表しましょう。



上の表で、対応する x と y の値の組を座標とする点を、左の図にかき入れましょう。

また、 x の値を -4 から 4 まで 0.5 おきにとって、それらに対応する点を、左の図にかき入れましょう。(表と図は省略)

教科書
p.126

ガイド

比例の関係 $y=2x$ で、 x の値を 0.5 おきにとったときの対応する y の値を求め、それらを座標とする点もかき入れます。

解答

右の図 (0.5 おきにとった点は赤い点)

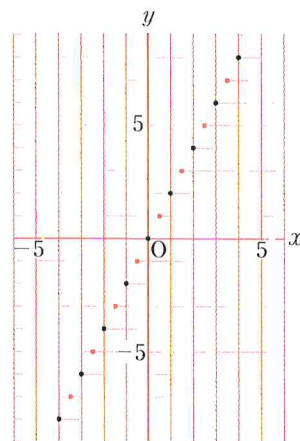
x, y の値の表は次のようになる。

x	-4	-3.5	-3	-2.5	-2	-1.5	-1		
y	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2		
-0.5	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8

参考

グラフは、上の表の x, y の値の組を座標とする点をとったものです。

このグラフでは、 x の値を 0.5 おきにとったために、点の間かくがつまってきて、1つの直線上に並ぶことがより明らかになっています。



問1

比例の関係 $y=1.5x$ のグラフを、上の図にかき入れなさい。(図は省略)

教科書
p.126

ガイド

$y=1.5x$ について、 x と y の対応表をつくってそれらの値の組を座標とする点を取り、これらの点を結ぶと $y=1.5x$ のグラフがかけます。

解答

$y=1.5x$ の対応表は、下のようになる。

x	...	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	...
y	...	-9	-7.5	-6	-4.5	-3	-1.5	0	1.5	3	4.5	6	7.5	9	...

この表をグラフにしたものが、右下の図である。

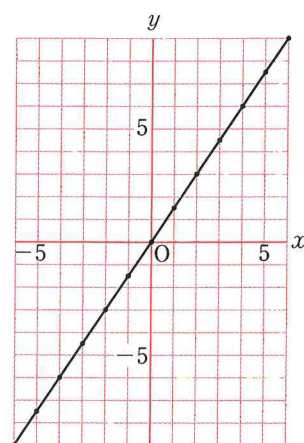
参考

グラフをかくときのくふうとして、グラフ上の位置が、方眼の縦、横の交点である、つまり、 x も y も整数である点を選んでかくことも1つの方法です。また、 x が1増加したとき、 y がどのように変化しているかをみるには、表の y の値の差をみます。

$$(-3)-(-4.5)=1.5, (-1.5)-(-3)=1.5,$$

$$0-(-1.5)=1.5, 1.5-0=1.5, 3-1.5=1.5, \dots\dots$$

となって、どこをとっても、1.5ずつ増加していることがわかります。



上の表で、対応する x と y の値の組を座標とする点を、右の図にかき入れましょう。また、 x の値をさらに細かくとっていくと、どうなるでしょうか。(表と図は省略)

教科書
p.127

ガイド

$y=-2x$ も $y=2x$ と同じように考えて、 x の値を0.5おきにとったときの対応する y の値を求め、それらを座標とする点もかき入れてみます。

解答

右下の図の赤い点が、教科書の上の表の x と y の値の組を座標とする点。

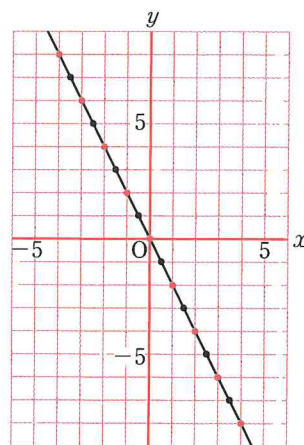
x の値をさらに0.5おきにとっていくと、次の表のようになる。

x	-4	-3.5	-3	-2.5	-2	-1.5	-1
y	8	7	6	5	4	3	2

-0.5	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
1	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8

グラフは、上の表の x 、 y の値の組を座標とする点をとったものである。

$y=2x$ と同じように、さらに x の値を細かくとっていくと、対応する点の全体は、図のような直線になる。この直線が、比例の関係 $y=-2x$ のグラフになる。



教科書
p.127

問2

比例の関係 $y = -1.5x$ のグラフを、右の図にかき入れなさい。(図は省略)

ガイド

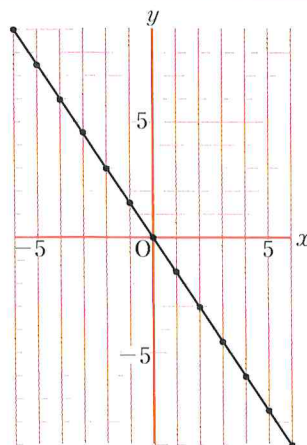
比例の関係 $y = ax$ で、**比例定数 a が負**の場合のグラフです。やはり、 x と y の対応表をつくって、図に点をとります。

解答

右の図

$y = -1.5x$ の対応表は、下ようになる。

x	...	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0
y	...	9	7.5	6	4.5	3	1.5	0
		1	2	3	4	5	6	...
		-1.5	-3	-4.5	-6	-7.5	-9	...



問3

次の関数のグラフをかきなさい。

教科書
p.128

- (1) $y = 3x$ (2) $y = -x$ (3) $y = \frac{3}{4}x$ (4) $y = -\frac{1}{2}x$

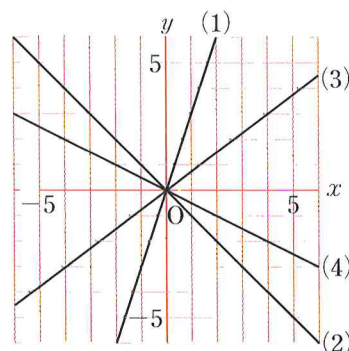
ガイド

比例の関係 $y = ax$ のグラフは、**原点を通る直線**なので、**原点以外にもう1点**をとると、これらを通る直線をひいてかくことができます。原点以外の点は、**原点よりできるだけ離れた点で、 x も y も整数になる点**をさがすと、グラフがかきやすくなります。

解答

右の図

- (1) $x = 2$ を代入すると、 $y = 3 \times 2 = 6$ だから、
原点と点 (2, 6) を通る直線。
(2) $x = 6$ を代入すると、 $y = -6$ だから、原点と
点 (6, -6) を通る直線。
(3) $x = 4$ を代入すると、 $y = \frac{3}{4} \times 4 = 3$ だから、
原点と点 (4, 3) を通る直線。
(4) $x = 6$ を代入すると、 $y = -\frac{1}{2} \times 6 = -3$
だから、原点と点 (6, -3) を通る直線。



問4

問3 の(1)~(4)で、 x の値が増加するとき、 y の値が増加するのはどれですか。
また、 y の値が減少するのはどれですか。

教科書
p.128

ガイド

x の値が増加するとき、 y の値が増加するのは、**右上がりのグラフ**です。
また、 y の値が減少するのは、**右下がりのグラフ**です。

解答

y の値が増加... (1), (3) y の値が減少... (2), (4)

説明しよう

比例の関係を1つ決めて、その表、式、グラフをかき、それらの関係について説明しましょう。
また、表、式、グラフのそれぞれのよさを考えましょう。

解答例

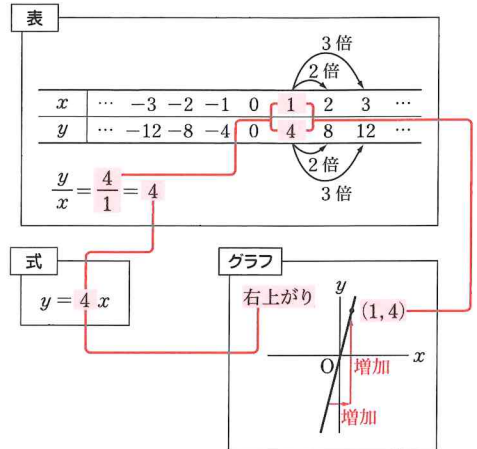
- 表、式、グラフの関係

表の $\frac{y}{x}$ の値 4 が式の比例定数 4 になる。
表より、グラフは原点と点 (1, 4) を通る直線である。

式より、比例定数 4 は正の数だから、
グラフは右上がりの直線になる。

- 表は、対応する x と y の値の商 $\frac{y}{x}$ が一定かどうかを調べやすい。
- 式は、 x がどのような値のときも、対応する y の値を求めることができる。
- グラフは、原点を通る直線であれば、比例の関係であることがすぐにわかる。

〈比例の関係 $y=4x$ の表、式、グラフについて〉



練習問題

3 比例のグラフ

教科書
p.129

- 1 次の関数のグラフをかきなさい。

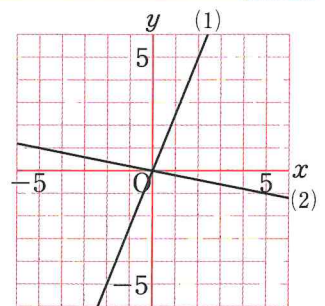
(1) $y=2.5x$ (2) $y=-0.2x$

ガイド

- (1) 原点と点 (2, 5) を通ります。
(2) 原点と点 (5, -1) を通ります。

解答

右の図



- 2 次の(1)~(4)のグラフは、それぞれ、右の直線のどれですか。(図は解答の中)

(1) $y = \frac{3}{2}x$ (2) $y = -4x$ (3) $y = \frac{2}{5}x$ (4) $y = -\frac{1}{3}x$

ガイド

まず、グラフが右上がりか右下がりかに注目します。

①~⑤のグラフは、次の点を通っています。

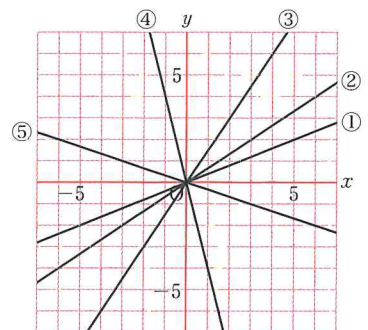
- ①は点 (5, 2), ②は点 (3, 2),
③は点 (2, 3), ④は点 (-1, 4),
⑤は点 (-3, 1)

解答

- (1) ③ (2) ④ (3) ① (4) ⑤

参考

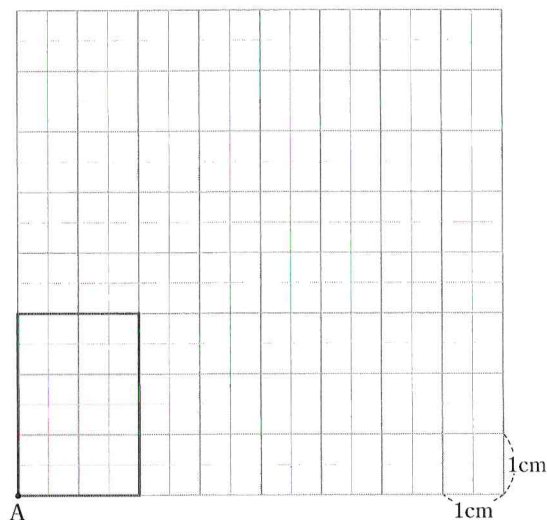
②は $y = \frac{2}{3}x$ のグラフです。



3節 反比例

同じ面積の長方形をつくろう

面積が 6 cm^2 の長方形を、いろいろかいてみましょう。

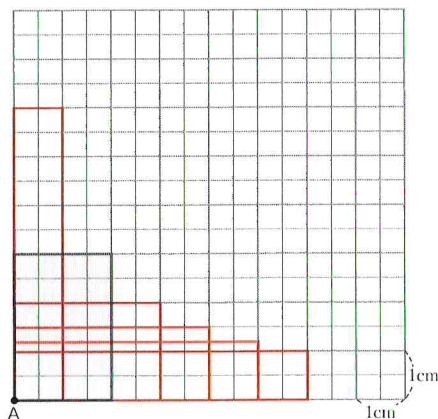


1つの頂点を
Aとして長方形を
かいてみると
どうなるかな？



横の長さを $x\text{ cm}$ 、縦の長さを $y\text{ cm}$ として、 x の値をいろいろ変えると、それにとまって y の値はどうなるでしょうか。 x と y の関係を、下の表にまとめましょう。(表は省略)

解答例



面積が 6 cm^2 の長方形は、1つの頂点を A とすると、左の図のような長方形がかけます。

x	1	2	3	4	5	6
y	6	3	2	1.5	1.2	1

話しあおう

教科書
p.130

上(右上)の表からどんなことがわかるでしょうか。

解答例

- 表を横に見ると、 x の値が 2 倍、3 倍、……になると、 y の値は $\frac{1}{2}$ 倍、 $\frac{1}{3}$ 倍、……になっている。(y は x に反比例している。)
- 表を縦に見ると、 x の値と y の値の積は、どれも 6 になっている。

1

反比例の式

学習のねらい

関数の中で、基本的なものの1つとして反比例^{はんびれい}があります。ここでは、反比例の関係について、表、式などからくわしく調べます。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□反比例

▶ y が x の関数で、その間の関係が、

$$y = \frac{a}{x} \quad a \text{ は定数}$$

で表されるとき、 y は x に反比例するといいます。

このとき、定数 a を比例定数^{ひれいじょうすう}といいます。

□反比例の関係

$$y = \frac{a}{x}$$

▶ 反比例の関係 $y = \frac{a}{x}$ を、関数 $y = \frac{a}{x}$ ということもあります。

▶ (ア) x の値が2倍、3倍、4倍、……になると、 y の値は $\frac{1}{2}$ 倍、 $\frac{1}{3}$ 倍、 $\frac{1}{4}$ 倍、……になります。

(イ) 対応する x と y の値の積 xy は一定で、比例定数 a に等しくなります。
 x と y の関係は、 $xy = a$ とも表されます。

注 比例の場合と同じように、変数 x や y が負の値をとっても、 $y = \frac{a}{x}$ の関係があれば、 y は x に反比例するといいます。ただし、反比例の関係 $y = \frac{a}{x}$ では、 x の値が0のときの y の値はありません。

反比例の関係について考えましょう。

問1

次の(1)、(2)について、 y は x に反比例することを示しなさい。

また、そのときの比例定数をいいなさい。

(1) 50 cm のテープを x 等分したときの、1本の長さ y cm

(2) 面積が 6 cm^2 の平行四辺形の底辺 x cm と高さ y cm

教科書
p. 131

ガイド

y が x の関数で、その間の関係が、 $y = \frac{a}{x}$ (a は定数) で表されることを示します。

解答例

(1) x と y の関係が、 $y = \frac{50}{x}$ で表されるので、 y は x に反比例する。

比例定数は50である。

(2) x と y の関係が、 $xy = 6$ より、 $y = \frac{6}{x}$ で表されるので、 y は x に反比例する。

比例定数は6である。

変数 x や比例定数 a が負の数の場合について考えましょう。

教科書
p.132

問2

$y = -\frac{6}{x}$ について、 x の値に対応する y の値を求めて、下の表を完成させなさい。

また、上の(ア)、(イ)がいえるか確かめなさい。(表、(ア)、(イ)は省略)

ガイド

比例定数が負の数の場合です。それぞれの x の値を式に代入し、符号に注意して y の値を求めます。

解答

表は次のようになる。

x	...	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	...
y	...	1	1.2	1.5	2	3	6	×	-6	-3	-2	-1.5	-1.2	-1	...

$\xrightarrow{3\text{倍}}$ $\xrightarrow{2\text{倍}}$ $\xrightarrow{4\text{倍}}$
 $\xrightarrow{\frac{1}{3}\text{倍}}$ $\xrightarrow{\frac{1}{2}\text{倍}}$ $\xrightarrow{\frac{1}{4}\text{倍}}$

(ア) x の値が2倍、3倍、4倍、……になると、 y の値は $\frac{1}{2}$ 倍、 $\frac{1}{3}$ 倍、 $\frac{1}{4}$ 倍、……になっている。

(イ) $(-6) \times 1 = -6$, $(-5) \times 1.2 = -6$, …… , $3 \times (-2) = -6$, $4 \times (-1.5) = -6$, ……

対応する x と y の値の積 xy は一定で、比例定数 -6 に等しい。

したがって、(ア)、(イ)はいえる。

教科書
p.133

説明しよう

下の表のどちらかは、反比例の関係を表しています。どちらが反比例の関係でしょうか。

また、その理由を説明しましょう。

(ア)

x	1	2	3	4
y	-12	-6	-4	-3

(イ)

x	1	2	3	4
y	12	9	6	3

ガイド

次の①、②のうち、どちらかが成り立つことを調べればよいです。

① x の値が2倍、3倍、4倍、……になると、 y の値は $\frac{1}{2}$ 倍、 $\frac{1}{3}$ 倍、 $\frac{1}{4}$ 倍、……になる。

② 対応する x と y の値の積 xy が一定になる。

解答例

対応する x と y の値の積 xy が一定であるかどうかを調べると、

(ア) すべて、 $xy = -12$

(イ) $xy = 12$, $xy = 18$ となり、一定でない。

したがって、反比例の関係であるのは、(ア)の表。

参考

(ア) $y = -\frac{12}{x}$ と表されます。

(イ) $y = -3x + 15$ と表されます。(これは、中学2年で学習します。)

与えられた条件から、 x と y の関係を式に表しましょう。

教科書
p.133

問3

次の x と y の関係を式に表しなさい。

- (1) y は x に反比例し、 $x=4$ のとき $y=5$ である。
 (2) y は x に反比例し、 $x=3$ のとき $y=-12$ である。

ガイド

y は x に反比例するから、 $y=\frac{a}{x}$ と表すことができます。

x と y の値が1組わかれば式を求めることができます。

解答

- (1) 比例定数を a とすると、 $y=\frac{a}{x}$

$x=4$ のとき $y=5$ だから、

$$5=\frac{a}{4} \quad a=20$$

$$\text{したがって、} \quad y=\frac{20}{x}$$

- (2) 比例定数を a とすると、 $y=\frac{a}{x}$

$x=3$ のとき $y=-12$ だから、

$$-12=\frac{a}{3} \quad a=-36$$

$$\text{したがって、} \quad y=-\frac{36}{x}$$



練習問題

① 反比例の式

教科書
p.133

1

次の(ア)～(ウ)のうち、 y が x に反比例するものをすべて選びなさい。

- (ア) 面積が 18 cm^2 の三角形の底辺 $x\text{ cm}$ と高さ $y\text{ cm}$
 (イ) 200ページの本を、 x ページ読んだときの残りのページ数 y ページ
 (ウ) 800 m の道のりを、分速 $x\text{ m}$ で進むときにかかる時間 y 分

ガイド

それぞれ x と y の関係を式に表します。 $y=\frac{a}{x}$ で表されるとき、反比例の関係といえます。

(ア) (三角形の面積) $=\frac{1}{2}\times(\text{底辺})\times(\text{高さ})$

(イ) (残りのページ数) $=(\text{全部のページ数})-(\text{読んだページ数})$

(ウ) (時間) $=(\text{道のり})\div(\text{速さ})$

解答

(ア) $\frac{1}{2}xy=18$ より、 $y=\frac{36}{x}$

(イ) $y=200-x$

(ウ) $y=\frac{800}{x}$

(ア), (ウ)

2

反比例のグラフ

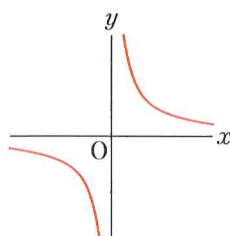
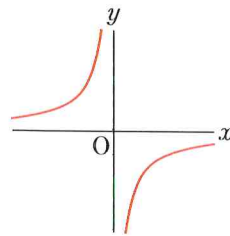
学習のねらい

反比例の関係 $y = \frac{a}{x}$ では、 (x, y) の組に対応する点の全体は双曲線^{そうきょくせん}になることを理解し、そのグラフのようすと比例定数 a との関係を考えます。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□ $y = \frac{a}{x}$ の
グラフ

▶ 反比例の関係 $y = \frac{a}{x}$ のグラフは双曲線^{そうきょくせん}で、比例定数 a の値によって次のようになります。

 $a > 0$  $a < 0$ 

反比例の関係をグラフに表しましょう。



上の「ふりがえり」で、 x の値を0.5おきにとりて、それらに対応する点を、上の図にかき入れましょう。

また、 x の値をさらに細かくとっていくと、どうなるでしょうか。（「ふりがえり」の図、表は省略）

教科書
p.134

ガイド

電卓を用いて計算し、表をつくるとよいです。

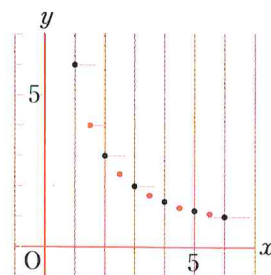
$y = \frac{6}{x}$ だから、 $\boxed{6} \div \boxed{x \text{の値}}$ とします。

解答例

右の図（0.5おきにとった点は赤い点）

x, y の値の表は次のようになる。

x	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5
y	12	6	4	3	2.4	2	1.7
	4	4.5	5	5.5	6		
	1.5	1.3	1.2	1.1	1		



（わり切れないときは、小数第2位を四捨五入している。）

x の値をさらに細かくとっていくと、対応する x と y の値の組を座標とする点の全体は、なめらかな曲線になっていく。

問1



反比例の関係 $y = \frac{6}{x}$ で、 x の値が、10, 100, 1000, 10000, ……となるとき、 y の値はどうなりますか。また、 x の値が 0.1, 0.01, 0.001, 0.0001, ……となるとき、 y の値はどうなりますか。

ガイド

$y = \frac{6}{x}$ に x の値を代入して、 y の値を求めて考えます。

x	10	100	1000	10000	0.1	0.01	0.001	0.0001
y	0.6	0.06	0.006	0.0006	60	600	6000	60000

解答

x の値が 10, 100, 1000, 10000, ……となるとき、 y の値は、0.6, 0.06, 0.006, 0.0006, ……となる。

x の値が 0.1, 0.01, 0.001, 0.0001, ……となるとき、 y の値は、60, 600, 6000, 60000, ……となる。



上の表で、 x が負の値をとるとき、対応する x と y の値の組を座標とする点を、右の図にかき入れましょう。これらの点は、どのように並んでいるでしょうか。(表と図は省略)

ガイド

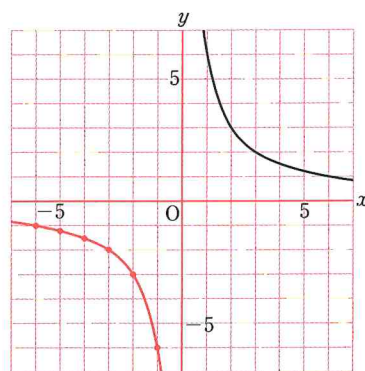
表で、 x が負の値の場合を考えます。

x	…	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0
y	…	-1	-1.2	-1.5	-2	-3	-6	×

解答例

右の図の赤い点々が、 x が負の値のときの、表の x と y の値の組を座標とする点。

x の値をさらに細かくとっていくと、対応する x と y の値の組を座標とする点の全体は、右の図の赤い曲線のようになめらかな曲線上に並んでいる。



問2

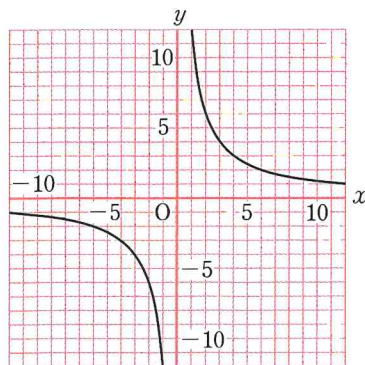


反比例の関係 $y = \frac{12}{x}$ のグラフをかきなさい。

ガイド

表を完成させてからグラフをかきます。

x	...	-12	-10	-8	-6	-5	-4	
y	...	-1	-1.2	-1.5	-2	-2.4	-3	
		-3	-2	-1	0	1	2	3
		-4	-6	-12	×	12	6	4
		4	5	6	8	10	12	...
		3	2.4	2	1.5	1.2	1	...



解答

右の図

話しあおう

教科書
p.135

反比例の関係 $y = \frac{6}{x}$ で、 x の値が、 $-10, -100, -1000, -10000, \dots$ となるとき、 y の値はどうなるでしょうか。

また、これまでに調べたことから、 $y = \frac{6}{x}$ のグラフにはどのような特徴があるでしょうか。

解答例

- $y = \frac{6}{x}$ で、 x の値が、 $-10, -100, -1000, -10000, \dots$ のとき、 y の値は $-0.6, -0.06, -0.006, -0.0006, \dots$ となる。
- $y = \frac{6}{x}$ のグラフは、決して x 軸や y 軸とは交わらない。
- $y = \frac{6}{x}$ のグラフは、原点について対称な、なめらかな2つの曲線になっている。

教科書
p.136

上の表は、反比例の関係 $y = -\frac{6}{x}$ で、対応する x と y の値を求めたものです。

この表の x と y の値の組を座標とする点を、左の図にかき入れましょう。

また、 x の値をさらに細かくとっていくと、どうなるでしょうか。(表と図は省略)

ガイド

反比例の関係 $y = \frac{a}{x}$ で、比例定数 a が負の数の場合のグラフについて考えます。

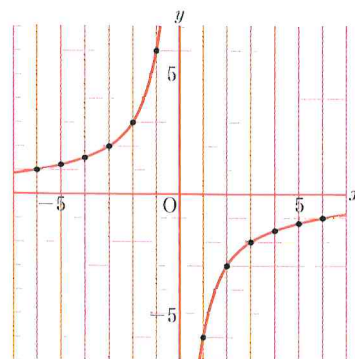
これまでと同じように表から点をとっていきます。

x	...	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	...
y	...	1	1.2	1.5	2	3	6	×	-6	-3	-2	-1.5	-1.2	-1	...

解答

右の図の黒い点

x の値をさらに細かくとっていくと、対応する x と y の値の組を座標とする点の全体は、右の図の赤い曲線となる。

教科書
p.136

問3

反比例の関係 $y = -\frac{12}{x}$ のグラフをかきなさい。

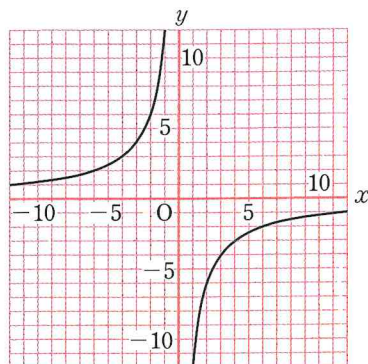


ガイド

対応する x, y の値の表をかいて、この表をもとにしてグラフをかきます。前ページの表を用いて表をかくこともできます。ちょうど、 y の値の符号が逆になります。

問2

x	...	-12	-10	-8	-6	-5	-4
y	...	1	1.2	1.5	2	2.4	3
		-3	-2	-1	0	1	2
		4	6	12	×	-12	-6
		4	5	6	8	10	12
		-3	-2.4	-2	-1.5	-1.2	-1



解答

右の図

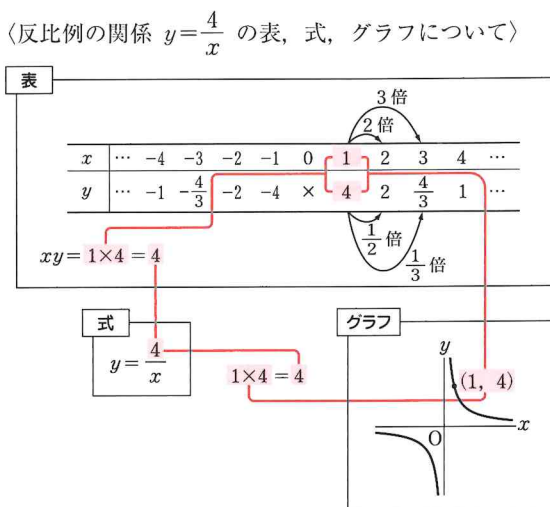
説明しよう

教科書
p. 137

反比例の関係を1つ決めて、その表、式、グラフをかき、それらの関係について説明しましょう。

解答例

- 表の xy の値 4 が、式の比例定数 4 になる。
- 表より、グラフは点 (1, 4) を通る双曲線である。
- 式より、比例定数 4 は正の数だから、グラフは図のような双曲線になる。



4 章
変化と対応

練習問題

2 反比例のグラフ

教科書
p. 138

1

次の関数のグラフをかきなさい。

(1) $y = \frac{10}{x}$

(2) $y = -\frac{4}{x}$

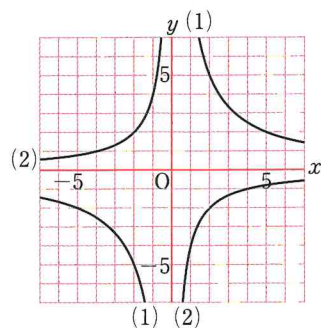
ガイド

x , y の値の組を表にして、その値の組を座標とする点を取り、なめらかな曲線になるように結びます。

解答

(1)	x	...	-5	-4	-2	0	2	4	5	...
	y	...	-2	-2.5	-5	×	5	2.5	2	...
(2)	x	...	-4	-2	-1	0	1	2	4	...
	y	...	1	2	4	×	-4	-2	-1	...

グラフは、右の図

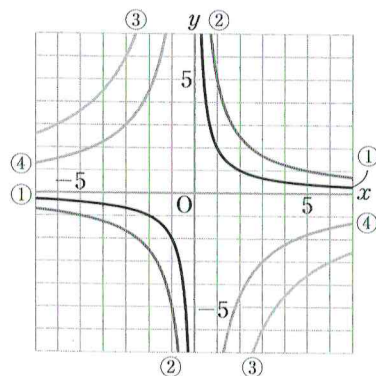


2 次の(1)~(3)のグラフは、それぞれ、
右の双曲線のどれですか。

$$(1) y = \frac{5}{x}$$

$$(2) y = -\frac{18}{x}$$

$$(3) y = \frac{2}{x}$$



ガイド 比例定数 a が正の数の場合と負の数の場合で、双曲線の位置が異なることに気をつけます。

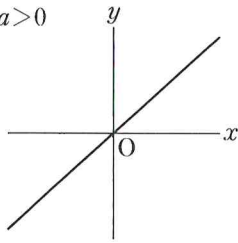
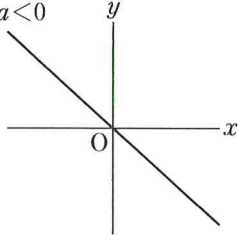
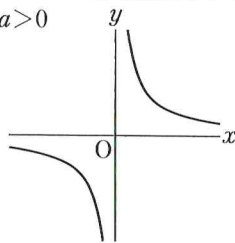
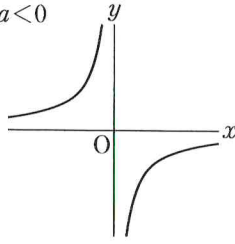
- 解答**
- (1) 点 (1, 5) を通る双曲線だから、②
 - (2) 点 (3, -6) を通る双曲線だから、③
 - (3) 点 (1, 2) を通る双曲線だから、①

まとめよう

教科書
p.138

比例の関係 $y = ax$ と反比例の関係 $y = \frac{a}{x}$ の特徴をくらべ、下の例を参考にまとめてみましょう。

解答例

	比例の関係 $y = ax$	反比例の関係 $y = \frac{a}{x}$
変化のようす	(省略)	(省略)
グラフの形	$a > 0$  $a < 0$  グラフは原点を通る直線になる。	$a > 0$  $a < 0$  グラフは双曲線になる。
一定なもの	対応する x と y の値の商 $\frac{y}{x}$ は一定で、比例定数 a に等しい。	対応する x と y の値の積 xy は一定で、比例定数 a に等しい。

4 比例，反比例の利用

リサイクルすると？

かりんさんたちは，紙パックをトイレットペーパーにリサイクルする工場を見学しています。

この工場には，いろいろな町から紙パックが運ばれてきます。

右の表は，A町，B町，C町から運ばれてきた紙パックと，それぞれからできるトイレットペーパーの個数をまとめたものです。

明日，D町から 2800 kg，E町から 4800 kgの紙パックが運ばれてくるそうです。

	紙パック	トイレットペーパー
A町	1800kg	9000個
B町	5400kg	27000個
C町	3600kg	18000個

話しあおう

教科書
p. 139

D町，E町から集まる紙パックから，トイレットペーパーが何個できるかを求めるには，どうすればよいでしょうか。

ガイド

比例の関係になっている2つの数量を考えます。

(トイレットペーパーの個数)÷(紙パックの重さ)が一定になっているかどうかを調べてみましょう。

解答例

(トイレットペーパーの個数)÷(紙パックの重さ)を調べると，

$$A町 \cdots 9000 \div 1800 = 5 \quad B町 \cdots 27000 \div 5400 = 5 \quad C町 \cdots 18000 \div 3600 = 5$$

となり，一定であるから，トイレットペーパーの個数は紙パックの重さに比例すると考えられる。

この比例の関係を式に表すと，D町，E町から集まる紙パックからできるトイレットペーパーの個数を求めることができる。

参考

比例式を使って求めることもできます。

紙パックの重さとトイレットペーパーの個数の比は，

$$1800 : 9000 = 1 : 5 \text{ だから，}$$

D町から運ばれてくる 2800 kg の紙パックからできるトイレットペーパーの個数を x 個とすると，

$$2800 : x = 1 : 5$$

$$x = 14000$$

よって，14000 個のトイレットペーパーができることがわかります。

E町の場合も，同じように考えて求めることができます。

1

比例、反比例の利用

学習のねらい

比例や反比例の考え方を利用して、身のまわりにある問題を解決することができることを学び、比例や反比例についての理解を深めます。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□比例の利用

▶例 紙の重さや厚さは、枚数に比例する。

□反比例の利用

▶例 いすの総数が決まっている場合、1列に並べるいすの数と列の数は反比例する。

説明しよう

教科書
p.140

トイレットペーパーの個数は紙パックの重さに比例すると考えられるのは、なぜでしょうか。

ガイド

教科書 140 ページの表で、紙パックの重さを x kg、トイレットペーパーの個数を y 個としたとき、 x の値が 2 倍、3 倍になると、 y の値も 2 倍、3 倍になったり、 $\frac{y}{x}$ の値が一定になったりすれば、 y は x に比例するといえます。

解答例

- ・紙パックの重さが 1800 kg から、3600 kg、5400 kg と 2 倍、3 倍になると、トイレットペーパーの個数も 9000 個から、18000 個、27000 個と 2 倍、3 倍になっている。
- ・表の紙パックの重さを x kg、トイレットペーパーの個数を y 個として、対応する x と y の値の商 $\frac{y}{x}$ を求めると、

$$\frac{9000}{1800}=5, \frac{18000}{3600}=5, \frac{27000}{5400}=5$$

となり、一定である。

したがって、トイレットペーパーの個数は紙パックの重さに比例すると考えられる。

1

x kg の紙パックから y 個のトイレットペーパーができるとするとき、 x と y の関係を式に表しなさい。

教科書
p.140

ガイド

上の  説明しよう で調べた結果から、比例定数は 5 です。

解答

x と y は比例の関係で、比例定数は 5 であるから、 x と y の関係を表す式は、 $y=5x$

2

2800 kg の紙パックから何個のトイレットペーパーができますか。また、4800 kg の紙パックから何個のトイレットペーパーができますか。

教科書
p.140

ガイド

前ページの 1 で表した式 $y=5x$ に、それぞれの x の値を代入して、 y の値を求めます。

解答

紙パックが 2800 kg のとき、 $y=5x$ に $x=2800$ を代入して、

$$y=5 \times 2800=14000$$

14000 個

紙パックが 4800 kg のとき、 $y=5x$ に $x=4800$ を代入して、

$$y=5 \times 4800=24000$$

24000 個

3

かりんさんの学校では、1 年間に 1400 個のトイレットペーパーを使用しています。

トイレットペーパーの原料になる紙パックは 30 枚で 1 kg です。

かりんさんの学校で 1 年間に使用するトイレットペーパーをつくるためには、紙パックは何枚必要でしょうか。

教科書
p.141

ガイド

まず、必要な紙パックの重さを求めます。

解答例

1400 個のトイレットペーパーをつくるのに必要な紙パックの重さは、

$y=5x$ に $y=1400$ を代入して、

$$1400=5x$$

$$x=280$$

より、280 kg

紙パックは 30 枚で 1 kg だから、必要な紙パックの枚数は、

$$30 \times 280=8400 \text{ (枚)}$$

8400 枚

比例の利用

問1

オリバーさんとエレナさんについて、次の問いに答えなさい。

教科書
p.141

- (1) それぞれ、分速何 m で走りましたか。
- (2) x と y の関係を、 x の変域をつけて、それぞれ式に表しなさい。
- (3) y の変域を、それぞれ求めなさい。
- (4) スタートしてから 8 分間で、2 人が走った道のりの差は何 m ですか。

ガイド

(1) (速さ)=(道のり)÷(時間) です。

グラフから適当な道のりと時間を読みとって求めます。

(2), (3) ①と②のグラフはどちらも原点を通る直線であるから、 x と y は比例の関係です。

$y=ax$ にグラフから読みとった x と y の値を代入し、 a の値を求めます。

それぞれの変域は、グラフの実線部分になります。

(4) グラフから読みとります。2 人の式に $x=8$ を代入して、それぞれの道のりを求めてもよいです。

解答

- (1)・オリバーさん

10分で2000 m 走っているから、

$$2000 \div 10 = 200$$

分速 200 m

- ・エレナさん

4分で600 m 走っているから、

$$600 \div 4 = 150$$

分速 150 m

- (2) グラフより、どちらも
- y
- は
- x
- に比例している。

- ・オリバーさん

 $y = ax$ に $x = 10$, $y = 2000$ を代入して、

$$2000 = 10a \quad a = 200$$

よって、 $y = 200x$ ($0 \leq x \leq 15$)

- ・エレナさん

 $y = ax$ に $x = 4$, $y = 600$ を代入して、

$$600 = 4a \quad a = 150$$

よって、 $y = 150x$ ($0 \leq x \leq 15$)

- (3)・オリバーさん

 $x = 0$ のとき、 $y = 0$ $x = 15$ のとき、 $y = 200 \times 15 = 3000$ よって、 y の変域は、 $0 \leq y \leq 3000$

- ・エレナさん

 $x = 0$ のとき、 $y = 0$ $x = 15$ のとき、 $y = 150 \times 15 = 2250$ よって、 y の変域は、 $0 \leq y \leq 2250$

- (4) グラフで、
- $x = 8$
- のときの
- y
- の値を読みとると、

オリバーさん…1600 m エレナさん…1200 m

よって、道のりの差は、 $1600 - 1200 = 400$ (m)400 m

(別解)

オリバーさん… $x = 8$ のとき、 $y = 200 \times 8 = 1600$ エレナさん… $x = 8$ のとき、 $y = 150 \times 8 = 1200$ よって、道のりの差は、 $1600 - 1200 = 400$ (m)400 m**参考**

- (2) (1)で求めた分速が比例定数になるから、

オリバーさん… $y = 200x$ エレナさん… $y = 150x$

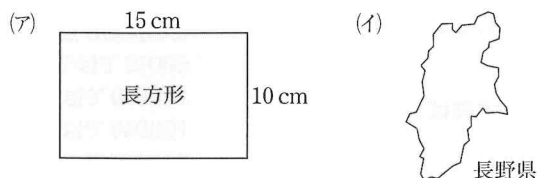
と式に表すこともできます。

- (3) オリバーさんの
- y
- の変域は、グラフから読みとってよいです。

エレナさんのグラフで、 $x = 15$ に対する y の値は読みとれないので、式に代入して y の値を求めましょう。

説明しよう

厚さが一定のアルミ板から、下の図の2つの形を切り取りました。



(ア)の板の重さが24 g のとき、(イ)の板の面積を求めるには、どうすればよいでしょうか。

解答例

厚さが一定なので、重さを x g、面積を y cm^2 とすると、 y は x に比例することがわかる。

(ア)の板の面積は $10 \times 15 = 150$ (cm^2) で、重さは24 g だから、

$$y = ax \text{ に } x=24, y=150 \text{ を代入して, } 150 = 24a \quad a = \frac{25}{4} \quad \text{よって, } y = \frac{25}{4}x$$

$y = \frac{25}{4}x$ の x に、(イ)の板の重さを代入すれば、面積を求めることができる。

反比例の利用

問2

上の食品を、600 W の出力で温める場合、温める時間を何分何秒に設定すればよいですか。

教科書
p. 142

ガイド

x と y の関係を表す式 $y = \frac{150000}{x}$ に、 $x=600$ を代入します。

解答

$y = \frac{150000}{x}$ に $x=600$ を代入すると、

$$y = \frac{150000}{600} = 250 \quad 250 \text{ 秒} = 4 \text{ 分 } 10 \text{ 秒}$$

4 分 10 秒

問3

600 W の出力で2分30秒温めるとよい食品を、1000 W の出力で温める場合、温める時間を何分何秒に設定すればよいですか。

教科書
p. 142

ガイド

$y = \frac{a}{x}$ にわかっている x と y の値を代入して a の値を求め、 x と y の関係を式に表します。

解答

2分30秒=150秒だから、 $y = \frac{a}{x}$ に $x=600$, $y=150$ を代入すると、

$$150 = \frac{a}{600} \quad a = 90000$$

よって、 x と y の関係を表す式は、 $y = \frac{90000}{x}$

$x=1000$ を代入すると、 $y = \frac{90000}{1000} = 90$ 90秒=1分30秒

1 分 30 秒

説明しよう

温めるときの時間のめやすが下の表の食品を 1000 W の出力で温める場合について、右のことは正しくありません。なぜでしょうか。

また、正しい時間を求めるには、どうすればよいでしょうか。

出力 (W)	500	1000	1500
時間 (分)	3		1

✕ 誤答例

この食品が温まるまでに、500 W では 3 分かかり、1500 W では 1 分かかるので、1000 W では、その間の 2 分かかります。

ガイド

電子レンジの出力と食品が温まるまでの時間の関係は、反比例の関係になることから考えます。

解答例

誤答例では、変化が一定と考えて、出力が 500 W 増えると、それにもなって時間が 1 分減るとしているが、反比例の関係のとき、変化は一定にならない。

出力を x W、食品が温まるまでの時間を y 秒とすると、正しい時間は

- 1000 W は 500 W の 2 倍で、反比例では、 x の値が 2 倍になると、 y の値は $\frac{1}{2}$ 倍になるため、

$$(60 \times 3) \times \frac{1}{2} = 90 \text{ (秒)} \quad 90 \text{ 秒} = 1 \text{ 分 } 30 \text{ 秒}$$

1 分 30 秒

- 比例定数を a とすると、 $y = \frac{a}{x}$ と表せる。

$x = 500$ のとき $y = 180$ だから、

$$180 = \frac{a}{500}$$

$$a = 90000$$

よって、 x と y の関係を表す式は、 $y = \frac{90000}{x}$

$x = 1000$ を代入すると、

$$y = \frac{90000}{1000} = 90 \text{ (秒)} \quad 90 \text{ 秒} = 1 \text{ 分 } 30 \text{ 秒}$$

1 分 30 秒

1

次のうち、 y が x の関数であるものをすべて選びなさい。

また、 y が x に比例するもの、反比例するものを、それぞれ選びなさい。

- (ア) 1冊80円のノートを x 冊買ったときの代金 y 円
- (イ) 1000円を出して、 x 円の品物を買ったときのおつり y 円
- (ウ) 気温 $x^{\circ}\text{C}$ のときの降水量 y mm
- (エ) 面積が 10 cm^2 の平行四辺形の底辺 x cm と高さ y cm

ガイド

x の値を決めると、それに対応して y の値がただ1つに決まるとき、 y は x の関数であるといえます。 y が x の関数で、その間の関係が、 $y=ax$ で表されるものが比例の関係、 $y=\frac{a}{x}$ で表されるものが反比例の関係です。

解答

x と y の関係は、

- (ア) $y=80x$
- (イ) $y=1000-x$
- (ウ) x の値を決めても、 y の値はただ1つに決まりません。
- (エ) $xy=10$ より、 $y=\frac{10}{x}$

よって、

y が x の関数であるもの…(ア), (イ), (エ)

y が x に比例するもの…(ア)

y が x に反比例するもの…(エ)

p.117 問1
p.123 1
p.133 1

2

x の変域が、次のそれぞれの場合であることを、不等号を使って表しなさい。

- (1) 3より大きい
- (2) -2 以上 5 以下

ガイド

- (1) 「3より大きい」というときは、3をふくみません。
- (2) 「 -2 以上 5 以下」は、 -2 に等しいかそれより大きく、 5 に等しいかそれより小さい数のことです。

解答

- (1) $x>3$
- (2) $-2\leq x\leq 5$

p.118 問4

3

1辺の長さが x cm の正三角形の周りの長さを y cm とします。

y は x に比例することを示しなさい。

また、そのときの比例定数をいいなさい。

ガイド (正三角形の周の長さ)=(1辺の長さ) $\times$ 3

解答 x と y の関係は、 $y=3x$ と表される。

よって、 y は x に比例するといえる。

比例定数は3

p.120

問1

4

100 Lの水がはいった水そうから、1分間に x Lの割合で水を抜くとき、水そうの水がなくなるまでにかかる時間を y 分とします。

y は x に反比例することを示しなさい。

また、そのときの比例定数をいいなさい。

ガイド (かかる時間)=(全部の水の量) $\div$ (1分間に抜く水の量)

解答 x と y の関係は、 $y=\frac{100}{x}$ と表される。

よって、 y は x に反比例するといえる。

比例定数は100

p.131

問1

5

次の x と y の関係を式に表しなさい。

(1) y は x に比例し、 $x=2$ のとき $y=6$ である。

(2) y は x に比例し、 $x=-2$ のとき $y=4$ である。

(3) y は x に反比例し、 $x=2$ のとき $y=6$ である。

(4) y は x に反比例し、 $x=-2$ のとき $y=4$ である。

ガイド (1), (2) y は x に比例するので、 $y=ax$ と表すことができます。

(3), (4) y は x に反比例するので、 $y=\frac{a}{x}$ と表すことができます。

解答 (1) 比例定数を a とすると、 $y=ax$

$x=2$ のとき $y=6$ だから、

$$6=a \times 2$$

$$a=3$$

したがって、 $y=3x$

(2) 比例定数を a とすると、 $y=ax$

$x=-2$ のとき $y=4$ だから、

$$4=a \times (-2)$$

$$a=-2$$

したがって、 $y=-2x$

(1), (2) p.122

問3

(3) 比例定数を a とすると, $y = \frac{a}{x}$

$x=2$ のとき $y=6$ だから,

$$6 = \frac{a}{2}$$

$$a = 12$$

したがって, $y = \frac{12}{x}$

(4) 比例定数を a とすると, $y = \frac{a}{x}$

$x=-2$ のとき $y=4$ だから,

$$4 = \frac{a}{-2}$$

$$a = -8$$

したがって, $y = -\frac{8}{x}$

(3), (4) p.133 問3

6

点 A(4, -1), B(-3, 0) を, 7 の図にかき入れなさい。

また, 7 の図で, 点 C, D, E の座標をいいなさい。(図は省略)

解答

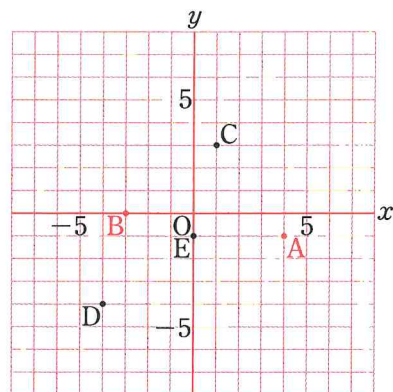
点 A, B は右の図

C(1, 3) D(-4, -4) E(0, -1)

p.125

問1

問2



7

次の関数のグラフをかきなさい。

(1) $y = -4x$

(2) $y = \frac{1}{2}x$

(3) $y = \frac{8}{x}$

(4) $y = -\frac{16}{x}$

ガイド

(1), (2) $y = ax$ のグラフをかくには, 原点ともう1つの点をとって, それらを通る直線ひきます。

(3), (4) x, y の値の組を表にして, その値の組を座標とする点を取り, なめらかな曲線をかきます。

解答 (1) $x=1$ を代入すると、 $y=-4$ だから、原点と点 $(1, -4)$ を通る直線である。

(2) $x=2$ を代入すると、 $y=1$ だから、原点と点 $(2, 1)$ を通る直線である。

(1), (2) p.128 問3

(3)

x	...	-8	-4	-2	-1	0	1	2	4	8	...
y	...	-1	-2	-4	-8	×	8	4	2	1	...

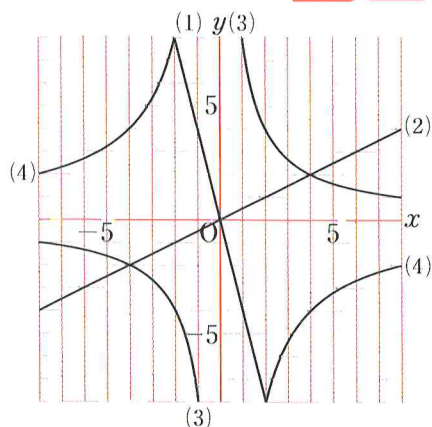
p.135 問2

(4)

x	...	-8	-4	-2	0	2	4	8	...
y	...	2	4	8	×	-8	-4	-2	...

p.136 問3

グラフは右の図



8

同じ紙 500 枚の重さをはかると 2000 g でした。

この紙の枚数を x 枚、重さを y g として、次の問いに答えなさい。

(1) x と y の関係を式に表しなさい。

(2) この紙の枚数が 125 枚のとき、重さは何 g になりますか。

ガイド

(1) 紙の重さは枚数に比例すると考えて、比例の式に表します。

(2) (1)の式に $x=125$ を代入して、 y の値を求めます。

解答

(1) y は x に比例するから、比例定数を a とすると、 $y=ax$

p.140 1 2

$x=500$ のとき $y=2000$ だから、

$$2000=a \times 500$$

$$a=4$$

したがって、 x と y の関係を表す式は、 $y=4x$

(2) $y=4x$ に $x=125$ を代入すると、

$$y=4 \times 125=500$$

500 g



1

右の(ア)~(エ)の式で表される関数のうち、次の(1)~(3)のそれぞれにあてはまるものをすべて選びなさい。

- (1) グラフが、点(2, -1)を通る。
- (2) グラフが、原点を通る右下がりの直線である。
- (3) グラフが、双曲線である。

(ア) $y=2x$	(イ) $y=-\frac{1}{2}x$
(ウ) $y=\frac{2}{x}$	(エ) $y=-\frac{2}{x}$

ガイド

- (1) $x=2$ を代入して、 $y=-1$ となるものを選びます。
- (2) グラフが原点を通る直線だから、比例の式 $y=ax$ で表され、右下がりだから $a<0$ です。
- (3) グラフが双曲線だから、反比例の式 $y=\frac{a}{x}$ で表されます。

解答

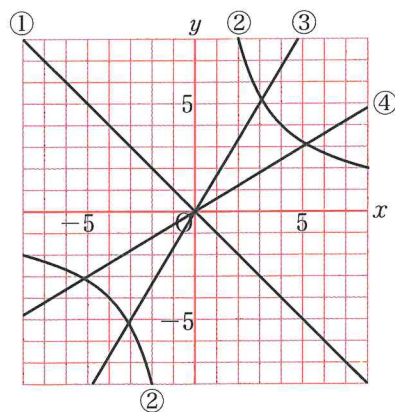
- (1) (ア)は、 $x=2$ のとき $y=4$ (イ)は、 $x=2$ のとき $y=-1$
 (ウ)は、 $x=2$ のとき $y=1$ (エ)は、 $x=2$ のとき $y=-1$
 したがって、グラフが、点(2, -1)を通るのは、(イ)、(エ)
- (2) $y=ax$ で表されて、 $a<0$ であるものだから、(イ)
- (3) $y=\frac{a}{x}$ で表されるものだから、(ウ)、(エ)



2

グラフが右の図の①, ②, ③, ④になる関数を、それぞれ、次の(ア)~(ク)の中から選びなさい。

- | | |
|----------------------|-----------------------|
| (ア) $y=2x$ | (イ) $y=-x$ |
| (ウ) $y=\frac{5}{3}x$ | (エ) $y=\frac{3}{5}x$ |
| (オ) $y=\frac{16}{x}$ | (カ) $y=-\frac{16}{x}$ |
| (キ) $y=\frac{4}{x}$ | (ク) $y=-\frac{4}{x}$ |



ガイド

原点を通る直線は比例の式 $y=ax$ 、双曲線は反比例の式 $y=\frac{a}{x}$ で表されます。

解答

- ① 原点と点(1, -1)を通る直線だから、 $y=-x$ (イ)
- ② 点(4, 4)を通る双曲線だから、 $4=\frac{a}{4}$ $a=16$ よって、 $y=\frac{16}{x}$ (オ)
- ③ 原点と点(3, 5)を通る直線だから、 $y=\frac{5}{3}x$ (ウ)
- ④ 原点と点(5, 3)を通る直線だから、 $y=\frac{3}{5}x$ (エ)

3 点($\square$, 6)が、次の関数のグラフ上にあるとき、 $\square$ にあてはまる数を求めなさい。

(1) $y=4x$

(2) $y=-\frac{24}{x}$

ガイド グラフ上の点の座標の x , y の値は、それぞれの関数の式を成り立たせるから、式に $y=6$ を代入して x の値を求めると、それが $\square$ の値になります。

点(p , q)が $y=ax$ のグラフ上にある $\rightarrow q=ap$ が成り立つ

解答 (1) $y=4x$ に $y=6$ を代入すると、 $6=4x$ $x=\frac{3}{2}$

よって、 $\square$ にあてはまる数は、 $\frac{3}{2}$

(2) $y=-\frac{24}{x}$ に $y=6$ を代入すると、 $6=-\frac{24}{x}$ $6x=-24$ $x=-4$

よって、 $\square$ にあてはまる数は、 -4



4 次の関数の式を求めなさい。

(1) y は x に比例し、グラフが点 $(-5, -30)$ を通る。

(2) y は x に反比例し、グラフが点 $(5, -8)$ を通る。

ガイド (1) y が x に比例して、グラフが点 (p, q) を通る場合、 $y=ax$ に $x=p$, $y=q$ を代入すると、 $q=ap$ が成り立ちます。

(2) y が x に反比例して、グラフが点 (p, q) を通る場合、 $y=\frac{a}{x}$ に $x=p$, $y=q$ を代入すると、 $q=\frac{a}{p}$ が成り立ちます。

解答 (1) 比例定数を a とすると、 $y=ax$

$x=-5$, $y=-30$ を代入すると、 $-30=-5a$ $a=6$

したがって、 $y=6x$

(2) 比例定数を a とすると、 $y=\frac{a}{x}$

$x=5$, $y=-8$ を代入すると、 $-8=\frac{a}{5}$ $a=-40$

したがって、 $y=-\frac{40}{x}$

5 次の関数のグラフをかきなさい。

(1) y は x に比例し、 $x=2$ のとき $y=-4$ である。

(2) y は x に反比例し、 $x=-3$ のとき $y=-2$ である。

ガイド (1) 比例のグラフなので、原点と点 $(2, -4)$ を通る直線をひきます。

(2) 反比例の式を求めて、 x , y の値の組を表にしてから、グラフをかきます。

解答

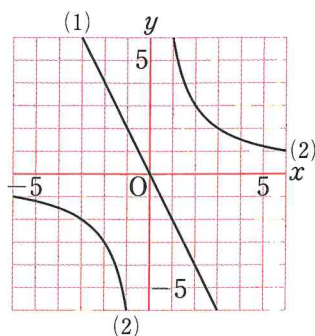
(2) 比例定数を a とすると, $y = \frac{a}{x}$

$x = -3, y = -2$ を代入すると, $-2 = \frac{a}{-3}$ $a = 6$

よって, $y = \frac{6}{x}$

x	...	-6	-3	-2	-1	0
y	...	-1	-2	-3	-6	×

	1	2	3	6	...
	6	3	2	1	...



グラフは右の図

参考

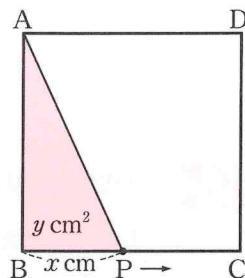
(1)の関数の式は, $y = -2x$ です。



6

右の図の四角形 ABCD は, 1 辺 12 cm の正方形です。点 P は, B から出発して辺 BC 上を C まで進むものとし, B から x cm 進んだときの三角形 ABP の面積を y cm² とします。

- (1) x と y の関係を式に表しなさい。
- (2) x の変域を求めなさい。
- (3) 三角形 ABP の面積が 30 cm² となるのは, 点 P が B から何 cm 進んだときですか。



ガイド

- (1) 三角形 ABP の面積 y は, $\frac{1}{2} \times BP \times AB$ で求められます。
- (2) 「点 P は, B から C まで進む」ことから, x の変域が求められます。
- (3) (1)の式で, $y = 30$ のときの x の値を求めます。

解答

(1) (三角形の面積) = $\frac{1}{2} \times (\text{底辺}) \times (\text{高さ})$ だから, $y = \frac{1}{2} \times x \times 12$

つまり, $y = 6x$ となる。

- (2) 点 P は, 点 B から点 C まで進むので, $0 \leq x \leq 12$
- (3) $y = 6x$ に $y = 30$ を代入して, $30 = 6x$ $x = 5$
したがって, 点 P が B から 5 cm 進んだとき。



7

家から 3 km 離れた博物館まで, 自転車に乗って分速 300 m で走ったとき, 出発してから x 分後までに進んだ道のりを y m とします。

- (1) x と y の関係を式に表しなさい。
- (2) x の変域を求めなさい。
- (3) x と y の関係を表すグラフを右の図にかきなさい。(図は省略)
- (4) 家から 1.2 km のところにいるのは, 家を出発してから何分後ですか。

ガイド

- (1) (道のり)=(速さ)×(時間)
- (2) 分速 300 m で 3 km=3000 m 走るのにかかる時間から、 x の変域を考えます。
- (3) 原点のほかに、グラフが通る点を 1 つ求めます。
- (4) 式に $y=1200$ を代入して x の値を求めます。

解答

- (1) (道のり)=(速さ)×(時間) より、 $y=300x$
- (2) 3 km=3000 m だから、 $3000 \div 300 = 10$ (分) で博物館に到着する。

よって、 x の変域は、 $0 \leq x \leq 10$

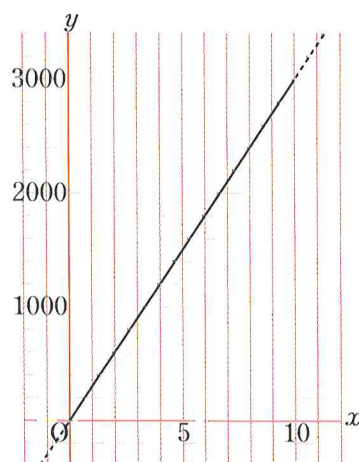
- (3) グラフは、原点と点 (10, 3000) を通る直線になる。右の図の実線部分

- (4) 1.2 km=1200 m

$y=300x$ に $y=1200$ を代入すると、

$$1200 = 300x \quad x = 4$$

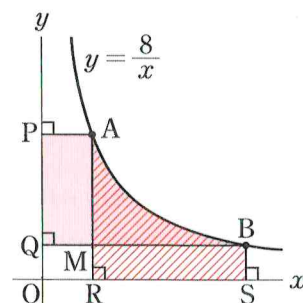
したがって、4 分後


8

反比例の関係 $y = \frac{8}{x}$ のグラフ上に、2 点 A, B をとります。

また、右の図のように、 y 軸上に点 P, Q, x 軸上に点 R, S を、それぞれとり、AR と BQ の交点を M とします。

この図で、色のついた部分の面積は、斜線の部分の面積と等しくなります。その理由を説明しなさい。


ガイド

色のついた部分を、長方形 PQMA と図形 AMB に分け、斜線の部分を、長方形 MRSB と図形 AMB に分けます。長方形 PQMA と長方形 MRSB の面積が等しければ、色をつけた部分の面積は斜線の部分の面積と等しくなります。

解答

点 A, B はどちらも $y = \frac{8}{x}$ のグラフ上の点だから、 x 座標と y 座標の値の積は 8 になる。

よって、 $OR \times OP = 8$, $OS \times OQ = 8$ となって、長方形 PORA = 長方形 QOSB = 8

長方形 PQMA = 長方形 PORA - 長方形 QORM

長方形 MRSB = 長方形 QOSB - 長方形 QORM

したがって、長方形 PQMA = 長方形 MRSB ……①

色のついた部分の面積 = 長方形 PQMA + 図形 AMB ……②

斜線の部分の面積 = 長方形 MRSB + 図形 AMB ……③

①, ②, ③から、色のついた部分の面積は、斜線の部分の面積と等しい。

5章 平面図形

1節 直線と図形

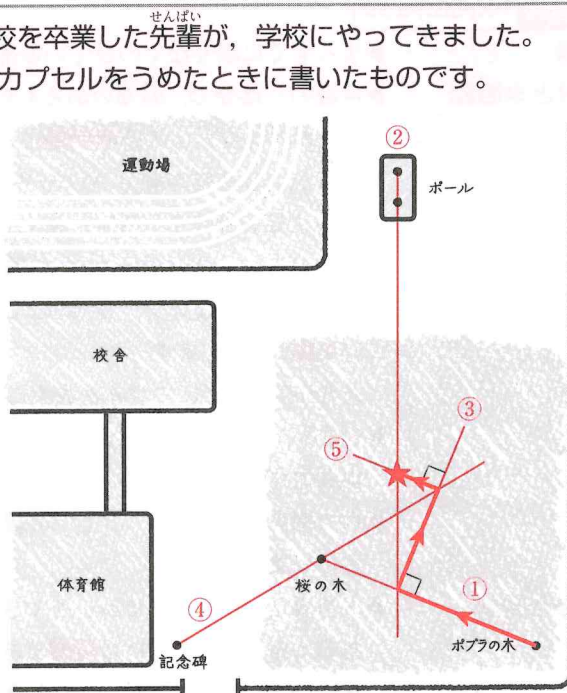
タイムカプセルを見つけよう

かりんさんとけいたさんが通う中学校を卒業した先輩が、学校にやってきました。下のメモは、10年前に、先輩がタイムカプセルをうめたときに書いたものです。

ポプラの木から桜の木までまっすぐ進むと、2本のポールが1本に見えるところがあります。その地点で右に直角に曲がり、まっすぐ進むと、記念碑と桜の木が重なって見えます。その地点で今度は左に直角に曲がり、まっすぐ進みます。そうすると、また2本のポールが1本に見えるところがあります。

ここに、タイムカプセルをうめました。

10年後の3月20日、またみんなで会おうね。



説明しよう

教科書
p. 149

タイムカプセルがうめられている場所のを見つけ方を説明しましょう。

解答例

メモにしたがって、タイムカプセルがうめられている場所を見つける。(上の図)

- ① ポプラの木と桜の木を結ぶ直線をひく。
- ② 2本のポールを通る直線をひく。
- ③ ①の直線と②の直線が交わる点で、①の直線と直角に直線をひく。
- ④ 記念碑と桜の木を通る直線をひく。
- ⑤ ③の直線と④の直線が交わる点で、③の直線と直角に直線をひく。

上の図の矢印にしたがって進むと、⑤の直線と②の直線が交わる点(図の★)に、タイムカプセルがうめられている。

1

直線と図形

学習のねらい

平面上にかかれた図形の中で、簡単なものは、直線でできた図形です。直線、線分がつくる図形について、基本的な性質を考えます。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□直線

▶まっすぐに限りなくのびている線を**直線**といいます。

□線分と半直線

▶直線の一部分で、両端のあるものを**線分**といいます。また、1点を端として一方にだけのびたものを**半直線**といいます。

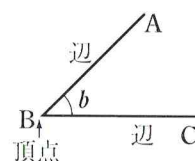
□2点A, B間の距離

▶2点A, Bを結ぶ線分ABの長さを、**2点A, B間の距離**といいます。線分ABの長さを、ABと表すことがあります。

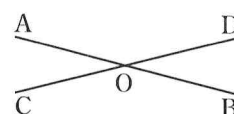
□角

▶1つの点からひいた2つの半直線のつくる図形が角です。

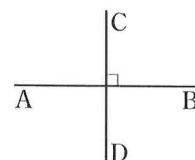
右の図のような角を、角ABCといい、

 $\angle ABC$ と表します。 $\angle ABC$ は、 $\angle B$ や $\angle b$ と表すこともあります。▶ $\angle ABC$ と書いて、 $\angle ABC$ の大きさを表すことがあります。

□交点

▶右の図の点Oのように、2つの線が交わる点を**交点**といいます。

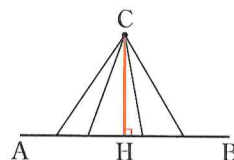
□垂直と垂線

▶2直線AB, CDが交わってできる角が直角であるとき、ABとCDは**垂直**であるといい、 $AB \perp CD$ と表します。このとき、その一方を他方の**垂線**といいます。

□点Cと直線ABとの距離

▶右の図で、点Cから直線ABに垂線をひき、直線ABとの交点をHとします。

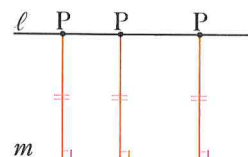
この線分CHの長さを、

点Cと直線ABとの距離といいます。

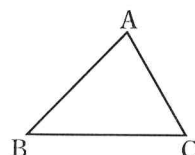
□平行

▶2直線AB, CDが交わらないとき、ABとCDは**平行**であるといい、 $AB \parallel CD$ と表します。

□平行な2直線ℓ, m間の距離

▶ $\ell \parallel m$ のとき、点Pを、 ℓ 上のどこにとっても、点Pと直線mとの距離は一定です。この一定の距離を、**平行な2直線ℓ, m間の距離**といいます。

□三角形

▶3点A, B, Cを頂点とする三角形ABCを **$\triangle ABC$** と表します。

直線と角について学びましょう。

教科書
p.150

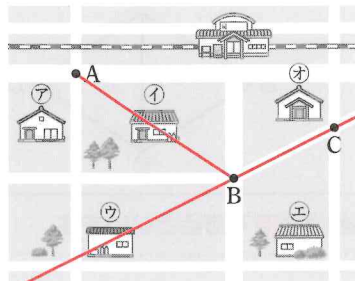
問1

左の図で、かりんさんの家は線分 AB 上にあります。
また、リンファさんの家は直線 BC 上にあります。
2 人の家を、それぞれ、㉖～㉙から選びなさい。(図は省略)

ガイド

線分 AB と直線 BC を作図して考えます。
線分 AB は、点 A と点 B が両端になりますが、直線 BC には両端がないことに注意します。

解答



左の図のように作図して求める。

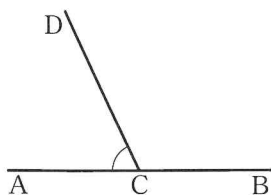
かりんさんの家は線分 AB 上にあるから、㉖
リンファさんの家は直線 BC 上にあるから、㉙

問2

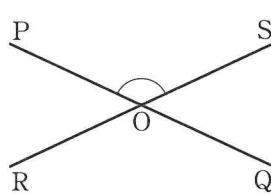
教科書
p.151

下の図に示した角を、記号 $\angle$ を使って表しなさい。
また、その角の大きさを、分度器を使って測りなさい。

(1)



(2)



ガイド

角の頂点を表す文字をまん中にし、直線上の点の文字とあわせて、3つの文字で表します。
また、他の角とまぎらわしくないときは、 $\angle C$ 、 $\angle O$ と表してもよいですが、そうでないときは、3つの文字で角を表します。

解答

(1) $\angle ACD$ (または、 $\angle DCA$)、 65°

(2) $\angle POS$ (または、 $\angle SOP$)、 130°

垂直な2直線、平行な2直線について学びましょう。

➤ 垂直な2直線



左の直線を、右の図のように折ってみましょう。
このとき、もとの直線と折り目の直線は交わります。
2本の直線は、どんな関係になるでしょうか。

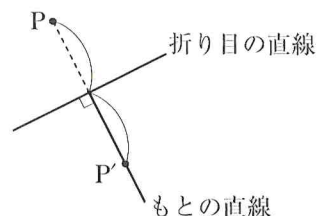
(直線の図は省略)



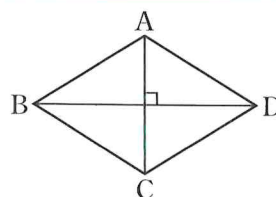
教科書
p.152

ガイド 教科書 152 ページの左の図(直線)を、実際に折って確かめてみましょう。

解答 直線と紙の端Pが重なった点をP'とするとき、点P'が直線上のどこにくるように重ねても、もとの直線と折り目の直線は、垂直になる。



問3 右の図のひし形で、垂直な線分を、記号 $\perp$ を使って表しなさい。



教科書
p.152

ガイド 2直線が交わってできる角が直角であるとき、2直線は垂直であるといいます。

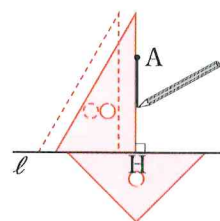
解答 $BD \perp AC$ (または、 $AC \perp BD$)

説明しよう

教科書
p.153

右の図で、点Aと直線 ℓ との距離と、点Aと直線 m との距離では、どちらが短いでしょうか。どこの長さをくらべたのかをはっきりさせて説明しましょう。(図は省略)

ガイド 垂線をひくときは、1組の三角定規を、右の図のように使います。右の図で、点Aから直線 ℓ に垂線AHをひいたとき、この線分AHの長さを、点Aと直線 ℓ との距離といいます。

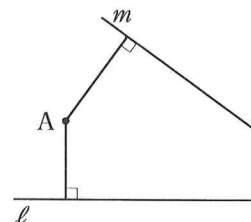


解答例 1組の三角定規を使って、点Aから直線 ℓ 、 m に、それぞれ垂線をひく。(右の図)

点Aと直線 ℓ との距離…1.5 cm (15 mm)

点Aと直線 m との距離…2 cm (20 mm)

よって、点Aと直線 ℓ との距離の方が短い。

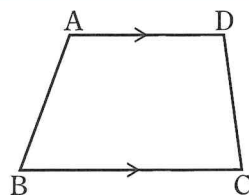


平行な 2 直線

問4

右の図の台形で、平行な線分を、記号 $\parallel$ を使って表しなさい。

教科書
p.153



ガイド

台形の上底と下底は、平行になっています。

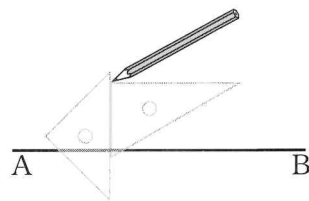
解答

$AD \parallel BC$

問5

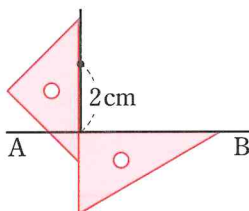
ノートに直線 AB をかき、直線 AB と平行で、直線 AB との距離が 2 cm となる直線をひきなさい。
このような直線は、何本ひけますか。

教科書
p.153

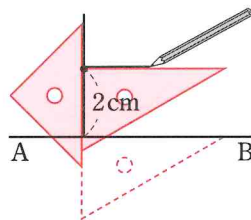


ガイド

(かき方)

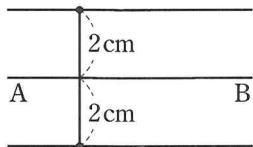


直線 AB に垂線をひく。
直線 AB から 2 cm の点をとる。



直線 AB から 2 cm の点を通る
平行線をひく。

解答



左の図

直線 AB と平行で、直線 AB との距離が 2 cm となる直線は、直線 AB の上側と下側にあわせて 2 本ひける。

説明しよう

教科書
p.154

(教科書) 148～149 ページで、タイムカプセルがうめられている場所の見つけ方について、これまでに学んだことばを使って説明しましょう。

ガイド

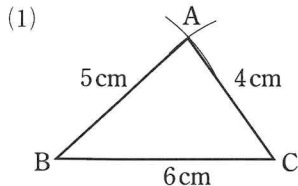
タイムカプセルがうめられている場所の見つけ方について、線分、半直線、交点、垂線ということばを使って説明します。

ガイド

三角形は、次のような方法でかくことができます。

- ① 3つの辺の長さを使ってかく → (1)の三角形
- ② 2つの辺の長さと、その間の角の大きさを使ってかく → (2)の三角形
- ③ 1つの辺の長さと、その両端の角の大きさを使ってかく → (3)の三角形

解答



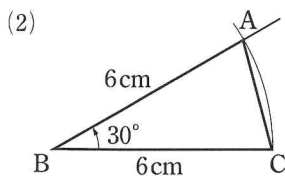
(かき方)

はじめに、 $BC = 6\text{ cm}$ をとる。

点Bを中心に半径 5 cm の円をかく。

点Cを中心に半径 4 cm の円をかく。

2つの円の交点をAとして、線分 AB , AC をひく。

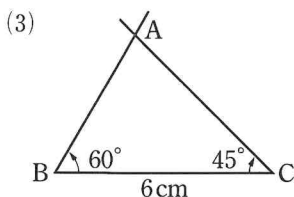


(かき方)

はじめに、 $BC = 6\text{ cm}$ をとる。

次に、 $\angle ABC = 30^\circ$ となるような半直線を点Bからひく。

点Bを中心に半径 6 cm の円をかき、点Bからひいた半直線との交点をAとして、線分 AC をひく。



(かき方)

はじめに、 $BC = 6\text{ cm}$ をとる。

次に、 $\angle ABC = 60^\circ$ となるような半直線を点Bから、 $\angle ACB = 45^\circ$ となるような半直線を点Cから、それぞれひき、2つの半直線の交点をAとする。

問8

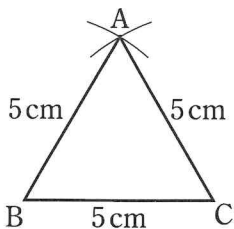
$AB = BC = CA = 5\text{ cm}$ である $\triangle ABC$ をかきなさい。

教科書
p.154

ガイド

$AB = BC = CA$ だから、正三角形です。3つの辺の長さを使ってかきます。

解答



(かき方)

はじめに、 $BC = 5\text{ cm}$ をとる。

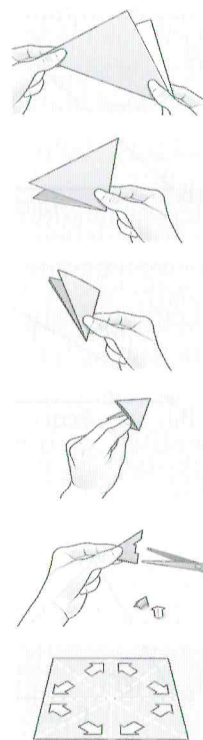
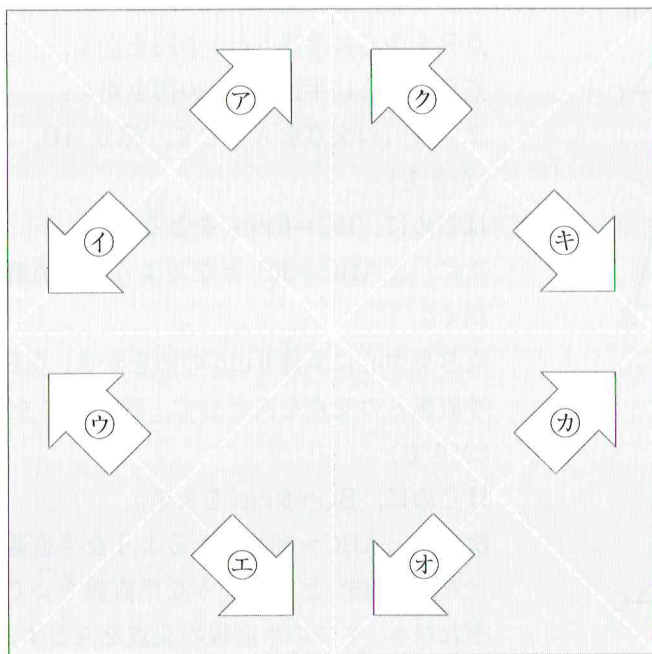
点Bと点Cを中心に、それぞれ半径 5 cm の円をかく。

2つの円の交点をAとして、線分 AB , AC をひく。

2. 移動と作図

図形を動かして重ねてみよう

下の図は、正方形の折り紙を、右の図のように4回折って、はさみを入れ、ひろげたものです。



話しあおう

教科書
p.155

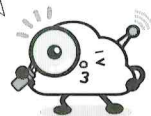
折り紙をひろげてできた上の図で、アの図形をもとにすると、ほかの図形は、アをどのように動かしたものとみることができるでしょうか。

解答例

アの図形をずらしたもののや、まわしたものの、折り返したものがある。

- ずらしたもの…カ
- まわしたもの…イ, ウ, エ, オ, キ, ク
- 折り返したもの…イ, エ, カ, ク

矢印の形はすべて
アの図形と合同だね。



1

図形の移動

学習のねらい

図形の形と大きさを変えない移動として、平行移動、回転移動、対称移動の意味とその基本の性質を、操作を通して調べていきます。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□移動

▶ある図形を、形と大きさを変えないで、ほかの位置に移すことを**移動**といいます。

□平行移動

▶平面上で、図形を、一定の方向に、一定の長さだけずらす移動を**平行移動**といいます。

□回転移動

▶平面上で、図形を、1つの点Oを中心として、一定の角度だけまわす移動を**回転移動**といいます。

このとき、中心とした点Oを**回転の中心**といいます。

□点対称移動

▶回転移動の中で、特に、 180° の回転移動を**点対称移動**といいます。

□対称移動

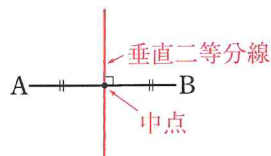
▶平面上で、図形を、1つの直線 l を折り目として、折り返す移動を**対称移動**といいます。

このとき、折り目とした直線 l を**対称の軸**といいます。

□垂直二等分線

▶線分の両端からの距離が等しい線分上の点を、その線分の**中点**といいます。

▶線分の中点を通り、その線分と垂直に交わる直線を、その線分の**垂直二等分線**といいます。



□組み合わせた移動

▶平行移動、回転移動、対称移動の3つを組み合わせると、図形をどんな位置にでも移動することができます。

図形の移動の意味と性質について学びましょう。

▶ 平行移動

問1

例1 で、対応する点を結んだ線分 AP, BQ, CR の間には、どんな関係がありますか。

教科書
p. 156

ガイド

平行移動は、平面上で、図形を、一定の方向(平行)に、一定の長さ(同じ長さ)だけずらす移動なので、そのことから考えます。

方眼を利用して、線分の関係や長さを確かめましょう。

解答

線分 AP, BQ, CR は、どの線分どうしも平行である。

また、線分の長さはすべて等しい。

教科書
p.157

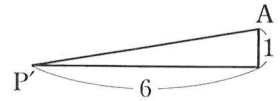
問2

前ページ(教科書 p.156)の **例1** で、 $\triangle ABC$ を、矢印 MN の方向に、その長さだけ平行移動した図をかきなさい。

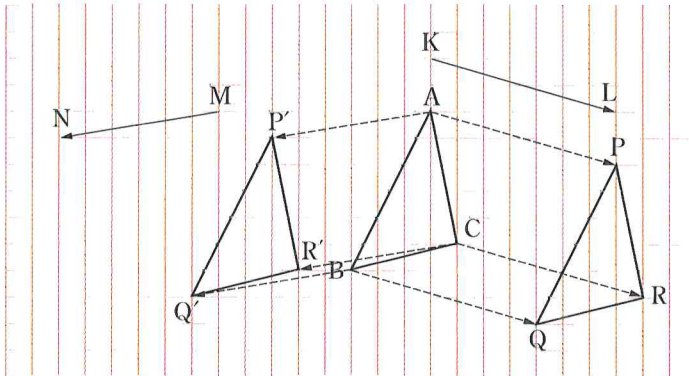
ガイド

平行移動では、対応する点を結んだ線分どうしは平行で、その長さはすべて等しい。このことから三角定規を使って作図しますが、ここでは方眼の上にかかれていますので、それを利用します。

右の図のように方眼のます目を数えて、点 A, B, C が、それぞれ移動する点 P', Q', R' を見つけます。



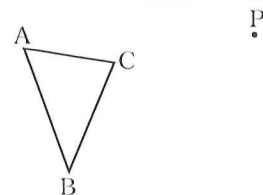
解答



($\triangle ABC$ が $\triangle P'Q'R'$ に移動する。)

問3

右の図の $\triangle ABC$ を、点 A を点 P に移すように、平行移動した図をかきなさい。



教科書
p.157

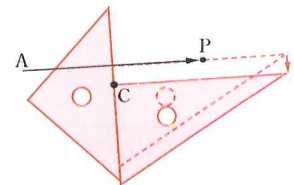
ガイド

方眼の上にかかれていないので、1組の三角定規を使って、作図します。

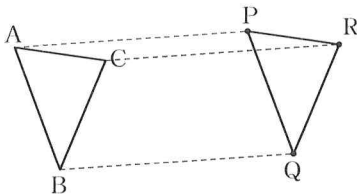
点 C, B を通って、それぞれ線分 AP に平行な直線をひき、

$$AP=CR, AP=BQ$$

となる点 R, Q を決めます。



解答



($\triangle ABC$ が $\triangle PQR$ に移動する。)

参考

R と Q の位置を決めるのに、コンパスを使って、 AP の長さを測りとり、 $AP=CR, AP=BQ$ となる点 R, Q を決めるとよい。

回転移動

教科書
p.157

問4

例2 で、対応する点 A, P と回転の中心 O を結んだ線分 OA, OP の長さについて、どんなことがいえますか。

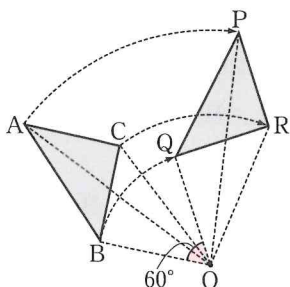
ガイド

回転移動では、平面上で、図形を、1つの点を中心として、一定の角度だけまわして移動することから考えます。

解答

線分 OA と OP の長さは等しい。

(コンパスを使ってかいたとき、コンパスの
開いた幅は変わらないことからわかる。)



参考

回転移動では、対応する点は、回転の中心からの距離が等しく、対応する点と回転の中心とを結んでできた角の大きさはすべて等しくなります。

$$OA=OP, OB=OQ, OC=OR$$

$$\angle AOP=\angle BOQ=\angle COR (=60^\circ)$$

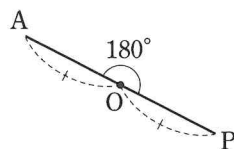
問5

教科書
p.158

前ページ(教科書 p.157)の **例2** で、 $\triangle ABC$ を、点 O を回転の中心として、 180° だけ回転移動した図をかきなさい。

ガイド

180° の回転移動では、対応する点と回転の中心は、それぞれ1つの直線上にあります。



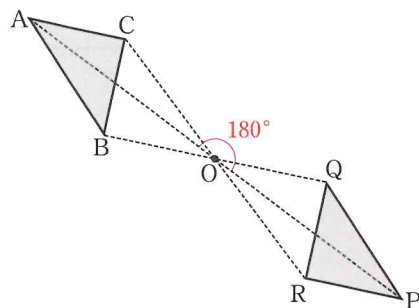
解答

右の図 ($\triangle ABC$ が、 $\triangle PQR$ に移動する。)

(A, O, P は1つの直線上にあり, $OA=OP$)
(B, O, Q は1つの直線上にあり, $OB=OQ$)
(C, O, R は1つの直線上にあり, $OC=OR$)

参考

180° の回転移動を点対称移動といいます。



対称移動

問6

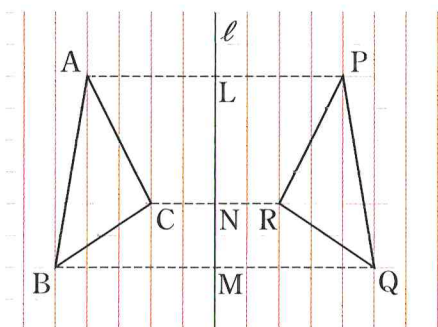
例3 で、対応する点を結んだ線分 AP , BQ , CR と対称の軸 ℓ との間には、どんな関係がありますか。

教科書
p.158

ガイド

点 P は、直線 ℓ を折り目として、点 A を折り返した位置になっています。
点 Q , R も同じことがいえます。

解答



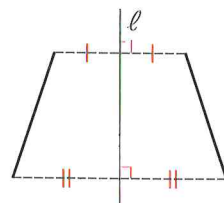
対称の軸 ℓ と AP , BQ , CR との交点をそれぞれ L , M , N とすると、

$$AP \perp \ell, BQ \perp \ell, CR \perp \ell$$

$$AL = PL, BM = QM, CN = RN$$

になっている。

したがって、線分 AP , BQ , CR は、それぞれ対称の軸 ℓ と垂直に交わり、その交点で2等分される。



参考

対称移動では、対応する点を結んだ線分は、対称の軸と垂直に交わり、その交点で2等分されます。

問7

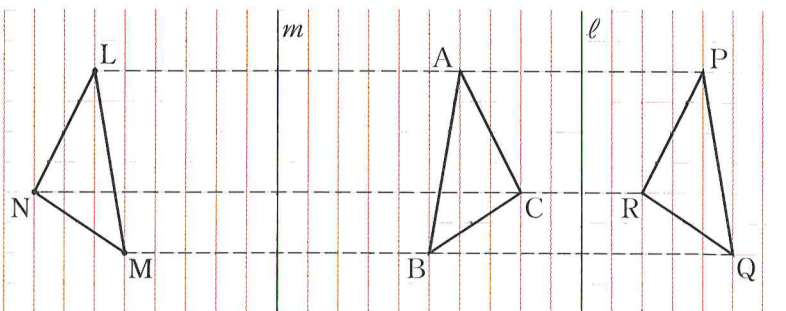
前ページ(教科書 p.158)の例3 で、 $\triangle ABC$ を、直線 m を対称の軸として、対称移動した図をかきなさい。

教科書
p.159

ガイド

方眼のます目を利用して、移動した点を見つけて、三角形をかきます。
対応する点と直線 m との距離が、それぞれ等しくなるように点をとみましょう。

解答



($\triangle ABC$ が、 $\triangle LMN$ に移動する。)

参考

直線 m は、線分 AL , BM , CN の垂直二等分線になっています。

3つの移動を組み合わせて、図形を移動することを考えましょう。

教科書
p.160

説明しよう

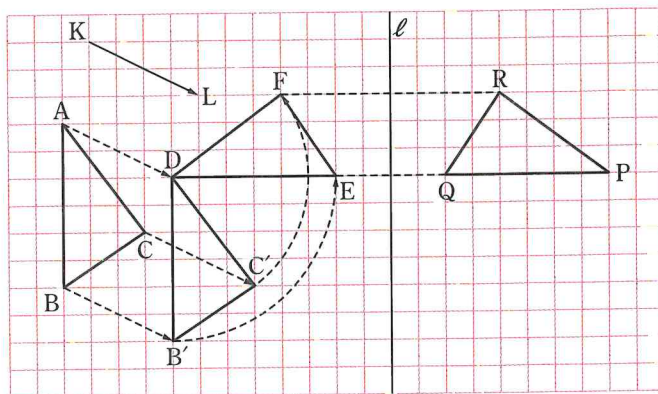
下(右)の図で、 $\triangle PQR$ は、 $\triangle ABC$ を移動したものです。どのように移動しているか、**例4**にならって説明しましょう。

ガイド

平行移動、回転移動、対称移動の3つを組み合わせると、図形をどんな位置にでも移動することができます。

解答例

$\triangle ABC$ を、矢印KLの方向に、その長さだけ平行移動し、その後、点Dを回転の中心として、反時計まわりに 90° だけ回転移動し、さらに、直線 ℓ を対称の軸として、対称移動している。



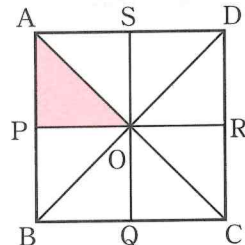
練習問題

1 図形の移動

教科書
p.161

1

正方形ABCDの対角線の交点Oを通る線分を、右の図のようにひくと、合同な8つの直角二等辺三角形ができます。このうち、次の□にあてはまる三角形をいいなさい。



- (1) $\triangle OAP$ を平行移動すると、□と重なる。
- (2) $\triangle OAP$ を、PRを対称の軸として、対称移動すると、□と重なる。
- (3) $\triangle OAP$ を、点Oを回転の中心として、回転移動すると、□、□と重なる。
- (4) $\triangle OAP$ を、点Oを回転の中心として、時計まわりに 90° 回転移動し、さらにPRを対称の軸として、対称移動すると、□と重なる。

ガイド

- (1) $\triangle OAP$ と同じ向きになっている三角形をさがします。
- (4) $\triangle OAP$ を、点Oを回転の中心として、時計まわりに 90° 回転移動すると、 $\triangle ODS$ と重なります。

解答

- (1) $\triangle COQ$
- (2) $\triangle OBP$
- (3) $\triangle ODS$, $\triangle OCR$, $\triangle OBQ$
- (4) $\triangle OCQ$

参考

どの頂点がどの頂点に移動するかを考えて、三角形の頂点を対応する順に記号で表します。

2

基本の作図

学習のねらい

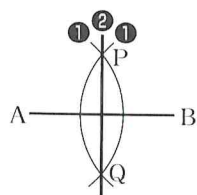
直線をひくための定規と、円をかいいたり、線分の長さをうつしとったりするためのコンパスだけを使って、いろいろな作図をすることについて学習します。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□線分の垂直二等分線の作図

- ▶① 線分の両端の点 A, B を、それぞれ中心として、等しい半径の円をかき、この2円の交点を P, Q とする。

- ② 直線 PQ をひく。



□角の二等分線

- ▶ $\angle XOY$ を2等分する半直線を、 $\angle XOY$ の二等分線にとうぶんせんといいます。

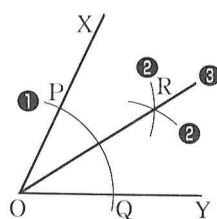
□角の二等分線の作図

- ▶① 点Oを中心とする円をかき、半直線 OX, OY との交点を、それぞれ、P, Q とする。

- ② 2点 P, Q を、それぞれ中心として、半径 OP の円をかき、その交点の1つを R とする。

注 OP と PR の長さは等しくなくてもよいです。

- ③ 半直線 OR をひく。



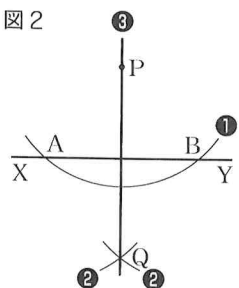
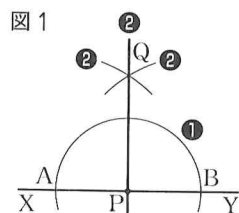
□垂線の作図

- ▶(ア) 直線 XY 上の点 P を通る XY の垂線の作図 (図1)

- ① 点 P を中心とする円をかき、直線 XY との交点を A, B とする。

- ② 線分 AB の垂直二等分線をひく。

注 直線上の1点を通る垂線は、 180° の角の二等分線と考えて作図することもできます。



- (イ) 直線 XY 上にない点 P を通る XY の垂線の作図 (図2)

- ① 点 P を中心とする円をかき、直線 XY との交点を A, B とする。

- ② 2点 A, B を、それぞれ中心として、半径 PA の円をかき、その交点の1つを Q とする。

- ③ 直線 PQ をひく。

作図のしかたについて学びましょう。

線分の垂直二等分線の作図

問1

ノートに $\triangle ABC$ をかいて、次の作図をしろ。

(1) 辺 BC の垂直二等分線

(2) 辺 AB の中点

教科書
p.163

ガイド

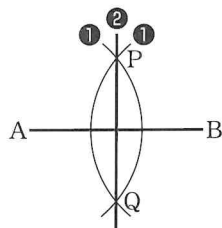
(1) 線分の垂直二等分線の作図

① 線分の両端の点 A, B を、それぞれ中心として、等しい半径の円をかき、この2円の交点を P, Q とする。

② 直線 PQ をひく。

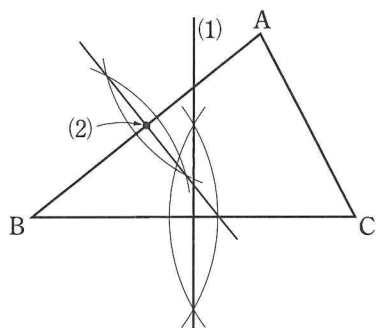
(2) 線分の中点の作図

線分 AB の中点は、線分 AB の垂直二等分線と線分 AB の交点になります。



解答

(作図)



角の二等分線の作図

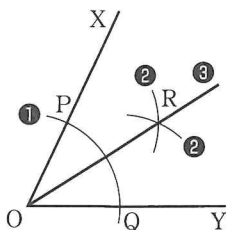
問2

下の図で、 $\angle XOY$ の二等分線を、それぞれ作図しろ。(図は省略)

教科書
p.163

ガイド

角の二等分線の作図



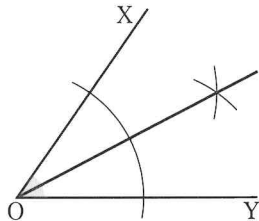
① 点 O を中心とする円をかき、半直線 OX, OY との交点を、それぞれ、 P, Q とする。

② 2点 P, Q を、それぞれ中心として、半径 OP の円をかき、その交点の1つを R とする。

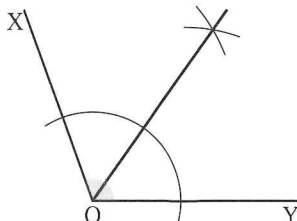
③ 半直線 OR をひく。

解答

(作図) (1)



(2)



直線上の1点を通る垂線の作図



右の図のように、直線 XY とその直線上の点 P があります。点 P を通る直線 XY の垂線を、ひし形の対角線と考えると、どこにひし形をつくらばよいでしょうか。



教科書
p.164

ガイド

ひし形は、次の性質があります。

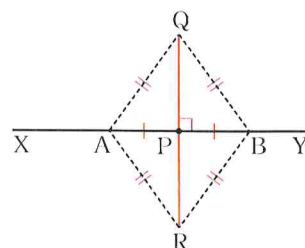
- ① 辺の長さがすべて等しい。
- ② 向かいあう辺は平行で、向かいあう角の大きさは等しい。
- ③ 2本の対角線は垂直で、それぞれの中点で交わる。

解答例

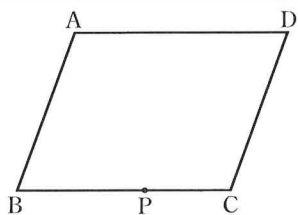
点 P が、直線 XY を1つの対角線とするひし形の対角線の交点となるようにつくればよい。

(説明) 直線 XY 上に一方の対角線をとって考えて、上の性質の③から、直線 XY 上に点 P から距離が等しい2点 A , B をとる。

2点 A , B から距離が等しい2点 Q , R をとると、①から四角形 $QARB$ はひし形になる。このとき、 QR は点 P を通るひし形のもう一方の対角線となって、③から $QR \perp AB$ である。



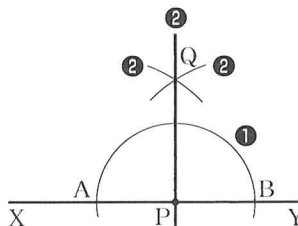
問3



左の図の平行四辺形 $ABCD$ で、点 P を通る辺 BC の垂線を作図しなさい。

教科書
p.164

ガイド



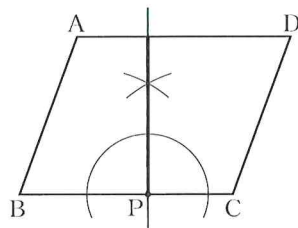
直線 XY 上の点 P を通る XY の垂線の作図を利用します。
〈直線上の1点を通る垂線の作図〉

→ 180° の角の二等分線を考える。

- ① 点 P を中心とする円をかき、直線 XY との交点を A , B とする。
- ② 線分 AB の垂直二等分線をひく。

解答

(作図)



参考

上の図の、太い線の部分は、辺 BC を底辺とみたときの、平行四辺形 $ABCD$ の高さになります。

直線上にない1点を通る垂線の作図



右の図のように、直線 XY とその直線上にない点 P があります。点 P を通る直線 XY の垂線を、ひし形の対角線と考えてかくとき、どこにひし形をつくれればよいでしょうか。

• P

教科書
p. 165

X Y

ガイド

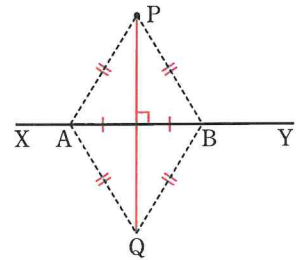
前のページの「ひろげよう」と同じように、ひし形の性質から考えます。

解答例

点 P を1つの頂点として、 P ととなりあう2つの頂点が直線 XY 上にあるひし形をつくれればよい。

(説明) 前のページのひし形の性質①から、直線 XY 上に点 P からの距離が等しい2点 A, B をとる。

2点 A, B から AP (BP) と距離が等しい点 Q を直線 XY の反対側にとると、四角形 $PAQB$ はひし形になる。このとき、 PQ, AB はひし形の対角線となるから、前のページのひし形の性質③から $PQ \perp AB$ である。

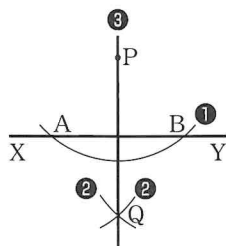


問4

右の図の $\triangle ABC$ で、頂点 A を通る直線 BC の垂線を作図しなさい。(図は省略)

教科書
p. 165

ガイド



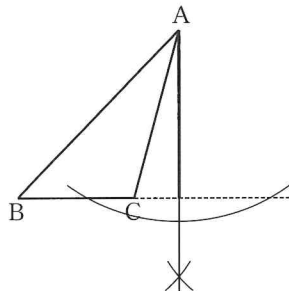
直線 XY 上にない点 P を通る XY の垂線を作図を利用します。

〈直線上にない1点を通る垂線の作図〉

- ① 点 P を中心とする円をかき、直線 XY との交点を A, B とする。
- ② 2点 A, B を、それぞれ中心として、半径 PA の円 (または、同じ半径の円) をかき、その交点の1つを Q とする。
- ③ 直線 PQ をひく。

解答

(作図)



参考

上の図の、太い線の部分は、辺 BC を底辺とみたときの、 $\triangle ABC$ の高さになります。

3. 移動と作図の利用

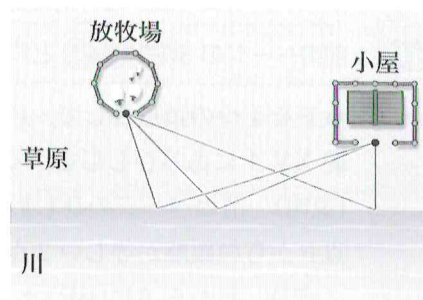
どこで水を飲ませる？

羊を放牧場から出して、川で水を飲ませてから、小屋へ帰ります。

放牧場から川によって小屋へ帰るには、
さまざまなコースが考えられます。



羊が歩く道のりが
もっとも短くなる
コースはどれかな？



話しあおう

教科書
p.166

羊が歩く道のりをもっとも短くするには、どこで水を飲ませればよいでしょうか。

ガイド

羊が歩く道のりは、放牧場から川までの距離と、川から小屋までの距離の合計になります。

解答例

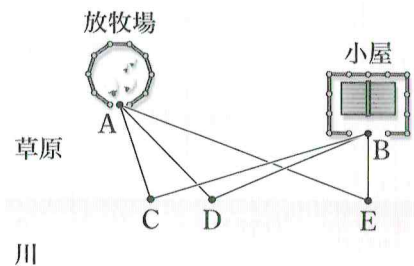
右のように点を決めると、

$$AC + CB = 1.3 + 3 = 4.3 \text{ (cm)}$$

$$AD + DB = 1.7 + 2.3 = 4 \text{ (cm)}$$

$$AE + EB = 3.5 + 0.9 = 4.4 \text{ (cm)}$$

よって、点Dで水を飲ませればよい。



1

図形の移動と基本の作図の利用

学習のねらい

ここまで学習した図形の移動や基本の作図を使って、実際の場面で問題を解決し、理解を深めます。

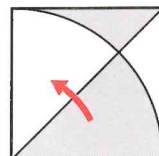
また、角の二等分線や垂線の作図を応用して、いろいろな角度を作図します。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□図形の移動の利用

▶例 直線ではないコースで、垂線の作図などを使って対称移動することにより、もっとも短い道りを見つけることができます。

例 複雑な図形の面積を、平行移動、回転移動、対称移動を使って図形を移動し、簡単な図形にして求めることができます。(右の図)

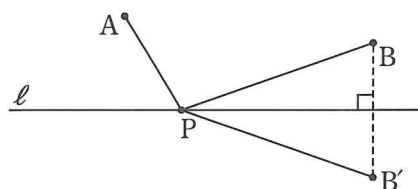


□基本の作図の利用

▶角の二等分線や垂線の作図を使って、 45° や 30° などの角を作図することができます。

説明しよう

$AP+PB=AP+PB'$ となることを説明しましょう。また、このことを使って、 $AP+PB$ がもっとも短くなる点 P の位置の求め方を説明しましょう。



教科書
p.167

5章

平面図形

解答例

点 B' は、直線 l を対称の軸として、点 B を対称移動した点であるから、 $PB=PB'$ となる。よって、 $AP+PB=AP+PB'$

$AP+PB$ がもっとも短くなるのは、 $AP+PB'$ がもっとも短くなるときで、 A, P, B' が一直線上にあるときだから、線分 AB' を作図して、直線 l との交点を P とすればよい。

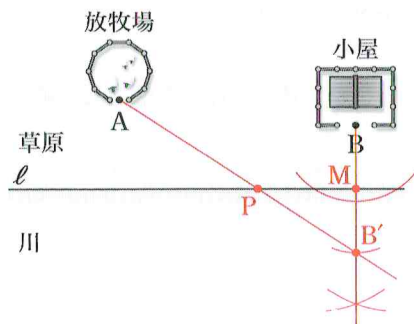
1

①の問題で、羊が歩く道のりがもっとも短くなるような水を飲ませる位置 P を、右の図に作図して求めなさい。(図は省略)

教科書
p.167

ガイド

直線上にない1点を通る垂線の作図を利用して、点 B から直線 l に垂線をひき、直線 l を対称の軸として点 B を対称移動します。

解答 (作図)

点Bから直線 ℓ に垂線をひき、交点を M とする。その垂線上に $BM=B'M$ となる点 B' をとる。直線 AB' をひき、直線 ℓ との交点を P とする。

参考

点Aを、直線 ℓ を対称の軸として対称移動した点を A' とし、 A' とBを結んでも作図できます。

2

川をはさんだ2軒の家C、Dがあります。

CとDの間を移動できるように、川に垂直に橋をかけます。

移動する道のりをもっとも短くするには、どこに橋をかければよいでしょうか。(図は省略)

教科書
p.168**ガイド**

橋の長さは、どの位置にかけても変わらないので、家Cから川までと、川から家Dまでの道のりがもっとも短くなるように考えます。

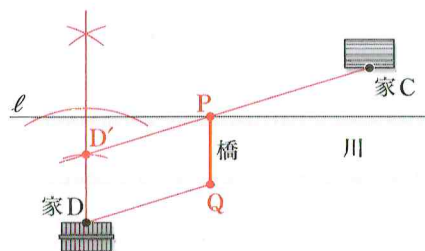
解答の図で、 $QD=PD'$ となるので、 $CP+QD=CP+PD'$

$(CP+PQ+QD=CP+PQ+PD'=CP+PD'+PQ)$

$CP+PD'$ は、C、P、 D' が一直線上にあるときにもっとも短くなります。

解答

(作図)



家C側の川の端を直線 ℓ とする。

点Dから直線 ℓ に垂線をひく。その垂線上に、点Dを川の幅の長さだけ上に移動した点 D' をとる。

直線 CD' と直線 ℓ との交点を P とする。この点Pから川に垂直に橋をかければよい。

いろいろな角の作図

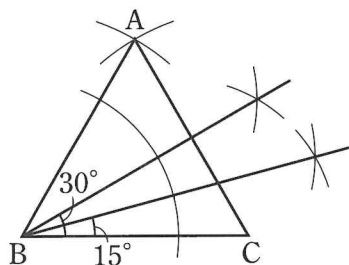
教科書
p.168

問1 正三角形を作図しなさい。また、それを利用して 30° と 15° の角を作図しなさい。

ガイド 正三角形の1つの角が 60° であることを利用します。

30° , 15° は、それぞれ 60° , 30° の角の二等分線を作図します。

解答 (作図)



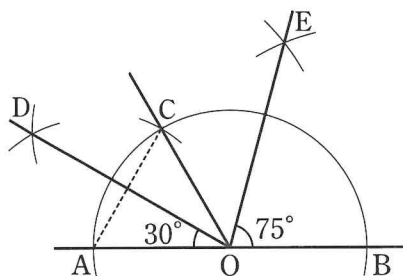
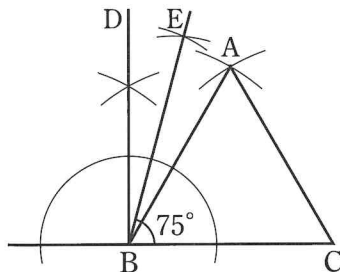
- 正三角形は、3辺の長さが等しい三角形を作図する。まず、ノートに辺 BC をかき、点 B , C をそれぞれ中心として、 BC と等しい半径の円をかく。その交点を A とすると $\triangle ABC$ は正三角形となる。
- 30° は、 $\angle B=60^\circ$ だから、 $\angle B$ の二等分線を作図すればよい。
- 15° は、 30° の角の二等分線を作図すればよい。

教科書
p.168

話しあおう

75° の角を作図するには、どうすればよいでしょうか。

解答例 (作図)



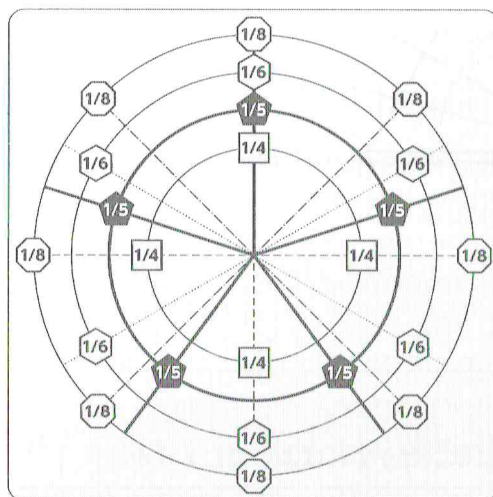
- 正三角形 ABC を作図すると、
 $\angle ABC=60^\circ$
点 B を通る辺 BC の垂線 BD をひくと、
 $\angle DBA=90^\circ-60^\circ=30^\circ$ だから、
その二等分線 BE をひくと、
 $\angle EBA=15^\circ$
よって、 $\angle EBC=60^\circ+15^\circ=75^\circ$
- 点 O を中心とする円と直線の交点 A , B をとり、正三角形 CAO を作図する。
 $\angle COA$ の二等分線 OD をひくと、
 $\angle DOA=30^\circ$ だから、
 $\angle DOB=180^\circ-30^\circ=150^\circ$
よって、 $\angle DOB$ の二等分線 OE をひくと、
 $\angle EOB=150^\circ \times \frac{1}{2}=75^\circ$
- $75^\circ=45^\circ+30^\circ$ と考えて、 90° の半分の角と 60° の半分の角を作図すると、あわせた角が 75° になる。

4. 円とおうぎ形

みんなで仲よく分けよう

買ってきたケーキをみんなで分けて食べることにしました。

下の道具の上にケーキを置いて、 $\frac{1}{5}$ が書いてある5本の線にそってケーキを切ると、5等分することができます。



話しあおう

教科書
p.169

この道具を使うと、ケーキを5等分することができるのはなぜでしょうか。

解答例

- $\frac{1}{5}$ の線は、円の中心のまわりの角を5等分している。また、円周も5等分されているから、この線によって円の面積は5等分されているといえる。

よって、この道具の上にケーキを置いて、線にそって切ると、ケーキの底面の面積を5等分することができるので、ケーキを5等分できる。

- $\frac{1}{5}$ の線で分けられた5つの部分はすべて、線の長さは半径なので等しく、円周の一部である部分の長さも等しいので、合同になっているといえる。

だから、この線にそってケーキを切ると、底面が合同なケーキ5個に分けることができる。

参考

- 円の中心とケーキの中心があっていないと、ケーキの大きさは5等分することができません。

- $\frac{1}{5}$ は、 $\frac{1}{5}$ を表していて、日常生活の中でも使われることがあります。

1

円とおうぎ形の性質

学習のねらい

円やおうぎ形について調べることを通して、図形の合同について学習します。
また、円周を等分することによって、正多角形がかけられることを学習します。

教科書のまとめ テスト前にチェック

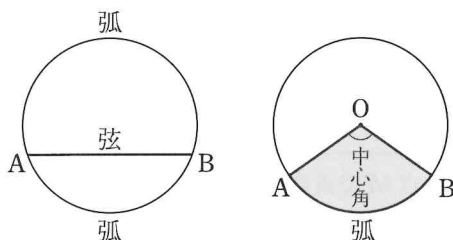
□円

□弧 AB

□弦 AB

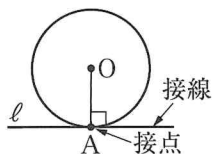
□中心角

- ▶点Oを中心とする円を、**円O**といいます。
- ▶円周上に2点A, Bをとるとき、円周のAからBまでの部分を、**弧** ABといい、 $\widehat{AB}$ と表します。
- ▶ $\widehat{AB}$ の両端の点を結んだ線分を、**弦** ABといいます。
- ▶下の右の図で、 $\angle AOB$ を、 $\widehat{AB}$ に対する**中心角**といいます。



□円と直線

- ▶円と直線が1点だけを共有するとき、直線は円に**接する**といいます。また、右の図のように、直線 ℓ が円Oに接しているとき、直線 ℓ を円Oの**接線**、点Aを**接点**といいます。



□円の接線の性質

□おうぎ形

- ▶円の接線は、その接点を通る半径に垂直です。
- ▶円Oの2つの半径OA, OBと $\widehat{AB}$ で囲まれた図形を、**おうぎ形** OABといいます。
また、おうぎ形の2つの半径がつくる角を、そのおうぎ形の**中心角**といいます。



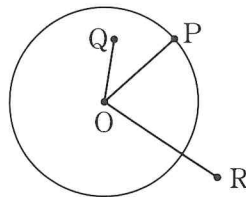
5章

平面図形

円の弧と弦について学びましょう。

問1

右の図の円Oで、点P, Q, Rは、それぞれ、円周上の点、円の内部の点、円の外部の点です。
このとき、線分OPとOQ, OPとORの長さの関係を、それぞれ不等号を使って表しなさい。



教科書
p.170

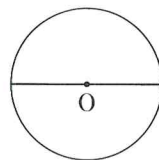
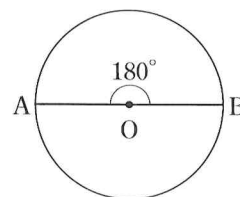
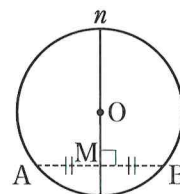
ガイド

大小関係を不等号を使って表します。また、線分OPは円Oの半径であることに着目します。

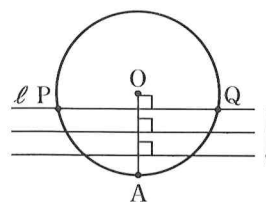
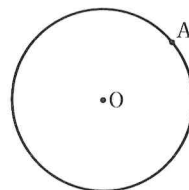
解答

直観的にもわかるが、直線上にOQ, OP, ORをとって、くらべてもよい。

$$OP > OQ, OP < OR$$

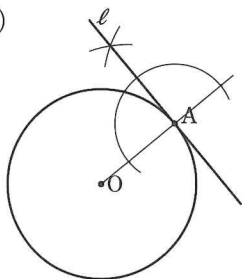
教科書
p.170**問2** 円の中心を通る弦のことを何といいますか。**ガイド** 弦は円周上の2点を結んだ線分のことです。
実際に図をかいてみて考えます。**解答** 直径**参考** 直径は、もっとも長い弦であるといえます。教科書
p.170**問3** 弦 AB が直径のとき、 $\widehat{AOB}$ に対する中心角は何度ですか。**ガイド** $\angle AOB$ は半回転の角とみることができます。**解答** 180° 教科書
p.171**問4** 右の図で、直径 n は弦 AB と点 M で垂直に交わっています。
このとき、直径 n と弦 AB の間には、どんな関係がありますか。(図は省略)**ガイド** 円は線対称な図形だから、直径 n と弦 AB が点 M で垂直に交わっていると、 $AM=BM$ になります。
また、直径 n が対称の軸になっています。**解答** 直径 n は弦 AB の垂直二等分線になっている。

円の接線について学びましょう。

教科書
p.171**GO** 円 O で、半径 OA に垂直な直線 ℓ と円周の交点を P, Q とします。直線 ℓ を矢印の方向に平行移動していくと、点 P, Q はどうなるでしょうか。**ガイド** 弦の長さは、円の中心 O を通るとき (直径のとき)、もっとも長いので、直線 ℓ を矢印の方向に平行移動していくと、弦 PQ は短くなっていきます。**解答例** 直線 ℓ を平行移動していくと、点 P と Q はしだいに近づいていき、点 A に重なる。教科書
p.171**問5** 右の図の円 O で、円周上の点 A を接点とする接線 ℓ を作図しなさい。**ガイド** 円の接線は、その接点を通る半径に垂直になっています。

解答

(作図)



直線 OA をひく。

点 A を通る, OA の垂線 l をひく。

この直線 l が, 点 A を接点とする円 O の接線である。

おうぎ形について学びましょう。

問6

半径 3 cm で, 中心角が次の大きさのおうぎ形を, それぞれかきなさい。

(1) 45°

(2) 180°

(3) 240°

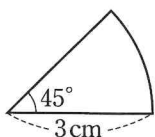
教科書
p. 172

ガイド

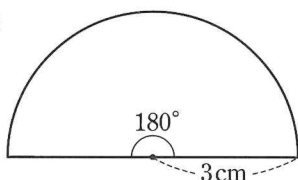
まず, 3 cm の線分をひき, 一方の端から, 分度器を使ってそれぞれの角度を測ります。次に, この端を中心として, コンパスで半径 3 cm の弧をかけばよいです。

解答

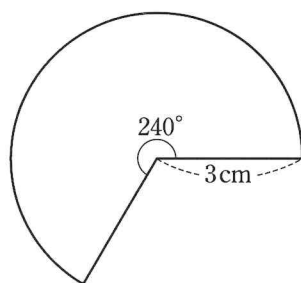
(1)



(2)



(3)



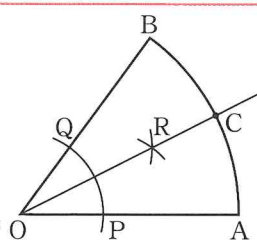
説明しよう

右の図は, おうぎ形 OAB の $\widehat{AB}$ 上に,

$$\widehat{AC} = \widehat{BC}$$

となる点 C を作図したものです。

作図の手順と, この関係が成り立つ理由を説明しましょう。



教科書
p. 172

ガイド

半径と中心角が等しい2つのおうぎ形は合同で, その弧の長さは等しくなります。

解答例

〈作図の手順〉

- ① 点 O を中心とする円をかき, 半径 OA , OB との交点を, それぞれ P , Q とする。
- ② 2点 P , Q をそれぞれ中心として等しい半径の円をかき, その交点の1つを R とする。
- ③ 半直線 OR をひき, $\widehat{AB}$ との交点を C とする。

〈 $\widehat{AC} = \widehat{BC}$ が成り立つ理由〉

半直線 OR は $\angle AOB$ の二等分線なので, $\angle AOC = \angle BOC$ である。

半径と中心角が等しいおうぎ形 OAC とおうぎ形 OBC は合同で, 弧の長さは等しい。

よって, $\widehat{AC} = \widehat{BC}$ となる。

2

円とおうぎ形の計量

学習のねらい

円の周の長さや面積の求め方を学習し、おうぎ形を円の一部とみて、おうぎ形の弧の長さや面積の求め方についても調べます。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□円周率

▶円周率は、円の直径に対する割合であり、ギリシャ文字 π で表します。
 $\pi \approx 3.14159\dots$

□円の周の長さ
と面積

▶半径 r の円の周の長さを ℓ 、面積を S とすると、

$$\text{周の長さ } \ell = 2\pi r$$

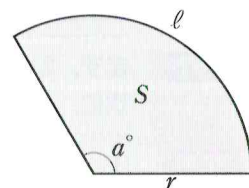
$$\text{面積 } S = \pi r^2$$

□おうぎ形の弧
の長さや面積

▶半径 r 、中心角 a° のおうぎ形の弧の長さを ℓ 、面積を S とすると、

$$\text{弧の長さ } \ell = 2\pi r \times \frac{a}{360}$$

$$\text{面積 } S = \pi r^2 \times \frac{a}{360}$$



▶半径の等しい円とおうぎ形では、次の比例式が成り立ちます。

(おうぎ形の弧の長さ) : (円の周の長さ) = (中心角の大きさ) : 360

(おうぎ形の面積) : (円の面積) = (中心角の大きさ) : 360

円の周の長さや面積の求め方について学びましょう。



金沢 21 世紀美術館は、上空から見ると、直径が 113 m の円の形をしています。
 この円の周の長さや面積を求める式を書きましょう。

教科書
p.173

ガイド

円の周の長さ = 直径 $\times$ 円周率、円の面積 = 半径 $\times$ 半径 $\times$ 円周率

解答

周の長さは 113×3.14 (m),
 円の半径は $113 \div 2 = 56.5$ (m) だから、面積は $56.5 \times 56.5 \times 3.14$ (m²)

参考

計算すると、周の長さは 354.82 m、面積は 10023.665 m² となります。

問1

直径 20 cm の円の周の長さや面積を求めなさい。

教科書
p.173

ガイド

半径 r の円の周の長さを ℓ 、面積を S とすると、 $\ell = 2\pi r$ 、 $S = \pi r^2$
 円周率は π を用いて表します。

解答

円の半径は $20 \div 2 = 10$ (cm) だから、周の長さは $2\pi r = 2\pi \times 10 = 20\pi$ (cm) 20π cm
 面積は $\pi r^2 = \pi \times 10^2 = 100\pi$ (cm²) 100π cm²

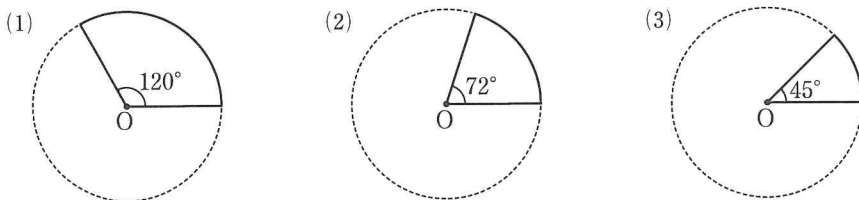
おうぎ形の弧の長さや面積の求め方について学びましょう。

教科書
p.174

問2

下の図のおうぎ形の弧の長さは、同じ半径の円の周の長さの何倍ですか。

また、おうぎ形の面積は、同じ半径の円の面積の何倍ですか。



ガイド

(1) おうぎ形の弧の長さも面積も、同じ半径の円の周の長さや面積の $\frac{120}{360} = \frac{1}{3}$ (倍) です。

(2) $\frac{72}{360} = \frac{1}{5}$ (倍) (3) $\frac{45}{360} = \frac{1}{8}$ (倍)

→ 中心角が 120°

解答

弧の長さも面積も、(1) $\frac{1}{3}$ 倍 (2) $\frac{1}{5}$ 倍 (3) $\frac{1}{8}$ 倍

問3

次のようなおうぎ形の弧の長さや面積を求めなさい。

(1) 半径 6 cm, 中心角 60°

(2) 半径 4 cm, 中心角 225°

教科書
p.175

ガイド

半径 r , 中心角 α° のおうぎ形の弧の長さを ℓ , 面積を S とすると,

$$\ell = 2\pi r \times \frac{\alpha}{360}, \quad S = \pi r^2 \times \frac{\alpha}{360}$$

解答

(1) 弧の長さ $\cdots 2\pi \times 6 \times \frac{60}{360} = 2\pi$ (cm) 2π cm

面積 $\cdots \pi \times 6^2 \times \frac{60}{360} = 6\pi$ (cm²) 6π cm²

(2) 弧の長さ $\cdots 2\pi \times 4 \times \frac{225}{360} = 5\pi$ (cm) 5π cm

面積 $\cdots \pi \times 4^2 \times \frac{225}{360} = 10\pi$ (cm²) 10π cm²



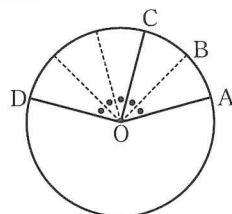
右の図で、印をつけた角は、すべて同じ大きさになっています。このとき、おうぎ形 OAC とおうぎ形 OAD で、次の比を求めましょう。

(1) 中心角 $\angle AOC$ と $\angle AOD$ の大きさの比

(2) $\widehat{AC}$ と $\widehat{AD}$ の長さの比

(3) おうぎ形 OAC とおうぎ形 OAD の面積の比

(1)~(3)から、2つのおうぎ形の中心角の大きさの比と弧の長さや面積の比について、どんなことがわかるでしょうか。



教科書
p.175

ガイド 半径と中心角が等しい2つのおうぎ形は合同です。

おうぎ形OACとおうぎ形OADが、おうぎ形OABの何個分になるかで考えます。

解答例 (1) 2:5 (2) 2:5 (3) 2:5

1つの円では、おうぎ形の弧の長さや面積の比は、中心角の大きさの比と等しくなる。

参考 また、1つの円では、おうぎ形の弧の長さや面積は、中心角の大きさに比例することわかります。

問4 上の例題1のおうぎ形の面積を求めなさい。(図は省略)

教科書
p.176

ガイド 半径 r 、中心角 α° のおうぎ形の面積を S とすると、 $S = \pi r^2 \times \frac{\alpha}{360}$

解答 例題1より、半径6cm、中心角 240° だから、面積 $\cdots \pi \times 6^2 \times \frac{240}{360} = 24\pi (\text{cm}^2)$

(別解) おうぎ形の面積を $S \text{ cm}^2$ とすると、

$$S : (\pi \times 6^2) = 240 : 360 \quad \text{これを解くと、} S = 24\pi (\text{cm}^2)$$

問5 半径9cm、弧の長さ $5\pi \text{ cm}$ のおうぎ形の中心角の大きさと面積を求めなさい。

教科書
p.176

ガイド 半径9cmの円の周の長さを求め、中心角を x° として比例式をつくります。

解答 半径9cmの円の周の長さは $18\pi \text{ cm}$ だから、このおうぎ形の中心角を x° とすると、

$$5\pi : 18\pi = x : 360$$

$$\text{これを解くと、} \quad \begin{array}{l} 18\pi \times x = 5\pi \times 360 \\ \uparrow \pi \text{でわって、} 18 \times x = 5 \times 360 \end{array} \quad x = 100$$

中心角 100°

$$\text{面積} \cdots \pi \times 9^2 \times \frac{100}{360} = \frac{45}{2} \pi (\text{cm}^2)$$

$$\text{面積} \quad \frac{45}{2} \pi \text{ cm}^2$$

参考 ・中心角の大きさを求めるのに、おうぎ形の弧の長さの公式 $\ell = 2\pi r \times \frac{\alpha}{360}$ を使って、次のように求めることができます。

中心角を x° とすると、

$$5\pi = 2\pi \times 9 \times \frac{x}{360} \longrightarrow 2 \times 9 \times \frac{x}{360} = 5 \longrightarrow \frac{x}{20} = 5 \longrightarrow x = 100$$

$\uparrow \pi \text{でわって、両辺を入れかえる。}$

・教科書「数学広場」p.283のおうぎ形の面積の公式 $S = \frac{1}{2} \ell r$ を使うと、中心角の大きさを求めなくてもおうぎ形の面積を求めることができます。

$$S = \frac{1}{2} \times 5\pi \times 9 = \frac{45}{2} \pi (\text{cm}^2)$$

知っている、
便利な公式だね！



1

下の図のように、4点 A, B, C, D があります。

このとき、次の直線や線分、半直線を図にかき入れなさい。(図は省略)

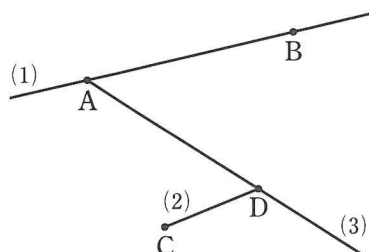
- (1) 直線 AB (2) 線分 CD (3) 半直線 AD

ガイド

(2) 両端を C, D とする線をひきます。

(3) 点 A を端として、点 D の方に線をのばします。

解答



p.150 問1

2

次の□にあてはまることばや記号をいいなさい。

- (1) 2 直線 AB, CD が交わってできる角が直角であるとき、AB と CD は□であるといい、AB□CD と表す。
 (2) 2 直線 AB, CD が交わらないとき、AB と CD は□であるといい、AB□CD と表す。

ガイド

2 つの直線が交わってできる角が直角のときは垂直、交わらないときは平行です。

解答

- (1) (順に) 垂直, $\perp$ (2) (順に) 平行, $\parallel$

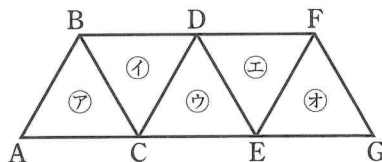
p.152 問3

p.153 問4

3

下の図の㊦~㊨の三角形は、すべて合同な正三角形です。

次の(1)~(3)のそれぞれについて、あてはまる三角形をすべて選びなさい。



- (1) ㊦を、平行移動した三角形
 (2) ㊦を、点 C を回転の中心として回転移動した三角形
 (3) ㊦を、線分 BC を対称の軸として対称移動した三角形

ガイド

移動には、平行移動、回転移動、対称移動があります。

平行移動…平面上で、図形を、一定の方向に、一定の長さだけずらす移動。

回転移動…平面上で、図形を、1 つの点 O を中心として、一定の角度だけまわす移動。

対称移動…平面上で、図形を、1 つの直線 l を折り目として、折り返す移動。

p.161 1

解答 (1) ウ, オ (2) イ, ウ (3) イ

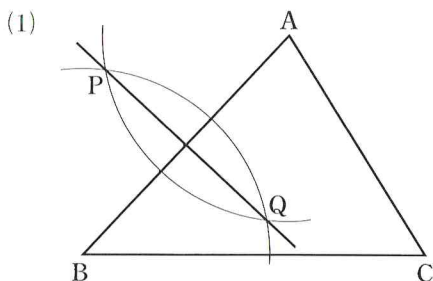
参考 (1) ウは, ㊦を AC の方向に, AC の長さだけ平行移動したもの
 オは, ㊦を AC の方向に, AC の2倍の長さだけ平行移動したもの
 (2) イは, ㊦を点Cを回転の中心として, 時計まわりに 60° だけ回転移動したもの
 ウは, ㊦を点Cを回転の中心として, 時計まわりに 120° だけ回転移動したもの
 エは, ㊦を(3)でイに対称移動し, さらに BD の方向に BD の長さだけ平行移動したもの, などといえます。

4

右の図の $\triangle ABC$ で, 次の作図をなさい。(図は省略)

- (1) 辺 AB の垂直二等分線
- (2) $\angle ACB$ の二等分線
- (3) 頂点 A を通る辺 BC の垂線

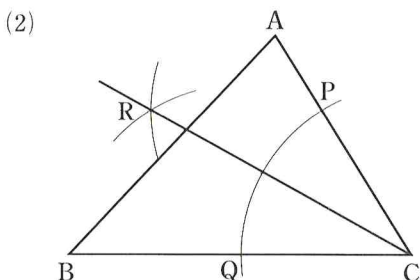
解答 (作図)



辺 AB の両端 A, B をそれぞれ中心として, 等しい半径の円をかく。

この2つの円の交点を P, Q とすると, 直線 PQ が, 辺 AB の垂直二等分線である。

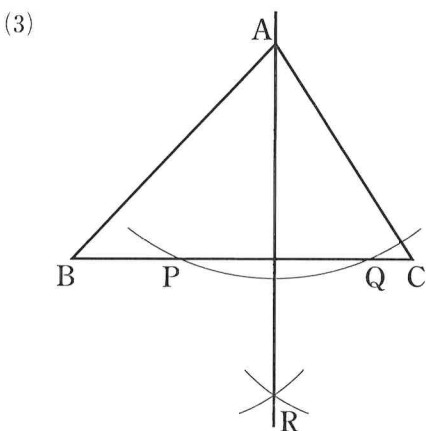
p.163 問1



点Cを中心とする円をかき, 辺 AC, BC との交点を, それぞれ P, Q とする。

次に, 2点 P, Q をそれぞれ中心として, 半径 CP の円をかき, その交点の1つを R とする。半直線 CR が, $\angle ACB$ の二等分線である。

p.163 問2



頂点Aを中心とする円をかき, 辺 BC との交点を, それぞれ P, Q とする。

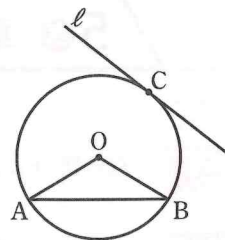
次に, 2点 P, Q をそれぞれ中心として, 等しい半径の円をかき, その交点の1つを R とする。直線 AR が, 頂点Aを通る辺 BC の垂線である。

p.165 問4

5

右の図について、次の□にあてはまることばをいいなさい。

- (1) 円周のAからBまでの部分を、□ABといい、 $\widehat{AB}$ と表す。
また、 $\widehat{AB}$ の両端の点を結んだ線分を、□ABという。
- (2) $\angle AOB$ を、 $\widehat{AB}$ に対する□という。
- (3) 直線 ℓ が円Oに接しているとき、直線 ℓ を円Oの□、点Cを□という。



解答

- (1) (順に) 弧, 弦
- (2) 中心角
- (3) (順に) 接線, 接点

(1), (2) p.170

p.171

6

円とおうぎ形について、次の長さや面積を求めなさい。

- (1) 半径8 cmの円の周の長さや面積
- (2) 半径6 cm, 中心角 150° のおうぎ形の弧の長さや面積

ガイド

- (1) 半径 r の円の周の長さ ℓ と面積 S を求める公式は、

$$\ell = 2\pi r, S = \pi r^2$$

- (2) 半径 r , 中心角 α° のおうぎ形の弧の長さ ℓ と面積 S を求める公式は、

$$\ell = 2\pi r \times \frac{\alpha}{360}, S = \pi r^2 \times \frac{\alpha}{360}$$

解答

- (1) 周の長さ $\cdots 2\pi \times 8 = 16\pi$ (cm)

$$16\pi \text{ cm}$$

$$\text{面積} \cdots \pi \times 8^2 = 64\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$64\pi \text{ cm}^2$$

p.173

問1

- (2) 弧の長さ $\cdots 2\pi \times 6 \times \frac{150}{360} = 5\pi$ (cm)

$$5\pi \text{ cm}$$

$$\text{面積} \cdots \pi \times 6^2 \times \frac{150}{360} = 15\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$15\pi \text{ cm}^2$$

p.175

問3

5章 章末問題 学びを身につけよう

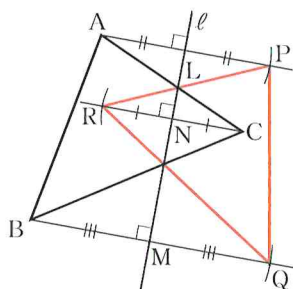
教科書 p.180～181



- 1 左の図の $\triangle ABC$ を、直線 ℓ を対称の軸として対称移動した図をかきなさい。(図は省略)

ガイド 対応する点を結んだ線分は、対称の軸と垂直に交わり、その交点で2等分されます。

解答



(かき方)

1組の三角定規を使って、点A, B, Cから ℓ に垂線をひき、 ℓ との交点をそれぞれ、L, M, Nとする。

$AL=PL$, $BM=QM$, $CN=RN$

となる点P, Q, Rをコンパスを使って求める。

(定規で測ってもよい。)

$\triangle PQR$ が対称移動した図である。

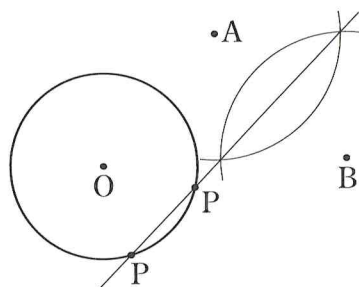
参考 点Aを通る ℓ の垂線をひくとき、教科書165ページで学習した、「直線上にない1点を通る垂線の作図」の方法で作図してもよいでしょう。



- 2 左の図のように、2点A, Bと円Oがあります。
円Oの周上にあって、 $AP=BP$ となる点Pを作図しなさい。(図は省略)

ガイド $AP=BP$ となる点Pは、線分ABの垂直二等分線上にあります。したがって、その垂直二等分線と円Oの周との交点がPです。交点Pは2つあります。

解答 (作図)



作図は、
定規とコンパス
だけでかこう。

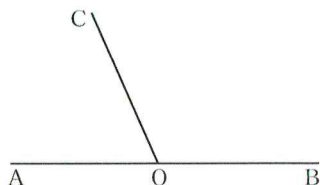


ミスに注意

図形や点を求めるとき、答えが2つあることがある。必ず確認しよう。



3



左の図は、直線AB上の点Oから、半直線OCをひいたものです。

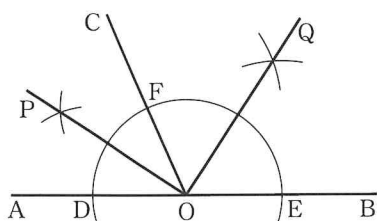
$\angle AOC$, $\angle BOC$ のそれぞれの二等分線OP, OQを作図しなさい。

このとき、 $\angle POQ$ の大きさは何度になりますか。

ガイド 一直線によってできる角は 180° です。よって、 $\angle AOC + \angle BOC = 180^\circ$ です。

解答

(作図)



点Oを中心とする円をかき、OA, OB, OC との交点を、それぞれ、D, E, F とする。

2点D, F をそれぞれ中心とする同じ半径の円をかき、その交点の1つとOを通る半直線OPが $\angle AOC$ の二等分線である。同じようにして、 $\angle BOC$ の二等分線OQをひく。

$$\angle POQ = \frac{1}{2} \angle AOC + \frac{1}{2} \angle BOC = \frac{1}{2} (\angle AOC + \angle BOC) = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ$$

$$\angle POQ = 90^\circ$$



4

おうぎ形について、次の問いに答えなさい。

- (1) 半径6 cm, 面積 $30\pi \text{ cm}^2$ のおうぎ形の中心角の大きさを求めなさい。
- (2) 中心角 240° , 弧の長さ $12\pi \text{ cm}$ のおうぎ形の半径を求めなさい。

ガイド

- (1) 半径の等しい円とおうぎ形では、(おうぎ形の面積) : (円の面積) = (中心角の大きさ) : 360
- (2) 弧の長さとの関係から比例式をつくります。

解答

- (1) 半径6 cm の円の面積は $36\pi \text{ cm}^2$ だから、中心角を x° とすると、

$$30\pi : 36\pi = x : 360$$

$$36\pi \times x = 30\pi \times 360$$

$$x = 30 \times 10$$

$$x = 300$$

$$300^\circ$$

$$\text{(別解)} \quad \pi \times 6^2 \times \frac{x}{360} = 30\pi$$

$$x = 300$$

- (2) おうぎ形の半径を $x \text{ cm}$ とすると、

$$12\pi : 2\pi x = 240 : 360$$

$$2\pi x \times 240 = 12\pi \times 360$$

$$2x = 18$$

$$x = 9$$

$$9 \text{ cm}$$

$$\text{(別解)} \quad 2\pi \times x \times \frac{240}{360} = 12\pi$$

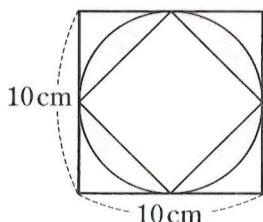
$$x = 9$$



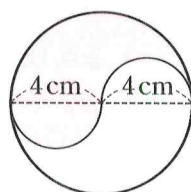
5

下の図の色のついた部分の面積を求めなさい。

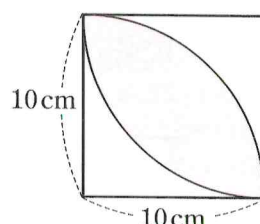
(1)



(2)



(3)


ガイド

色のついた部分を分けたり、移動したりして、くふうをして求めます。

(2) 小さい方の半円部分を移動すると、大きい方の半円になります。

(3) 半径 10 cm の円の $\frac{1}{4}$ の面積から直角二等辺三角形の面積をひいて考えます。

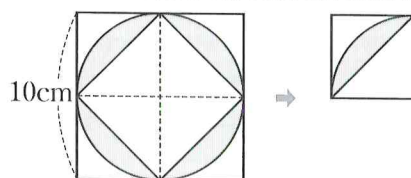
解答

(1) 右のように、4 つに分けた 1 つ分で考えると、色のついた部分の面積は、おうぎ形の面積から直角二等辺三角形の面積をひけばよいので、

$$\begin{aligned} & \pi \times 5^2 \times \frac{90}{360} - \frac{1}{2} \times 5 \times 5 \\ &= \pi \times 25 \times \frac{1}{4} - \frac{25}{2} \\ &= \frac{25}{4} \pi - \frac{25}{2} \end{aligned}$$

求める面積は、これの 4 つ分だから、

$$\left(\frac{25}{4} \pi - \frac{25}{2} \right) \times 4 = 25\pi - 50 \text{ (cm}^2\text{)}$$



$$25\pi - 50 \text{ (cm}^2\text{)}$$

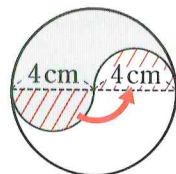
(別解) 色のついた部分の面積は、円の面積から内側の正方形の面積をひけば求められる。

内側の正方形の面積は、外側の正方形の面積の半分だから、

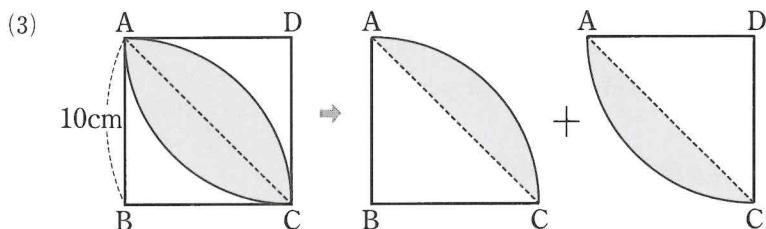
$$\pi \times 5^2 - 10 \times 10 \div 2 = 25\pi - 50 \text{ (cm}^2\text{)}$$

(2) 小さい方の半円部分を、右のように移動すると、半径 4 cm の円の半分の面積になるから、

$$\pi \times 4^2 \times \frac{1}{2} = 8\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$



$$8\pi \text{ cm}^2$$



上のように、色のついた部分を正方形の対角線で2つに分けると、その1つ分の面積は、おうぎ形の面積から直角二等辺三角形の面積をひけばよい。

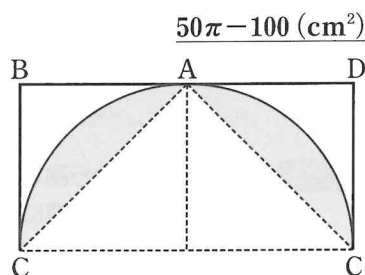
求める面積は、その2つ分なので、

$$\begin{aligned} & \{(\text{おうぎ形 BAC の面積}) - (\triangle ABC \text{ の面積})\} \times 2 \\ &= \left(\pi \times 10^2 \times \frac{90}{360} - \frac{1}{2} \times 10 \times 10 \right) \times 2 \\ &= (25\pi - 50) \times 2 \\ &= 50\pi - 100 \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

(別解) 右のように、正方形を対角線で2つに分け、その片方を回転移動すると、色のついた部分の面積は、半径10 cmの半円の面積から、もとの正方形1つ分の面積をひいて求められる。

だから、求める面積は、

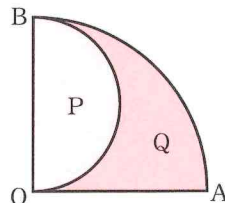
$$\pi \times 10^2 \div 2 - 10 \times 10 = 50\pi - 100 \text{ (cm}^2\text{)}$$



6

右の図のように、半径8 cm、中心角 90° のおうぎ形OABを、OBを直径とする半円によって2つに分けます。

このとき、2つの図形P、Qの周の長さや面積を、それぞれ求めなさい。



ガイド

半径 r の円の周の長さを ℓ 、面積を S とすると、 $\ell = 2\pi r$ 、 $S = \pi r^2$

解答

Pの周の長さ $\cdots 8\pi \times \frac{180}{360} + 8 = 4\pi + 8 \text{ (cm)}$

$4\pi + 8 \text{ (cm)}$

Pの面積 $\cdots \pi \times 4^2 \times \frac{180}{360} = 16\pi \times \frac{1}{2} = 8\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

$8\pi \text{ cm}^2$

Qの周の長さ $\cdots \widehat{AB} + \widehat{BO} + OA = 16\pi \times \frac{90}{360} + 8\pi \times \frac{180}{360} + 8$

$= 4\pi + 4\pi + 8 = 8\pi + 8 \text{ (cm)}$

$8\pi + 8 \text{ (cm)}$

Qの面積 $\cdots \text{おうぎ形 OAB} - P = \pi \times 8^2 \times \frac{90}{360} - 8\pi = 64\pi \times \frac{1}{4} - 8\pi = 8\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

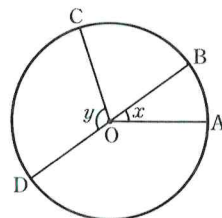
$8\pi \text{ cm}^2$

参考

PとQは形は違^{ちが}っていても、面積は同じになります。

7

右の図で、 $\widehat{BC}$ 、 $\widehat{CD}$ 、 $\widehat{DA}$ の長さは、
それぞれ、 $\widehat{AB}$ の長さの 2 倍、3 倍、4 倍
になっています。
このとき、 $\angle x$ 、 $\angle y$ の大きさを求めなさい。


ガイド

1 つの円では、おうぎ形の弧の長さや面積は、中心角の大きさに比例します。

解答

円Oで、弧の長さが 2 倍、3 倍、4 倍になると、中心角の大きさも 2 倍、3 倍、4 倍になる。よって、 $\angle BOC = 2\angle x$ 、 $\angle COD = \angle y = 3\angle x$ 、 $\angle DOA = 4\angle x$ であるから、

$$\angle x + 2\angle x + 3\angle x + 4\angle x = 360^\circ \quad 10\angle x = 360^\circ \quad \angle x = 36^\circ$$

$$\angle y = 3 \times 36^\circ = 108^\circ$$

$$\angle x = 36^\circ, \angle y = 108^\circ$$

8

右の図で、A 門と B 門から同じ距離にあり、売店 C からの距離がもっとも短くなる場所に、ベンチを置こうと思います。

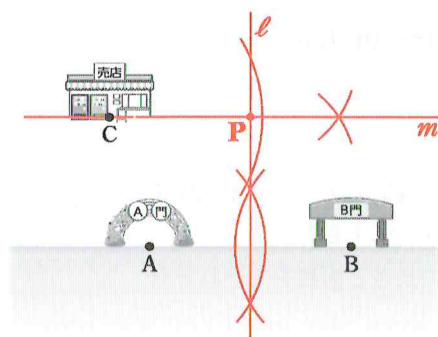
このとき、ベンチを置く位置 P を、右の図に作図して求めなさい。(図は省略)

ガイド

点 A と点 B から同じ距離にある点は、2 点を結ぶ線分の垂直二等分線上にあります。
その垂直二等分線に点 C から垂線をひいて、距離がもっとも短くなる点を求めます。

解答

(作図)



線分 AB の垂直二等分線 l をひく。

点 C を通り、直線 l に垂直な直線 m をひく。

直線 l と m の交点を P とする。

9

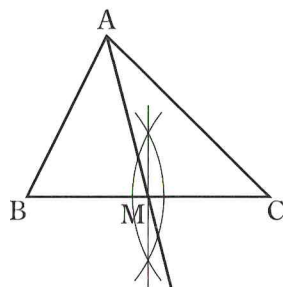
右の図で、頂点 A を通り、 $\triangle ABC$ の面積を 2 等分する直線を作図しなさい。(図は省略)

ガイド

頂点 A と辺 BC の中点を通る直線をひくと、 $\triangle ABC$ は底辺の長さと高さが等しい 2 つの三角形に分けられます。

解答

(作図)



辺 BC の垂直二等分線をひき、辺 BC との交点を M とする。

頂点 A と点 M を通る直線をひく。

6章 空間図形

1. 立体と空間図形

立体をなにかま分けしよう

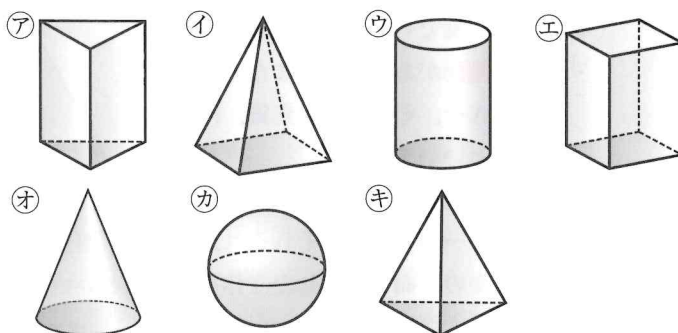
下の写真の建物は、次のページ(教科書 p.183)の㉗～㉝のどの立体とみることができるでしょうか。(写真は省略)

解答

ちよだ ひびや 千代田区立日比谷図書文化館…㉗ 愛媛県総合科学博物館…㉘ 名古屋市科学館…㉙
岡山シンフォニーホール…㉚ 仁摩サンドミュージアム…㉛
大阪中之島美術館…㉜

話しあおう

教科書
p.183



㉗～㉝の立体を、いろいろな見方でなにかま分けしましょう。
また、どのようになにかま分けしたのかを説明しましょう。

解答例

次のような観点でなにかま分けする。

- 面がすべて平面か、曲面もあるか
すべて平面…㉗, ㉘, ㉚, ㉝ 曲面もある…㉙, ㉛, ㉜
- 上の面が平面か、とがっているか
平面…㉗, ㉙, ㉚ とがっている…㉘, ㉛, ㉝ どちらでもない…㉜
- 底面の形で分ける
三角形…㉗, ㉝ 四角形…㉘, ㉚ 円…㉙, ㉜
- 側面の形で分ける
三角形…㉘, ㉝ 長方形…㉗, ㉚
- 横から水平に切ったときの切り口の形で分ける
三角形…㉗, ㉝ 四角形…㉘, ㉚ 円…㉙, ㉜, ㉝

1

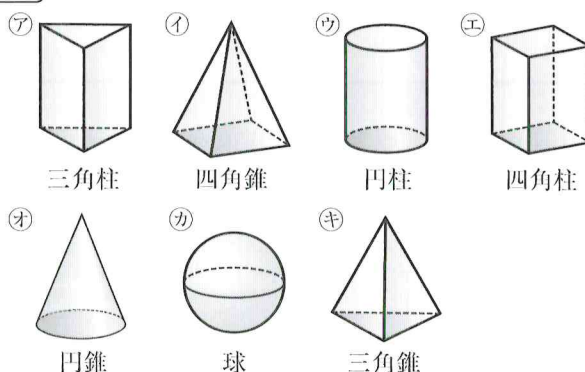
いろいろな立体

学習のねらい

基本的な立体として、角柱^{かくすい}と角錐^{かくすい}、円柱^{えんすい}と円錐^{えんすい}があります。ここでは、見取図や展開図に加えて投影図を考えて、立体の性質についてくわしく調べます。

教科書のまとめ テスト前にチェック

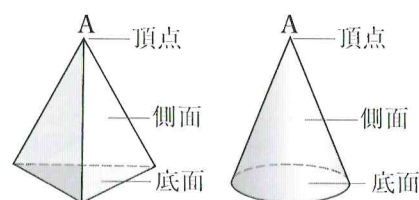
□角錐と円錐



▶(イ), (キ)のような立体を**角錐**, (オ)のような立体を**円錐**といいます。

□角錐と円錐の
底面, 側面,
頂点

▶角錐や円錐でも、右の図のように、**底面**と**側面**があります。また、右の図の点Aを、それぞれ、角錐、円錐の**頂点**といいます。



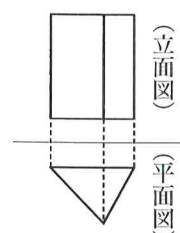
▶角錐で、底面が三角形、四角形、五角形、……のものを、それぞれ、三角錐、四角錐、五角錐、……といいます。

□多面体

▶いくつかの平面で囲まれた立体を**多面体**といい、その面の数によって、四面体、五面体、六面体、……といいます。

□投影図

▶立体を、真正面から見た図を**立面図**といい、真上から見た図を**平面図**といいます。
また、立面図と平面図をあわせて、**投影図**といいます。



□底面が正多角
形である角柱

▶角柱のうち、底面が、正三角形、正方形、正五角形、……であるものを、それぞれ、正三角柱、正四角柱、正五角柱、……といいます。

□底面が正多角
形である角錐

▶角錐のうち、底面が、正三角形、正方形、正五角形、……で、側面がすべて合同な二等辺三角形であるものを、それぞれ、正三角錐、正四角錐、正五角錐、……といいます。

立体の特徴について考えましょう。



上の㊶, ㊷, ㊸の立体に共通する特徴は何でしょうか。(図は192ページ)

教科書
p.184

解答例

さきのとがった立体である。

参考

㊶, ㊸のような立体を角錐, ㊷のような立体を円錐といいます。

また, 底面の形から, ㊶は四角錐, ㊸は三角錐といいます。

いくつかの平面で囲まれた立体について学びましょう。



前ページ(教科書 p.184)の㊶~㊸の立体で, 平面だけで囲まれているものはどれでしょうか。

教科書
p.185

また, それらの立体は, それぞれ, いくつの平面で囲まれているでしょうか。
(図は192ページ)

ガイド

平らな面を平面といい, 曲がった面を曲面といいます。
底面と側面をあわせた, すべての面の数を考えます。

解答

平面だけで囲まれているもの…㊶, ㊷, ㊹, ㊸

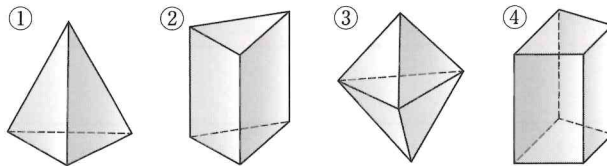
㊶…5つの平面, ㊷…5つの平面, ㊹…6つの平面, ㊸…4つの平面

参考

平面と曲面で囲まれているもの…㊺, ㊻

曲面だけで囲まれているもの…㊼

問1



教科書
p.185

上の㊶~㊸の多面体は, それぞれ何面体ですか。

ガイド

いくつかの平面で囲まれた立体を**多面体**といい, その面の数によって, 四面体, 五面体, 六面体, ……といいます。

解答

㊶ 四面体 ㊷ 五面体 ㊸ 六面体 ㊹ 六面体

問2

面の数をもっとも少ない多面体は, 何面体ですか。

教科書
p.185

ガイド

立体をつくるのに, 最少でいくつの面が必要かを考えます。

解答

四面体

参考

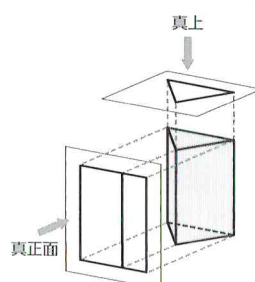
四面体とは三角錐のことで, すべての面が三角形でできています。

見取図、展開図のほかに、立体を平面に表す方法を学びましょう。



右の三角柱を真正面から見ると、どんな形に見えるでしょうか。

また、真上から見ると、どんな形に見えるでしょうか。



教科書
p.186

ガイド

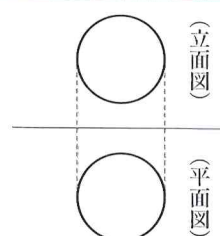
真正面からは、2つの側面、真上からは、底面が見えます。

解答

真正面…長方形、真上…三角形

問3

(教科書) 183 ページの㉗～㉙のうち、右の投影図で表される立体を選びなさい。(図は192 ページ)



教科書
p.186

ガイド

真上から見ても、真正面から見ても、円に見える立体です。

解答

㉘ (球)

いろいろな立体の特徴を、見取図や展開図、投影図を使って調べましょう。

角柱と角錐

問4

上の展開図をもとにして三角柱をつくるとき、点Aと重なる点に○の印をつけなさい。

また、辺ABと重なる辺に~~~~の印をつけなさい。(図は省略)

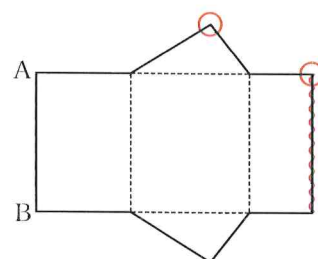
教科書
p.187

ガイド

頭の中で立体を組み立てて考えてみるか、方眼紙に展開図をかき、切り取って組み立ててみましょう。

解答

右の図



問5

正三角柱の側面の3つの長方形について、どんなことがいえますか。

教科書
p.187

ガイド

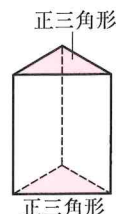
底面は正三角形だから、3つの辺の長さはすべて等しくなっています。

解答

3つの長方形は、すべて横の長さ(正三角形の1辺の長さ)が等しく、縦の長さ(高さは共通)が等しいから、3つとも合同な長方形になっている。

参考

側面の特徴は、展開図で表すとよくわかります。



問6

右の図のような、底面が正方形で、4つの側面のすべてが二等辺三角形である四角錐があります。下の図で、この四角錐の展開図を完成させなさい。(図は省略)

教科書
p.188

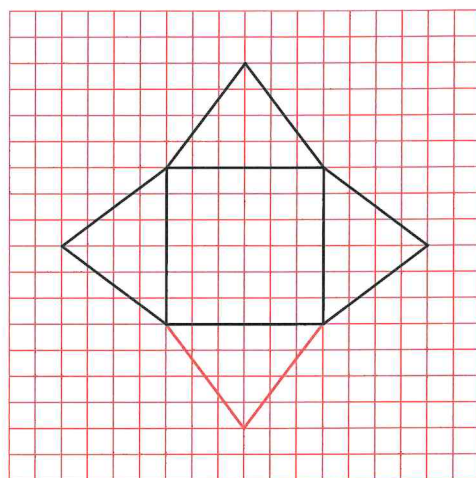
ガイド

底面の正方形の1辺を底辺とする、他の側面と合同な二等辺三角形をかきます。

解答

正方形の下の辺の中点から4マス分の高さをとって、側面の二等辺三角形をかく。

展開図は右の図



問7

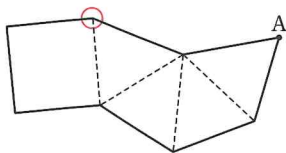
右の展開図をもとにして四角錐をつくるとき、点Aと重なる点に○の印をつけなさい。(図は省略)

教科書
p.188

ガイド

わかりやすいところから、重ならない頂点を消していきましょう。

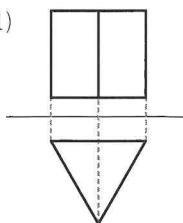
解答



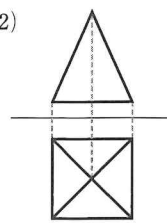
問8

右の(1)、(2)の投影図で表される立体を、下の(ア)~(エ)から選びなさい。

(1)



(2)



教科書
p.189

- (ア) 直方体 (イ) 三角柱
(ウ) 三角錐 (エ) 四角錐

ガイド 直線の上の部分は真正面から見た図(立面図)、下の部分は真上から見た図(平面図)です。

- 解答** (1) 立面図が長方形で、平面図が三角形になっているから、(イ)
 (2) 立面図が三角形で、平面図が四角形になっているから、(エ)

円柱と円錐



下の写真のような、ごみ取り用ローラーのシートを1周分はがすと、どんな図形になるでしょうか。(写真は省略)

教科書
p.189

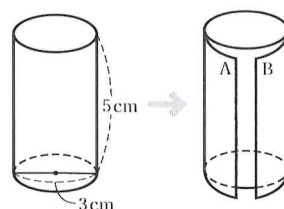
ガイド 写真のようすから考えます。円柱の側面を切りひらいた形になります。

解答 長方形(1辺の長さがローラーの幅^{はば}、他の辺の長さが(外側の)円の1周分の長方形)

問9

右のような、底面の直径が3cmで、高さが5cmの円柱があります。下の図で、この円柱の展開図を完成させなさい。(図は省略)

また、完成させた展開図を組み立てて円柱をつくるとき、線分ABと重なるところに~~~~の印をつけなさい。



教科書
p.190

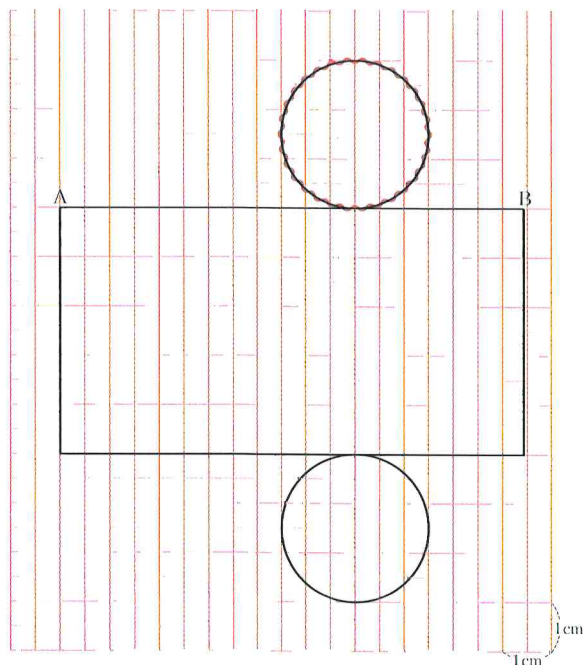
ガイド 円柱では、2つの底面は合同な円で、側面の展開図は長方形になります。展開図の長方形の横の長さABは、底面の円周の長さと等しく、縦の長さは円柱の高さと等しくなります。

解答 側面の展開図の長方形の縦の長さは5cm、横の長さABは底面の円周の長さと等しく、

$$3\pi = 3 \times 3.14 = 9.42 \text{ (cm)}$$

となる。

展開図は右の図





右の写真のような、アイスクリームの包み紙をひらくと、どんな図形になるでしょうか。(写真は省略)

教科書
p. 191

ガイド

写真のようすから考えます。円錐の側面を切りひらいた形になります。

解答

おうぎ形



問10

上の展開図をもとにして円錐をつくるとき、 $\widehat{AB}$ と重なるところに~~~~の印をつけなさい。(図は省略)

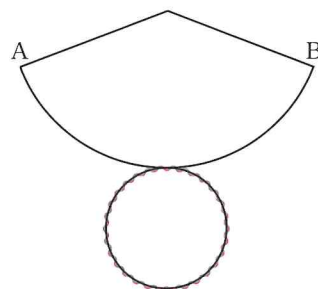
教科書
p. 191

ガイド

円錐の底面は1つの円で、側面は曲面です。また、側面の展開図はおうぎ形になります。おうぎ形の弧の長さは、底面の円周の長さと同じになります。

解答

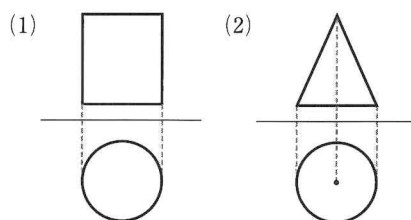
右の図



問11

右の(1)、(2)の投影図で表される立体を、
下の(ア)~(エ)から選びなさい。

- (ア) 円柱 (イ) 円錐
(ウ) 球 (エ) 角錐



教科書
p. 191

ガイド

どちらも平面図が円で、立面図が円ではないから、底面が円である立体を考えます。
立面図から、円柱か円錐かを判断します。

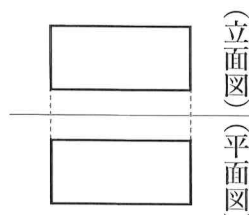
解答

- (1) 立面図が長方形で、平面図が円になっているから、(ア)
(2) 立面図が三角形で、平面図が円になっているから、(イ)

話しあおう

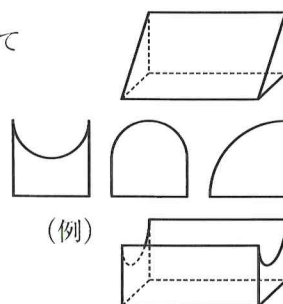
教科書
p.191

ある立体の投影図をかいたところ、右の図のように、
立面図と平面図が合同な長方形になりました。どのよ
うな立体と考えられるでしょうか。



解答例

- 立面図と平面図が合同な長方形になっているから、底面が正方形である正四角柱を横にして置いた立体。
- 前ページの **問11** のように、円柱も、立面図が長方形になり、円柱を横にして置くと平面図も立面図と合同な長方形になる。よって、円柱
- 右のように、底面が直角二等辺三角形である三角柱を横にして置いても、立面図と平面図が合同な長方形になる。
- ほかに、底面が右の図のような立体などが考えられる。



まとめよう

教科書
p.192

これまでに、平面上に表現をして立体を調べる方法として、見取図、展開図、投影図を学んできました。それらの図の特徴を、下の見取図の例(省略)を参考にしてまとめましょう。

解答例

	特徴
展開図	こんなときに便利 • 立体を構成している面の形や辺の長さを正確に確認したいとき こんなところに注意 • 組み立てられる展開図にするため、面のつなぎ方に注意が必要。 • 面や辺の位置関係がわかりにくい。
投影図	こんなときに便利 • 立体をいろいろな方向から見た形をもとに、立体の特徴をとらえたいとき こんなところに注意 • 異なる立体でも投影図が同じになる場合があるから、投影図だけで必ず立体を特定できるわけではない。

2

空間内の平面と直線

学習のねらい

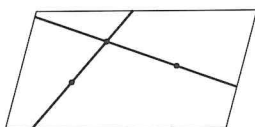
空間図形を考えると、基礎になるのは平面と直線です。ここでは、平面と直線についての基本を学習し、さらに、平面と直線の位置関係について考えます。

教科書のまとめ テスト前にチェック

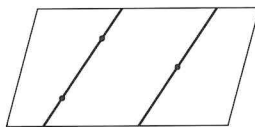
□平面

□平面の決定

- ▶ 平面とは、平らに限りなくひろがっている面をいいます。
- ▶ 同じ直線上にない3点を通る平面は1つしかありません。また、交わる2直線をふくむ平面、平行な2直線をふくむ平面も1つしかありません。



交わる2直線



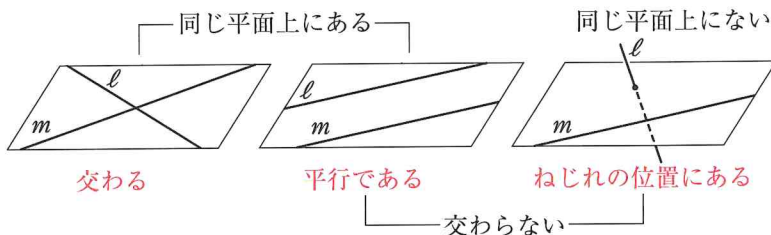
平行な2直線

□ねじれの位置

- ▶ 空間内の2直線が、平行でなく、交わらないとき、その2直線は、**ねじれの位置**にあるといいます。

□2直線の位置関係

- ▶ 空間内の2直線 ℓ , m の位置関係には、次の3つの場合があります。



交わる

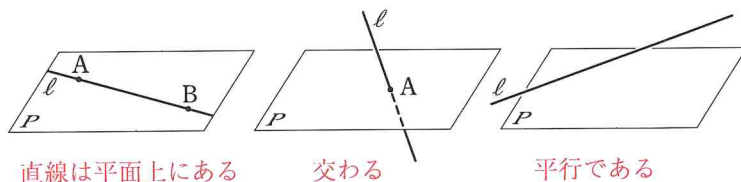
平行である

ねじれの位置にある

交わらない

□直線と平面の位置関係

- ▶ 直線 ℓ と平面 P の位置関係には、次の3つの場合があります。



直線は平面上にある

交わる

平行である

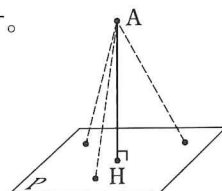
□直線と平面の垂直

- ▶ 直線 ℓ が平面 P と点 A で交わっていて、点 A を通る平面 P 上のすべての直線と垂直であるとき、直線 ℓ と平面 P は**垂直**であるといいます。

- ▶ このとき、直線 ℓ を平面 P の**垂線**といいます。

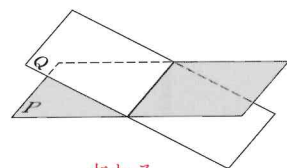
□点と平面との距離

- ▶ 点 A から平面 P に垂線 AH をひいたとき、線分 AH の長さを、**点 A と平面 P との距離**といいます。

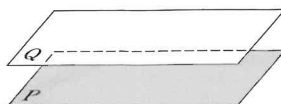


□2平面の位置関係

- ▶ 2つの平面 P , Q の位置関係には、次の2つの場合があります。



交わる



平行である

平面が1つに決まる場合について考えましょう。



右の写真の中から、平面や直線とみることができるものを見つけましょう。
(写真は省略)

教科書
p.193

【解答例】

〈平面とみることができるもの〉 床^{ゆか}, 壁^{かべ}, たたみ, 引き戸^{ひきど}, 座卓^{ざたく}(テーブル), 欄間^{らんま} など
〈直線とみることができるもの〉 たたみや引き戸のふち, 柱^{かもい}, 鴨居^{鴨居} など



説明しよう

教科書
p.194

三脚^{さんきやく}を使ってカメラを支えると安定しますが、机^{あし}のように脚が4本だとぐらつくことがあります。その理由を説明しましょう。

【ガイド】

平面が1つに決まる条件から考えてみましょう。

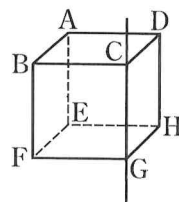
【解答例】

脚が3本ならば、先端^{せんたん}の3つの点によって平面が1つに決まるから、三脚は安定する。
脚が4本では、先端の4つの点によって平面が1つに決まるとは限らず、ぐらつくことがあるため。

2直線の位置関係について考えましょう。



右の図の立方体で、辺を直線とみたとき、直線CGと交わる直線はどれでしょうか。
また、直線CGと交わらない直線はどれでしょうか。



教科書
p.194

【ガイド】

辺を延長して考えてみましょう。

【解答】

交わる直線…直線BC, 直線CD, 直線FG, 直線GH
交わらない直線…直線BF, 直線AE, 直線DH, 直線AB,
直線EF, 直線AD, 直線EH

問1

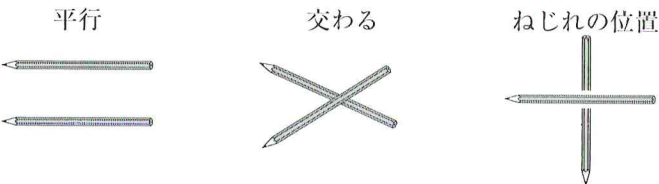
2本の鉛筆^{えんぴつ}を2つの直線とみて、2直線のいろいろな位置関係を示しなさい。

教科書
p.195

【ガイド】

空間内の2直線が、平行でなく、交わらないとき、その2直線は、**ねじれの位置**にあるといいます。

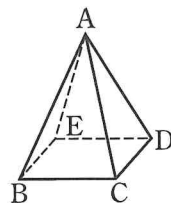
【解答例】



問2

右の図の正四角錐で、次の関係にある直線をすべていいなさい。

- (1) 直線 BC と交わる直線
- (2) 直線 BC と平行な直線
- (3) 直線 BC とねじれの位置にある直線



教科書
p.195

ガイド

空間内の2直線が、同じ平面上にない場合、その2直線は、**ねじれの位置**にあるといいます。

解答

- (1) 直線 AB, 直線 BE, 直線 AC, 直線 CD
- (2) 直線 ED
- (3) 直線 AE, 直線 AD

話しあおう

教科書
p.195

身のまわりから、平行やねじれの位置にある2直線とみることができるものを見つけましょう。

ガイド

空間内の2直線のうち、次のものを見つけます。

平行…同じ平面上にあって交わらない ねじれの位置…同じ平面上にない

解答例

〈平行とみることができるもの〉

窓ガラスの上下・左右のわく、橋の欄干^{らんかん} など

〈ねじれの位置とみることができるもの〉

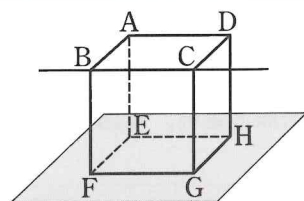
立体交差する道路や線路、教室の柱と蛍光灯^{けいこうとう}、車道と歩道橋 など

直線と平面の位置関係について考えましょう。



右の図の立方体で、辺を直線、面を平面とみたとき、直線 BC と平面 EFGH は、どんな位置関係にあるでしょうか。

また、直線 BC とほかの5つの平面は、どんな位置関係にあるでしょうか。



教科書
p.196

ガイド

辺も面も限りなく続いていると考えて、直線 BC と平面の位置関係を、**交わる**、**平行である** (**交わらない**)、**直線は平面上にある**、の3つの場合に分けてみましょう。

解答

直線 BC と平面 EFGH…平行である

直線 BC と平面 ABCD…直線は平面上にある

直線 BC と平面 ABFE…交わる (垂直である)

直線 BC と平面 DCGH…交わる (垂直である)

直線 BC と平面 BFGC…直線は平面上にある

直線 BC と平面 AEHD…平行である

直線と平面の位置関係には、3つの場合があるね。

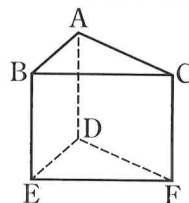


教科書
p.196

問3

右の図の三角柱で、次の関係にある直線をすべていいなさい。

- (1) 平面 ABC 上にある直線
- (2) 平面 ABC と垂直な直線
- (3) 平面 ABC と平行な直線



ガイド

9つある辺すべてについて、1つ1つ考えていきます。平面 ABC と平行な平面 DEF 上にある辺は、すべて平面 ABC と平行です。

解答

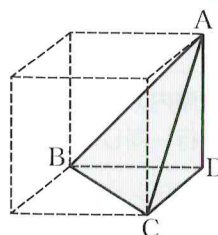
- (1) 直線 AB, 直線 BC, 直線 CA
- (2) 直線 AD, 直線 BE, 直線 CF
- (3) 直線 DE, 直線 EF, 直線 FD

教科書
p.197

問4

右の図のように、立方体の一部を切り取ってできた三角錐があります。次の面を底面としたときの高さは、どこの長さになりますか。

- (1) 面 BCD を底面としたとき
- (2) 面 ACD を底面としたとき



ガイド

角錐や円錐では、頂点と底面との距離を、角錐や円錐の高さといいます。

解答

- (1) 線分 AD の長さ (三角錐の頂点は A で、辺 AD は底面 BCD に垂直になっている。)
- (2) 線分 BD の長さ (三角錐の頂点は B で、辺 BD は底面 ACD に垂直になっている。)

教科書
p.197

話しあおう

身のまわりから、平面とその垂線とみることができるものを見つけましょう。

解答例

地面と電柱、地面と鉄棒の支柱 など

2 平面の位置関係について考えましょう。

教科書
p.198

右の図の立方体で、面を平面とみたとき、平面 ABCD と平面 EFGH は、どんな位置関係にあるでしょうか。

また、平面 ABCD と、平面 EFGH 以外の4つの平面は、どんな位置関係にあるでしょうか。(図は省略)

ガイド

面は限りなく続いていると考えます。2つの平面の位置関係は2つの場合に分けられます。

解答

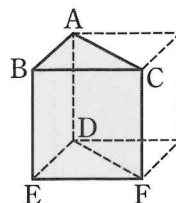
平面 ABCD と平面 EFGH…交わらない (平行である)

平面 ABCD と平面 BFGC, 平面 CGHD, 平面 AEHD, 平面 BFCA…交わる

問5

右の図のように、立方体を2つに切って三角柱をつくりました。
この三角柱で、次の関係にある平面をすべていいなさい。

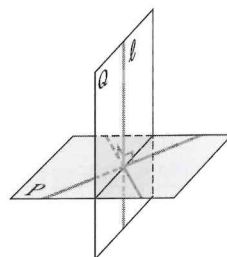
- (1) 平面 ABC と平行な平面
- (2) 平面 ABED と垂直な平面



教科書
p.198

ガイド

右の図のように、平面Pと平面Qが交わっていて、平面Qが、平面Pに垂直な直線 ℓ をふくんでいるとき、2つの平面P, Qは垂直であるといいます。



解答

- (1) 平面 DEF
- (2) 平面 ABC, 平面 DEF, 平面 BEFC

話しあおう

身のまわりから、垂直に交わる2平面とみることができるものを見つけましょう。

教科書
p.199

解答例

天井と壁、壁と床、タンスの横の板と背の板 など



練習問題

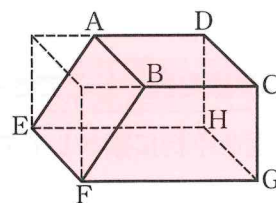
2 空間内の平面と直線

教科書
p.199

1

右のような、直方体から三角柱を切り取った立体について、次の関係にある直線や平面をすべていいなさい。

- (1) 直線 AE と平行な直線
- (2) 直線 AE とねじれの位置にある直線
- (3) 直線 AE がふくまれる平面
- (4) 平面 AEFB と垂直な平面



ガイド

- (1) 辺や面は、限りなく続いていると考えます。
- (2) 直線 AE と平行でなく、交わらない直線です。
- (3) 直線 AE をふくむ平面は2つあります。
- (4) 平面 AEFB に垂直な直線をふくんでいる平面を考えます。

解答

- (1) 直線 BF
- (2) 直線 BC, 直線 FG, 直線 CD, 直線 GH, 直線 CG
- (3) 平面 AEFB, 平面 AEHD
- (4) 平面 AEHD, 平面 BFGC

3

立体の構成

学習のねらい

面や線のある条件によって動かすとき、どんな形ができるかを考え、そのことから基本的な立体について学習します。

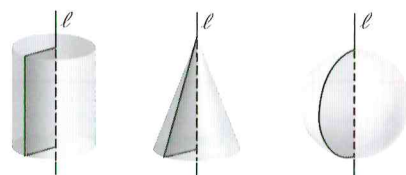
教科書のまとめ テスト前にチェック

□面を平行に動かしてできる立体

▶角柱や円柱は、1つの多角形や円を、その面に垂直な方向に、一定の距離だけ平行に動かしてできる立体とみることができます。

□面を回転させてできる立体

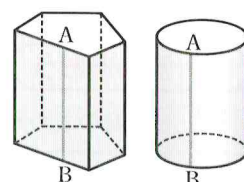
▶円柱、円錐、球などは、1つの平面図形を、その平面上の直線 ℓ のまわりに1回転させてできる立体とみることができます。このような立体を^{かいてんたい}回転体といい、直線 ℓ を^{かいてん じく}回転の軸といいます。



□線を動かしてできる立体

▶角柱や円柱の側面は、多角形や円に垂直に立てた線分ABを、その周にそって1まわりさせてできたものとみることができます。

このとき、1まわりさせた線分ABを、その角柱や円柱の^{ぼせん}母線といいます。



▶円錐の側面は、底面の円周上の点Bを、その周にそって1まわりさせるとき、頂点Aと点Bを結ぶ線分ABが動いてできたものとみることができます。

この場合も、線分ABを、円錐の母線といいます。



面や線を動かしてできる立体について考えましょう。

▶面を平行に動かしてできる立体



百人一首の札や10円硬貨^{こうか}を、右の写真のようにたくさん積み重ねると、どんな立体ができるでしょうか。(写真は省略)

教科書
p.200

ガイド

写真をよく見て考えてみましょう。枚数が多いほど、高さがより高い角柱や円柱ができます。正方形のものを積み重ねると、高さが正方形の1辺の長さと等しいとき、立方体になります。

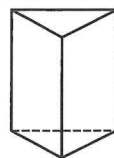
解答

百人一首の札…四角柱(直方体)、10円硬貨…円柱

問1

三角柱は、どんな図形を、どのように動かしてできる立体とみることができますか。

教科書
p. 200



解答

三角形を、その面に垂直な方向に、一定の距離だけ平行に動かしてできる立体とみることができる。

面を回転させてできる立体



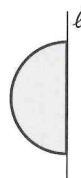
下(右)の(1)~(3)の図形を、それぞれ直線 ℓ のまわりに1回転させると、どんな立体ができるでしょうか。

(1) 長方形

(2) 直角三角形

(3) 半円

教科書
p. 200



ガイド

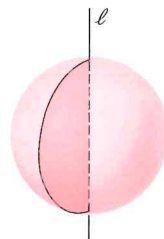
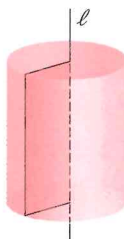
実際に工作用紙などを、長方形、直角三角形、半円に切り抜いて、竹ひごなどのまわりに1回転させてみましょう。

解答

(1) 円柱 (2) 円錐 (3) 球

参考

できる円柱や円錐の高さは、長方形の縦の長さや直角三角形の高さと同じに、できる球の半径は、半円の半径と同じになります。

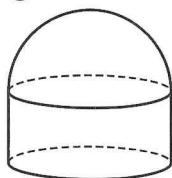


問2

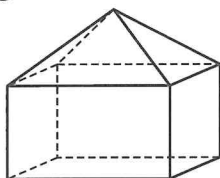
右の図形を、直線 ℓ を回転の軸として1回転させてできる立体は、㉗~㉙のどれですか。

教科書
p. 201

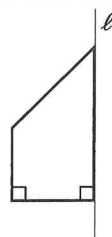
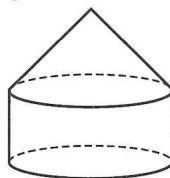
㉗



㉘



㉙



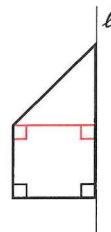
ガイド

右のように図形を上(の)の三角形と下(の)の長方形に分けて考えます。

解答

円柱の上に円錐がのっているような形になる。

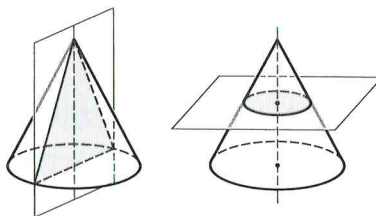
㉙



教科書
p.201

問3

円錐を、回転の軸をふくむ平面で切ると、その切り口はどんな図形になりますか。
また、回転の軸に垂直な平面で切ると、切り口はどんな図形になりますか。



ガイド

直角三角形を1回転させたことをもとにして、切り口の三角形の辺の長さなどについて考えます。

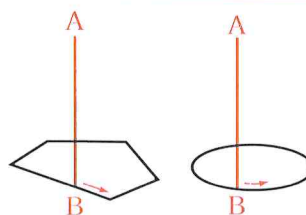
解答

回転の軸をふくむ平面で切る…二等辺三角形
回転の軸に垂直な平面で切る…円

線を動かしてできる立体

教科書
p.201


右の図のように、線分 AB を、多角形や円に垂直に立てたまま、その周にそって1まわりさせます。
このとき、線分 AB が動いたあとは、それぞれどんな図形になるでしょうか。

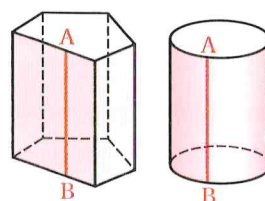


ガイド

実際に竹ひごなどを多角形や円に垂直に立てたまま、その周にそって1まわりさせてみましょう。

解答

線分 AB が高さである、右の図のような立体の側面になる。



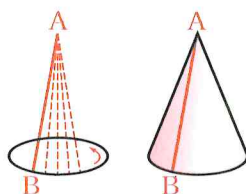
五角柱

円柱

参考

上のように、1まわりさせた線分を、その角柱や円柱の**母線**といいます。

円錐の場合も、線分 AB を、円錐の母線といいます。



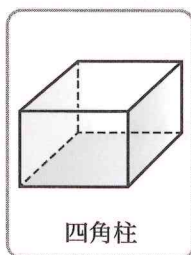
円錐でも同じように考えられるよ。



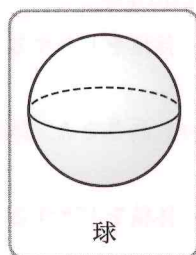
2. 立体の体積と表面積

どれくらいの水がはいっているかな？

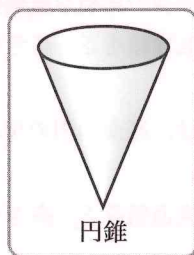
かりんさんたちは、金魚の水族館へ行きました。
水族館にはいろいろな立体の形をした水そうがあり、その水そうを見て、どれくらいの水がはいっているのかを知りたいと思いました。



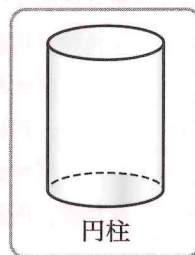
四角柱



球



円錐



円柱

話しあおう

教科書
p. 203

上の4つの立体のうち、体積の求め方をこれまでに学んでいるのはどれでしょうか。

解答例

四角柱と円柱の体積の求め方は、小学校で学んでいるが、球と円錐の体積の求め方は、学んでいない。

参考

四角柱の体積は、

角柱の体積＝底面積×高さ や、

直方体の体積＝縦×横×高さ

を使って求められます。

円柱の体積は、

底面積×高さ

を使って求められます。

1

立体の体積

学習のねらい

基本的な立体についての理解を深め、それらの体積を求める公式を学び、公式を利用していろいろな立体の体積を求めることができますようにします。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□底面積

▶立体の1つの底面の面積を^{ていめんせき}底面積といいます。

□角柱，円柱の
体積

▶角柱，円柱の底面積を S ，高さを h ，体積を V とすると，

$$V = Sh$$

特に，円柱では，底面の円の半径を r ，高さを h ，体積を V とすると，

$$V = \pi r^2 h$$

□角錐，円錐の
体積

▶角錐，円錐の底面積を S ，高さを h ，体積を V とすると，

$$V = \frac{1}{3}Sh$$

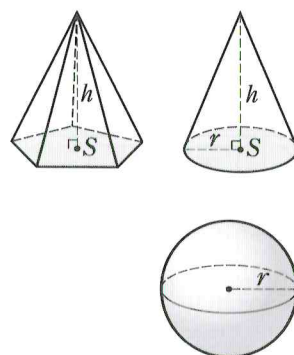
特に，円錐では，底面の円の半径を r ，高さを h ，体積を V とすると，

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

□球の体積

▶半径 r の球の体積を V とすると，

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$



立体の体積について考えましょう。

▶角柱，円柱の体積

問1

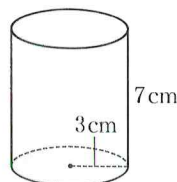
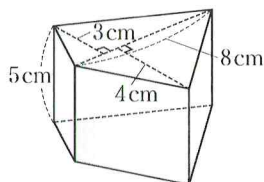
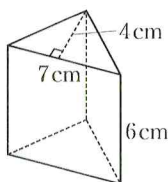
次の立体の体積を求めなさい。

教科書
p.204

(1) 三角柱

(2) 四角柱

(3) 円柱



ガイド

角柱の底面積を S ，高さを h ，体積を V とすると， $V = Sh$

円柱の底面の円の半径を r ，高さを h ，体積を V とすると， $V = \pi r^2 h$

解答

$$(1) \frac{1}{2} \times 7 \times 4 \times 6 = 84 \text{ (cm}^3\text{)}$$

$$84 \text{ cm}^3$$

$$(2) \left(\frac{1}{2} \times 8 \times 4 + \frac{1}{2} \times 8 \times 3 \right) \times 5 = 140 \text{ (cm}^3\text{)}$$

$$140 \text{ cm}^3$$

$$(3) \pi \times 3^2 \times 7 = 63\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

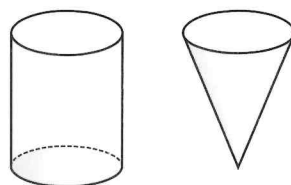
$$63\pi \text{ cm}^3$$

角錐, 円錐の体積



右の図のような, 底面が合同で, 高さの等しい円柱と円錐の容器があります。

円柱の容器には, 円錐の容器の何杯分なんばいの水がはい入るでしょうか。



教科書
p. 205

ガイド

実際に, 立体模型に水を入れてみるとよくわかります。

解答

円柱の容器には, 円錐の容器の 3 杯分の水がはい入る。

問2

次の立体の体積を求めなさい。

教科書
p. 206

- (1) 底面が1辺8 cmの正方形で, 高さが15 cmの正四角錐
- (2) 底面の半径が6 cmで, 高さが20 cmの円錐

ガイド

(1) 角錐の底面積を S , 高さを h , 体積を V とすると, $V = \frac{1}{3}Sh$

(2) 円錐の底面の円の半径を r , 高さを h , 体積を V とすると, $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

解答

(1) $\frac{1}{3} \times 8 \times 8 \times 15 = 320 \text{ (cm}^3\text{)}$ 320 cm^3

(2) $\frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 20 = 240\pi \text{ (cm}^3\text{)}$ $240\pi \text{ cm}^3$

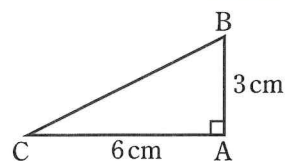
話しあおう

教科書
p. 206

右の図のような, 直角三角形 ABC があります。この三角形を回転させて, 次の(ア), (イ)の立体をつくります。

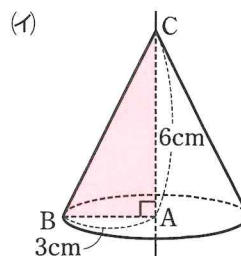
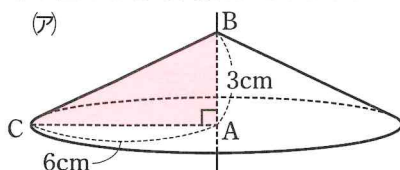
2つの立体の体積はどちらが大きくなるでしょうか。

- (ア) 直線 AB を回転の軸として1回転させてできる立体
- (イ) 直線 AC を回転の軸として1回転させてできる立体



ガイド

下の図のような円錐ができます。



解答 (ア) $\frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 3 = 36\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

(イ) $\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 6 = 18\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

(ア)の立体の体積の方が大きい

同じ三角形を回転させても、体積は等しくならないね。

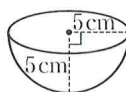


球の体積

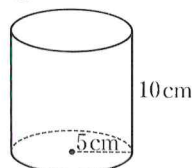


右の図のような、半径5 cmの半球の容器⑦と、底面の半径が5 cm、高さが10 cmの円柱の容器①があります。
容器①には、容器⑦の何杯分の水がはい入るでしょうか。

⑦



①



教科書
p.206

ガイド

実際に、立体模型に水を入れて実験するとよくわかります。

解答

容器⑦と①を使って実験すると、容器①には容器⑦の3杯分の水がはい入ることがわかる。

参考

①の円柱の体積

$$\pi \times 5^2 \times 10 = \pi \times 5^2 \times 5 \times 2 = 2\pi \times 5^3 \text{ (cm}^3\text{)}$$

⑦の半球の体積

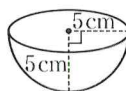
(①の円柱の体積の $\frac{1}{3}$ とすると、)

$$\frac{1}{3} \times (2\pi \times 5^3) \text{ (cm}^3\text{)}$$

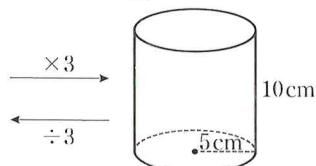
よって、⑦を球にした体積は、 $2 \times \frac{1}{3} \times 2\pi \times 5^3 = \frac{4}{3}\pi \times 5^3$

$$\xrightarrow{\text{公式}} \frac{4}{3}\pi \times (\text{半径})^3$$

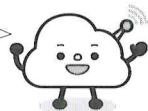
⑦



①



球の体積は
半球の体積の
2倍だね。



問3

次の球の体積を求めなさい。

(1) 半径3 cm

(2) 直径8 cm

教科書
p.207

ガイド

半径 r の球の体積を V とすると、 $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

解答

(1) $\frac{4}{3}\pi \times 3^3 = \frac{4 \times 3 \times 3 \times 3}{3} \pi = 4 \times 9\pi = 36\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

$36\pi \text{ cm}^3$

(2) 半径は4 cm だから、

$$\frac{4}{3}\pi \times 4^3 = \frac{4}{3}\pi \times 64 = \frac{256}{3}\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

$\frac{256}{3}\pi \text{ cm}^3$

1 次の(ア), (イ)の立体の体積は, どちらが大きいですか。

(ア) 底面の半径が4 cm で, 高さが2 cm の円柱

(イ) 底面の半径が4 cm で, 高さが5 cm の円錐

ガイド (ア) 円柱の底面の円の半径を r , 高さを h , 体積を V とすると, $V = \pi r^2 h$

(イ) 円錐の底面の円の半径を r , 高さを h , 体積を V とすると, $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$

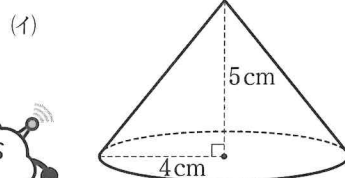
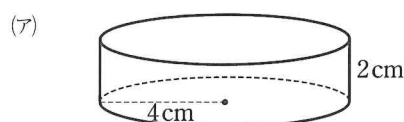
解答 (ア) $\pi \times 4^2 \times 2 = 32\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

(イ) $\frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 5 = \frac{80}{3} \pi \text{ (cm}^3\text{)}$

だから, (ア)の立体の体積の方が大きい。

参考 (ア)と(イ)の底面は合同だから,
(ア)の円柱と体積が等しいのは,
高さ $2 \times 3 = 6 \text{ (cm)}$ の
円錐です。

円錐の体積は,
底面が合同で,
高さが等しい円柱の
体積の $\frac{1}{3}$ になるよ。



2 下の図のような, ㉑~㉓の3つの容器があります。

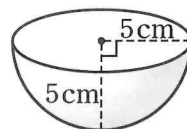
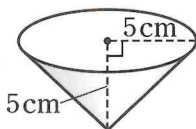
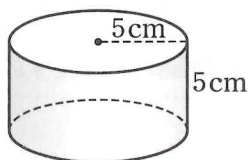
㉑の容積は, ㉒の容積の何倍ですか。

また, ㉓の容積は, ㉒の容積の何倍ですか。

㉒ 円柱

㉑ 円錐

㉓ 半球



ガイド ㉓の容積は, 半径5 cm の球の体積の半分と考えます。

解答 ㉒ $\pi \times 5^2 \times 5 = 125\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

㉑ $\frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 5 = \frac{125}{3} \pi \text{ (cm}^3\text{)}$

㉓ $\frac{4}{3} \times \pi \times 5^3 \times \frac{1}{2} = \frac{250}{3} \pi \text{ (cm}^3\text{)}$

㉑の容積は, ㉒の容積とくらべると, $\frac{125}{3} \pi \div 125\pi = \frac{1}{3}$

㉑は㉒の $\frac{1}{3}$ 倍

㉓の容積は, ㉒の容積とくらべると, $\frac{250}{3} \pi \div 125\pi = \frac{2}{3}$

㉓は㉒の $\frac{2}{3}$ 倍

2

立体の表面積

学習のねらい

角柱、円柱、角錐、円錐についての理解を深め、それらの^{ひょうめんせき}表面積の求め方を学びます。

また、球の表面積を、公式を使って求めることを学習します。

教科書のまとめ

テスト前にチェック

□立体の表面積

▶立体の表面全体の面積を**表面積**、側面全体の面積を^{そくめんせき}側面積といいます。

注 底面積は、立体の1つの底面の面積です。

□球の表面積

▶半径 r の球の表面積を S とすると、

$$S=4\pi r^2$$

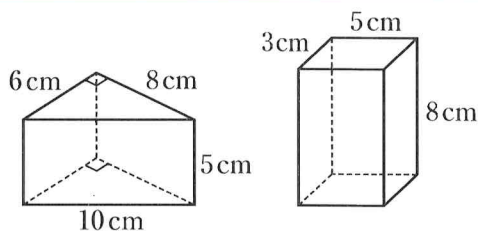
立体の表面積について考えましょう。

▶角柱、円柱の表面積



右の図のような、体積の等しい三角柱と直方体があります。

2つの立体の表面全体の面積は等しいでしょうか。



教科書
p.208

ガイド

三角柱の表面全体の面積は、側面の長方形3つ分の面積と、底面の合同な三角形2つ分の面積の合計です。

直方体の表面全体の面積は、合同な長方形2つずつ3組分の面積の合計です。

解答

三角柱… $5 \times 6 + 5 \times 10 + 5 \times 8 + 6 \times 8 \div 2 \times 2 = 168 \text{ (cm}^2\text{)}$

直方体… $3 \times 5 \times 2 + 8 \times 3 \times 2 + 8 \times 5 \times 2 = 158 \text{ (cm}^2\text{)}$ よって、等しくない。

問1

上の^{ひろげよう}ひろげようの直方体の表面積を求めなさい。

三角柱と直方体では、どちらの表面積が大きいですか。

教科書
p.208

ガイド

立体の表面全体の面積を表面積といいます。展開図で考えるとわかりやすいです。

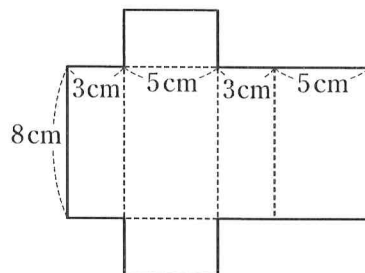
解答

$3 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$ の面を底面とみると、

側面積… $8 \times (3 + 5) \times 2 = 128 \text{ (cm}^2\text{)}$

底面積… $3 \times 5 = 15 \text{ (cm}^2\text{)}$

よって、表面積… $128 + 15 \times 2 = 158 \text{ (cm}^2\text{)}$



表面積 158 cm^2 、三角柱の方が表面積が大きい。

教科書
p. 209

問2 上の **例1** の円柱の表面積を求めなさい。

ガイド 円柱の表面積＝側面積＋底面積×2

解答 底面は半径 4 cm の円だから、底面積は、 $\pi \times 4^2 = 16\pi$ (cm²)

したがって、表面積は、 $\frac{80\pi}{\text{側面積}} + 16\pi \times 2 = 112\pi$ (cm²)

112π cm²

教科書
p. 209

問3 底面の半径が 3 cm で、高さが 6 cm の円柱の側面積と表面積を求めなさい。

ガイド 展開図で考えるとわかりやすいです。

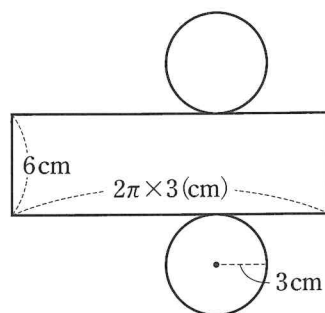
側面の展開図は長方形で、横の長さは底面の円周の長さになります。

解答 側面積は、 $6 \times 2\pi \times 3 = 36\pi$ (cm²)

底面積は、 $\pi \times 3^2 = 9\pi$ (cm²)

よって、表面積は、 $36\pi + 9\pi \times 2 = 54\pi$ (cm²)

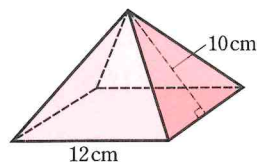
側面積 **36π cm²**，表面積 **54π cm²**



▶ 角錐，円錐の表面積

教科書
p. 210

問4 右の正四角錐の表面積を求めなさい。

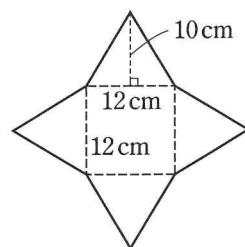


ガイド 角錐の表面積＝側面積＋底面積

→二等辺三角形が4つ(ここでは4つが合同)

解答 $\left(\frac{1}{2} \times 12 \times 10\right) \times 4 + \frac{12 \times 12}{\text{側面積}} = 240 + 144 = 384$ (cm²)

384 cm²



教科書
p. 211

問5 底面の半径が 2 cm で、母線の長さが 5 cm の円錐の側面積を求めなさい。

ガイド この円錐の側面の展開図を考えると、半径 5 cm のおうぎ形で、その弧の長さは、底面の円の周の長さに等しくなります。

解答 側面の展開図は、半径 5 cm のおうぎ形で、その中心角を x° とすると、

$$(2\pi \times 2) : (2\pi \times 5) = x : 360$$

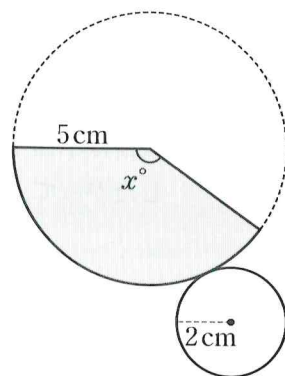
これを解くと、

$$2 : 5 = x : 360$$

$$5x = 2 \times 360 \quad x = 144$$

したがって、側面積は、

$$\pi \times 5^2 \times \frac{144}{360} = \pi \times 5^2 \times \frac{2}{5} = 10\pi \text{ (cm}^2\text{)} \quad \underline{10\pi \text{ cm}^2}$$



参考 (おうぎ形の面積) : (円の面積) = (おうぎ形の弧の長さ) : (円の周の長さ)
を利用して、側面積 $S \text{ cm}^2$ を求めることもできます。

$$S : (\pi \times 5^2) = (2\pi \times 2) : (2\pi \times 5)$$

$$S : (\pi \times 5^2) = 2 : 5 \rightarrow 5S = 2 \times \pi \times 5^2 \rightarrow S = 10\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

問6 右の円錐の表面積を求めなさい。

教科書
p.211

ガイド 円錐の表面積 = 底面積 + 側面積

解答 側面の展開図は、半径 12 cm のおうぎ形で、
その中心角を x° とすると、

$$(2\pi \times 6) : (2\pi \times 12) = x : 360$$

$$1 : 2 = x : 360$$

$$x = 180$$

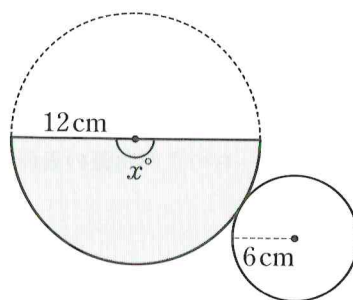
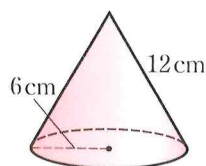
したがって、側面積は、

$$\pi \times 12^2 \times \frac{180}{360} = \pi \times 12^2 \times \frac{1}{2} = 72\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

底面積は、 $\pi \times 6^2 = 36\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

よって、表面積は、

$$72\pi + 36\pi = 108\pi \text{ (cm}^2\text{)} \quad \underline{108\pi \text{ cm}^2}$$



球の表面積

問7 次の球の表面積を求めなさい。

教科書
p.211

(1) 半径 3 cm

(2) 直径 8 cm

ガイド 半径 r の球の表面積を S とすると、 $S = 4\pi r^2$

解答 (1) $4\pi \times 3^2 = 36\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

$$\underline{36\pi \text{ cm}^2}$$

(2) 半径は 4 cm だから、 $4\pi \times 4^2 = 64\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

$$\underline{64\pi \text{ cm}^2}$$

説明しよう

右の写真⑦のように、半径5 cm の半球に、ひもを巻きつけます。巻きつけたひもの長さを2 倍にして、これを写真④のように、平面上で巻いて円をつくると、その半径はおよそ10 cm になります。その理由を、球の表面積の公式を使って説明しましょう。(写真は省略)

ガイド

球の表面積の公式 $S=4\pi r^2$

解答例

半径5 cm の半球に巻きつけたひもの面積は、半径5 cm の球の表面積の半分だから、これを2 倍にすると、半径5 cm の球の表面積に等しくなる。

半径10 cm の円の面積は、 $\pi \times 10^2 = 100\pi$ (cm²)

半径5 cm の球の表面積は、公式 $S=4\pi r^2$ を使うと、 $4\pi \times 5^2 = 100\pi$ (cm²)

したがって、この2つの面積は同じになるから、写真のような結果になる。



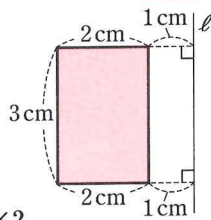
練習問題

2 立体の表面積

教科書
p.212

1

右の図形を、直線 ℓ を回転の軸として1回転させてできる立体の表面積を求めなさい。



ガイド

できる立体の表面積 = (底面の半径が3 cm の円柱の側面積)
+ (底面の半径が1 cm の円柱の側面積)
+ {(半径3 cm の円の面積) - (半径1 cm の円の面積)} $\times 2$
底面積

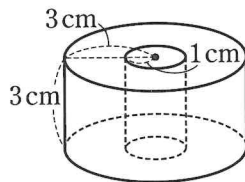
解答

右の図のような立体ができるから、

$$3 \times 2\pi \times 3 + 3 \times 2\pi \times 1 + (\pi \times 3^2 - \pi \times 1^2) \times 2$$

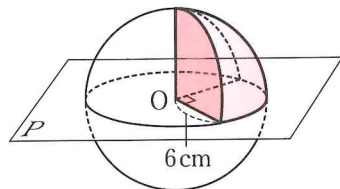
$$= 18\pi + 6\pi + 8\pi \times 2 = 40\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

$40\pi \text{ cm}^2$



2

半径6 cm の球を、中心Oを通る平面Pで切った半球があります。この半球を、さらに、Oを通り平面Pに垂直な2つの平面で切り取って、右の図のような立体をつくりました。この立体の体積と表面積を求めなさい。



ガイド

半球の $\frac{1}{4}$ 、つまり、球の $\frac{1}{8}$ の立体になっています。

解答

・体積は、半径6 cm の球の $\frac{1}{8}$ だから、 $\frac{4}{3}\pi \times 6^3 \times \frac{1}{8} = \frac{4 \times 6 \times 6 \times 6}{3 \times 8} \pi = 36\pi$ (cm³)

・立体の表面積 = (球の表面積) $\times \frac{1}{8}$ + (中心角90°のおうぎ形の面積) $\times 3$

よって、 $4\pi \times 6^2 \times \frac{1}{8} + \pi \times 6^2 \times \frac{90}{360} \times 3 = 45\pi$ (cm²) 体積 $36\pi \text{ cm}^3$, 表面積 $45\pi \text{ cm}^2$

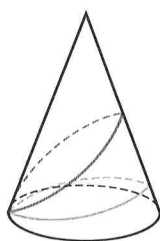
3節 空間図形の利用

短く巻きつけるには？

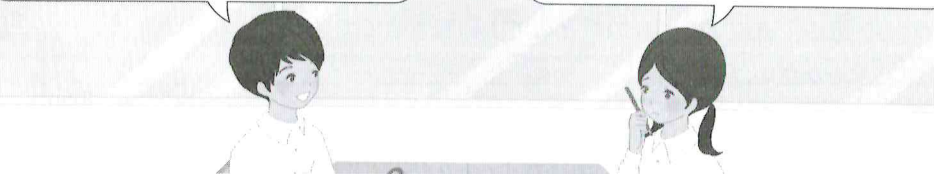
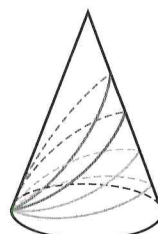
けいたさんとかりんさんは、厚紙を使って、右のような円錐の形をしたかざりをつくることにしました。(写真は省略)

円錐の形をしたかざりに、底面の円周上の1点から側面を1周して同じ点にもどるようにひもを巻きつけることにしました。

巻きつける位置によって、必要なひもの長さが変わりそうだよ。



どのあたりを通るように巻きつければ、ひもがもっとも短くなるのかな？



話しあおう

教科書
p. 213

1周巻きつけるのに必要なひもの長さがもっとも短くなるようにするには、どのような巻き方をすればよいでしょうか。

解答例

- 母線の中点を通る巻き方をすればよいと思う。
- 母線の中点と頂点との中点を通る巻き方をすればよいと思う。
- 底面の円周を通る巻き方をすればよいと思う。

など

1

空間図形の利用

学習のねらい

空間図形について学んだことを利用して、身のまわりの問題を解決できるようにします。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□空間図形の
利用

▶例 立体にひもを巻くときに、もっとも短くするにはどのような巻き方をすればよいか説明できる。

1

おうぎ形 OAB の半径は何 cm ですか。
また、中心角を求めなさい。

教科書
p.214

ガイド

円錐の側面の展開図で、おうぎ形の半径は、円錐の母線に等しく、おうぎ形の弧の長さは、円錐の底面の円周の長さと同じになっています。

解答

半径は 6 cm

中心角を x° とすると、

$$(2\pi \times 1) : (2\pi \times 6) = x : 360$$

$$1 : 6 = x : 360$$

$$6x = 360$$

$$x = 60$$

60°

1

説明しよう

教科書
p.214

もっとも短く巻いたときのひもの通る線を、右のおうぎ形の図にかき入れ、その線がもっとも短くなる理由を説明しましょう。(図は省略)

ガイド

側面に巻いたひもの線は、展開図にかいた線と同じです。

2点を結ぶ線は、直線のときにもっとも短くなります。

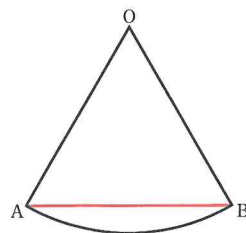
解答例

もっとも短く巻いたときのひもの通る線は右の図

(理由の説明)

円錐の側面を1周して同じ点にもどるようにひもを巻くので、側面の展開図のおうぎ形 OAB で、点Aと点Bを結ぶ線が、ひもの通る線となる。

2点の長さがもっとも短くなるのは、点Aと点Bを直線でつないだときである。



2

もっとも短くなるときのひもの長さを求めなさい。

教科書
p.214

ガイド

おうぎ形 OAB の中心角が 60° だから、 $\triangle OAB$ は正三角形である。

解答

もっとも短くなるのは、展開図で、ひもの通る部分が弦 AB となるときである。
 おうぎ形 OAB の中心角が 60° なので、 $\triangle OAB$ は1辺が 6 cm の正三角形である。
 よって、弦 AB の長さ、つまり、ひもの長さは 6 cm

3

①の円錐について、右の図に立面図をかき入れて、投影図を完成させましょう。

(図は省略)

また、円錐の高さはおおよそ cm でしょうか。

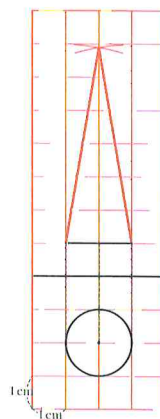
教科書
p.215

ガイド

円錐の高さは、立面図で実際に測ります。

解答

投影図は、右の図

立面図で測ると、高さはおおよそ 5.9 cm


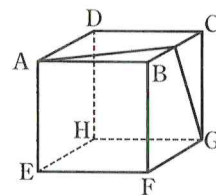
練習問題

① 空間図形の利用

教科書
p.215

1

立方体の表面に、右の図のように頂点 A から辺 BC を通って頂点 G まで、ひもをゆるまないようにかけます。ひもの長さがもっとも短くなるときのひもの通る線を、下の展開図にかき入れなさい。(展開図は省略)



ガイド

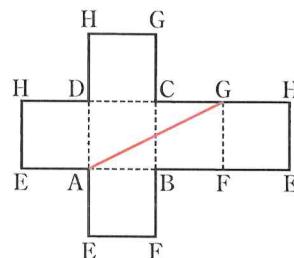
ひもは、頂点 A から辺 BC の上を通り、頂点 G までかけます。
 ひもの長さがもっとも短くなるのは、ひもが展開図上の線分 AG と一致するときです。

解答

展開図に残りの頂点をかき入ると、右の図のようになる。

ひもの通る線は、辺 BC の上を通る線分 AG をひけばよい。

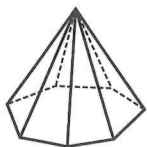
右の図



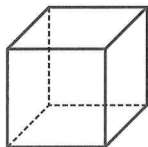
1

次の(1)～(3)の多面体は、それぞれ何面体ですか。

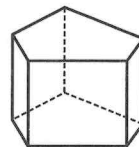
(1) 七角錐



(2) 立方体



(3) 五角柱



ガイド

いくつかの平面で囲まれた立体を多面体といいます。

多面体は、立体を囲んでいる面の数によって、四面体、五面体、……のようにいいます。

解答

(1) 八面体

(2) 六面体

(3) 七面体

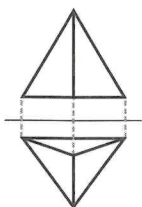
p.185

問1

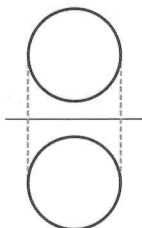
2

次の(1)～(3)の投影図で表される立体を、下の㉗～㉜から選びなさい。

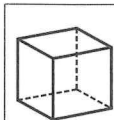
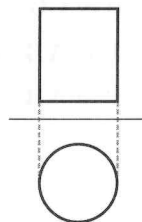
(1)



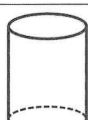
(2)



(3)



㉗ 立方体



㉘ 円柱



㉙ 円錐



㉚ 三角錐



㉜ 球

ガイド

直線の上側が真正面から見た図(立面図)、下側が真上から見た図(平面図)です。

立面図と平面図をあわせて、投影図といいます。

解答

(1) ㉚

(2) ㉘

(3) ㉘

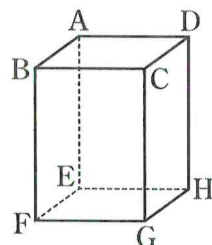
p.189

問8

3

右の図の直方体で、次の関係にある直線や平面をすべていいなさい。

- (1) 直線 BC と平行な直線
- (2) 直線 CG とねじれの位置にある直線
- (3) 平面 EFGH と垂直な直線
- (4) 平面 ABFE と平行な直線
- (5) 平面 EFGH と平行な平面
- (6) 平面 ABFE と垂直な平面



ガイド

- (1) 平行な直線は、同じ平面上にあります。
- (3) 平面と直線 l の交点を通る平面上の2つの直線と直線 l が、それぞれ垂直であるとき、直線 l と平面は垂直であるといいます。
- (4) 直線 l と平面が交わらないとき、直線 l と平面は平行であるといいます。
- (6) 2つの平面が交わっていて、一方の平面がもう一方の平面に垂直な直線をふくんでいるとき、2つの平面は垂直であるといいます。

解答

- (1) 直線 AD, 直線 EH, 直線 FG
- (2) 直線 AB, 直線 AD, 直線 EF, 直線 EH
- (3) 直線 AE, 直線 BF, 直線 CG, 直線 DH
- (4) 直線 CD, 直線 CG, 直線 DH, 直線 GH
- (5) 平面 ABCD
- (6) 平面 ABCD, 平面 BFGC, 平面 EFGH, 平面 AEHD

(1), (2) p.195 問2

(3), (4) p.196 問3

(5), (6) p.198 問5

4

2 の㉗～㉔の立体について、次の問いに答えなさい。

- (1) 回転体とみることができる立体をすべて選びなさい。
- (2) 多角形や円を、その面に垂直な方向に、平行に動かしてできる立体とみることができるものをすべて選びなさい。

ガイド

1つの平面図形を、その平面上の直線 l のまわりに1回転させてできる立体を回転体といいます。また、角柱や円柱は、1つの多角形や円を、その面に垂直な方向に、一定の距離だけ平行に動かしてできる立体とみることができます。

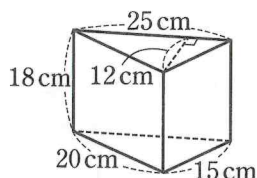
解答

- (1) ㉑は長方形を、1つの辺を回転の軸として、㉒は直角三角形を、直角をはさむ辺を回転の軸として、㉓は半円を、直径を回転の軸として回転させてできる立体とみることができる。
㉑, ㉒, ㉓ p.201 問2
- (2) ㉗は正方形を、㉑は円を、その面に垂直な方向に、一定の距離だけ平行に動かしてできる立体とみることができる。
㉗, ㉑ p.200 問1

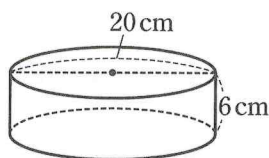
5

次の立体の体積と表面積を求めなさい。

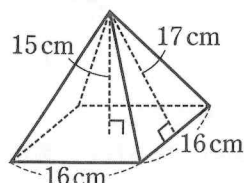
(1) 三角柱



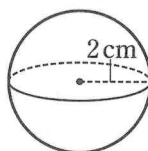
(2) 円柱



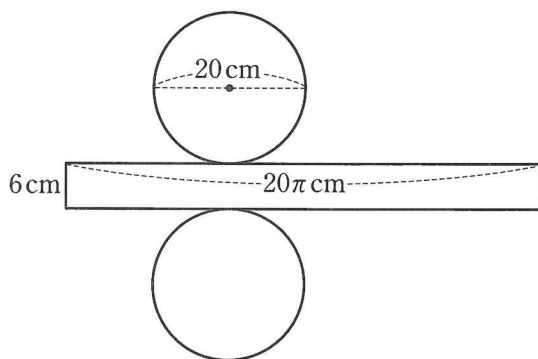
(3) 正四角錐



(4) 球



ガイド

(1) 角柱の体積… $V = Sh$ (2) 円柱の体積… $V = \pi r^2 h$ 円柱の表面積は、展開図をかくと
わかりやすいです。(3) 角錐の体積… $V = \frac{1}{3}Sh$ (4) 球の体積… $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ 球の表面積… $S = 4\pi r^2$ 

解答

(1) 体積… $\frac{1}{2} \times 25 \times 12 \times 18 = 2700 \text{ (cm}^3\text{)}$ 2700 cm³

p.204

問1

表面積… $18 \times (20 + 25 + 15) + \left(\frac{1}{2} \times 25 \times 12\right) \times 2 = 1080 + 150 \times 2 = 1380 \text{ (cm}^2\text{)}$ 1380 cm²

p.208

問1

(2) 体積… $\pi \times 10^2 \times 6 = 600\pi \text{ (cm}^3\text{)}$ 600π cm³

p.204

問1

表面積… $6 \times 2\pi \times 10 + \pi \times 10^2 \times 2 = 120\pi + 100\pi \times 2 = 320\pi \text{ (cm}^2\text{)}$ 320π cm²

p.209

問2

(3) 体積… $\frac{1}{3} \times 16 \times 16 \times 15 = 1280 \text{ (cm}^3\text{)}$ 1280 cm³

p.206

問2

表面積… $\left(\frac{1}{2} \times 16 \times 17\right) \times 4 + 16 \times 16 = 544 + 256 = 800 \text{ (cm}^2\text{)}$ 800 cm²

p.210

問4

(4) 体積… $\frac{4}{3}\pi \times 2^3 = \frac{4}{3}\pi \times 8 = \frac{32}{3}\pi \text{ (cm}^3\text{)}$ $\frac{32}{3}\pi \text{ cm}^3$

p.207

問3

表面積… $4\pi \times 2^2 = 16\pi \text{ (cm}^2\text{)}$ 16π cm²

p.211

問7

6章 章末問題 学びを身につけよう

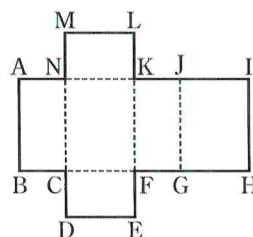
教科書 p.218~219



1

右の図のような展開図を組み立ててできる立体について、次の問いに答えなさい。

- (1) この立体の辺の数と頂点の数を、それぞれいいなさい。
- (2) 点Aと重なる点をすべていいなさい。
- (3) 辺CDと辺HIの位置関係をいいなさい。



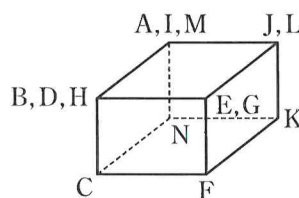
ガイド

直方体(四角柱)ができます。できる立体の見取図をかいて考えましょう。

- (3) 辺と辺の位置関係…交わる(垂直もふくむ)・平行である・ねじれの位置にある

解答

- (1) 辺の数…12本, 頂点の数…8個
- (2) 組み立てると、右の図のような直方体ができる。
点Aと重なる点…点I, 点M
- (3) 辺CDと辺HIは交わっていて、直方体の交わった辺はすべて垂直であるから、辺CDと辺HIは垂直である。



2

空間内にある平面や直線について、次の(ア)~(エ)のうち、正しいものをすべて選びなさい。

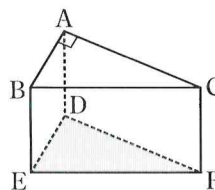
- (ア) 1つの平面に平行な2直線は平行である。
- (イ) 1つの平面に平行な2平面は平行である。
- (ウ) 1つの直線に垂直な2直線は平行である。
- (エ) 1つの直線に垂直な2平面は平行である。

ガイド

イメージしやすいように右のような三角柱で考えます。

解答

- (ア) 右の図で、直線AB, 直線BCはどちらも平面DEFに平行であるが、直線ABと直線BCは平行でないから、正しくない。
- (ウ) 右の図で、直線ABは直線ACと垂直であり、直線ADとも垂直であるが、直線ACと直線ADは平行でないから、正しくない。
- よって、正しいものは、(イ), (エ)

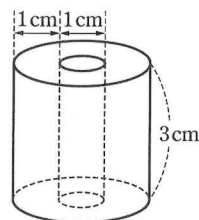


参考

- (ア), (ウ)は、解答のように交わる場合や、ねじれの位置になる場合がある。

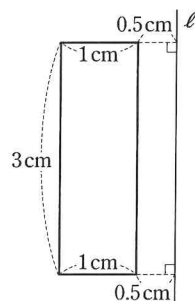
3

左(右)の回転体は、どんな平面図形を回転させてできる立体とみることができますか。直線 ℓ を回転の軸として、その平面図形をかきなさい。



ガイド

円柱は、長方形を直線 ℓ を回転の軸として1回転させてできます。見取図の中で、回転の軸がどこにあるのかを考えます。外側の円柱と内側の円柱の底面の円の半径は、それぞれ 1.5 cm と 0.5 cm になります。



解答

右の図

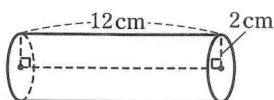
縦の長さ 3 cm、横の長さ 1 cm の長方形を直線 ℓ から 0.5 cm 離して、 ℓ を回転の軸として1回転させたものとみることができる。



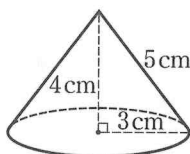
4

次の立体の体積と表面積を求めなさい。

(1)



(2)



ガイド

表面積は、それぞれ展開図をかいて考えます。

解答

(1) 体積 $\cdots \pi \times 2^2 \times 12 = 48\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

$48\pi \text{ cm}^3$

表面積 $\cdots$ 側面の長方形の縦の長さは、底面の円の

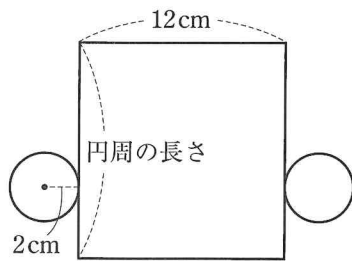
周の長さに等しいから、 $4\pi \text{ (cm)}$

よって、側面積は、 $4\pi \times 12 = 48\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

底面積は、 $\pi \times 2^2 = 4\pi \text{ (cm}^2\text{)}$ だから、

表面積は、 $48\pi + 4\pi \times 2 = 56\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

$56\pi \text{ cm}^2$



(2) 体積 $\cdots \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 4 = 12\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

$12\pi \text{ cm}^3$

表面積 $\cdots$ 側面の展開図は、半径 5 cm のおうぎ形で、その中心角を x° とすると、

$$(2\pi \times 3) : (2\pi \times 5) = x : 360$$

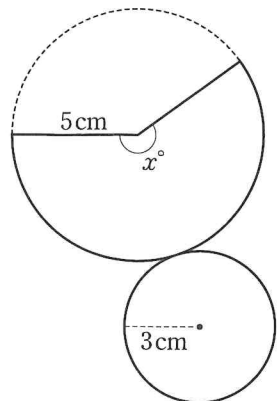
これを解くと、 $3 : 5 = x : 360 \quad x = 216$

したがって、側面積は、 $\pi \times 5^2 \times \frac{216}{360} = 15\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

底面積は、 $\pi \times 3^2 = 9\pi \text{ (cm}^2\text{)}$ だから、

表面積は、 $15\pi + 9\pi = 24\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

$24\pi \text{ cm}^2$

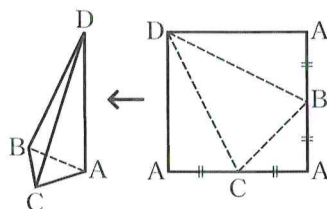




5

1 辺が 6 cm の正方形の折り紙を折って、右の図のような三角錐をつくりました。

- (1) この三角錐で、辺 AD と垂直な辺をすべていいなさい。
- (2) この三角錐の体積を求めなさい。

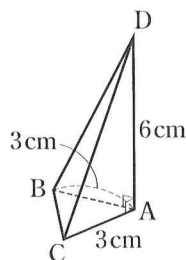

ガイド

実際に正方形の折り紙を折って調べるとわかりやすくなります。

解答

- (1) 展開図より、 $AD \perp AB$ 、 $AD \perp AC$ だから、この三角錐で辺 AD と辺 AB、辺 AD と辺 AC は垂直である。辺 AB、辺 AC
- (2) 辺 AD は面 ABC に垂直であるから、底面を $\triangle ABC$ とすると、この三角錐の高さになる。

$$\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 3 \right) \times 6 = 9 \text{ (cm}^3\text{)}$$

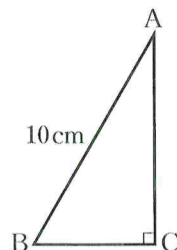
9 cm³


6

右の図の $\triangle ABC$ は、辺 AB の長さが 10 cm で、 $\angle C = 90^\circ$ の直角三角形です。

この三角形を、辺 AC を回転の軸として 1 回転させてできる立体の展開図をかいてみると、側面が半円になりました。

この立体の表面積を求めなさい。


ガイド

できる立体は、母線の長さが 10 cm の円錐になります。展開図をかいて考えます。

解答

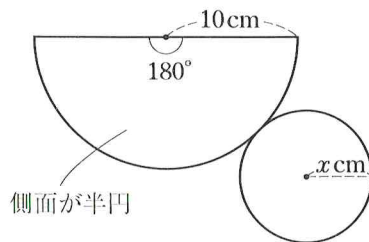
$$\text{側面積は、} \pi \times 10^2 \times \frac{1}{2} = 50\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

底面の円の半径を x cm とすると、この円の周の長さは、側面の半円の弧の長さに等しいから、

$$2\pi \times x = 2\pi \times 10 \times \frac{1}{2}$$

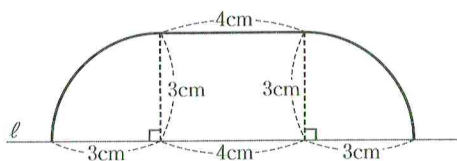
$$x = 5$$

$$\text{表面積は、} 50\pi + \pi \times 5^2 = 50\pi + 25\pi = 75\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$


75π cm²

7

下の図形を、直線 ℓ を回転の軸として 1 回転させてできる立体の体積と表面積を求めなさい。



ガイド

半球 2 つで球ができます。

解答

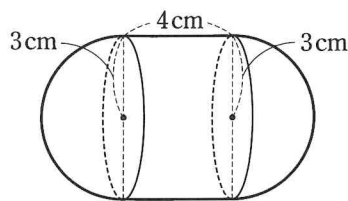
体積…(円柱部分の体積)+(球の体積)

$$= \pi \times 3^2 \times 4 + \frac{4}{3} \pi \times 3^3$$

$$= 36\pi + 36\pi$$

$$= 72\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

$$72\pi \text{ cm}^3$$



表面積…重なる部分があるので、

円柱の側面積+球の表面積 になる。

$$4 \times 2\pi \times 3 + 4\pi \times 3^2 = 24\pi + 36\pi = 60\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

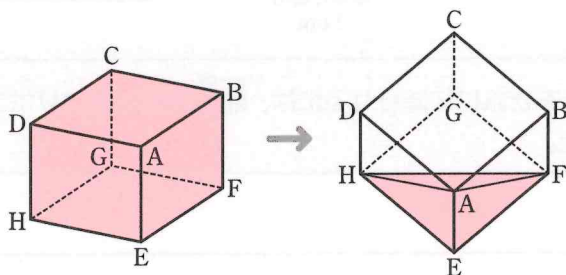
$$60\pi \text{ cm}^2$$

円柱の側面の長方形

8

水がはいった直方体の容器を、下の図のように、水面が $\triangle AFH$ になるところまで傾けました。

残っている水の量は、はじめにはいていた水の量の何倍になりますか。



ガイド

水が残っている部分は、底面が $\triangle EFH$ で高さが AE の三角錐になります。

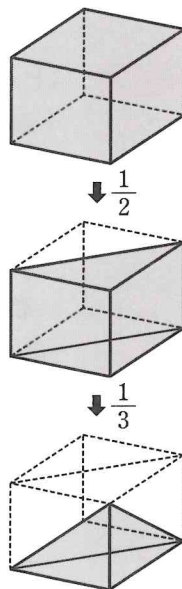
解答

底面が $\triangle EFH$ で高さが AE の三角錐の体積は、底面と高さと同じ三角柱の体積の $\frac{1}{3}$ である。

底面が $\triangle EFH$ で高さが AE の三角柱の体積は、もとの直方体の体積の $\frac{1}{2}$ であることから、残っている水の量は、はじめにはいていた水の量の、

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \text{ (倍) になる。}$$

$$\frac{1}{6} \text{ 倍}$$



7 章 データの活用

1 節 ヒストグラムと相対度数

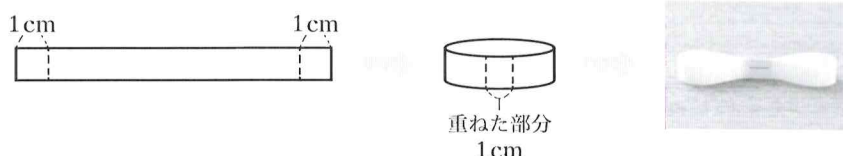
滞空時間の長いリボンをつくろう

かりんさんは、このまえコンサートに行ったときに、ゆっくり落ちる紙ふぶきが降ってきたことを思い出し、3年生を送る会でも紙ふぶきを降らせたいと考えました。

コンサートでは、紙ふぶきの1つ1つは、次のようなりボンでつくられていました。

リボンのつくり方

長方形の紙で輪をつくり、下の写真のようにステープラでとめます。



かりんさんたちは、紙ふぶきをきれいに降らせるには、^{たいくう}滞空時間が長いリボンをつくればよいのではないかと考えました。

話しあおう

教科書
p.221

どんな形や大きさの紙でリボンをつくと、滞空時間がより長くなるでしょうか。
また、それを調べるには、どうすればよいでしょうか。

解答例

〈どんな形や大きさの紙でリボンをつくと、滞空時間がより長くなるか〉

- 細長い方が空気抵抗が大きいので長くなる。
- 幅の広い方が空気抵抗が大きいので長くなる。
- 大きい方が空気抵抗が大きいので長くなる。
- 小さい方が軽いので長くなる。
- 形や大きさは関係ない。 など

〈調べるにはどうすればよいか〉

- 幅が同じで長さの違う紙、同じ長さで幅が違う紙をつくって、何度もくり返し実験をして、ストップウォッチで滞空時間をはかる。
- 同じ条件で実験をする。(高さ、風、落とし方など)
- 実験回数はなるべく多くする。

1

データを活用して、問題を解決しよう

学習のねらい

目的に応じて必要なデータを収集し、表やグラフに整理して、データの傾向や特徴を調べます。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□最小値、最大値

▶データの値の中で、もっとも小さい値を**最小値**、もっとも大きい値を**最大値**といます。

□範囲

▶最大値と最小値の差を、分布の**範囲**といます。

範囲 = 最大値 - 最小値

□階級

▶データを右の表のように整理したとき、整理した1つ1つの区間を、**階級**といます。

□度数

▶各階級にはいるデータの個数を、その階級の**度数**といます。

□度数分布表

▶階級に応じて、度数を右のように整理した表を**度数分布表**といます。

(ア)の滞空時間

滞空時間(秒)	度数(回)
1.00 以上 ~ 1.40 未満	8
1.40 ~ 1.80	27
1.80 ~ 2.20	11
2.20 ~ 2.60	2
2.60 ~ 3.00	2
計	50

□累積度数

▶最初の階級から、ある階級までの度数の合計を**累積度数**といます。

□ヒストグラム

▶階級の幅を横、度数を縦とする長方形を並べた右のようなグラフを、**ヒストグラム**または、柱状グラフといます。

□度数分布多角形

▶ヒストグラムの1つ1つの長方形の上の辺の中点を、順に線分で結んでできた折れ線グラフを、**度数分布多角形**といます。

注 度数折れ線ともいいます。

□代表値

▶平均値、中央値、最頻値のように、データの値全体を代表する値を**代表値**といます。

□階級値

▶度数分布表で、それぞれの階級のまん中の値を**階級値**といます。度数分布表では、度数のもっとも多い階級の階級値を最頻値として用います。

□相対度数

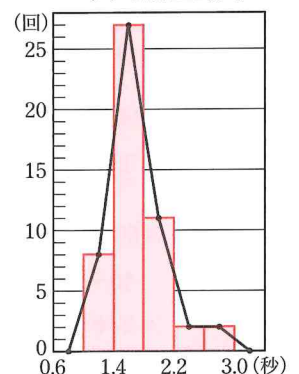
▶それぞれの階級の度数の、全体に対する割合を、その階級の**相対度数**といます。

相対度数 = $\frac{\text{階級の度数}}{\text{度数の合計}}$

□累積相対度数

▶最初の階級から、ある階級までの相対度数の合計を**累積相対度数**といます。

(ア)の滞空時間



疑問1 長方形の紙の長さはどちらがいいのかな

散らばりのようすを示す値を使ってくらべましょう。

教科書
p.223

問1 (イ)の滞空時間について、範囲を求めなさい。

ガイド 範囲＝最大値－最小値 で求めます。

解答 (イ)の滞空時間について、最大値は 3.39 秒，最小値は 1.32 秒
だから、範囲は、 $3.39 - 1.32 = 2.07$ (秒)

2.07 秒

教科書
p.223

説明しよう

範囲をくらべると、(ア)と(イ)の滞空時間について、どんなことがいえるでしょうか。

ガイド 範囲の値が大きいほど、データの散らばりが大きいといえます。

解答例 (ア)の滞空時間の範囲は 1.63 秒，(イ)の滞空時間の範囲は 2.07 秒だから、(イ)の方がデータの散らばりが大きいといえる。

表やグラフを使ってくらべましょう。

教科書
p.224

問2 上の表2について、累積度数の空欄をうめなさい。(表は省略)

ガイド 最初の階級から、空欄のある階級までの度数の合計を求めます。

解答 2.60 秒未満の累積度数は、
 $33 + 13 = 46$ (回)
 ↑ 2.20 秒未満の累積度数
 3.00 秒未満の累積度数は、
 $46 + 3 = 49$ (回)
 3.40 秒未満の累積度数は、
 $49 + 1 = 50$ (回)

表は、右の図

表2 (イ)の滞空時間

滞空時間 (秒)	度数 (回)	累積度数 (回)
1.00 以上～1.40 未満	1	1
1.40 ～1.80	7	8
1.80 ～2.20	25	33
2.20 ～2.60	13	46
2.60 ～3.00	3	49
3.00 ～3.40	1	50
計	50	

教科書
p.224

問3 (ア)と(イ)の滞空時間について、滞空時間が 2.60 秒未満であるのは、それぞれ何回ですか。

ガイド 2.60 秒未満の累積度数になります。教科書 224 ページの表1について、累積度数を求めます。

解答 (ア) 表1で、2.60 秒未満の累積度数は、
 $8 + 27 + 11 + 2 = 48$ (回)
 (イ) 表2で、2.60 秒未満の累積度数は、46 回

48 回

46 回

話しあおう

図2, 図3は, (ア)の滞空時間について, 階級の幅を0.10秒と1.00秒にしてかいたヒストグラムです。これらを図1とくらべると, どんなことがいえるでしょうか。(図は省略)

ガイド

データの傾向を読みとるのに, どの図が適しているかくらべます。

解答例

- データの傾向を読みとる場合, 図3のように, 階級の幅が大きすぎると, ほとんどが同じ階級になってしまい, データの傾向が見えにくくなる。
- 図2のように, 階級の幅が小さすぎると, 少ない度数や0の度数が多くあって, 全体の傾向がとらえにくくなる。
- 図1のようなヒストグラムでは, 全体の形, 左右のひろがりのようす, 頂上の位置などがとらえやすい。だから, ヒストグラムをつくる場合, 図1がいちばん適している。

問4

右の図は, (ア)の滞空時間の度数分布多角形です。

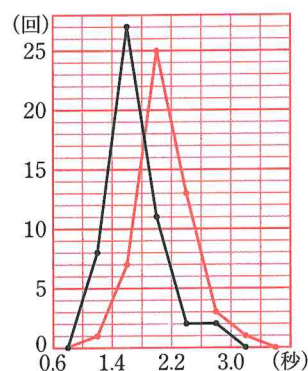
この図に, 前ページ(教科書 p. 226)の図5をもとにして, (イ)の滞空時間の度数分布多角形をかき入れなさい。(図は省略)

ガイド

ヒストグラムの1つ1つの長方形の上の辺の中点を, 順に線で結びます。ただし, ^{りょうたん}両端では, 度数0の階級があるものと考えて, ^{じく}線分を横軸までのばして, 折れ線グラフ(度数分布多角形)をつくります。

解答

右の図の赤のグラフ



話しあおう

問4 でかいた度数分布多角形から, (ア)と(イ)のどちらが滞空時間が長いといえるでしょうか。

解答例

(ア)も(イ)も, ほぼ中央に頂上がある山型になっていて, 左右の広がりもあまり変わらない。そして, (イ)の度数分布多角形の方が, (ア)よりも全体的に右の方(滞空時間が長い方)にあるので, (イ)の方が滞空時間が長いといえる。

代表値を使ってくらべましょう。

問5

右の表で, 各階級の階級値の空欄をうめなさい。

また, この表をもとにして, (ア)と(イ)の滞空時間の最頻値を, それぞれ答えなさい。(表は省略)

ガイド 度数分布表では、それぞれの階級のまん中の値を階級値とします。

例えば、2.60 秒以上 3.00 秒未満の階級値は、 $\frac{2.60+3.00}{2}=2.80$ (秒) として求めます。

また、度数分布表では、度数のもっとも多い階級の階級値を最頻値とします。

解答 階級値は右の表

(ア)と(イ)の滞空時間

(ア)の最頻値

…1.40 秒以上 1.80 秒未満の階級の階級値だから、1.60 秒

(イ)の最頻値

…1.80 秒以上 2.20 秒未満の階級の階級値だから、2.00 秒

滞空時間 (秒)	階級値 (秒)	(ア)	(イ)
		度数 (回)	度数 (回)
1.00 以上～ 1.40 未満	1.20	8	1
1.40 ～ 1.80	1.60	27	7
1.80 ～ 2.20	2.00	11	25
2.20 ～ 2.60	2.40	2	13
2.60 ～ 3.00	2.80	2	3
3.00 ～ 3.40	3.20	0	1
計		50	50

話しあおう

教科書
p.228

平均値、中央値、最頻値から、(ア)と(イ)のどちらが滞空時間が長いといえるでしょうか。

ガイド これまでに調べた(ア)と(イ)の代表値を整理すると、次のようになります。

	平均値	中央値	最頻値
(ア)	1.71 秒	1.72 秒	1.60 秒
(イ)	2.07 秒	2.01 秒	2.00 秒

解答例 ・(イ)の方が滞空時間が長い。

平均値、中央値、最頻値とも、(イ)の方が長いので、(イ)の方が滞空時間が長いといえる。

話しあおう

教科書
p.229

これまで、(ア)と(イ)の滞空時間について、次のように、いろいろな方法で整理しました。

これらのことから、(ア)と(イ)のどちらが滞空時間が長いといえるでしょうか。理由についても話しあいましょう。(表や図は省略)

ガイド 教科書 227, 228 ページの(話しあおう)で出た意見や、ほかのデータをもとに、判断します。

解答例 (ア)と(イ)の滞空時間の度数分布表やヒストグラムを見ると、(イ)のデータの方が全体的に滞空時間が長い。度数分布多角形をくらべると、(イ)の度数分布多角形の方が全体的に右の方にある。また、代表値でくらべても、すべて(イ)の方が滞空時間が長い。だから、(イ)の方が滞空時間が長いといえる。

疑問 2

長方形の紙の幅はどちらがいいのかな

度数分布表やヒストグラムを使ってくらべましょう。

教科書
p. 231

問6

前ページ (教科書 p. 230) の表 2 で, 1.40 秒以上 1.80 秒未満の階級の相対度数を求めなさい。

ガイド

相対度数 = $\frac{\text{階級の度数}}{\text{度数の合計}}$ です。小数第 2 位まで求めます。

解答

1.40 秒以上 1.80 秒未満の階級の度数は 1 回で, 度数の合計は 30 回だから, 相対度数は,

$$\frac{1}{30} = 0.03\bar{3} \cdots$$

0.03

教科書
p. 232

問7



(教科書) 230 ページの(ウ)の滞空時間について, 相対度数と累積相対度数を求め, 右の表の空欄をうめなさい。(表は省略)

ガイド

まず, 各階級の相対度数を, 小数第 2 位まで求めます。
累積相対度数は, 最初の階級からある階級までの相対度数の合計です。
いちばん上の相対度数と累積相対度数は, 同じ数値になります。

解答

右の図

(ウ)の滞空時間

滞空時間 (秒)	度数 (回)	相対度数	累積相対度数
1.00 以上 ~ 1.40 未満	0	0.00	0.00
1.40 ~ 1.80	1	0.03	0.03
1.80 ~ 2.20	2	0.07	0.10
2.20 ~ 2.60	15	0.50	0.60
2.60 ~ 3.00	11	0.37	0.97
3.00 ~ 3.40	1	0.03	1.00
計	30	1.00	

教科書
p. 232

問8

(イ)と(ウ)のそれぞれの滞空時間について, 次の問いに答えなさい。

- 滞空時間が 2.20 秒未満であるのは全体の何%ですか。
- 滞空時間が 2.60 秒以上であるのは全体の何%ですか。

ガイド

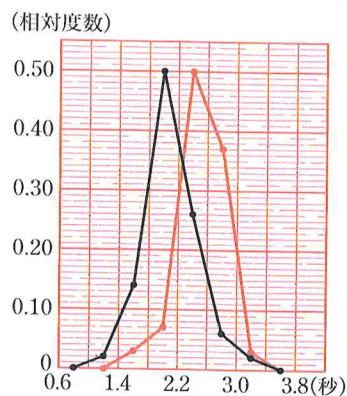
- 2.20 秒未満の累積相対度数を百分率で表します。
- 2.60 秒未満の累積相対度数を使って考えます。

- 解答**
- (1) (イ) 2.20 秒未満の累積相対度数は、0.66 だから、**66%**
 (ウ) 2.20 秒未満の累積相対度数は、0.10 だから、**10%**
- (2) (イ) 2.60 秒未満であるのが 92% だから、
 2.60 秒以上であるのは **8%**
 (ウ) 2.60 秒未満であるのが 60% だから、
 2.60 秒以上であるのは **40%**

問9 下の図は、前ページ(教科書 p.231)の表3から、(イ)の滞空時間の相対度数を、度数分布多角形に表したものです。
 この図に、(ウ)の滞空時間の度数分布多角形をかき入れなさい。(図は省略)

教科書
p.232

解答 右の図の赤のグラフ



話しあおう

教科書
p.233

これまでに調べたことから、(イ)と(ウ)のどちらが滞空時間が長いといえるでしょうか。理由についても話しあいましょう。(表や図は省略)

ガイド 上の **問8**，教科書 233 ページの表や度数分布多角形をもとに，判断します。

解答例 上の **問8** で，滞空時間が 2.20 秒未満であるのは，(イ)が 66%，(ウ)が 10% である。また，(イ)と(ウ)の滞空時間の度数分布多角形から，どちらも山型で，(ウ)の方が全体的に右の方にある。
 また，平均値，中央値，最頻値でくらべても，すべて(ウ)の方が滞空時間が長い。だから，(ウ)の方が滞空時間が長いといえる。

話しあおう

疑問1と**疑問2**では、長方形の紙の長さや幅を変えて実験しました。滞空時間をもっと長くするためには、どんなことを調べればよいでしょうか。

解答例

- 紙の材質を変えて調べる。
- 紙の厚さを変えて調べる。

など

参考

調べてみたいことについては、現実的に実験できるかどうかを検討する必要があります。例えば、やぶれやすい形や材質で多数回の実験をするのは、現実的ではありません。

まとめよう

これまでの学習をふり返って、下のようなレポートにまとめようとしています。
あなたなら、このレポートの結論としてどのようなことを書きますか。(レポートは省略)

解答例

平均値、中央値、最頻値を比べると、(A)よりも(B)の方が大きくなっています。
また、度数分布多角形を比べると、(A)よりも(B)の方が全体的に滞空時間が長い方に分布しています。
今回はリボンをつかって調べましたが、次は、三角形や円など、別の形にするとどうなるか調べてみたいです。

参考

レポートを作成するときには、次のようなことを書きます。

①見出し

レポートにまとめた内容がすぐにわかるタイトル・レポートの作成日・名前を書きます。

②調べたこと

何について調べたのかをわかりやすく書きます。また、なぜそれを調べたいと思ったのか、きっかけなども書きます。

③方法や結果

調べた方法や結果を書きます。

結果は、相手にわかりやすく伝えるために、集めたデータを、表やグラフなどを活用して整理したものになります。

④結論

集めたデータを整理してわかったこと、考えたことなどをまとめます。

また、新しく生まれた疑問や今後に調べてみたいことなども書きます。

2

整理されたデータから読みとろう

学習のねらい

収集したデータを整理したグラフや表から、必要な情報を読みとります。目的によって、代表値や範囲、度数分布表やヒストグラムを組み合わせることを学びます。

教科書のまとめ テスト前にチェック

□ グラフを

読みとる

□ 分布のようす

を読みとる

□ 度数分布表か

ら平均値を

求める

▶ 意図的な整理のしかたがされていないか、グラフの目もりのつけ方などにも注意して読みとるようにします。

▶ 目的によって、代表値、範囲、ヒストグラム、度数分布表などを組み合わせて、データの傾向を読みとるようにします。

▶ 1つの階級にはいつているデータの値は、すべてその階級の階級値であると考えます。それぞれの階級について、階級値×度数 を求め、その合計をデータの個々の値の合計と考えると、平均値を求めることができます。

$$\text{平均値} = \frac{(\text{階級値} \times \text{度数}) \text{の合計}}{\text{度数の合計}}$$

度数分布表を読みとりましょう。

説明しよう

教科書
p.235

平均が9.2年ということは、テレビを9年くらいで
買いかえる人がいちばん多いんだね。

けいたさんの考えについて、

あなたはどう思いますか。

また、その理由を説明しましょう。

解答例

けいたさんは平均値である 9.2 年付近にいちばん人が集まっている、と読みとっているが、度数分布表から、最頻値にあたる階級は 10 年以上 12 年未満になっている。また、10 年以上使っている人の相対度数も、それぞれの階級の和を求めると、0.49 と約半分になっている。

したがって、かならずしも 9 年くらいで買いかえる人がいちばん多いとはいえないと思う。

データの分布のようすを読みとりましょう。



2つの容器A, Bに、卵が10個ずつはっています。
それぞれの容器にはいった卵の重さの違いを調べるため、
卵の重さを1個ずつはかると、右の表のようになりました。
これらの平均値、中央値は、それぞれ次のようになります。
容器A……平均値 50.5 g, 中央値 50.6 g
容器B……平均値 50.5 g, 中央値 50.6 g
容器AとBの卵の重さの分布のようすは、
ほぼ同じといってよいでしょうか。

卵の重さ (g)

容器 A	容器 B
50.1	43.2
48.7	50.3
50.5	57.1
52.1	53.7
47.8	50.2
48.4	44.9
52.2	50.9
50.7	55.3
53.3	45.8
51.2	53.6

教科書
p. 236

ガイド

散らばりのようすを調べるために、範囲を求めてみます。

解答例

容器Aの最大値は 53.3 g, 最小値は 47.8 g だから、卵の重さの範囲は、

$$53.3 - 47.8 = 5.5 \text{ (g)}$$

容器Bの最大値は 57.1 g, 最小値は 43.2 g だから、卵の重さの範囲は、

$$57.1 - 43.2 = 13.9 \text{ (g)}$$

よって、平均値や中央値は同じだが、容器Bの卵の重さの方が、散らばって分布しているといえる。

度数分布表から平均値を求めましょう。



右のようなアンケートで、睡眠時間を調査したとき、
回答をした人の睡眠時間の平均値は、どのように考え
ればよいでしょうか。

睡眠時間アンケート

平日1日にどれくらいの
時間寝ていますか。

- ① 2時間以上～4時間未満
- ② 4時間以上～6時間未満
- ③ 6時間以上～8時間未満

教科書
p. 237

ガイド

アンケートの回答から1人1人の具体的なデータはわからないので、それぞれの選択肢を階級として、その階級値をもとに平均値を求めることを考えます。

解答例

平均値 = $\frac{\text{データの個々の値の合計}}{\text{データの個数}}$ であるが、アンケートからデータの個々の値はわ

らない。かわりに、選択肢を階級として、その階級にはいつているデータの値をすべて階級値と考えると、平均値を求めることができる。

それぞれの階級の(階級値×度数)の合計を、データの個々の値の合計として、度数の合計でわって求める。

問1

右の表は、1年3組の通学時間をまとめたものです。



右の表の空欄をうめて、1年3組の通学時間の平均値と最頻値を求めなさい。

また、中央値がふくまれる階級も答えなさい。(表は省略)

ガイド

まず、各階級の階級値を求めます。

例えば、10分以上20分未満の階級値は、 $\frac{10+20}{2}=15$ (分)として求めます。他の階級の階級値も同じようにして求めます。

次に、各階級の(階級値)×(度数)を求めて、その和を度数の合計でわると平均値が求められます。

解答

〈階級値〉

$$\frac{0+10}{2}=5, \quad \frac{10+20}{2}=15,$$

$$\frac{20+30}{2}=25, \quad \frac{40+50}{2}=45,$$

$$\frac{50+60}{2}=55$$

〈階級値×度数〉

$$5 \times 5 = 25$$

$$15 \times 9 = 135$$

$$25 \times 11 = 275$$

$$45 \times 2 = 90$$

$$55 \times 1 = 55$$

$$\text{合計は、} 25 + 135 + 275 + 105 + 90 + 55 = 685$$

〈平均値〉

$$\frac{685}{31} = 22.\overset{1}{99}\cdots (\text{分})$$

約 22.1 分

〈最頻値〉

度数のもっとも多い階級の階級値だから、20分以上30分未満の階級の階級値で、

25 分

〈中央値がふくまれる階級〉

度数の合計が31人だから、中央値は、通学時間が短い方から数えて16番目の値である。よって、中央値がふくまれる階級は、20分以上30分未満の階級

参考

中央値がふくまれる階級は20分以上30分未満の階級とわかりますが、ふつうは、この階級の階級値25分を中央値とすることはありません。

1年3組 通学時間

階級(分)	階級値(分)	度数(人)	階級値×度数
0 以上～ 10 未満	5	5	25
10 ～ 20	15	9	135
20 ～ 30	25	11	275
30 ～ 40	35	3	105
40 ～ 50	45	2	90
50 ～ 60	55	1	55
計		31	685

2 データにもとづく確率

どんな出かたが起きやすいかな？

将棋^{しょうぎ}の駒^{こま}を使った、「まわり将棋」というすごろくに似た遊びがあります。

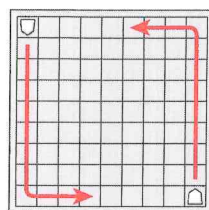
まわり将棋にはさまざまなルールがありますが、けいたさんとかりんさんは、次のようなルールで、この遊びをすることにしました。

ルール

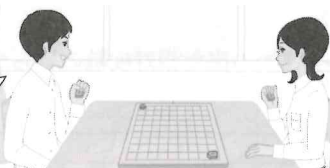
- ① 将棋盤^{ばん}のかどのますに、それぞれ、自分の駒を置く。
- ② 別の駒を1枚投げ、その出かたによって、次の
(ア)～(オ)のますの数だけ、自分の駒を外周にそって進める。

(ア) 表向き (イ) 裏向き (ウ) 横向き (エ) 上向き (オ) 下向き
1 ます 0 ます 5 ます 10 ます 20 ます

- ③ 2人が交互に②をくり返し、さきに外周を1周進んだ方を勝ちとする。



(ア)～(オ)の5通りの
出かたの起こりやすさは
どれくらい違うのかな？



進めるますの数は、
起こりやすさに応じて
決められているのかな？

話しあおう

教科書
p. 239

(ア)～(オ)を起こりやすい順に並べると、どのような順になると予想されますか。
また、そのことを確かめるにはどうすればよいでしょうか。

解答例

〈起こりやすい順〉

(ア)と(イ)の起こりやすさはほぼ同じで、この2つは、(ウ)、(エ)、(オ)よりも起こりやすいと思う。
表だけに文字があり、表の方が裏より軽いので、(ア)の方が(イ)より少し起こりやすいと思う。

(ウ)、(エ)、(オ)は、起こりやすい方の進めるますの数を小さくしていると思う。
したがって、起こりやすい順に、(ア)→(イ)→(ウ)→(エ)→(オ)
になると予想される。

〈確かめ方〉

- ・何度もくり返し投げて、出かたを記録して確かめる。
- ・何人かでくり返し実験して、結果を合計して確かめる。
- ・100回、200回よりも、もっと多くの回数の実験が必要だと思う。

1

相対度数と確率

学習のねらい

いくつかの具体例を通して、あることがらの起こりやすさの程度を表す数(確率^{かくりつ})について学習します。

教科書のまとめ テスト前にチェック

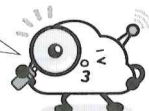
□確率の意味

▶あることがらの起こりやすさの程度を表す数を、そのことがらの起こる**確率**といます。

あることがらの起こる確率は、多数回の実験の結果や多くのデータをもとにして、そのことがらの起こった相対度数で表すことができます。

$$\text{相対度数} = \frac{\text{あることがらの起こった回数}}{\text{全体の回数}}$$

多数回の実験では、相対度数を確率と考えよう。



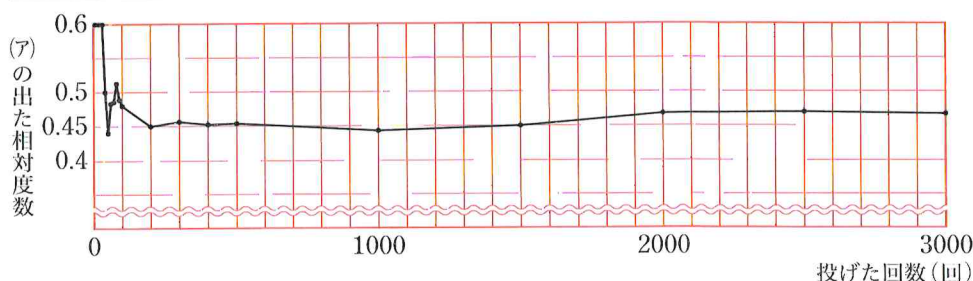
起こりやすさを調べましょう。

説明しよう

教科書
p.240

上(下のガイド)のグラフから、(ア)の出た相対度数のばらつきや変化について、どんなことがいえるでしょうか。

ガイド



グラフは、投げた回数を横軸に、(ア)の出た相対度数を縦軸に示しています。

$$\text{(ア)の出た相対度数} = \frac{\text{(ア)の出た回数}}{\text{投げた回数}}$$

はじめのころと、200回以上投げたときのグラフの変化のようすを、ことばで表現します。

解答例

- 投げた回数が少ないうちは、(ア)の出た相対度数のばらつきは大きいですが、回数が多くなると、そのばらつきは小さくなっている。
- 2000回以降は、(ア)の出た相対度数は、およそ0.47に近い値になっている。

参考

将棋の駒を1枚投げて駒の出かたを調べる実験をしてみると、 n 回の実験をして駒が表向きになることが r 回起こったとき、 $\frac{r}{n}$ がいつも0.47になるわけではありません。し

かし、 n を限りなく大きくすると、 $\frac{r}{n}$ が0.47に近い値になることがほぼ確実です。

このようなことがらを、「大数の法則^{たいすう}」といいます。

問1

前ページ(教科書 p.240)の実験の結果で、(イ)、(ウ)、(エ)の出る確率を、小数第2位まで、それぞれ求めなさい。



ガイド

回数	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
(ア)	6	12	18	20	22	29	34	41	44	48
(イ)	4	7	11	16	23	26	31	33	40	46
(ウ)	0	1	1	3	3	3	3	3	3	3
(エ)	0	0	0	1	2	2	2	3	3	3
(オ)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	200	300	400	500	1000	1500	2000	2500	3000
90	137	181	227	443	676	936	1177	1402	
94	141	187	229	457	692	905	1121	1342	
8	10	18	25	60	80	98	128	155	
8	12	14	19	39	51	60	73	99	
0	0	0	0	1	1	1	1	2	

(イ)の出る確率は、(イ)の出た相対度数、つまり、 $\frac{\text{(イ)の出た回数}}{\text{投げた回数}}$ で表します。

表では、はじめから100回までは10回ごとに記録し、100回から500回までは100回ごと、500回から3000回までは500回ごとに記録したものを示していますが、確率を求める場合は、もっとも多い実験の結果から求めます。

解答

3000回投げたとき、(イ)は1342回出ているので、

$$\frac{1342}{3000} = 0.447\overline{3} \cdots \cdots \quad \underline{0.45}$$

(ウ)は155回出ているので、

$$\frac{155}{3000} = 0.051\overline{6} \cdots \cdots \quad \underline{0.05}$$

(エ)は99回出ているので、

$$\frac{99}{3000} = 0.033 \quad \underline{0.03}$$

説明しよう

(教科書) 239ページのルールについて、前ページ(教科書 p.240)の実験結果にもとづいて、(ア)～(オ)の駒を進めるますの数の見なおしをします。

あなたなら、どのように決めますか。確率ということばを使って説明しましょう。

解答例

(ア)と(イ)はそのままとして、(ウ)の出る確率は(ア)のおよそ $\frac{1}{9}$ だから、進むますの数は(ア)の

9倍にして9ます、(エ)の出る確率は(ア)のおよそ $\frac{1}{15}$ だから、15倍にして15ます進めるとする。

(オ)は、ほぼ出ることはないので、出たら勝ちとする。

教科書
p.241

問2



2枚の硬貨を投げるとき、表と裏の出かたは、

- (ア) 2枚とも表
- (イ) 1枚は表で1枚は裏
- (ウ) 2枚とも裏



の3通りあります。下の表は、2枚の硬貨を何回も投げて、(ア)～(ウ)の出た回数をまとめたものです。

(ア)、(イ)、(ウ)の出る確率を、それぞれ求めなさい。(表はガイド)

ガイド

回数	200	400	600	800	1000	1500	2000	2500	3000
(ア)	47	99	152	206	254	373	500	619	747
(イ)	103	207	306	403	502	746	995	1249	1509
(ウ)	50	94	142	191	244	381	505	632	744

表から、相対度数を求めるとわかりますが、3000回投げたとき、いちばん多く出た出かたが、もっとも出やすいと考えられます。

解答

- (ア) $\frac{747}{3000} = 0.249$ 0.249
- (イ) $\frac{1509}{3000} = 0.503$ 0.503
- (ウ) $\frac{744}{3000} = 0.248$ 0.248

参考

(イ)の出る確率は、(ア)や(ウ)の約2倍になっています。このことから、(イ)は、表－裏、裏－表の2通りの出かたをふくんでいることがわかります。このような確率については、2年生でくわしく学習します。

実験をおこなうことができないことがらの確率について考えましょう。



教科書
p.242

下の表は、日本の年次ごとの出生児数を示したものです。
それぞれの年の出生女児数の出生児総数に対する割合を計算し、
小数第2位まで求めましょう。

年次	出生女児数(人)	出生児総数(人)	女児の割合
2011年	512,536	1,050,807	0.49
2012年	505,451	1,037,232	
2013年	502,160	1,029,817	
2014年	488,037	1,003,609	
2015年	490,253	1,005,721	
2016年	475,230	977,242	
2017年	461,668	946,146	
2018年	447,549	918,400	
2019年	421,809	865,239	
2020年	410,122	840,835	

(国立社会保障・人口問題研究所)

ガイド 女児の割合 = $\frac{\text{出生女児数}}{\text{出生児総数}}$ で求めます。計算は、電卓で小数第3位まで求め、第3位を四捨五入して、小数第2位までの数にします。

解答 ()内は小数第3位まで求めた値を示している。

2011年 0.49 (0.487), 2012年 0.49 (0.487), 2013年 0.49 (0.487), 2014年 0.49 (0.486),
2015年 0.49 (0.487), 2016年 0.49 (0.486), 2017年 0.49 (0.487), 2018年 0.49 (0.487),
2019年 0.49 (0.487), 2020年 0.49 (0.487)

問3 ある旅行会社がおこなっているイルカウォッチングツアーでは、これまで160回ツアーを実施したうち、イルカに遭遇できたのは120回でした。このことから、このツアーに参加したときにイルカに遭遇できる確率は、どのくらいだと考えられますか。

教科書
p.242

ガイド イルカに遭遇できる確率 = $\frac{\text{イルカに遭遇できた回数}}{\text{ツアーの回数}}$ で求めます。

解答 $\frac{120}{160} = 0.75$

0.75

データをもとに予想してみましょう。

説明しよう

教科書
p.243

今年の参加者が50人の場合、2等賞の景品は何個くらい用意すればよいでしょうか。
また、参加者が80人の場合、1等賞の景品は何個くらい用意すればよいでしょうか。

解答例 〈参加者が50人の場合〉

昨年度と同じ人数なので、2等賞にあたる25点から34点の人数は、昨年度のデータから、25点以上30点未満の8人と、30点以上35点未満の3人の和で11人いると考えて、11個くらい用意すればよい。

〈参加者が80人の場合〉

昨年度のデータから、1等賞にあたる35点以上の相対度数は、35点以上40点未満の0.04と、40点以上45点未満の0.02の和で0.06と考えられ、80人の0.06は、

$$80 \times 0.06 = 4.8 \text{ (人)}$$

なので、5個くらい用意すればよい。

参考 参加者が50人の場合も、80人の場合と同様に考えて、 $50 \times (0.16 + 0.06) = 50 \times 0.22 = 11$ としても求めることができます。また、80人の場合の1等賞にあたる相対度数は、35点未満までの累積相対度数0.94を1.00からひいて0.06と求めることもできます。

7章 章末問題

学びをたしかめよう

教科書 p.244

1

あるクラスの10人について、先月読んだ本の冊数を調べたところ、下のような結果になりました。

この結果について、最小値、最大値、範囲を求めなさい。

14, 5, 7, 2, 18, 5, 9, 13, 11, 8

ガイド

データの値の中で、もっとも小さい値が最小値、もっとも大きい値が最大値です。また、
範囲＝最大値－最小値 です。

解答

最小値…2冊、最大値…18冊、範囲… $18-2=16$ 16冊

p.223

問1

2



下の表は、R中学校とS中学校の1年生について、^{あくりょく}握力を調べ、その結果をまとめたものです。(表は省略)

- (1) 上の表の空欄をうめなさい。
- (2) S中学校で、握力が35 kg未満の生徒は何人ですか。
- (3) 握力が40 kg未満の生徒の割合が大きいのは、どちらの中学校ですか。

ガイド

(1) 相対度数＝ $\frac{\text{階級の度数}}{\text{度数の合計}}$

- (2) S中学校の35 kg未満の累積度数を調べます。
- (3) R中学校とS中学校の生徒の人数が違うので、累積相対度数でくらべます。

解答

(1) 1年生 握力

握力 (kg)	R 中学校			S 中学校		
	度数 (人)	相対 度数	累積 相対度数	度数 (人)	相対 度数	累積 相対度数
15 以上～20 未満	1	0.03	0.03	8	0.04	0.04
20 ～25	3	0.08	0.11	27	0.13	0.17
25 ～30	6	0.16	0.27	48	0.23	0.40
30 ～35	10	0.26	0.53	59	0.28	0.68
35 ～40	8	0.21	0.74	45	0.21	0.89
40 ～45	7	0.18	0.92	14	0.07	0.96
45 ～50	2	0.05	0.97	7	0.03	0.99
50 ～55	1	0.03	1.00	2	0.01	1.00
計	38	1.00		210	1.00	

(2) $8+27+48+59=142$

142 人

(3) 40 kg 未満の累積相対度数は、R 中学校が0.74、S 中学校が0.89 だから、S 中学校

p.232

問7

p.224

問3

p.232

問8

3
+
=

下の表は、ボタンAとBを何回も投げて、表と裏の出た回数をまとめたものです。
AとBでは、どちらの方が、表が出やすいといえますか。

ボタン \ 出た面	表	裏	合計
A	1220	1580	2800
B	1403	2097	3500

ガイド 表の結果から、表が出た相対度数を、それぞれ求めてくらべます。

解答 表の出た相対度数は、A は、 $\frac{1220}{2800}=0.4357\cdots$ 、B は、 $\frac{1403}{3500}=0.4008\cdots$

で、投げた回数もかなり多い。

よって、Aの方が表が出やすいといえる。

p.241 問2

7章 章末問題

学びを身につけよう

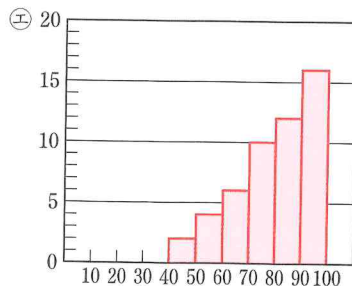
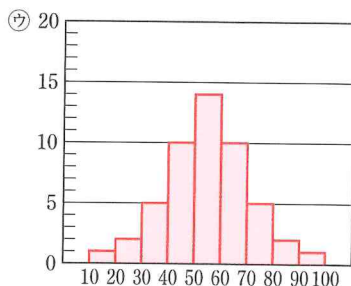
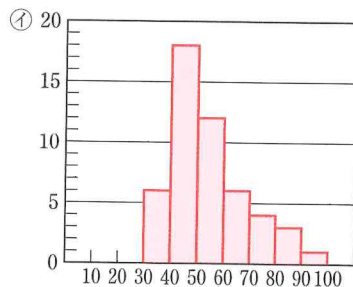
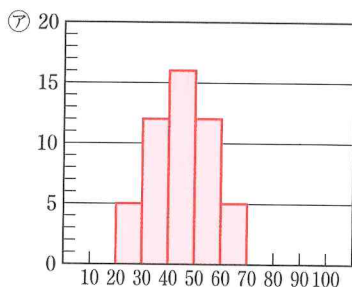
教科書 p.246



1

次の(1)~(4)にあてはまるものを、㉠~㉥のヒストグラムからすべて選びなさい。

- 範囲がもっとも大きいものはどれですか。
- 平均値がもっとも大きいものはどれですか。
- 平均値と中央値と最頻値がほとんど同じになるものはどれですか。
- 中央値が、40 以上 50 未満の階級にふくまれているものはどれですか。



ガイド ヒストグラムの形から代表値、範囲を考えます。

解答

- (1) いちばん小さな階級といちばん大きな階級がもっともはなれているものが、範囲がもっとも大きくなるから、㉔
- (2) 大きな階級にたくさんのデータが集まっていると、平均値がもっとも大きくなるから、㊥
- (3) 平均値と中央値と最頻値がほとんど同じになるとき、ヒストグラムは、ほぼ左右対称な形になるから、㉗、㉕
- (4) データの度数の合計が50であることから、中央値は、小さい方から25番目と26番目の値の平均値である。25番目と26番目の値が、40以上50未満の階級にふくまれているものは、㉗

参考

(2)と(3)は、具体的に考えて判断することもできます。

- (2) それぞれのデータの値を、そのデータがはいっている階級の階級値と考えて平均値を求めると、

$$\text{㉗} \quad (25 \times 5 + 35 \times 12 + 45 \times 16 + 55 \times 12 + 65 \times 5) \div 50 = 45$$

$$\text{㉔} \quad (35 \times 6 + 45 \times 18 + 55 \times 12 + 65 \times 6 + 75 \times 4 + 85 \times 3 + 95 \times 1) \div 50 = 54.4$$

$$\text{㉕} \quad (15 \times 1 + 25 \times 2 + 35 \times 5 + 45 \times 10 + 55 \times 14 + 65 \times 10 + 75 \times 5 + 85 \times 2 + 95 \times 1) \div 50 = 55$$

$$\text{㊥} \quad (45 \times 2 + 55 \times 4 + 65 \times 6 + 75 \times 10 + 85 \times 12 + 95 \times 16) \div 50 = 79.8$$

よって、平均値がもっとも大きいものは㊥と判断できる。

- (3) 中央値がふくまれている階級は、

$$\text{㉗} \quad 40 \text{ 以上 } 50 \text{ 未満} \quad \text{㉔} \quad 50 \text{ 以上 } 60 \text{ 未満} \quad \text{㉕} \quad 50 \text{ 以上 } 60 \text{ 未満}$$

$$\text{㊥} \quad 80 \text{ 以上 } 90 \text{ 未満}$$

最頻値は、度数のもっとも多い階級の階級値と考えて、

$$\text{㉗} \quad 45 \quad \text{㉔} \quad 45 \quad \text{㉕} \quad 55 \quad \text{㊥} \quad 95$$

よって、平均値と中央値と最頻値がほとんど同じになるものは、㉗と㉕と判断できる。

2



ある水泳チームでは、大会の100 m 自由形に出場する選手を1人決めることになりました。

右の表は、候補の2人の選手が、100 m を泳いだ記録を度数分布表にまとめたものです。

あなたなら、A 選手とB選手のどちらを出場選手にしますか。

その理由もあわせて説明しなさい。

100m 自由形の記録

階級 (秒)	A 選手	B 選手
	度数 (回)	度数 (回)
53.00 以上～ 53.50 未満	0	4
53.50 ～ 54.00	2	1
54.00 ～ 54.50	2	4
54.50 ～ 55.00	4	6
55.00 ～ 55.50	6	5
55.50 ～ 56.00	14	8
56.00 ～ 56.50	8	13
56.50 ～ 57.00	4	9
計	40	50

ガイド

各選手の記録の代表値などを判断材料とします。

解答例

- 記録の平均値は、

$$\begin{aligned} \text{A 選手} \cdots (53.25 \times 0 + 53.75 \times 2 + 54.25 \times 2 + 54.75 \times 4 + 55.25 \times 6 + 55.75 \times 14 \\ + 56.25 \times 8 + 56.75 \times 4) \div 40 = 55.6 \text{ (秒)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{B 選手} \cdots (53.25 \times 4 + 53.75 \times 1 + 54.25 \times 4 + 54.75 \times 6 + 55.25 \times 5 + 55.75 \times 8 \\ + 56.25 \times 13 + 56.75 \times 9) \div 50 = 55.53 \text{ (秒)} \end{aligned}$$

B 選手の方が記録の平均値が小さいので、B 選手を出場選手にする。

- 56.00 秒以上の記録の相対度数は、

$$\text{A 選手} \cdots (8 + 4) \div 40 = 0.30$$

$$\text{B 選手} \cdots (13 + 9) \div 50 = 0.44$$

56.00 秒以上かかる確率はB選手の方が高いと考えて、A 選手を出場選手にする。

- 度数分布表から、B 選手だけが、53.00 秒以上 53.50 秒未満の記録を出しているので、B 選手を出場選手にする。

- 最頻値をくらべると、A 選手は 55.75 秒、B 選手は 56.25 秒となっている。A 選手の方が最頻値が小さいので、A 選手を出場選手にする。

- 54.00 秒未満のよい記録について、累積相対度数でくらべると、A 選手は 0.05、B 選手は 0.10 となっている。B 選手の方が、よい記録を出す確率が高いので、B 選手を出場選手にする。

数学広場

「数学広場」は、「学びをふりかえろう」、「力をつけよう」、「学びをいかそう」のコーナーで構成されています。(全員が一律に学習する必要はありません。)

学 びをふりかえろう

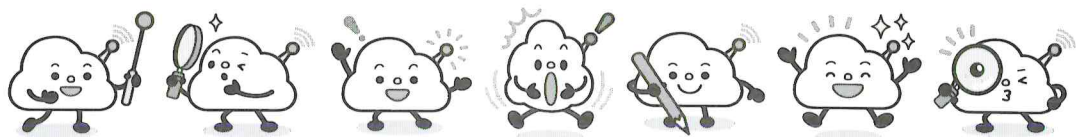
速さ・時間・道のり	247
割 合	248
小数・分数の計算	249
データの整理	251

力 をつけよう

1 章 正の数・負の数	252
2 章 文字の式	256
3 章 方程式	260
4 章 変化と対応	265
5 章 平面図形	269
6 章 空間図形	272
7 章 データの活用	275

学 びをいかそう

何時に話そうかな?	278
発展 最大公約数と最小公倍数	279
おにぎりを売ろう	280
どちらの店で買おうかな?	282
緊急地震速報	284
ランドルト環	286
移動を使って面積を求めよう	288
おうぎ形の面積	289
正多面体の特徴をさがろう	290
最高気温の推移から気候変動について調べよう	292
社会見学にいこうー回転焼きができるまでー	294



■問題文はすべて省略しています。

速さ・時間・道のり

小学
5年

教科書
p.248～249

学習のねらい

小学校で学習した、速さ・時間・道のりの求め方を復習します。

ポイント

□速さ・時間
・道のり

▶ **速さ＝道のり÷時間**
時間＝道のり÷速さ
道のり＝速さ×時間

□時速・分速
・秒速

▶ 時速… 1 時間あたりに進む道のりで表した速さ
分速… 1 分間あたりに進む道のりで表した速さ
秒速… 1 秒間あたりに進む道のりで表した速さ

1

ガイド 速さ＝道のり÷時間 です。

解答

(1) $1500 \div 25 = 60$

分速 60 m

(2) $160 \div 2 = 80$

時速 80 km

(3) $100 \div 20 = 5$

秒速 5 m

2

ガイド (1) **時間＝道のり÷速さ** を使って求めます。

(2) **道のり＝速さ×時間** を使って求めます。

解答

(1) $90 \div 60 = 1.5$

1.5 時間、つまり、1 時間 30 分

(2) 2 時間 30 分は 2.5 時間だから、

$60 \times 2.5 = 150$

150 km

3

ガイド まず、それぞれの列車の時速を分速になおします。

分速の和が、1 分間に近づく距離になります。

解答

ふつう 普通列車は時速 60 km、つまり、分速 1 km

急行列車は時速 90 km、つまり、分速 1.5 km

それぞれの列車は、1 分間にあわせて 2.5 km ずつ進むから、

$30 \div 2.5 = 12$

12 分後

割合

小学
5年

教科書
p.249～250

学習のねらい

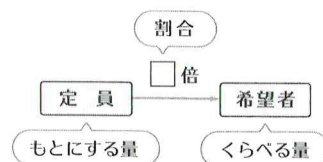
ポイント

□割合

小学校で学習した、割合の求め方を復習します。

- ▶ある量をもとにして、くらべる量がもとにする量の何倍にあたるかを表した数を、割合といいます。

- ▶ **割合＝くらべる量÷もとにする量**
くらべる量＝もとにする量×割合
もとにする量＝くらべる量÷割合



割合を表す数	1	0.1	0.01
百分率	100%	10%	1%
ぶあい 歩合	10 割	1 割	1 ぶ 分

1

ガイド

割合＝くらべる量÷もとにする量 を使って求めます。

くらべる量は乗車を希望する人数、もとにする量は定員の人数です。

解答

$$\begin{array}{c} 60 \div 50 = \frac{6}{5} \\ \text{くらべる量} \quad \quad \quad \text{もとにする量} \end{array} \qquad \frac{6}{5}$$

2

ガイド

くらべる量＝もとにする量×割合 を使って求めます。

70% を小数になおして計算します。

解答

マフラーの代金は、マフラーの値段の 0.7 倍にあたるから、

$$\begin{array}{c} 2000 \times 0.7 = 1400 \text{ (円)} \\ \text{もとにする量} \quad \quad \quad \text{割合 (70\% \rightarrow 0.7)} \end{array} \qquad \underline{1400 \text{ 円}}$$

3

ガイド

もとにする量を求めます。もとにする量＝くらべる量÷割合

解答

$$\begin{array}{c} 8190 \div 0.09 = 91000 \text{ (人)} \\ \text{くらべる量} \quad \quad \quad \text{割合} \end{array} \qquad \underline{91000 \text{ 人}}$$

小数・分数の計算

小学
5・6年

教科書

p.251～252

数字広場

学びをふりかえろう

学習のねらい

ポイント

□小数のわり算
のしかた

□分数のわり算
のしかた

小学校で学習した、小数・分数の計算のしかたや、かける数やわる数と積や商の大きさの関係などを復習します。

▶ わる数とわるられる数の小数点を同じけた数だけ右に移し、わる数を整数にして計算します。

▶ $\frac{b}{a} \div \frac{d}{c} = \frac{b}{a} \times \frac{c}{d}$ わる数の逆数をかけて計算します。

1

ガイド

かけ算…右にそろえて書いて筆算します。積の小数点の位置に気をつけましょう。
わり算…わる数が整数になるように、わる数とわるられる数の小数点を同じけた数だけ右に移して、筆算で計算します。

解答

$$\begin{array}{r} (1) \quad 0.7 \\ \times 6 \\ \hline 4.2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (2) \quad 2.5 \\ \times 3 \\ \hline 7.5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (3) \quad 4.5 \\ \times 26 \\ \hline 270 \\ 90 \\ \hline 117.0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (4) \quad 0.5 \\ \times 1.3 \\ \hline 15 \\ 5 \\ \hline 0.65 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (5) \quad 3.8 \\ \times 0.5 \\ \hline 1.90 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (6) \quad 1.5 \\ \times 2.3 \\ \hline 45 \\ 30 \\ \hline 3.45 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (7) \quad 0.3 \\ 3 \overline{)0.9} \\ \underline{9} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (8) \quad 1.2 \\ 7 \overline{)8.4} \\ \underline{7} \\ 14 \\ \underline{14} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (9) \quad 6.4 \\ 8 \overline{)51.2} \\ \underline{48} \\ 32 \\ \underline{32} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (10) \quad 2 \\ 0.2 \overline{)0.4} \\ \underline{4} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (11) \quad 9 \\ 0.24 \overline{)2.16} \\ \underline{216} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (12) \quad 0.34 \\ 7.5 \overline{)25.5} \\ \underline{225} \\ 300 \\ \underline{300} \\ 0 \end{array}$$

2

ガイド

分母の違う分数のたし算、ひき算は、通分してから計算します。答えが約分できるときは約分しておきます。仮分数の答えを帯分数になおす必要はありません。

解答

$$(1) \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$(2) \frac{5}{6} + \frac{3}{8} = \frac{20}{24} + \frac{9}{24} = \frac{29}{24}$$

$$(3) \frac{17}{10} + \frac{2}{15} = \frac{51}{30} + \frac{4}{30} = \frac{55}{30} = \frac{11}{6}$$

$$(4) \frac{3}{5} - \frac{1}{3} = \frac{9}{15} - \frac{5}{15} = \frac{4}{15}$$

$$(5) \frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{3}{12} - \frac{2}{12} = \frac{1}{12}$$

$$(6) \frac{2}{3} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} - \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

3

ガイド

かけ算... $\frac{b}{a} \times \frac{d}{c} = \frac{b \times d}{a \times c}$ わり算... $\frac{b}{a} \div \frac{d}{c} = \frac{b}{a} \times \frac{c}{d}$

計算の途中で約分できるときは約分しておきます。

(5)~(8) 小数を分数になおして計算します。かっこのある式では、かっこの中をさきに計算します。

解答

$$(1) \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{1 \times 1}{3 \times 5} = \frac{1}{15}$$

$$(2) \frac{2}{9} \times \frac{3}{7} = \frac{2 \times 3}{9 \times 7} = \frac{2}{21}$$

$$(3) \frac{2}{3} \div \frac{1}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{1} = \frac{2 \times 5}{3 \times 1} = \frac{10}{3}$$

$$(4) \frac{10}{9} \div \frac{5}{3} = \frac{10}{9} \times \frac{3}{5} = \frac{10 \times 3}{9 \times 5} = \frac{2}{3}$$

$$(5) \frac{3}{5} \div \frac{6}{7} \times 0.8 = \frac{3}{5} \div \frac{6}{7} \times \frac{8}{10} = \frac{3}{5} \times \frac{7}{6} \times \frac{4}{5} = \frac{3 \times 7 \times 4}{5 \times 6 \times 5} = \frac{14}{25}$$

$$(6) 0.9 \times \frac{4}{7} \div 0.6 = \frac{9}{10} \times \frac{4}{7} \div \frac{6}{10} = \frac{9}{10} \times \frac{4}{7} \times \frac{5}{3} = \frac{9 \times 4 \times 5}{10 \times 7 \times 3} = \frac{6}{7}$$

$$(7) \frac{6}{5} \div (1.2 \times 0.8) = \frac{6}{5} \div \left(\frac{12}{10} \times \frac{8}{10} \right) = \frac{6}{5} \div \frac{6 \times 4}{5 \times 5} = \frac{6}{5} \div \frac{24}{25} = \frac{6}{5} \times \frac{25}{24} = \frac{6 \times 25}{5 \times 24} = \frac{5}{4}$$

$$(8) \frac{3}{4} \div (1.8 \div 1.5) = \frac{3}{4} \div \left(\frac{18}{10} \div \frac{15}{10} \right) = \frac{3}{4} \div \left(\frac{9}{5} \times \frac{2}{3} \right) = \frac{3}{4} \div \frac{9 \times 2}{5 \times 3} = \frac{3}{4} \div \frac{6}{5} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} = \frac{3 \times 5}{4 \times 6} = \frac{5}{8}$$

4

ガイド

(1) 三角形の面積 = 底辺 × 高さ ÷ 2

(2) 平行四辺形の面積 = 底辺 × 高さ

解答

$$(1) 4 \times 2.25 \div 2 = 4.5 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$4.5 \text{ cm}^2$$

$$(2) 2 \times \frac{3}{2} = 3 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$3 \text{ cm}^2$$

データの整理

小学
6年

教科書
p.253

数学広場

学びをふりかえろう

学習のねらい

小学校で学習した、データの整理のしかたを復習します。

ポイント

□平均値・
中央値・
最頻値

▶ **平均値**…データの値の平均

平均値＝データの個々の値の合計÷データの個数

▶ **中央値**…データの値を大きさの順に並べたときの中央の値

▶ **最頻値**…データの値の中でもっとも多く現れる値

1

ガイド

• データの値の平均を平均値といい、

平均値＝データの個々の値の合計÷データの個数

で求めます。

• データの値を大きさの順に並べたときの中央の値を、中央値といいます。

データの個数が偶数のときは、まん中の2つの値の平均を中央値とします。

• データの値の中でもっとも多く現れる値を、最頻値といいます。

解答

平均値は、

$$\frac{10+15+5+30+25+40+15+20+30+15+40+10}{12}$$

$$=\frac{255}{12}$$

$$=21.25 \text{ (分)}$$

21.25 分

値の小さい順に並びかえると、

5, 10, 10, 15, 15, 15, 20, 25, 30, 30, 40, 40

中央値は、6番目と7番目の値の平均となり、

$$\frac{15+20}{2}=17.5 \text{ (分)}$$

17.5 分

最頻値は、もっとも多い3回現れる15分

15 分

力をつけよう

教科書 p.254~267

■問題文はすべて省略しています。

1章 正の数・負の数

教科書
p.254~255

1

ガイド 正の数・負の数の加法の計算は、次のようにまとめられます。

- | | |
|----------|--|
| 同符号の2数の和 | $\left\{ \begin{array}{l} \text{符号} \cdots \cdots 2 \text{ 数と同じ符号} \\ \text{絶対値} \cdots 2 \text{ 数の絶対値の和} \end{array} \right.$ |
| 異符号の2数の和 | |
| | $\left\{ \begin{array}{l} \text{符号} \cdots \cdots \text{絶対値の大きい方の符号} \\ \text{絶対値} \cdots 2 \text{ 数の絶対値の大きい方から小さい方をひいた差} \end{array} \right.$ |

また、正の数・負の数をひくには、符号を変えた数をたします。

正の数に符号をつけずに表して、計算できるようにしましょう。

3数以上の加法、減法は、加法の交換法則や結合法則を使って、正の項の和、負の項の和をそれぞれさきに求めてから計算するとよいでしょう。

解答

- | | | |
|--|--|-------------------------------------|
| (1) -4 | (2) -12 | (3) 3.1 |
| (4) $2.6 + (-3.6)$
$= 2.6 - 3.6 = -1$ | (5) $(-4) + (-4)$
$= -4 - 4 = -8$ | (6) $(-9) - (-9)$
$= -9 + 9 = 0$ |
| (7) $\frac{2}{3} - \frac{4}{3}$
$= -\frac{2}{3}$ | (8) $-\frac{2}{3} + \left(-\frac{1}{4}\right)$
$= -\frac{2}{3} - \frac{1}{4}$
$= -\frac{8}{12} - \frac{3}{12} = -\frac{11}{12}$ | |
| (9) $9 - 17 + 21$
$= 9 + 21 - 17$
$= 30 - 17 = 13$ | (10) $-2.7 + 6.2 - 1.3$
$= 6.2 - 2.7 - 1.3$
$= 6.2 - 4 = 2.2$ | |
| (11) $-\frac{2}{3} + \left(-\frac{5}{6}\right) - \frac{1}{12}$
$= -\frac{2}{3} - \frac{5}{6} - \frac{1}{12}$
$= -\frac{8}{12} - \frac{10}{12} - \frac{1}{12} = -\frac{19}{12}$ | (12) $\frac{1}{4} - \frac{7}{10} + \frac{2}{3}$
$= \frac{1}{4} + \frac{2}{3} - \frac{7}{10}$
$= \frac{15}{60} + \frac{40}{60} - \frac{42}{60} = \frac{13}{60}$ | |
| (13) $-14 + (-7) + 24 - 9$
$= -14 - 7 + 24 - 9$
$= 24 - 14 - 7 - 9$
$= 24 - 30 = -6$ | (14) $-16 - 5 + 16 - 3$
$= 16 - 16 - 5 - 3$
$= -5 - 3 = -8$ | |

2

ガイド

乗法や除法の計算では、まず、符号を決めてから、絶対値の積や商を考えます。
計算結果の符号は、負の数が奇数個のときは－に、負の数が偶数個のときは＋となります。

除法は、わる数の逆数をかけて乗法にします。

3 数以上の乗法では、乗法の交換法則や結合法則を使って、くふうして計算することができます場合があります。

乗法と除法が混じった式は、乗法だけの式になおしてから計算します。

分数の計算は、かならず約分して答えるようにしましょう。

解答

- (1) $(-8) \times 10 = -(8 \times 10) = -80$ (2) $-6 \times (-15) = +(6 \times 15) = 90$
 (3) 0 (4) $36 \div (-12) = -(36 \div 12) = -3$
 (5) $(-6) \div (-14) = +(6 \div 14) = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}$ (6) 0
 (7) $\frac{5}{3} \times \left(-\frac{9}{7}\right) = -\left(\frac{5}{3} \times \frac{9}{7}\right) = -\frac{15}{7}$ (8) $-\frac{7}{4} \div \frac{21}{8} = -\left(\frac{7}{4} \times \frac{8}{21}\right) = -\frac{2}{3}$
 (9) $(-0.3) \times 14 = -(0.3 \times 14) = -4.2$ (10) $4 \div (-0.4) = -(4 \div 0.4) = -10$
 (11) $(-2) \times 5 \times (-3) = +(2 \times 5 \times 3) = 30$
 (12) $(-24) \div (-4) \div (-2) = -(24 \div 4 \div 2) = -\left(24 \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{2}\right) = -3$
 (13) $\frac{9}{7} \times \left(-\frac{2}{3}\right) \div \frac{3}{7} = -\left(\frac{9}{7} \times \frac{2}{3} \times \frac{7}{3}\right) = -2$
 (14) $9 \div (-1)^2 \div (-18) \times (-2) = 9 \div 1 \div (-18) \times (-2)$

ミスを注意

$(-3)^2 = (-3) \times (-3) = 9$
 $-3^2 = -(3 \times 3) = -9$
 ちが
 違いに気をつけよう。

$$= 9 \times \left(-\frac{1}{18}\right) \times (-2) = 9 \times \frac{1}{18} \times 2 = 1$$

3

ガイド

計算の順序についてまとめておきましょう。

- ① 加法と減法だけの式、乗法と除法だけの式では、左から順に計算する。
 - ② 四則が混じった式では、乗法、除法をさきに計算する。
 - ③ かっこがある式では、ふつうはかっこの中をさきに計算する。
 - ④ 分配法則 $c \times (a + b) = c \times a + c \times b$ を利用して、簡単に計算できる場合がある。
- 分数と小数の混じった乗法、除法の計算では、小数を分数になおします。

解答

- (1) $(-3) \times 7 + (-84) \div (-2^2) = (-3) \times 7 + (-84) \div (-4) = (-21) + 21 = 0$
 (2) $72 \div (-9) + (-13) \times (-5) = -8 + 65 = 57$
 (3) $36 - (-3) \times (-14 - 3^2) = 36 - (-3) \times (-14 - 9)$
 $= 36 - (-3) \times (-23)$
 $= 36 - 69$
 $= -33$

$$\begin{aligned}
 (4) \quad 16 - \{-11 - (9 - 12) \times 7\} &= 16 - \{-11 - (-3) \times 7\} \\
 &= 16 - \{-11 - (-21)\} \\
 &= 16 - 10 \\
 &= 6
 \end{aligned}$$

$$(5) \quad 23 \times (-12) + 23 \times 112 = 23 \times \{(-12) + 112\} = 23 \times 100 = 2300$$

$$\begin{aligned}
 (6) \quad (-32) \times (-6) + (-18) \times (-6) &= \{(-32) + (-18)\} \times (-6) \\
 &= (-50) \times (-6) \\
 &= 300
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (7) \quad \left(-\frac{5}{3}\right) \times 0.7 + (-1.4) \div \left(-\frac{6}{5}\right) & \quad (8) \quad \left(-\frac{4}{3}\right) \times \left(-\frac{2}{5}\right) - \frac{8}{15} \div \frac{4}{3} \\
 &= \left(-\frac{5}{3}\right) \times \frac{7}{10} + \left(-\frac{14}{10}\right) \times \left(-\frac{5}{6}\right) \quad = \frac{4}{3} \times \frac{2}{5} - \frac{8}{15} \times \frac{3}{4} \\
 &= -\left(\frac{5}{3} \times \frac{7}{10}\right) + \frac{7}{5} \times \frac{5}{6} \quad = \frac{8}{15} - \frac{2}{5} \\
 &= -\frac{7}{6} + \frac{7}{6} \quad = \frac{8}{15} - \frac{6}{15} \\
 &= 0 \quad = \frac{2}{15}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (9) \quad \frac{2}{3} \times (-6)^2 + 0.25 \times (-2)^3 - 2^2 & \quad (10) \quad -2^2 \times (-0.2)^2 + \left(-\frac{2}{5}\right)^2 \\
 &= \frac{2}{3} \times 36 + \frac{1}{4} \times (-8) - 4 \quad = -2^2 \times \left(-\frac{1}{5}\right)^2 + \left(-\frac{2}{5}\right)^2 \\
 &= 24 + (-2) - 4 \quad = -4 \times \frac{1}{25} + \frac{4}{25} \\
 &= 18 \quad = -\frac{4}{25} + \frac{4}{25} \\
 & \quad = 0
 \end{aligned}$$

4

ガイド

まず、負の数と正の数に分けます。

負の数は絶対値が大きいほど小さいことに注意します。

また、分数と小数をくらべるときは、 $\frac{3}{4} = 0.75$ と分数を小数になおしましょう。

解答

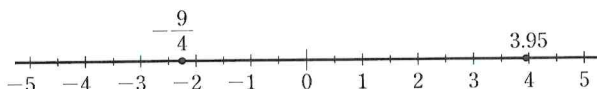
小さい方から順に $-6, -2, -\frac{3}{2}, -0.3, 0, 0.01, \frac{3}{4}$

絶対値の小さい方から順に $0, 0.01, -0.3, \frac{3}{4}, -\frac{3}{2}, -2, -6$

5

ガイド

$-\frac{9}{4} = -2.25$ です。数直線に表すとわかりやすくなります。



解答 $-\frac{9}{4} = -2.25$ だから、 -2.25 より大きく、 3.95 より小さい整数は、
 $-2, -1, 0, 1, 2, 3$ の 6 個

6

ガイド 「3 より小さい」 場合、3 はふくみません。

解答 絶対値が 3 より小さい整数は、 -3 より大きく、3 より小さい整数だから、 $-2, -1, 0, 1, 2$ の 5 個

7

ガイド 28 を素因数分解して、それぞれの素数の指数が偶数になるような自然数をかければよいです。つまり、 $28 \times \square = \square^2$ になるような自然数 $\square$ をみつけます。

解答 28 を素因数分解すると、 $28 = 2^2 \times 7$ だから、7 をかけると、
 $28 \times 7 = (2^2 \times 7) \times 7 = 2 \times 2 \times 7 \times 7 = (2 \times 7)^2$
 となり、自然数 $2 \times 7 = 14$ の 2 乗になる。

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 28} \\ 2 \overline{) 14} \\ 7 \end{array}$$

7 をかけると、14 の 2 乗になる。

8

ガイド こうきさんとかなさんが A の段からどれだけ移動したかを、正の数、負の数を使って表します。

こうきさんは、5 回勝ち、2 回負けたことになります。

解答 かなさんの移動は、2 回勝ち、5 回負けたから、

$$(+2) \times 2 + (-1) \times 5 = 4 + (-5) = 4 - 5 = -1$$

よって、A の段より 1 段下にいる。

こうきさんの移動は、5 回勝ち、2 回負けたから、

$$(+2) \times 5 + (-1) \times 2 = 10 + (-2) = 10 - 2 = +8$$

よって、A の段より 8 段上にいる。

$$(+8) - (-1) = +9$$

したがって、こうきさんは、かなさんよりも 9 段上にいる。

9

ガイド 3 枚のカードでおこなう計算のうち、最後に、どんな数にどんな計算をすれば計算の結果がもっとも大きくなるのかを考えます。

解答 3 枚のカードでおこなう計算のうち、最後に、絶対値が 2 より大きい数を **D 2 乗する** ことができれば、その絶対値がもっとも大きいときに計算の結果はもっとも大きくなる。

A 2 をたす、**B 2 をひく**、**C 2 倍する** を使って、はじめの 2 回の計算で絶対値がもっとも大きくなるのは、 $B \rightarrow C$ の順に計算したときの -12 。

つまり、 $B \rightarrow C \rightarrow D$ の順に取り出したとき、計算の結果は 144 でもっとも大きくなる。

2章 文字の式

教科書

p.256~257

文字式を書くときの表し方を復習しておきましょう。

- | | |
|----------------------------------|--|
| ① かけ算の記号 $\times$ を省いて書く。 | 例 $a \times b = ab$ |
| ② 文字と数の積では、数を文字の前に書く。 | 例 $a \times 3 = 3a$ |
| ③ 同じ文字の積は、指数を使って書く。 | 例 $a \times a = a^2$ |
| ④ わり算は、記号 $\div$ を使わないで、分数の形で書く。 | 例 $a \div 2 = \frac{a}{2}$ |
| ⑤ 文字は、ふつうはアルファベットの順に書く。 | 例 $y \times x = xy$ |
| ⑥ 文字にかける1や -1 の1は、省いて書く。 | 例 $1 \times a = a$
$(-1) \times a = -a$ |

1

ガイド

- (1) 50円硬貨 a 枚の金額は、 $50 \times a = 50a$ (円)
 (2) おつり=出したお金-代金 の式にあてはめます。
 (3) 時間=道のり $\div$ 速さ の式にあてはめます。

解答

- (1) $50 \times a + 10 = 50a + 10$ (円)
 (2) $1000 - (x \times 5 + y \times 3) = 1000 - 5x - 3y$ (円)
 (3) $a \div 80 = \frac{a}{80}$ (分)

2

ガイド

式の中の x に -4 を、 y に 6 を代入して計算します。
 負の数を代入するときは、かっこをつけて代入し、符号を間違えないように注意しましょう。

解答

- | | |
|--|--|
| (1) $x - y = (-4) - 6$
$= -10$ | (2) $5x + 4y = 5 \times (-4) + 4 \times 6$
$= -20 + 24$
$= 4$ |
| (3) $-x + \frac{1}{3}y = -(-4) + \frac{1}{3} \times 6$
$= 4 + 2$
$= 6$ | (4) $-\frac{x}{2} - 3y = -x \div 2 - 3 \times y$
$= -(-4) \div 2 - 3 \times 6$
$= 2 - 18$
$= -16$ |

3

ガイド

文字の部分が同じ項は計算法則 $mx + nx = (m+n)x$ を使い、文字の部分が同じ項どうし、数の項どうしを、それぞれまとめて計算します。

かっこがある式のかっこをはずすとき、かっこの前が-の場合は、かっこの中の各項の符号が変わることに気をつけます。

項が2つ以上の式に数をかけたり、式を数でわったりするには、計算法則

$$m(a+b) = ma + mb \quad \frac{a+b}{m} = \frac{a}{m} + \frac{b}{m}$$

などを使って計算します。

解答

$$(1) \quad 7a - 1 - 4a + 6 = 7a - 4a - 1 + 6 = (7-4)a + 5 = 3a + 5$$

$$(2) \quad \frac{2}{3}x - \frac{3}{2}x + x = \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{2} + 1\right)x = \left(\frac{4}{6} - \frac{9}{6} + \frac{6}{6}\right)x = \frac{1}{6}x$$

$$(3) \quad 4x + (-3 + 7x) = 4x - 3 + 7x = (4+7)x - 3 = 11x - 3$$

$$(4) \quad 9a - (8a + 2) = 9a - 8a - 2 = (9-8)a - 2 = a - 2$$

$$(5) \quad 6(1-2x) + 3(x-2) = 6 - 12x + 3x - 6 = -12x + 3x + 6 - 6 = -9x$$

$$(6) \quad 2(x+1) - 4(8-0.5x) = 2x + 2 - 32 + 2x = 2x + 2x + 2 - 32 = 4x - 30$$

$$(7) \quad (6x-27) \div (-3) = -\frac{6x}{3} + \frac{27}{3} = -2x + 9$$

$$(8) \quad 12 \times \frac{4x-1}{3} = \overset{4}{12} \times \frac{4x-1}{\overset{1}{3}} = 4 \times (4x-1) = 16x - 4$$

$$(9) \quad \frac{1}{3}(6x-9) - \frac{1}{2}(4x-8) \\ = 2x - 3 - 2x + 4 \\ = 1$$

$$(10) \quad a - \{4a - (2a - 3) + 5\} \\ = a - (4a - 2a + 3 + 5) \\ = a - (2a + 8) \\ = a - 2a - 8 \\ = -a - 8$$

$$(11) \quad \left(\frac{5}{6}x - \frac{3}{4}\right) \times 18 \\ = \frac{5}{\underset{1}{6}}x \times \overset{3}{18} - \frac{3}{\underset{2}{4}} \times \overset{9}{18} \\ = 15x - \frac{27}{2}$$

$$(12) \quad \frac{y}{2} - 1 + \frac{y}{3} + \frac{2}{3} \\ = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)y - 1 + \frac{2}{3} \\ = \left(\frac{3}{6} + \frac{2}{6}\right)y - \frac{1}{3} \\ = \frac{5}{6}y - \frac{1}{3} \quad \left(\frac{5y-2}{6}\right)$$

4

ガイド 数量の関係を読みとって、等式に表すのか、不等式に表すのかを考えます。

- (1) すべてのみかんの個数は、配る個数と余る個数の合計に等しくなります。
- (2) 兄が弟に c 円渡したあとの兄の所持金は、 $a - c$ (円)、弟の所持金は、 $b + c$ (円) になります。これらが等しいことから、数量の関係を等式に表します。
- (3) a 円の品物を 3 個買うと代金は、 $a \times 3 = 3a$ (円)
 b 円の品物を 4 個買うと代金は、 $b \times 4 = 4b$ (円)
 1000 円札を出しておつりがあったのだから、代金の合計は、1000 円より少ないことになります。
- (4) 得点の平均点は、(平均点)=(合計点)÷(人数) で求められます。
 合計点は、 $a + b$ (点) だから、2 人の平均点は、 $\frac{a+b}{2}$ (点) となります。これが、 c 点より大きいことから、不等式に表します。

解答

- (1) (すべてのみかんの個数)=(配る個数)+(余り)

と考えると、

$$x = 5 \times y + 3 \text{ より,}$$

$$x = 5y + 3$$

(別解)

$$(\text{すべてのみかんの個数}) - (\text{配る個数}) = (\text{余り})$$

と考えると、

$$x - 5 \times y = 3 \text{ より,}$$

$$x - 5y = 3$$

- (2) $a - c = b + c$

- (3) $3a + 4b < 1000$ ($1000 > 3a + 4b$ でもよい)

- (4) $\frac{a+b}{2} > c$

5

ガイド 長方形 ABCD の面積から、三角形 ABE、三角形 CEF、三角形 ADF の面積をひいた面積と考えます。

$EC = 8 - a$ (cm)、 $CF = 5 - 2 = 3$ (cm) です。

解答

三角形 AEF の面積は、

長方形 ABCD - (三角形 ABE + 三角形 CEF + 三角形 ADF) で求められるから、

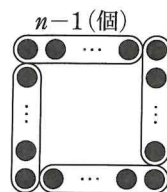
$$\begin{aligned} 5 \times 8 - \left\{ \frac{1}{2} \times a \times 5 + \frac{1}{2} \times (8 - a) \times 3 + \frac{1}{2} \times 2 \times 8 \right\} &= 40 - \left(\frac{5}{2}a + 12 - \frac{3}{2}a + 8 \right) \\ &= 40 - (a + 20) \\ &= 20 - a \end{aligned}$$

$$\underline{20 - a \text{ (cm}^2\text{)}}$$

6

ガイド

- (1) 右の図のように考えると、必要な碁石^{こいし}の数は、
 $(n-1) \times 4$ (個) と表せます。どのように考えても、
 かっこをはずしてまとめた式は同じになります。
- (2) 囲みの中の碁石の数を n を使って表して考えます。
- (3) $(n-2)$ と $+4$ が何を表しているかを考えます。



解答

- (1) (例) 上の図から、1 辺に n 個の碁石を並べるときに必要な碁石の数は、

$$(n-1) \times 4 = 4n-4 \text{ (個)}$$

- (2) 右の図から、必要な碁石の数を n を使って表すと、

$$n \times 2 + (n-2) \times 2 \text{ (個)} \text{ となる。}$$

したがって、(ウ)

- (3) (例) $n-2$ は 1 辺の碁石の数より 2 個少ないから、

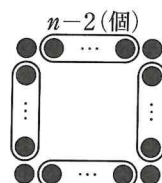
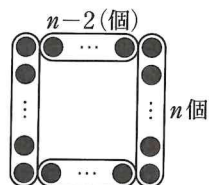
右の図の  で囲んだ部分を表している。

よって、四すみの碁石以外の個数は、 $(n-2) \times 4$ (個)

これに四すみの 4 個をたして、必要な碁石の数を、

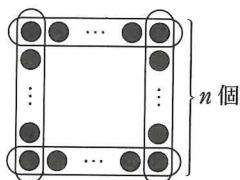
$$(n-2) \times 4 + 4 \text{ (個)} \text{ と表している。}$$

$$4n-4 \text{ (個)}$$



参考

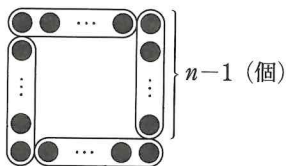
- (2) [(ア)の式になる考え方]



1 辺に n 個の碁石があると考え、四すみの碁石が重複しているから、

$$n \times 4 - 4 \text{ (個)}$$

[(イ)の式になる考え方]



$(n-1)$ 個の碁石が 4 組あると考え、碁石の数は、

$$(n-1) \times 4 \text{ (個)}$$

7

ガイド

S さんのタブレット端末^{たんまつ}に保存されている静止画と動画のデータ量の合計が、
 500 MB よりも小さいことを、不等式で表します。

解答

$$3a + 80b < 500$$

3章

方程式

教科書

p.258~259

〈一次方程式を解く手順〉

- ① 必要であれば、かっこをはずしたり、係数を整数にしたりする。
- ② 文字の項を一方の辺に、数の項を他方の辺に移項して集める。
- ③ $ax=b$ の形にする。
- ④ 両辺を x の係数 a でわる。

1

ガイド

方程式を解くとき、どの等式の性質を用いたらよいかを考えて使います。

〈等式の性質〉 ① $A=B$ ならば、 $A+C=B+C$

② $A=B$ ならば、 $A-C=B-C$

③ $A=B$ ならば、 $A \times C=B \times C$

④ $A=B$ ならば、 $A \div C=B \div C$ (C は0ではない)

「移項」は等式の性質①、②によるもので、その項の符号を変えて他方の辺に移します。

移項するときは、ふつう、文字の項を左辺に、数の項を右辺に集めます。

また、かっこがある方程式は、かっこをはずしてから解きます。

解答

$$(1) \quad x + \frac{1}{4} = \frac{1}{3}$$

$$x = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$$

$$x = \frac{4}{12} - \frac{3}{12}$$

$$x = \frac{1}{12}$$

$$(2) \quad \frac{x}{3} = -\frac{5}{6}$$

↑ 両辺に3をかける。

$$x = -\frac{5}{2}$$

$$(3) \quad 3x + 15 = 0$$

$$3x = -15$$

$$x = -5$$

$$(4) \quad 7x = 4x + 6$$

$$7x - 4x = 6$$

$$3x = 6$$

$$x = 2$$

$$(5) \quad 4x - 3 = 2x + 1$$

$$4x - 2x = 1 + 3$$

$$2x = 4$$

$$x = 2$$

$$(6) \quad x - 5 = 8x - 5$$

$$x - 8x = -5 + 5$$

$$-7x = 0$$

$$x = 0$$

$$(7) \quad 2x + 15 = 1 - 6x$$

$$2x + 6x = 1 - 15$$

$$8x = -14$$

$$x = -\frac{14}{8}$$

$$x = -\frac{7}{4}$$

$$(8) \quad 6x - 21 = 4x + 7$$

$$6x - 4x = 7 + 21$$

$$2x = 28$$

$$x = 14$$

$$(9) \quad -7x + 8 = -x - 7$$

$$-7x + x = -7 - 8$$

$$-6x = -15$$

$$x = \frac{15}{6}$$

$$x = \frac{5}{2}$$

2

ガイド

$$(10) \quad 2(3x-1)=3x+5$$

$$6x-2=3x+5$$

$$6x-3x=5+2$$

$$3x=7$$

$$x=\frac{7}{3}$$

$$(11) \quad 13=6-(4x-15)$$

$$13=6-4x+15$$

$$4x=6+15-13$$

$$4x=8$$

$$x=2$$

$$(12) \quad 3(x-2)-(1+x)=13$$

$$3x-6-1-x=13$$

$$3x-x=13+6+1$$

$$2x=20$$

$$x=10$$

$$(13) \quad 3x-2(4x-3)=-24$$

$$3x-8x+6=-24$$

$$3x-8x=-24-6$$

$$-5x=-30$$

$$x=6$$

係数が小数のときは、両辺に 10 や 100 をかけて、係数を整数にします。

また、両辺を 10 や 100 などであって、係数をできるだけ小さい整数にすると、解きやすくなります。

分数をふくむ方程式では、分母の公倍数を両辺にかけて分母をはらいます。

解答

$$(1) \quad 2.3x-0.5=1.9x+2.3$$

両辺に 10 をかけて、

$$23x-5=19x+23$$

$$23x-19x=23+5$$

$$4x=28$$

$$x=7$$

$$(2) \quad 0.5x+3=0.42x+0.6$$

両辺に 100 をかけて、

$$50x+300=42x+60$$

$$50x-42x=60-300$$

$$8x=-240$$

$$x=-30$$

$$(3) \quad 30x+60=20x-100$$

両辺を 10 でわって、

$$3x+6=2x-10$$

$$3x-2x=-10-6$$

$$x=-16$$

$$(4) \quad 100(y+1)=60(y+15)$$

両辺を 20 でわって、

$$5(y+1)=3(y+15)$$

$$5y+5=3y+45$$

$$5y-3y=45-5$$

$$2y=40$$

$$y=20$$

$$(5) \quad \frac{3}{4}x-\frac{1}{3}=\frac{x}{4}-\frac{5}{6}$$

両辺に 12 をかけて、

$$\left(\frac{3}{4}x-\frac{1}{3}\right)\times 12=\left(\frac{x}{4}-\frac{5}{6}\right)\times 12$$

$$9x-4=3x-10$$

$$9x-3x=-10+4$$

$$6x=-6$$

$$x=-1$$

$$(6) \quad \frac{x-4}{4}=\frac{-x+7}{2}$$

両辺に 4 をかけて、

$$\frac{x-4}{4}\times 4=\frac{-x+7}{2}\times 4$$

$$x-4=(-x+7)\times 2$$

$$x-4=-2x+14$$

$$3x=18$$

$$x=6$$

$$(7) \quad \frac{1}{2}(2x-3) = \frac{1}{3}(x-1)$$

両辺に 6 をかけて、

$$3(2x-3) = 2(x-1)$$

$$6x-9 = 2x-2$$

$$6x-2x = -2+9$$

$$4x = 7$$

$$x = \frac{7}{4}$$

$$(9) \quad \frac{2}{3}x - \frac{2x-10}{5} = \frac{1}{10}x$$

両辺に 30 をかけて、

$$\left(\frac{2}{3}x - \frac{2x-10}{5}\right) \times 30 = \frac{1}{10}x \times 30$$

$$20x - 6(2x-10) = 3x$$

$$20x - 12x + 60 = 3x$$

$$20x - 12x - 3x = -60$$

$$5x = -60$$

$$x = -12$$

$$(8) \quad \frac{x-1}{2} - \frac{x+1}{3} = 1$$

両辺に 6 をかけて、

$$\left(\frac{x-1}{2} - \frac{x+1}{3}\right) \times 6 = 1 \times 6$$

$$3(x-1) - 2(x+1) = 6$$

$$3x-3-2x-2 = 6$$

$$3x-2x = 6+3+2$$

$$x = 11$$

$$(10) \quad \frac{2x+5}{3} - \frac{x+3}{2} = 0$$

両辺に 6 をかけて、

$$\left(\frac{2x+5}{3} - \frac{x+3}{2}\right) \times 6 = 0 \times 6$$

$$2(2x+5) - 3(x+3) = 0$$

$$4x+10-3x-9 = 0$$

$$4x-3x = -10+9$$

$$x = -1$$

3

ガイド

$a:b=c:d$ のような、比が等しいことを表す式を比例式といいます。比例式の性質を使って、 x の値を求めます。

$a:b=c:d$ ならば、 $ad=bc$

$$\begin{array}{c} ad \\ a:b=c:d \\ bc \end{array}$$

解答

$$(1) \quad 16:x=4:5$$

$$4x=80$$

$$x=20$$

$$(2) \quad 9:6=x:8$$

$$6x=72$$

$$x=12$$

$$(3) \quad x:(14-x)=3:4$$

$$4x=3(14-x)$$

$$4x=42-3x$$

$$7x=42$$

$$x=6$$

$$(4) \quad x:0.3=100:0.2$$

$$0.2x=0.3 \times 100$$

$$0.2x=30$$

$$x=150$$

4

ガイド

等式の性質を使って変形しています。

どの等式の性質を使っているかを考えましょう。

解答

等式の性質④より、等式の両辺を同じ数でわっても、等式が成り立つから。

5

ガイド

参加者の人数を x 人として、計画した金額を 2 通りに表します。

1 人 550 円ずつ集めると 950 円少ないことから、計画した金額は、 $550x + 950$ (円)

1 人 600 円ずつ集めると 600 円多く集まることから、計画した金額は、 $600x - 600$ (円)

解答

参加者の人数を x 人とする、

$$550x + 950 = 600x - 600$$

$$550x - 600x = -600 - 950$$

$$-50x = -1550$$

$$x = 31$$

この解は問題にあっている。

31 人

6

ガイド

時間 = 道のり ÷ 速さ で考えます。家から図書館までの道のりを x km として、家を出た時刻から図書館の開館時刻までの時間について、2 通りに表します。

時速 15 km で進んだとき、 $\frac{x}{15}$ 時間に 15 分をたして、 $\frac{x}{15} + \frac{15}{60}$ (時間)

時速 8 km で進んだとき、 $\frac{x}{8}$ 時間から 20 分をひいて、 $\frac{x}{8} - \frac{20}{60}$ (時間)

解答

家から図書館までの道のりを x km とすると、

$$\frac{x}{15} + \frac{15}{60} = \frac{x}{8} - \frac{20}{60}$$

$$8x + 30 = 15x - 40$$

$$-7x = -70 \quad x = 10$$

この解は問題にあっている。

参考

(別解 1) 時速 15 km で進んだときにかかる時間を x 時間とすると、

$$15x = 8\left(x + \frac{15}{60} + \frac{20}{60}\right) \quad \leftarrow 15 + 20 \text{ (分) 長くかかる。}$$

$$15x = 8x + \frac{14}{3} \quad 7x = \frac{14}{3} \quad x = \frac{2}{3}$$

よって、家から図書館までの道のりは、 $15 \times \frac{2}{3} = 10$ (km)

(別解 2) 家を出発してから図書館が開館するまでの時間を x 時間とすると、

$$15\left(x - \frac{15}{60}\right) = 8\left(x + \frac{20}{60}\right)$$

$$\text{これを解くと、} x = \frac{11}{12}$$

よって、家から図書館までの道のりは、

$$8 \times \left(\frac{11}{12} + \frac{20}{60}\right) = 10 \text{ (km)}$$

ミスに注意

15 分を加えるとき、単位を時間になおすことに注意!

10 km

7

ガイド

- (1) $a+ab-b$ に $a=2$, $b=-3$ を代入して計算します。
 (2) $a+ab-b$ に $a=3$, $b=x$ を代入したものを左辺, 11 を右辺として, 方程式をつくります。

解答

- (1) $2*(-3)=2+2*(-3)-(-3)=2-6+3=-1$ -1
 (2) $3*x=3+3*x-x=3+2x$ だから,
 $3+2x=11$
 $2x=8$
 $x=4$ $x=4$

8

ガイド

- (1) 1年生の人数を x 人として, 並べた長いすの数を 2 通りに表します。
 4人ずつすすわっていくと 12 人がすすわれないことから, $\frac{x-12}{4}$ 脚
 5人ずつすすわっていくと最後の 1 脚には 2 人だけがすすわることから, $\frac{x+3}{5}$ 脚
 (2) $4x+12$ は, 長いすに 4人ずつすすわったときの 1年生の人数を表しています。

解答

- (1) 1年生の人数を x 人とする,
 $\frac{x-12}{4} = \frac{x+3}{5}$ ← 3人多いとちょうど 5人ずつすすわれる。
 $\frac{x-12}{4} \times 20 = \frac{x+3}{5} \times 20$
 $5(x-12) = 4(x+3)$
 $5x-60 = 4x+12$
 $x=72$

この解は問題にあっている。

72人

- (2) $4x+12$ は長いすに 4人ずつすすわったときの 1年生の人数, $5x-3$ は長いすに 5人ずつすすわったときの 1年生の人数を表しているから, x は長いすの数を表している。

$$4x+12=5x-3$$

$$-x=-15$$

$$x=15$$
 ← 長いすは 15脚

この解は問題にあっている。

1年生の人数は, $4 \times 15 + 12 = 72$ (人)

x …長いすの数, 1年生の人数…72人

9

ガイド

分子の $x-22$ と $x+6$ は子どもに配るのに必要なあめの数を, 分母の 3 と 4 は 1 人に何個ずつ配れるのかを表しています。

解答

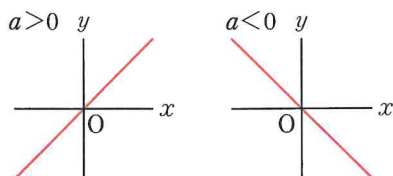
子どもの人数

〈比例〉

- x の値が 2 倍, 3 倍, 4 倍, ……になると, y の値も 2 倍, 3 倍, 4 倍, ……になる。

- 比例の式 $y=ax$ a は定数

- 比例のグラフ

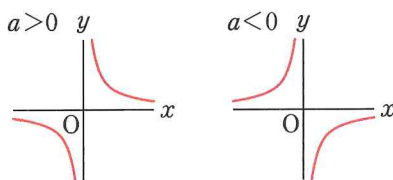


〈反比例〉

- x の値が 2 倍, 3 倍, 4 倍, ……になると, y の値は $\frac{1}{2}$ 倍, $\frac{1}{3}$ 倍, $\frac{1}{4}$ 倍, ……になる。

- 反比例の式 $y=\frac{a}{x}$ a は定数

- 反比例のグラフ



1

ガイド

まず, (1)~(4)の数量の関係を等式に表し, $y=\sim$ の形に変形します。 $y=ax$ であれば比例の関係, $y=\frac{a}{x}$ であれば反比例の関係です。

- (4) 周の長さが 16 cm なので, 縦と横をあわせた長さは 8 cm です。

解答

- (1) (底辺) $\times$ (高さ) $\times \frac{1}{2} =$ (三角形の面積) だから,

$$x \times 4 \times \frac{1}{2} = y$$

$$y=2x \text{ (比例の関係 } y=ax \text{ の式の形にあてはまる。)}$$

- (2) $x \times y \times \frac{1}{2} = 12$

$$xy=24$$

$$y=\frac{24}{x} \text{ (反比例の関係 } y=\frac{a}{x} \text{ の式の形にあてはまる。)}$$

- (3) (ペン 1 本の値段) $\times$ (本数) $=$ (代金) であるから,

$$70 \times x = y$$

$$y=70x \text{ (比例の関係 } y=ax \text{ の式の形にあてはまる。)}$$

- (4) 縦と横の長さの和は, $16 \div 2 = 8$ (cm)

縦を y cm, 横を x cm とするのだから,

$$y+x=8$$

$$y=8-x \text{ (比例でも反比例でもない。)}$$

比例するもの…(1), (3) 反比例するもの…(2)

2

ガイド

比例の式 $y=ax$, 反比例の式 $y=\frac{a}{x}$ に, 対応する x, y の値を代入して, 比例定数 a を求めて式に表します。

解答

(1) 比例定数を a とすると, $y=ax$

$x=9$ のとき $y=3$ だから,

$$3=a \times 9$$

$$a=\frac{1}{3} \quad \text{したがって, } y=\frac{1}{3}x$$

(2) 比例定数を a とすると, $y=\frac{a}{x}$

$x=-4$ のとき $y=5$ だから,

$$5=\frac{a}{-4}$$

$$a=-20 \quad \text{したがって, } y=-\frac{20}{x}$$

$x=10$ のときの y の値は,

$$y=-\frac{20}{10}=-2$$

$$\underline{y=-2}$$

3

ガイド

(1) $y=ax$ に, $x=12, y=-9$ を代入して, a の値を求めます。

(2) 比例の関係を表す式に $x=-16$ を代入して $y=10$ になれば, 点 $(-16, 10)$ はこの直線上にあるといえます。

(3) 比例の関係を表す式に $y=6$ を代入して, x の値を求めます。

解答

(1) $y=ax$ に $x=12, y=-9$ を代入すると,

$$-9=a \times 12$$

$$a=-\frac{9}{12}=-\frac{3}{4}$$

$$\underline{a=-\frac{3}{4}}$$

(2) (1)より, 比例の関係を表す式は, $y=-\frac{3}{4}x$

この式に $x=-16$ を代入すると,

$$y=-\frac{3}{4} \times (-16)=12 \quad \leftarrow \text{点 } (-16, 12) \text{ がこの直線上にある。}$$

点 $(-16, 10)$ はこの直線上にない。

(3) $y=-\frac{3}{4}x$ に $y=6$ を代入すると,

$$6=-\frac{3}{4}x$$

$$x=6 \times \left(-\frac{4}{3}\right)$$

$$x=-8$$

$$\underline{(-8, 6)}$$

4

ガイド

- (1) $y = \frac{a}{x}$ に $x=1, y=4$ を代入して、 a の値を求めます。
- (2) 対応する x と y の値の積が、(1)で求めた a に等しくなるかどうかを調べます。
- (3) (1)で求めた式に、 $x=16$ を代入して、 y の値を求めます。

解答

- (1) $y = \frac{a}{x}$ に $x=1, y=4$ を代入すると、 $4 = \frac{a}{1}$ より、 $a=4$
- (2) $0.5 \times 8 = 4$ となり、(1)で求めた a に等しい。
よって、点 $(0.5, 8)$ は、この双曲線上にある。
- (3) (1)より、反比例の関係を表す式は、 $y = \frac{4}{x}$

この式に $x=16$ を代入すると、

$$y = \frac{4}{16} = \frac{1}{4} \quad \left(16, \frac{1}{4}\right)$$

5

ガイド

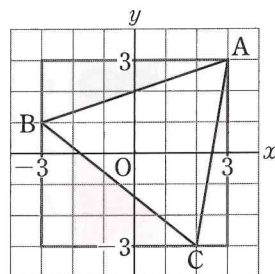
3つの点を正しくとって三角形をかいたら、その三角形を囲む正方形を考えます。正方形の面積から、まわりの3つの直角三角形の面積をひいて求めます。

解答

三角形は、右の図の三角形 ABC

$$\begin{aligned} \text{面積は、} & 6 \times 6 - \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 6 + \frac{1}{2} \times 4 \times 5 + \frac{1}{2} \times 1 \times 6 \right) \\ & = 36 - 19 \\ & = 17 \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

17 cm²



6

ガイド

- (1) かなさんのグラフから、式を $y = ax$ として、グラフが通る点から a の値を求めます。こうきさんが8分後にいる位置は、グラフから読みとります。
- (2) かなさんと同じように、こうきさんの式も求めます。かなさんが駅に着くまでにかかる時間から、こうきさんがいる位置を求めましょう。

解答

- (1) かなさんのグラフは比例のグラフで、点 $(2, 400)$ を通っている。

比例定数を a とすると、 $y = ax$

$x=2$ のとき $y=400$ だから、

$$400 = a \times 2$$

$$a = 200 \quad \text{したがって、} y = 200x$$

この式に $x=8$ を代入すると、

$$y = 200 \times 8 = 1600$$

だから、8分後、かなさんは図書館から東に1600 m のところにいる。

また、こうきさんは、グラフより、図書館から東に -600 m のところにいる。

よって、2人は、 $1600 - (-600) = 2200$ (m) ^{はな} 離れている。

2200 m

(2) 図書館から駅までは東に $3\text{ km}=3000\text{ m}$ だから、

$y=200x$ に $y=3000$ を代入すると、

$$3000=200x$$

$$x=15$$

よって、 kann さんが駅に着くのは、図書館を出発してから 15 分後。

こうきさんの式を $y=ax$ とすると、 $x=8$ のとき $y=-600$ だから、

$$-600=a \times 8 \quad a=-75$$

こうきさんの式は $y=-75x$ と表されるから、これに $x=15$ を代入すると、

$$y=-75 \times 15 = -1125$$

図書館から公園までは西に $2\text{ km}=2000\text{ m}$ で、こうきさんは図書館から西に 1125 m のところにいるから、公園までは、

$$2000 - 1125 = 875\text{ (m)}$$

875 m

7

ガイド

点 A ~ E のそれぞれの座標を考えます。

点 E は、点 B を通る比例のグラフ上の点で、 x 座標が点 A と同じです。

解答

点 A, B は、関数 $y=\frac{5}{x}$ のグラフ上の点で、 x 座標は、それぞれ、1, 3 だから、

点 A, B の座標は、 $A(1, 5)$, $B(3, \frac{5}{3})$

点 C, D の座標は、 $C(1, 0)$, $D(3, 0)$

点 E は、点 B を通る比例の関係 $y=ax$ のグラフ上の点である。

この関数の式 $y=ax$ は、 $x=3$ のとき $y=\frac{5}{3}$ だから、

$$\frac{5}{3} = a \times 3 \text{ より, } a = \frac{5}{9}$$

つまり、点 E は、 $y=\frac{5}{9}x$ のグラフ上で、 x 座標が 1 の点だから、 $E(1, \frac{5}{9})$

四角形 ECDB は、EC を上底、BD を下底、CD を高さとする台形と考えると、その面積は、

$$\left(\frac{5}{9} + \frac{5}{3}\right) \times 2 \div 2 = \frac{20}{9}$$

三角形 AOB は、AE を底辺とする 2 つの三角形に分けて考えると、その面積は、

$$\left(5 - \frac{5}{9}\right) \times 1 \div 2 + \left(5 - \frac{5}{9}\right) \times 2 \div 2 = \frac{20}{3}$$

だから、四角形 ECDB の面積は、三角形 AOB の面積の、

$$\frac{20}{9} \div \frac{20}{3} = \frac{1}{3} \text{ (倍)}$$

$\frac{1}{3}$ 倍

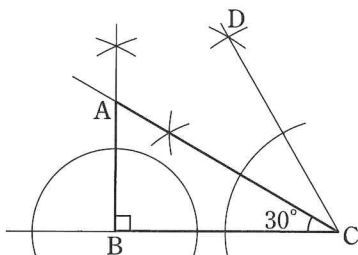
1

ガイド

$\angle ABC = 90^\circ$ の作図は、点Bを通る辺BCの垂線をひきます。 $\angle ACB = 30^\circ$ の作図は、まず、 $\angle DCB = 60^\circ$ となる半直線CDを作図し、 $\angle DCB$ の二等分線をひきます。

解答

(作図)



- ① 辺BCを、Bの方向に延長して、点Bを通る辺BCの垂線をひく。
- ② 点B、Cをそれぞれ中心として、半径BCの円をかき、その交点(D)と点Cを通る半直線CDをひく。
- ③ $\angle DCB$ の二等分線をひき、①との交点をAとする。

2

ガイド

周の長さは、弧の部分と直線の部分に分けて考えます。
面積は、大きいおうぎ形から小さいおうぎ形をひいて求めます。

解答

$$\text{周の長さ} \cdots 2\pi \times 12 \times \frac{120}{360} + 2\pi \times 6 \times \frac{120}{360} + (12-6) \times 2$$

$$= 2\pi \times 12 \times \frac{1}{3} + 2\pi \times 6 \times \frac{1}{3} + 12$$

$$= 8\pi + 4\pi + 12 = 12\pi + 12 \text{ (cm)}$$

$$\text{周の長さ} \quad 12\pi + 12 \text{ (cm)}$$

$$\text{面積} \cdots \pi \times 12^2 \times \frac{120}{360} - \pi \times 6^2 \times \frac{120}{360} = \pi \times 12^2 \times \frac{1}{3} - \pi \times 6^2 \times \frac{1}{3}$$

$$= 48\pi - 12\pi = 36\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{面積} \quad 36\pi \text{ cm}^2$$

3

ガイド

半径の等しい円とおうぎ形では、
(おうぎ形の弧の長さ) : (円の周の長さ) = (中心角の大きさ) : 360
の関係があります。

解答

(おうぎ形の弧の長さ) = (半径3cmの円の周の長さ) より、

弧の長さは、 $2\pi \times 3 = 6\pi$ (cm)

半径15cmの円の周の長さは 30π cmだから、

中心角を x° とすると、

$$6\pi : 30\pi = x : 360$$

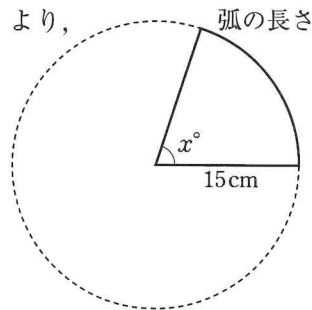
これを解くと、

$$30\pi \times x = 6\pi \times 360$$

$$x = 72$$

(別解) おうぎ形の中心角を x° とすると、

$$2\pi \times 15 \times \frac{x}{360} = 6\pi \quad \text{これを解いて、} x = 72$$



72°

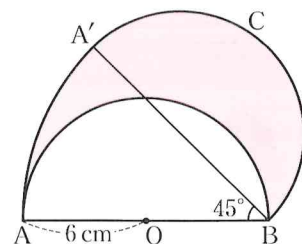
4

ガイド

図形 BAA' は、線分 AB を B を中心として時計まわりに 45° 回転移動してできる図形だから、半径 12 cm で中心角が 45° のおうぎ形になります。

右の図で、半円 A'CB の面積は半円 O の面積に等しいので、色のついた部分の面積は

$$\begin{aligned} & (\text{半円 A'CB の面積}) + (\text{おうぎ形 BAA' の面積}) \\ & - (\text{半円 O の面積}) \\ & = (\text{おうぎ形 BAA' の面積}) \end{aligned}$$



解答

色のついた部分の面積は、おうぎ形 BAA' の面積に等しいので、

$$\begin{aligned} \pi \times 12^2 \times \frac{45}{360} &= \pi \times 144 \times \frac{1}{8} \\ &= 18\pi \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned} \qquad \qquad \qquad 18\pi \text{ cm}^2$$

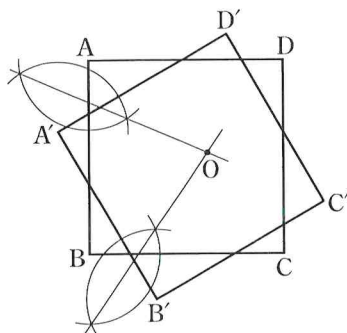
5

ガイド

対応する点は、回転の中心からの距離が等しいので、点 O は線分 AA' の垂直二等分線上、線分 BB' の垂直二等分線上にあります。

解答

(作図)



線分 AA' の垂直二等分線と線分 BB' の垂直二等分線をひき、その交点を O とする。
(線分 CC' や線分 DD' の垂直二等分線でもよい。)

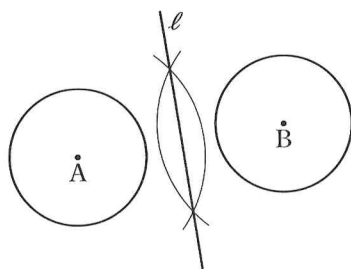
6

ガイド

円 A を対称移動して円 B に重ねるには、線分 AB の垂直二等分線を対称の軸として対称移動します。

解答

(作図)



線分 AB の垂直二等分線を作図すると、これが対称の軸 ℓ となる。

7

ガイド

図 1 の色のついた部分を移動してみると、正方形の半分の面積になることがわかります。(ア)~(エ)の図でも、色のついた部分を移動させて考えて、正方形の半分の面積になるものをみつけます。

解答

図1で、色のついた部分を直線EGを対称の軸として対称移動させると、正方形ABCDの半分の面積の長方形AEGDになる。

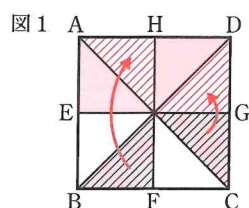


図2

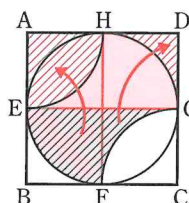


図3

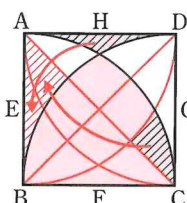


図4

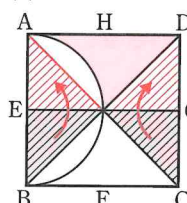
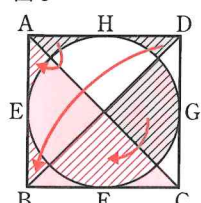


図5



- (ア) 図2のように、それぞれ点E、点Gを中心として90°回転移動させると、長方形AEGDになる。
- (イ) 図3のように移動させると、正方形の半分の面積の三角形ABCより大きいことがわかる。
- (ウ) 図4のように移動させると、長方形AEGDより小さいことがわかる。
- (エ) 図5のように直線ACを対称の軸として対称移動させると、正方形ABCDの半分の面積の三角形ABCになる。

(ア)、(エ)

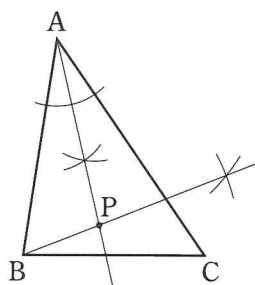
8

ガイド

$\angle BAP = \angle CAP$ となる点Pは、 $\angle BAC$ の二等分線上にあります。60°の角の作図は、正三角形の作図を利用します。

解答

(作図)



- ① $\angle BAC$ の二等分線をひく。
- ② 点A、Bをそれぞれ中心として、半径ABの円をかき、その交点と点Bを通る半直線をひく。
- ③ ①と②の交点をPとする。

6章

空間図形

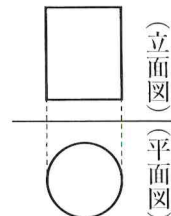
教科書

p.264～265

1

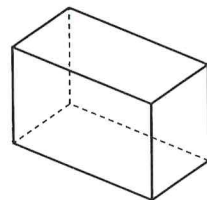
ガイド

立体を、真正面から見た図を立面図といい、真上から見た図を平面図といいます。
また、立面図と平面図をあわせて、とうえいず投影図といいます。
立面図と平面図から見取図をかいてみると、わかりやすくなります。



解答

右の図のような立体であるから、(イ)



2

ガイド

見取図は、辺や面のつながりや立体の形をとらえるのに便利ですが、辺の長さや角の大きさ、面の形や面積などは実際の立体とは異なることがあるので、注意します。

解答

立方体の面はすべて正方形だから、面 ABCD も面 BFGC も正方形である。
よって、 $\angle ABC$ と $\angle FGC$ はどちらも 90° だから、 $\angle ABC$ と $\angle FGC$ の大きさは等しい。 (ウ)

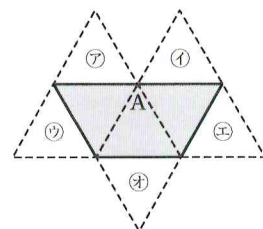
3

ガイド

さんかくすい三角錐のそれぞれの頂点に集まっている面の数は、すべて 3 つであることから考えます。

解答

㊦、㊩につけると、右の図の点 A に 4 つの面が集まり、三角錐にならない。
㊤、㊥、㊦につけると、どの頂点にも 3 つの面が集まるから、組み立てると三角錐ができる。



㊤, ㊥, ㊦

参考

すべての面が合同な正三角形で、面の数は 4 つだから、できる立体は正四面体です。

4

ガイド

半径 r の球の体積を V とすると、 $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

円柱の、底面の円の半径を r 、高さを h 、体積を V とすると、 $V = \pi r^2 h$

円錐の、底面の円の半径を r 、高さを h 、体積を V とすると、 $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

立体 B、C の体積を h 、 k を使って表します。

解答 立体Aの体積 $\cdots \frac{4}{3}\pi \times 6^3 \times \frac{1}{2} = 144\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

立体Bの体積 $\cdots \pi \times 6^2 \times h = 36\pi h \text{ (cm}^3\text{)}$

立体Cの体積 $\cdots \frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times k = 12\pi k \text{ (cm}^3\text{)}$

立体AとBの体積が等しいことから、

$$36\pi h = 144\pi \quad h = 4$$

立体AとCの体積が等しいことから、

$$12\pi k = 144\pi \quad k = 12$$

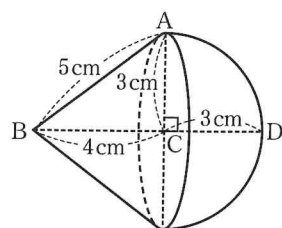
$$h = 4, \quad k = 12$$

5

ガイド 辺BDを回転の軸として、1回転させてできる立体は、円錐と半球(球の半分)をくっつけた立体になります。

立体の体積=(円錐の体積)+(半球の体積)

立体の表面積=(円錐の側面積)+(球の表面積の半分)



解答 〈立体の体積〉

円錐の体積 $\cdots \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 4 = 12\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

半球の体積 $\cdots \frac{4}{3}\pi \times 3^3 \times \frac{1}{2} = 18\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

よって、立体の体積は、 $12\pi + 18\pi = 30\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

$$30\pi \text{ cm}^3$$

〈立体の表面積〉

円錐の展開図は右の図のようになる

から、その中心角を x° とすると、

$$(2\pi \times 3) : (2\pi \times 5) = x : 360$$

$$6\pi : 10\pi = x : 360$$

$$10\pi \times x = 6\pi \times 360$$

$$x = 216$$

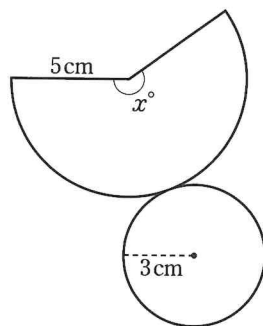
したがって、側面積は、

$$\pi \times 5^2 \times \frac{216}{360} = \pi \times 25 \times \frac{3}{5} = 15\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

球の表面積の半分は、 $4\pi \times 3^2 \times \frac{1}{2} = 18\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

よって、立体の表面積は、 $15\pi + 18\pi = 33\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

$$33\pi \text{ cm}^2$$



6

ガイド (1) 出発してから1秒後、点PはAから1 cm、点QはBから3 cm、点RはEから2 cmのところにあります。

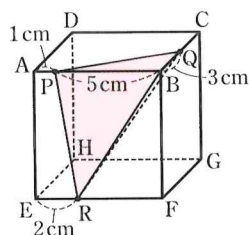
(2) $3 \times 3.5 = 10.5 \text{ (cm)}$ だから、点QはCを通過して、辺CD上にあります。

$2 \times 3.5 = 7 \text{ (cm)}$ だから、点RはFを通過して、辺BF上にあります。

解答 (1) 右の図のような三角錐になる。

三角錐 BPQR は、底面を $\triangle BPQ$ とみると、
高さは BF の 6 cm だから、体積は、

$$\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 5 \times 3 \right) \times 6 = 15 \text{ (cm}^3\text{)} \quad \underline{15 \text{ cm}^3}$$



(2) 点 P は、点 A から 3.5 cm、

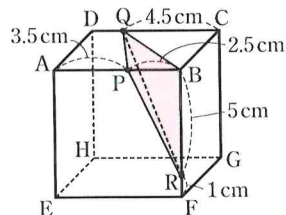
点 Q は、 $3 \times 3.5 = 10.5$ $10.5 - 6 = 4.5$ より、点 C から 4.5 cm、

点 R は、 $2 \times 3.5 = 7$ $7 - 6 = 1$ より、点 F から 1 cm のところにある。

よって、右の図のような三角錐になる。

三角錐 BPQR は、底面を $\triangle BPQ$ とみると、
高さは BR の 5 cm だから、体積は、

$$\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 2.5 \times 6 \right) \times 5 = 12.5 \text{ (cm}^3\text{)} \quad \underline{12.5 \text{ cm}^3}$$



参考 (1) 底面を $\triangle BPR$ とみると、高さは BQ の 3 cm だから、体積は、

$$\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 5 \times 6 \right) \times 3 = 15 \text{ (cm}^3\text{)}$$

(2) 底面を $\triangle BPR$ とみると、高さは BC の 6 cm だから、体積は、

$$\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 2.5 \times 5 \right) \times 6 = 12.5 \text{ (cm}^3\text{)}$$

7

ガイド (1) 頂点 F をふくむ立体は三角錐になります。

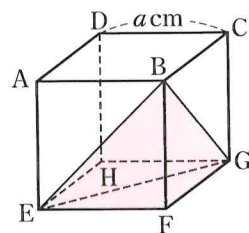
(2) PQ, EG が同じ平面上にある直線となるのは、 $PQ \parallel EG$ の場合で、2 通り考えられます。

解答 (1) 右の図のような三角錐になる。

この立体は、底面が $\triangle EFG$ 、高さが BF の三角錐とみることができるので、体積は、

$$\frac{1}{3} \times \triangle EFG \times BF = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} a^2 \times a = \frac{1}{6} a^3 \text{ (cm}^3\text{)}$$

立方体の体積は $a^3 \text{ cm}^3$ だから、 $\frac{1}{6}$ 倍となる。



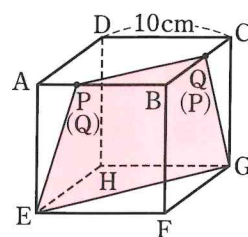
(別解) この立体は、底面が $\triangle EFG$ 、高さが BF の三角錐とみることができる。底面が $\triangle EFG$ 、高さが BF の三角柱とくらべてみると、底面積と高さが等しい三角錐であり、三角柱の体積はもとの立方体の体積の半分である。

だから、立方体の体積を $V \text{ cm}^3$ 、三角錐の体積を $V' \text{ cm}^3$ とすると、

$$V' = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} V = \frac{1}{6} V$$

つまり、 $\frac{1}{6}$ 倍となる。

- (2) PQ と EG は、それぞれが平行な 2 つの平面上にあるので、交わることはない。だから、同じ平面上にある直線となるのは、 $PQ \parallel EG$ の場合である。そして、 $PQ \parallel EG$ となるのは、 $BP=BQ$ のときである。また、 $BP=BQ$ となる場合は、右の図のように、
- 点 P が辺 AB 上、点 Q が辺 BC 上にあるとき
 - 点 P が辺 BC 上、点 Q が辺 AB 上にあるとき
- の 2 通りが考えられる。



点 P, Q がそれぞれ頂点 A, B を同時に出発してから x 秒後に $BP=BQ$ となるとすると、

- i) のとき、 $BP=BQ$ より、

$$10-x=2x$$

$$x=\frac{10}{3}$$

- ii) のとき、 $BP=BQ$ より、

$$x-10=40-2x$$

$$x=\frac{50}{3}$$

これらの解は、問題にあっている。

$\frac{10}{3}$ 秒後, $\frac{50}{3}$ 秒後

7章

データの活用

教科書

p.266~267

〈データの活用用語〉

階級、度数、度数分布表、ヒストグラム（柱状グラフ）、度数分布多角形

範囲 = 最大値 - 最小値

累積度数…最初の階級から、ある階級までの度数の合計

代表値…平均値、中央値、最頻値のように、データの値全体を代表する値

階級値…度数分布表で、それぞれの階級のまんの値

度数分布表では、度数のもっとも多い階級の階級値を最頻値として用いる。

相対度数…それぞれの階級の度数の、全体に対する割合

相対度数 = $\frac{\text{階級の度数}}{\text{度数の合計}}$

累積相対度数…最初の階級から、ある階級までの相対度数の合計

確率…あることがらの起こりやすさの程度を表す数

多数回の実験では、相対度数を確率と考える。

1



ガイド

- (1) 中央値…記録を、値の小さい(または大きい)方から順に並べて考えます。
 (2) 範囲=最大値-最小値

解答

- (1) ・平均値

$$(23+20+27+21+19+21+22+23+25+23+20+25+22+23+22) \div 15 = 22.4 \text{ (m)} \quad \underline{22.4 \text{ m}}$$

- ・中央値

記録を値の小さい方から順に並べると、

19, 20, 20, 21, 21, 22, 22, 22,

23, 23, 23, 23, 25, 25, 27

8 番目の記録だから、中央値は 22 m

22 m

- ・最頻値

もっとも多い値は 4 個ある 23 だから、最頻値は 23 m

23 m

- (2) 最大値は 27 m で、最小値は 19 m

よって、範囲は、 $27-19=8 \text{ (m)}$

8 m



もれなく、
並べよう!

2



ガイド

- (1) (ア)…階級のまん中の値だから、 $\frac{760+800}{2} \text{ (kcal)}$ として求められます。

(ウ)…(度数の合計)=(各階級の度数の和) から考えます。

- (2) 平均値= $\frac{\text{階級値} \times \text{度数}}{\text{度数の合計}}$ で求めます。

- (4) データの個数が奇数だから、 $\frac{21+1}{2}=11$ 11 番目がはいっている階級を求めます。

解答

- (1) (ア) 780 (イ) 860

$$(ウ) 21-(1+4+3+5+2+1)=21-16=5$$

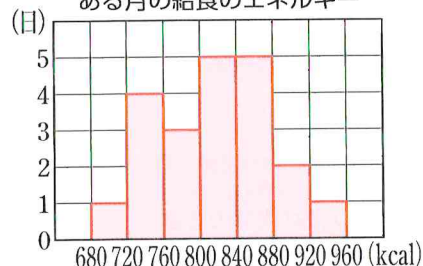
$$(エ) (ア) \times 3 \text{ だから, } 780 \times 3 = 2340$$

$$(オ) 820 \times (ウ) \text{ だから, } 820 \times 5 = 4100$$

$$(カ) 700+2960+2340+4100+4300+1800+940=17140$$

- (2) $\frac{17140}{21} = 816.\overset{2}{19}\dots \text{ (kcal)} \quad \underline{816.2 \text{ kcal}}$

- (3) ある月の給食のエネルギー



- (4) 度数の欄を上(下)から調べると、11 番目のデータがはいっている階級は、
 800 kcal 以上 840 kcal 未満の階級

3



ガイド

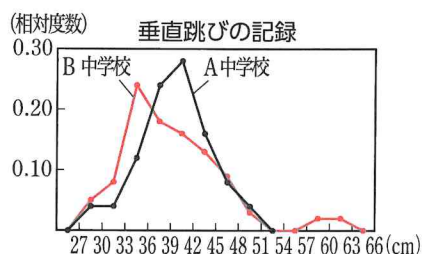
2つの中学校の生徒の人数が異なるので、度数分布表や度数分布多角形に表して、分布のようすを調べます。

解答

A中学校とB中学校の垂直跳びのデータ^とを度数分布表に表すと、左下のようになる。

これをもとに、度数分布多角形に表すと、右下のようになり、A中学校の方が山の頂点が右にあるから、A中学校の方が記録がよいといえる。

階級(cm)	A中学校		B中学校	
	度数(人)	相対度数	度数(人)	相対度数
27 以上 ~ 30 未満	2	0.04	6	0.05
30 ~ 33	2	0.04	10	0.08
33 ~ 36	6	0.12	29	0.24
36 ~ 39	12	0.24	22	0.18
39 ~ 42	14	0.28	19	0.16
42 ~ 45	8	0.16	16	0.13
45 ~ 48	4	0.08	11	0.09
48 ~ 51	2	0.04	3	0.03
51 ~ 54	0	0.00	0	0.00
54 ~ 57	0	0.00	0	0.00
57 ~ 60	0	0.00	2	0.02
60 ~ 63	0	0.00	2	0.02
計	50	1.00	120	1.00



4

ガイド

中央値は、データの値を大ききの順に並べたときの中央の値であることから考えます。

解答

中央値からは、(ア)の記録の合計について、(イ)の最頻値について、(ウ)の最大値についてはわからないので、かならず正しいとはいえない。

中央値が50回なので、10番目と11番目の2人の平均値が50回になる。よって、記録が50回以上である生徒が少なくとも10人いることがわかるので、(エ)は、かならず正しいといえる。

参考

中央値までの0~50回の記録の生徒も、少なくとも10人います。

学 びをいかそう

教科書 p.268～293

何時に話そうかな？

1章 正の数・負の数

教科書
p.268～269

学習のねらい

正の数・負の数で学習したことを使って、時差について考えます。

1

次の時差を、正の符号や負の符号を使って表しましょう。

- (1) 日本を基準にしたときの、ロンドンの時差
- (2) ニューヨークを基準にしたときの、ロンドンの時差

ガイド

くらべる時刻から基準にする時刻をひくと、時差が求められます。

解答

- (1) $10 - 19 = -9$ -9 時間 (2) $10 - 5 = 5$ +5 時間

2

こうきさん、ハリーさん、ソフィアさんの3人が寝ている時間や早朝にならないように、通話をする時刻は、それぞれの場所の時刻で、6時から22時の間とします。

日本の時刻で、何時から何時の間に通話をすればよいでしょうか。

ガイド

日本、ロンドン、ニューヨークのそれぞれの時刻を表に整理して考えます。

解答

日本、ロンドン、ニューヨークの時刻は、下の表のように対応している。

日本	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
ロンドン	15	16	17	18	19	20	21	22	23	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
ニューヨーク	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

通話できるのは、赤字の部分になる。日本の時刻で、6時から7時、20時から22時の間

3

右の表は、日本を基準にしたときの、それぞれの都市の時差を表したものです。(表は省略)

- (1) 日本が15日20時のとき、プラハは何日の何時でしょうか。
- (2) ロサンゼルスを基準にすると、リオデジャネイロの時差はどのように表されますか。
- (3) ロサンゼルスが15日3時のとき、リオデジャネイロは何日の何時でしょうか。
- (4) プラハが15日20時のとき、シドニーは何日の何時でしょうか。

ガイド

基準とする時刻に時差をたすと、くらべる時刻が求められます。

解答

- (1) 日本の時刻は20時で、時差は-8時間だから、 $20 + (-8) = 12$ 15日12時
 (2) $(-12) - (-17) = -12 + 17 = 5$ +5 時間
 (3) ロサンゼルスの時刻は3時で、時差は+5時間だから、 $3 + (+5) = 8$ 15日8時
 (4) プラハを基準にしたときのシドニーの時差は、 $(+1) - (-8) = 9$ より、+9時間。
 シドニーの時刻は、 $20 + (+9) = 29$ $29 - 24 = 5$ より、次の日の5時。 16日5時

学習のねらい

素因数分解を利用して、最大公約数と最小公倍数を求める方法を学習します。

1

126 と 210 の最大公約数と最小公倍数を求めましょう。

ガイド

素因数分解を利用します。

解答

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 126 \quad 210} \\ 3 \overline{) \quad 63 \quad 105} \\ 7 \overline{) \quad 21 \quad 35} \\ \quad 3 \quad 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{最大公約数} & 2 \times 3 \times 7 = 42 \\ \text{最小公倍数} & 2 \times 3 \times 7 \times 3 \times 5 = 630 \end{array}$$

最大公約数 42, 最小公倍数 630

2

ある 2 数の積は、その 2 数の最大公約数と最小公倍数の積に等しいという関係があります。
ある 2 数を 126 と 210 とし、この関係が成り立つことを確かめましょう。

ガイド

126 と 210 の積と、その最大公約数と最小公倍数の積を求めてくらべます。

解答

126 と 210 の積は、 $126 \times 210 = 26460$

① より、126 と 210 の最大公約数は 42、最小公倍数は 630 だから、その積は、
 $42 \times 630 = 26460$

よって、126 と 210 の積は、最大公約数と最小公倍数の積に等しい。

3

あめが 60 個、ラムネが 30 個、チョコレートが 45 個あります。
いくつかの袋に、あめ、ラムネ、チョコレートを、それぞれ同じ数ずつ入れ、余りが出ないようにこれらを分けます。
できるだけたくさんの袋をつくらうとすると、袋の数はいくつになるでしょうか。

ガイド

60, 30, 45 の最大公約数が、求める袋の数になります。それぞれの数を素因数分解して、共通してふくまれている数から最大公約数を考えます。

解答

袋の数は、60, 30, 45 の最大公約数となる。

$$\begin{array}{r} 60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \\ 30 = 2 \times 3 \times 5 \\ 45 = 3 \times 3 \times 5 \\ \hline \text{最大公約数} \quad 3 \times 5 = 15 \end{array}$$

少なくとも 2 つに共通な約数でわる。

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 60 \quad 45 \quad 30} \\ 5 \overline{) \quad 20 \quad 15 \quad 10} \\ 2 \overline{) \quad \quad 4 \quad 3 \quad 2} \\ \quad 2 \quad 3 \quad 1 \end{array}$$

最大公約数 $3 \times 5 = 15$

最小公倍数 $3 \times 5 \times 2 \times 2 \times 3 = 180$

15 袋

おにぎりを売ろう

3章 方程式

教科書
p.272~273

学習のねらい

身のまわりの問題を、方程式を使って解決します。

1

初日に売ったおにぎりは何個でしょうか。

ガイド

$150 \times (\text{売ったおにぎりの数}) = (\text{売り上げ})$ です。

売ったおにぎりを x 個として、方程式に表して考えます。

解答

売ったおにぎりを x 個とすると、初日の売り上げは 21000 円だったから、

$$150x = 21000$$

$$x = 140$$

この解は問題にあっている。

140 個

2

2 日目に売れ残ったおにぎりは何個でしょうか。

ガイド

売れ残ったおにぎりを x 個とすると、売れたおにぎりは $200 - x$ (個)、売り上げは、21000 円より 4500 円多い金額です。

解答

売れ残ったおにぎりを x 個とすると、

$$150(200 - x) = 21000 + 4500$$

両辺を 150 でわって、

$$200 - x = 140 + 30$$

$$x = 30$$

この解は問題にあっている。

30 個

3

3 日目の残り 50 個のおにぎりは、もとの値段よりも何円値下げして売ったでしょうか。

ガイド

もとの値段より x 円値下げしたとすると、150 円で売ったおにぎりは $200 - 50 = 150$ (個)、 $150 - x$ (円) で売ったおにぎりは 50 個です。

解答

残り 50 個のおにぎりを、もとの値段より x 円値下げして売ったとすると、

$$150 \times 150 + 50(150 - x) = 21000 + 7500$$

両辺を 50 でわって、

$$3 \times 150 + (150 - x) = 420 + 150$$

$$450 + 150 - x = 570$$

$$x = 30$$

この解は問題にあっている。

30 円

4

3個セットの値段はいくらでしょうか。

ガイド

3個セットの値段は、 150×3 (円) より 20 円安くなります。

解答

$$150 \times 3 - 20 = 430 \text{ (円)}$$

430 円

5

4 日目は、3 個セットを何セット用意したでしょうか。

ガイド

3 個セットを x セット用意したとすると、1 個ずつ売ったおにぎりは $230 - 3x$ (個) です。

解答

3 個セットを x セット用意したとすると、

$$430x + 150(230 - 3x) = 34000$$

$$430x + 34500 - 450x = 34000$$

$$-20x = -500$$

$$x = 25$$

この解は問題にあっている。

25 セット

参考

3 個セットを 25 セット用意したとすると、

1 個ずつ売ったおにぎりは、 $230 - 3 \times 25 = 155$ (個) だから、

売り上げは、 $430 \times 25 + 150 \times 155 = 34000$ (円) になります。

したがって、これは問題にあっています。

6

5 日目は、2 個セットと 3 個セットを、それぞれ何セット用意したでしょうか。

ガイド

2 個セットと 3 個セットを、それぞれ x セット用意したとすると、2 個セット、3 個セットのおにぎりの売れた数は、それぞれ x セット、 $x - 5$ (セット) です。

解答

2 個セットと 3 個セットを、それぞれ x セット用意したとすると、

$$290x + 430(x - 5) + 150 \times 50 = 34150$$

$$290x + 430x - 2150 + 7500 = 34150$$

$$720x = 28800$$

$$x = 40$$

この解は問題にあっている。

40 セット

参考

2 個セットと 3 個セットを 40 セットずつ用意したとすると、

2 個セット、3 個セットの売れた数は、それぞれ 40 セットと 35 セットだから、

売り上げは、 $290 \times 40 + 430 \times 35 + 150 \times 50 = 34150$ (円) になります。

したがって、これは問題にあっています。

どちらの店で買おうかな？

3章 方程式

教科書
p.274～275

学習のねらい

文字式を使って、商品を買うときにどちらの店で買う方が安くなるか、方程式を使って金額が同じになる枚数を考えます。

1

Tシャツ1枚の値段を x 円として、A店、B店で、それぞれTシャツを6枚購入するときに必要な金額を、 x を使って表しましょう。

ガイド

A店は、20%引きなので、定価の80%の値段になります。

B店は、4枚買うごとに、そのうち1枚分は無料なので、6枚買うと、1枚無料になります。

解答

<A店>

「何枚でも20%引き」だから、

$$x \times 6 \times (1 - 0.2) = 4.8x$$

$4.8x$ (円)

<B店>

「4枚買うごとに、そのうち1枚分が無料」だから、

6枚購入するときに必要な金額は、5枚分の代金になる。

$5x$ (円)

2

Tシャツを6枚購入するときの金額が安いのは、A店、B店のどちらの店でしょうか。また、その結果は、Tシャツ1枚の値段によって変わることがあるでしょうか。

ガイド

A店とB店の購入金額をくらべます。

解答

①より、 $4.8x < 5x$ だから、A店の方が安い。

また、Tシャツ1枚の値段 x 円がいくらであっても、この不等式が成り立つので、結果が変わることはない。

3

Tシャツを4枚購入するとき、金額を安くするためには、A店、B店のどちらのお店をすすめればよいでしょうか。

また、その理由を説明しましょう。

ガイド

A店とB店の4枚分の購入金額をくらべます。

解答

Tシャツ1枚の値段を x 円とすると、4枚購入するときの金額は、

<A店>

$$x \times 4 \times (1 - 0.2) = 3.2x \text{ (円)}$$

<B店>

4枚購入するときに必要な金額は、3枚分の代金だから、 $3x$ 円

Tシャツ1枚の値段 x 円がいくらであっても、 $3.2x > 3x$ となり、B店の方が金額が安くなるので、4枚購入するときには、B店をすすめればよい。

A店、B店で、値引き前の値段が2000円のTシャツを同じ枚数だけ購入します。金額が同じになるのは、何枚購入するときでしょうか。

両店で購入する枚数を、 $(4k-3)$ 枚、 $(4k-2)$ 枚、 $(4k-1)$ 枚、 $4k$ 枚とした場合に、金額が同じになる自然数 k が見つかるかどうかで考えましょう。

ガイド

両店で購入する金額が同じになることから、方程式をつくります。

B店は、4, 8, 12, ……枚の $4k$ 枚のときの購入金額が、3, 6, 9, ……枚と $3k$ 枚分の購入金額になります。これをもとに考えると、 $4k$ 枚より1枚少ない $(4k-1)$ 枚のときは、 $4k$ 枚を購入するときと同じ金額になるので、 $3k$ 枚分、 $(4k-2)$ 枚のときは、 $(4k-1)$ 枚を購入するときより1枚少ない $(3k-1)$ 枚分、 $(4k-3)$ 枚のときは、 $(4k-2)$ 枚を購入するときより1枚少ない $(3k-2)$ 枚分の購入金額になります。

解答

㉞ 両店で購入する枚数が $(4k-3)$ 枚 (1, 5, 9, 13, ……枚) の場合

B店の購入金額は、 $(3k-2)$ 枚分になるので、

$$2000 \times (4k-3) \times (1-0.2) = 2000 \times (3k-2)$$

$$\text{両辺を } 2000 \text{ でわって, } (4k-3) \times 0.8 = 3k-2 \quad 0.2k = 0.4 \quad k=2$$

$k=2$ のとき、 $4k-3=5$ で自然数になるので、この解は問題にあっている。

㉟ 両店で購入する枚数が $(4k-2)$ 枚 (2, 6, 10, 14, ……枚) の場合

B店の購入金額は、 $(3k-1)$ 枚分になるので、

$$2000 \times (4k-2) \times (1-0.2) = 2000 \times (3k-1)$$

$$\text{両辺を } 2000 \text{ でわって, } (4k-2) \times 0.8 = 3k-1 \quad 0.2k = 0.6 \quad k=3$$

$k=3$ のとき、 $4k-2=10$ で自然数になるので、この解は問題にあっている。

㊱ 両店で購入する枚数が $(4k-1)$ 枚 (3, 7, 11, 15, ……枚) の場合

B店の購入金額は、 $3k$ 枚分になるので、

$$2000 \times (4k-1) \times (1-0.2) = 2000 \times 3k$$

$$\text{両辺を } 2000 \text{ でわって, } (4k-1) \times 0.8 = 3k \quad 0.2k = 0.8 \quad k=4$$

$k=4$ のとき、 $4k-1=15$ で自然数になるので、この解は問題にあっている。

㊲ 購入する枚数が $4k$ 枚 (4, 8, 12, 16, ……枚) の場合

B店の購入金額は、 $3k$ 枚分になるので、

$$2000 \times 4k \times (1-0.2) = 2000 \times 3k$$

$$\text{両辺を } 2000 \text{ でわって, } 4k \times 0.8 = 3k \quad 0.2k = 0 \quad k=0$$

$k=0$ のとき、 $4k=0$ で自然数にならないので、この解は問題にあっていない。

㉞～㊲から、購入金額が同じになる枚数は、5枚、10枚、15枚

参考

5枚の購入金額は、

$$\text{A店で } 2000 \times 5 \times (1-0.2) = 8000 \text{ (円)}$$

$$\text{B店で } 2000 \times 4 = 8000 \text{ (円)}$$

となり、同じ金額です。10枚、15枚のときも確認してみましょう。

緊急地震速報

4章 変化と対応

教科書

p.276～279

学習のねらい

地震の初期微動（P波）と主要動（S波）の進む時間と距離について比例の式に表し、その式を使って実際の到達時刻などを求めることを学習します。

1

地震が発生してから x 秒間に、P波やS波の震源から進む距離を y km とします。

P波とS波のそれぞれについて、 x と y の関係を式に表しましょう。

また、P波、S波の伝わる速さは、それぞれ秒速何 km でしょうか。

ガイド

比例のグラフとみるので、 $y=ax$ にそれぞれのグラフから読みとった x と y の値を代入して a の値を求めます。比例定数 a の値は速さを表しています。

解答

<P波>

比例定数を a とすると、 $y=ax$

$x=10$ のとき $y=70$ だから、

$$70=a \times 10$$

$$a=7$$

したがって、 $y=7x$

<S波>

比例定数を a とすると、 $y=ax$

$x=10$ のとき $y=40$ だから、

$$40=a \times 10$$

$$a=4$$

したがって、 $y=4x$

P波の式、S波の式のどちらも、比例定数は1秒間に進む距離、つまり、速さを表している。

P波の伝わる速さ 秒速 7 km

S波の伝わる速さ 秒速 4 km

2

地震の発生時刻は、何時何分何秒ごろと推測できるでしょうか。

P波が気仙沼に到達するまでにかかる時間をもとに考えましょう。

ガイド

気仙沼の震源からの距離は 153 km です。これをP波の式に代入して、かかる時間を求めます。

解答

P波が気仙沼に到達するまでにかかる時間は、 $y=7x$ に $y=153$ を代入すると、

$$153=7x \quad x=21.8\cdots \quad \text{より、約 22 秒である。}$$

よって、地震の発生時刻は、P波が気仙沼に到達した午後2時46分42秒の約22秒前である。

午後2時46分20秒ごろ

3

いちのせきまいかわ

一関舞川にS波が到達するまでにかかる時間は、約何秒でしょうか。

ガイド

一関舞川の震源からの距離は173 kmです。これを、S波の式に代入します。

解答

一関舞川にS波が到達するまでにかかる時間は、S波の式 $y=4x$ に $y=173$ を代入すると、

$$173=4x$$

$$x=43.25$$

約 43 秒

4

一関舞川にS波が到達するのは、何時何分何秒ごろと推測できるでしょうか。

解答

地震発生時刻の午後2時46分20秒ごろの約43秒後に、S波が一関舞川に到達する。

午後2時47分3秒ごろ

5

震源から148 km 離れた地点A(宮城県東松島市)に設置した地震計がP波を感知し、その約9秒後に、震源から259 km 離れた地点B(福島県白河市)で緊急地震速報が受信されました。地点BにS波が到達するのは、緊急地震速報を受信してから約何秒後でしょうか。ただし、緊急地震速報を発表してから地点Bで受信するまでにかかる時間は考えないものとします。

ガイド

まず、3と同じように考えて、それぞれの到達するまでにかかる時間を求めます。

解答

震源から148 km 離れた地点AにP波が到達するまでにかかる時間は、 $y=7x$ に $y=148$ を代入すると、

$$148=7x$$

$$x=21.1\cdots$$

より、約21秒である。

地震が発生してから地点Bで緊急地震速報を受信するまでにかかる時間は、

$$21+9=30$$

より、約30秒である。

震源から259 km 離れた地点BにS波が到達するまでにかかる時間は、 $y=4x$ に $y=259$ を代入すると、

$$259=4x$$

$$x=64.75$$

より、約65秒である。

したがって、地点Bで緊急地震速報を受信してからS波が到着するまでにかかる時間は、

$$65-30=35$$

約 35 秒後

ランドルト環

4章 変化と対応

教科書
p.280～281

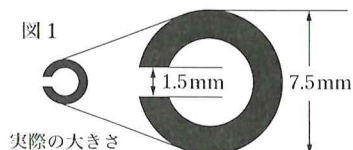
学習のねらい

視力検査に使うランドルト環について、距離と視力や、環の大きさと視力に比例や反比例の関係があることを知り、問題を解決します。

距離と視力の関係

1

図1のランドルト環から何m離れたところからすき間が判別できれば、1.5の視力があるといえるでしょうか。また、0.1の視力の場合はどうですか。



ガイド

距離 x m と視力 y の関係を表す式 $y = \frac{1}{5}x$ に $y=1.5$ や $y=0.1$ を代入して、対応する x の値を求めます。

解答

- 視力 1.5 の場合

$y = \frac{1}{5}x$ に $y=1.5$ を代入すると、

$$1.5 = \frac{1}{5}x$$

$$x = 7.5$$

7.5 m 離れたところ

- 視力 0.1 の場合

$y = \frac{1}{5}x$ に $y=0.1$ を代入すると、

$$0.1 = \frac{1}{5}x$$

$$x = 0.5$$

0.5 m 離れたところ

2

2.0の視力の人が、図1のランドルト環から離れてすき間を判別できる距離は、1.0の視力の人との何倍ですか。

ガイド

視力は、1.0 $\xrightarrow{2倍}$ 2.0

視力が2倍になると、ランドルト環までの距離は何倍になるかを考えます。

解答

視力 y は距離 x m に比例するから、視力が2倍になると、距離も2倍になる。

2倍

環の大きさと視力の関係

3

x と y の関係を式に表しましょう。

ガイド

xy が一定だから、 x と y は反比例の関係です。 $y = \frac{a}{x}$ として、 a の値を求めます。

解答

教科書 281 ページの表より、 y は x に反比例するから、比例定数を a とすると、 $y = \frac{a}{x}$

$x=15$ のとき $y=0.1$ だから、

$$0.1 = \frac{a}{15}$$

$$a = 1.5$$

$$y = \frac{1.5}{x}$$

4

何 mm のランドルト環のすき間が判別できるとき、1.5 の視力があるといえるでしょうか。

ガイド

すき間 x mm と視力 y の関係を表す式 $y = \frac{1.5}{x}$ に $y=1.5$ を代入して、 x の値を求めます。

解答

$y = \frac{1.5}{x}$ に $y=1.5$ を代入すると、

$$1.5 = \frac{1.5}{x}$$

$$x = 1.5 \div 1.5 = 1$$

1 mm のすき間が判別できるとき

参考

視力 2.0 の場合は、 $y = \frac{1.5}{x}$ に $y=2.0$ を代入して、 $2.0 = \frac{1.5}{x}$ $x=0.75$

0.75 mm のすき間が判別できるとき

視力 1.0 の場合は、 $y = \frac{1.5}{x}$ に $y=1.0$ を代入して、 $1.0 = \frac{1.5}{x}$ $x=1.5$

1.5 mm のすき間が判別できるとき

5

2.0 の視力の人が判別できるすき間の幅^{はば}は、1.0 の視力の人の何倍ですか。

ガイド

視力が 2 倍になると、すき間の幅は何倍になるかを考えます。

解答

視力 y はすき間の幅 x mm に反比例するから、視力が 2 倍になると、すき間の幅は

$\frac{1}{2}$ 倍になる。

$\frac{1}{2}$ 倍

移動を使って面積を求めよう

5章 平面図形

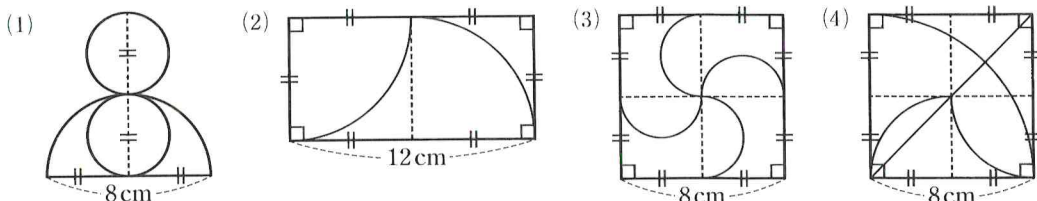
教科書
p.282

学習のねらい

5章で学んだ平行移動、回転移動、対称移動を使って、複雑な形の面積を、求めやすい形に変えて求めることを学習します。

1

下の図の色のついた部分の面積を求めましょう。



それぞれどのように移動して考えたのかな。

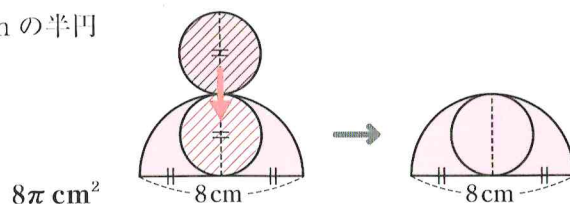
ガイド

平行移動、回転移動、対称移動を使って、面積を求めやすい形に変形します。

解答

(1) 右のように変形すると、半径 4 cm の半円になる。

$$\pi \times 4^2 \times \frac{1}{2} = 8\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

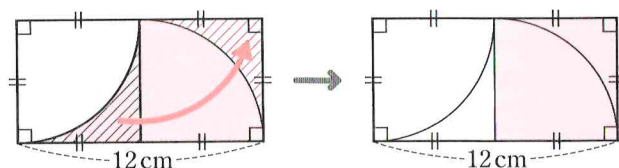


平行移動した。

(2) 右のように変形すると、1 辺 6 cm の正方形になる。

$$6 \times 6 = 36 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$36 \text{ cm}^2$$

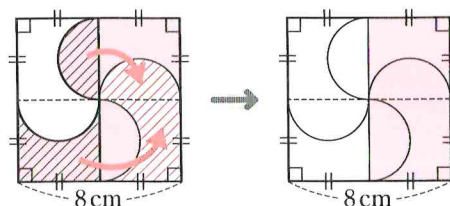


回転移動した。

(3) 右のように変形すると、縦 8 cm 横 4 cm の長方形になる。

$$8 \times 4 = 32 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$32 \text{ cm}^2$$

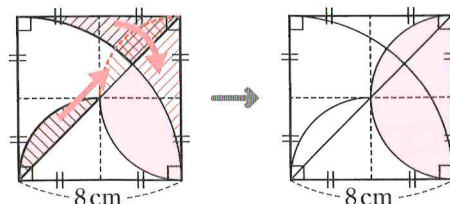


回転移動した。

(4) 右のように変形すると、半径 4 cm の半円になる。

$$\pi \times 4^2 \times \frac{1}{2} = 8\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$8\pi \text{ cm}^2$$



平行移動、対称移動した。

おうぎ形の面積

5章 平面図形

教科書

p.283

学習のねらい

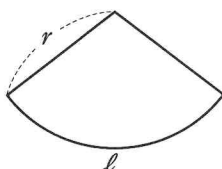
教科書のまとめ

□おうぎ形の面積

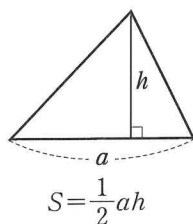
教科書 176 ページでは、おうぎ形の面積を中心角を求めて計算しましたが、ここでは、半径と弧の長さだけからおうぎ形の面積を求める公式を学習します。

▶ 半径 r 、弧の長さ ℓ のおうぎ形の面積を S とすると、

$$S = \frac{1}{2} \ell r$$



三角形の面積



数学広場

学びをいかそう

1

次のようなおうぎ形で、面積や弧の長さを求めましょう。

- (1) 半径 10 cm、弧の長さ 4π cm のおうぎ形の面積
- (2) 半径 3 cm、面積 6π cm² のおうぎ形の弧の長さ

ガイド

$S = \frac{1}{2} \ell r$ を利用します。

解答

$$(1) \quad \frac{1}{2} \times 4\pi \times 10 = 20\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\underline{20\pi \text{ cm}^2}$$

- (2) 弧の長さを ℓ cm とすると、

$$6\pi = \frac{1}{2} \times \ell \times 3$$

これを解くと、 $\ell = 4\pi$ (cm)

$$\underline{4\pi \text{ cm}}$$

参考

教科書 176 ページの方法で求めると、次のようになります。

- (1) 半径 10 cm の円の周の長さは 20π cm だから、このおうぎ形の中心角を x° とすると、(おうぎ形の弧の長さ) : (円の周の長さ) = (中心角の大きさ) : 360 より、

$$4\pi : 20\pi = x : 360$$

$$20\pi x = 4\pi \times 360 \quad x = 72$$

よって、このおうぎ形の面積は、 $\pi \times 10^2 \times \frac{72}{360} = 20\pi$ (cm²)

- (2) 半径 3 cm の円の面積は 9π cm² だから、このおうぎ形の中心角を x° とすると、(おうぎ形の面積) : (円の面積) = (中心角の大きさ) : 360 より、

$$6\pi : 9\pi = x : 360$$

$$9\pi x = 6\pi \times 360 \quad x = 240$$

よって、このおうぎ形の弧の長さは、 $2\pi \times 3 \times \frac{240}{360} = 4\pi$ (cm)

正多面体の特徴をさぐろう

6章 空間図形

教科書
p.284～285

学習のねらい

教科書のまとめ

□正多面体

正多面体が5種類しかないことは教科書185ページで紹介していますが、ここでは、その面の形や、頂点、辺、面の数を調べ、さらに見方をひろげます。

▶多面体のうち、

1. すべての面が合同な正多角形
2. どの頂点に集まる面の数も等しい
3. へこみがない

の3つの条件を満たす立体を正多面体といい、次の5種類しかありません。

1つの面が正三角形…正四面体、正八面体、正二十面体

1つの面が正方形…正六面体(立方体)

1つの面が正五角形…正十二面体

◆正多面体の面の形と、頂点、辺、面の数を調べよう

1

正十二面体の辺の数と頂点の数を、こうきさんとかなさんは右(下)のような計算で求めました。それぞれ、どのように考えたのか説明しましょう。

(こうき)

辺の数は
 $5 \times 12 \div 2 = 30$ (本)
になります。

こうき

(かな)

頂点の数は
 $5 \times 12 \div 3 = 20$ (個)
になります。

かな

ガイド

1つの面の辺の数、頂点の数をもとに説明します。

解答例

- こうき(辺の数) 正十二面体の1つの面は正五角形で、それぞれの面の辺の数は5本。面が12個あるのだから、それらの辺の総数は、 $5 \times 12 = 60$ (本)
1つの辺は2つの面で共有していて、これは二重に数えていることになるから、正十二面体の辺の数は、 $60 \div 2 = 30$ (本)
- かな(頂点の数) 正十二面体の1つの面は正五角形で、それぞれの面の頂点の数は5個。面が12個あるのだから、それらの頂点の総数は、 $5 \times 12 = 60$ (個)
1つの頂点は3つの面で共有していて、これは三重に数えていることになるから、正十二面体の頂点の数は、 $60 \div 3 = 20$ (個)

2

5つの正多面体について、面の形と、頂点、辺、面のそれぞれの数を調べて、右の表にまとめましょう。(表は省略)

ガイド

辺の数、頂点の数は、それぞれ、こうきさん、かなさんが考えた方法で求めてみましょう。辺の数はどれも $\div 2$ で求められますが、頂点の数は $\div (1 \text{ つの頂点に集まる面の数})$ になります。

ただし、正四面体、正六面体は、見取図や、これまでに学んだことからわかります。

解答

正八面体 頂点の数 $\cdots 3 \times 8 \div 4$

辺の数 $\cdots 3 \times 8 \div 2$

正二十面体 頂点の数 $\cdots 3 \times 20 \div 5$

辺の数 $\cdots 3 \times 20 \div 2$

	面の形	頂点の数	辺の数	面の数
正四面体	正三角形	4	6	4
正六面体	正方形	8	12	6
正八面体	正三角形	6	12	8
正十二面体	正五角形	20	30	12
正二十面体	正三角形	12	30	20

◆ 正多面体が5種類しかないのはなぜだろう？

3

正四面体の1つの頂点のまわりには、正三角形がいくつ集まっているでしょうか。
また、正八面体、正二十面体ではどうでしょうか。

ガイド

見取図や展開図を見て、1つの頂点のまわりに正三角形がいくつあるかを調べます。

解答

正四面体 $\cdots 3$ 個、正八面体 $\cdots 4$ 個、正二十面体 $\cdots 5$ 個

4

正六面体(立方体)と正十二面体は、1つの頂点のまわりに、正四角形(正方形)と正五角形が、それぞれいくつ集まっているでしょうか。

ガイド

見取図や展開図を見て、1つの頂点のまわりに正四角形(正方形)と正五角形が、それぞれいくつあるかを調べます。

解答

正六面体(立方体) $\cdots$ 正四角形(正方形)が3個 正十二面体 $\cdots$ 正五角形が3個

◆ これって正多面体ではないの？

5

右の図の立体は、正三角形が6個でつくられている多面体ですが、この立体は、正多面体とはいえません。その理由を説明しましょう。(図は省略)

ガイド

多面体の3つの条件が満たされているか、考えます。

解答

1つの頂点に集まる面の数が、3個のところと4個のところがあり、等しくないため。

最高気温の推移から気候変動について調べよう 7章 データの活用

教科書
p.286~289

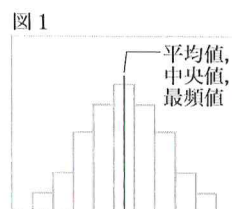
学習のねらい

教科書のまとめ

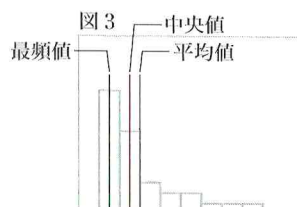
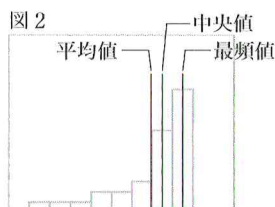
□分布の形と 代表値

ヒストグラムの山の形に着目して、山の頂点が複数ある場合について考えます。性質が異なるグループがふくまれていると考えて、条件で分類すると、分布のようすが見えてくることを学習し、ヒストグラムについての理解を深めます。

▶図1のように、ヒストグラムがほぼ左右対称な山の形になっている場合には、^{たいしう}平均値、^{さいひんち}中央値、^{さいひんち}最頻値はすべて近い値になります。



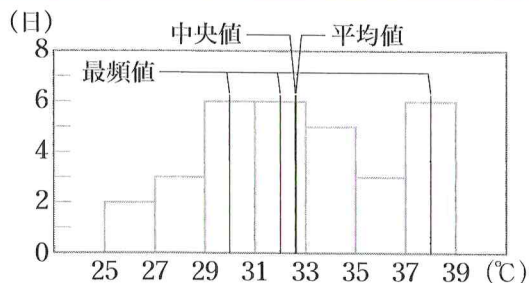
▶図2のように左に長くすそをひく形になっている場合や、図3のように右に長くすそをひく形になっている場合、平均値、中央値、最頻値は違った値になります。



▶このようなことから、代表値を使ってデータの傾向を読みとったり、判断したりする場合には、どの代表値を使えばよいのかを考えることがたいせつです。

1

このヒストグラムや平均値、中央値、最頻値から、どのようなことを読みとることができるでしょうか。



ガイド

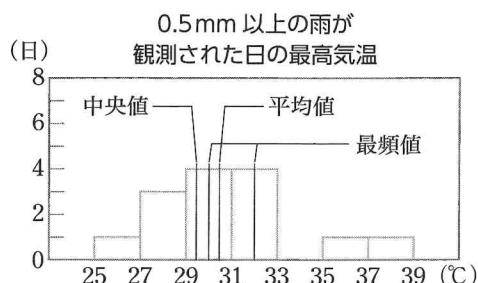
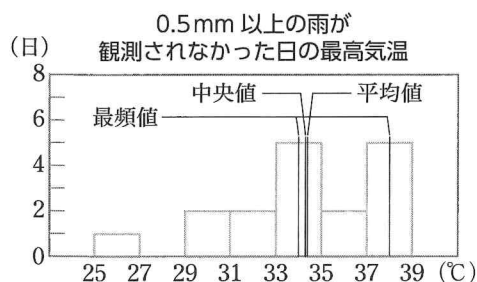
ヒストグラムの山の形を見たり、平均値、中央値、最頻値の大きさをくらべたりします。

解答例

- 山の頂点が2つある。
- 平均値と中央値が同じになっていて、最頻値がふくまれる階級にふくまれている。
- 最頻値が3つある。

2

かなさんがつくりなおしたそれぞれのヒストグラムや平均値、中央値、最頻値から、どのようなことを読みとることができるでしょうか。



ガイド

場合分けをしてかいたそれぞれのヒストグラムの山の形や平均値、中央値、最頻値の位置は、まったく異なっています。

解答例

- 0.5 mm 以上の雨が観測されなかった日と観測された日とでは、分布の形が異なっている。
- 0.5 mm 以上の雨が観測されなかった日の最高気温の平均値、中央値、最頻値は、0.5 mm 以上の雨が観測された日の最高気温の平均値、中央値、最頻値よりも、それぞれ大きくなっている。

3

整理した表やグラフから、どのようなことを読みとることができるでしょうか。(表やグラフは省略)

ガイド

教科書 288 ページの表から、それぞれの気温の階級の割合が読みとれます。また、教科書 289 ページのグラフからは、「夏日」、「真夏日」、「^{もうしよ}猛暑日」のそれぞれがどのように変化したのか読みとれます。

解答例

- 度数分布表から、8月のほぼすべての日の最高気温が 25°C 以上である傾向は、1932 年から 2022 年まであまり変わっていない。
- 累積相対度数のグラフは、1982 年から 2012 年の間で、^{るいせき}猛暑日のグラフの上がり方は急で、この間では、8月の猛暑日になる日の割合が高まっている。

4

読みとったことについて疑問をもったことや、さらに調べてみたいことについて考えてみましょう。

ガイド

表やグラフを見て、わからないことや、疑問に思ったことなどについて、かなさんのように調べてみましょう。調べた結果は、表やグラフを使ってまとめます。

解答

省略

社会見学にいこうー回転焼きができるまでー

教科書
p.290～293

学習のねらい

日常生活や社会におけるさまざまな場面で数学が活用できるように考えます。
また、円の弦の性質などを使って、いろいろな条件の円を作図します。

教科書のまとめ

□円の弦の性質
□角をつくる辺
に接する円

▶円の弦の垂直二等分線は、その円の中心を通ります。
▶角をつくる2辺の両方に接する円の中心は、その角の二等分線上にあります。

問題 1

2700 kg のあずき^{しょうかく}を収穫したいとき、種は何 kg まけばよいでしょうか？

- ① 27 kg ② 270 kg ③ 2700 kg

ガイド

約 3 kg の種から約 300 kg のあずきが収穫できることから考えます。

解答

x kg の種から y kg のあずきが収穫できるとすると、 y は x に比例すると考えて、 x と y の関係は、 $y=ax$ と表すことができる。 $x=3$ のとき $y=300$ だから、

$$300=3a$$

$$a=100$$

したがって、 $y=100x$

この式に $y=2700$ を代入すると、

$$2700=100x$$

$$x=27$$

よって、27 kg

①

問題 2

あんこをたく釜^{かま}の体積は、どのくらいでしょうか？

- ① 約 0.3 m^3 ② 約 0.4 m^3 ③ 約 0.5 m^3

ガイド

釜の図から、体積を求めます。 π を 3.14 と考えて、およその体積を数値で求めましょう。

解答

釜は、円柱と半球を組み合わせた形になっている。

円柱部分の体積は、 $\pi \times 45^2 \times 50 = 101250\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

半球部分の体積は、 $\frac{4}{3}\pi \times 45^3 \div 2 = 60750\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

よって、釜の体積は、 $101250\pi + 60750\pi = 162000\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

π を 3.14 とすると、 $162000\pi = 162000 \times 3.14 = 508680 \text{ (cm}^3\text{)}$

$508680 \text{ cm}^3 = 0.508680 \text{ m}^3$

よって、約 0.5 m^3

③

問題
3

回転焼きの皮の生地をつくるとき、小麦粉を4kg使うとしたら、水あめを何g混ぜればよいでしょうか？

- ① 5g ② 500g ③ 5000g

ガイド

小麦粉と水あめを8:1の割合で混ぜることから考えます。

解答

水あめを x g混ぜるとすると、 $4\text{kg}=4000\text{g}$ だから、

$$8:1=4000:x \quad 8x=4000 \quad x=500$$

この解は問題にあっている。よって、500g

②

問題
4

回転焼き100個を、箱Aと箱Bに分けました。

箱Aと箱Bをあわせて16箱あります。箱Aは、何箱あるのでしょうか？

- ① 3箱 ② 10箱 ③ 12箱

ガイド

箱Aが x 箱あるとすると、箱Bは $16-x$ (箱)です。

解答

箱Aが x 箱あるとすると、

$$3x+7(16-x)=100 \quad 3x+112-7x=100 \quad -4x=-12 \quad x=3$$

この解は問題にあっている。よって、3箱

①

問題
5

回転焼きを真上から見たとき、直径は何cmになるでしょうか？

右に作図して求めましょう。(図は省略)

- ① 7cm ② 7.5cm ③ 8cm

ガイド

異なる2つの弦の垂直二等分線を作図します。

解答

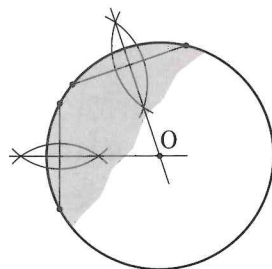
回転焼きのふちの曲線部分にある異なる点を結んで2つの弦をとり、それぞれの垂直二等分線を作図する。その交点が円の中心Oとなるから、半径はOからふちの点までの長さである。

作図した円の半径は4cmだから、直径は8cm

③

参考

直径を求める問題なので、円はかかなくてもよいです。



◆ 円の一部分から中心を求めて、円を作図する

1

左の図の線分ABは、円Oの弦です。弦の垂直二等分線を作図してみましょう。どんなことがわかるのでしょうか。(図は省略)

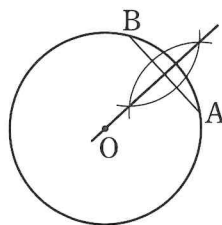
ガイド

「円は線対称な図形で、対称の軸は直径である」こと、また、「円の中心は、円周上のどの点からも距離が等しい」ことから考えます。

解答

(作図) 右の図

弦ABの垂直二等分線は、円の中心Oを通る。



2

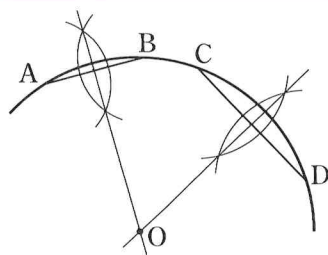
下の図は、ある円の弧の一部で、線分 AB, CD は、その円の弦です。(図は省略)
この円の中心 O を、作図して求めましょう。

ガイド

2つの弦の垂直二等分線の交点が、円の中心 O になります。

解答

(作図) 右の図



3

下の3点 A, B, C を通る円 O を作図しましょう。(図は省略)

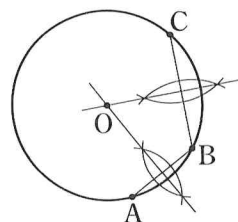
ガイド

円の中心や円 O がどのようなになるかをイメージしてから、2と同じようにして、円の中心を見つけましょう。

解答

(作図) 右の図

線分 AB, BC の垂直二等分線の交点を O として、点 O を中心に、半径 OA の円をかく。



◆ 3つの線分に接する円を作図する

4

右の図で、辺 AB, AC の両方に接し、点 P を接点とする円を作図しましょう。(図は省略)

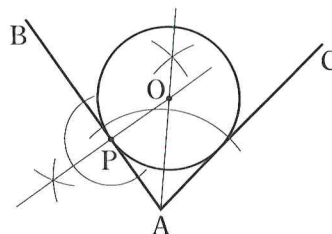
ガイド

$\angle BAC$ の二等分線と、点 P を通る辺 AB の垂線との交点が、円の中心になります。

解答

(作図) 右の図

$\angle BAC$ の二等分線と、点 P を通る辺 AB の垂線をひき、その交点を O として半径 OP の円をかく。



5

下の3つの線分に接する円を作図しましょう。(図は省略)

ガイド

となりあう2つの線分がつくる角の二等分線をそれぞれひくと、その2本の直線の交点は3つの線分からの距離が等しくなるので、円の中心になります。

解答

(作図) 右の図

となりあう2つの線分がつくる角の二等分線をひき、その交点を O とする。点 O から1つの線分に垂線をひき、線分との交点を P として、半径 OP の円をかく。

