

Point!

- ❗ いろいろな値をとる文字を 変数 といい、一定の数やそれを表す文字を 定数 という。
- ❗ ともなって変わる2つの変数 x, y があって、 x の値を決めると、それに対応する y の値がただ1つ決まるとき、 y は x の関数である という。
- ❗ y が x の関数といえるかどうかは、 x を数字におきかえて考える。☞

Warm Up

次のことから、 y は x の関数といえるものには○を、いえないものには×を書きなさい。

- (1) x 歳の人の体重は y kg である。
- (2) 80 円のノートを x 冊買ったときの代金は y 円である。
- (3) 面積が $x \text{ cm}^2$ の長方形の周りの長さは y cm である。

解説

(1) x の値を決めても、それに対応する y の値はただ1つ決まらないので、 y は x の関数とはいえない。よって、×

$x=12$ としても、
12 歳の人の体重は決まらない

(2) x の値を決めると、それに対応する y の値がただ1つ決まるので、 y は x の関数といえる。よって、○

$x=5$ とすると、
80 円のノートを 5 冊買ったときの代金は、
 $80 \times 5 = 400$ (円)
 $y=400$ と決まる

(3) x の値を決めても、それに対応する y の値はただ1つ決まらないので、 y は x の関数といえない。よって、×

$x=10$ としても、
縦や横の長さが決まらない

Try

次のことから、 y は x の関数であるものをすべて選び、記号で答えなさい。

- ア 底辺が x cm、高さが 12 cm の三角形の面積は $y \text{ cm}^2$ である。
- イ x 人の生徒の体重の合計は y kg である。
- ウ 所持金が 2300 円で、500 円のおかしを x 個買ったときの残金は y 円である。
- エ 周りの長さが x cm の長方形の面積は $y \text{ cm}^2$ である。
- オ 自然数 x の約数の個数は y 個である。

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 次のことから、 y は x の関数でないものをすべて選び、記号で答えなさい。

ア 1個200円のケーキを x 個買って、1000円札を出したときのおつりが y 円である。

イ x km の道のりを歩くのに y 時間かかる。

ウ 直径 x cm の円の面積は y cm² である。

エ 周の長さが36cmの長方形の縦の長さは x cm、横の長さは y cm である。

オ 整数 x の絶対値は y である。

カ x 人のテストの平均点は y 点である。

(2) 次のことについて、 y は x の関数といえるものには○を、いえないものには×を書きなさい。

① 1000mLの牛乳のうち、 x mL飲んだあとの残りが y mLである。

② ある都市で、最低気温 x °Cのときの最高気温が y °Cである。

③ 1辺の長さが x cmの正方形の面積は y cm²である。

④ 面積が18cm²の長方形の縦の長さが x cmのとき、横の長さは y cmである。

⑤ 1辺の長さが x cmのひし形の面積は y cm²である。

4-2 変数と変域

Point!

- ❗ いろいろな値をとる文字を 変数 といい、一定の数やそれを表す文字を 定数 という。
- ❗ 変数のとる値の範囲を、その変数の 変域 という。
- ❗ 変域を式で表すときは、不等号を使う。

ことば	式
x は -3 より大きい	$x > -3$
x は -3 より小さい (x は -3 未満)	$x < -3$
x は -3 以上	$x \geq -3$
x は -3 以下	$x \leq -3$

- ❗ 変域が数直線で表されているときは、次のように読む。

太線は、範囲を表す

○は、端の値をふくまない(< や > になる)

●は、端の値をふくむ(\leq や \geq になる)



$$-3 < x < 5$$



$$-3 \leq x \leq 5$$

Warm Up

次の問いに答えなさい。

- (1) 次のような x の変域を不等号を使って表しなさい。

- ① x は 2 より大きい
- ② x は -5 未満
- ③ x は -4 以上 5 未満
- ④ x は 2 より大きく 8 以下

- (2) x が次のような範囲の値をとるとき、 x の変域を不等号を使って表しなさい。



解説 (1) ① $x > 2$

③ $-4 \leq x < 5$

④ x の
順に書き、間に
不等号を書く

② $x < -5$

④ $2 < x \leq 8$

(2) ① $-8 < x \leq 2$

② $-4 \leq x < 10$

Try

次の問いに答えなさい。

(1) 次のような x の変域を不等号を使って表しなさい。

① x は 8 より大きい

② x は -2 未満

③ x は 4 以上

④ x は 0 より大きく 7 より小さい

⑤ x は 0 以上 10 以下

⑥ x は -3 以上 4 未満

(2) x が次のような範囲の値をとるとき、 x の変域を不等号を使って表しなさい。



Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 次のような x の変域を不等号を使って表しなさい。

① x は -3 より大きい

② x は 3 より小さい

③ x は 0 未満

④ x は 15 未満

⑤ x は 9 以下

⑥ x は 3 以上

⑦ x は -3 より大きく 2 より小さい

⑧ x は -7 より大きく 5 より小さい

⑨ x は -3 以上 4 以下

⑩ x は 2 以上 5 以下

⑪ x は -2 以上 4 未満

⑫ x は -2 以上 9 未満

(2) x が次のような範囲の値をとるとき、 x の変域を不等号を使って表しなさい。



(3) 次の()にあてはまることばを書きなさい。

- ・いろいろな値をとる文字を(①)といい、一定の数やそれを表す文字を(②)という。
- ・(①)のとり値の範囲を、その(①)の(③)という。

4-3 比例と比例の式

4 比例と反比例

Point!

- ❗ ともなって変わる変数 x, y があり, その関係が $y=ax$ で表されるとき, y は x に **比例する** という。比例の式の中の文字 a は 0 でない定数であり, **比例定数** という。
- ❗ y が x に比例するとき, x の値が 2 倍, 3 倍, ... になると, y の値も **2 倍, 3 倍, ...** になる。ただし, $x=0$ のとき $y=0$ である。☺
- ❗ 比例の式の求め方
 - ① はじめに $y=ax$ と書く。
 - ② 対応する x, y の値を, $y=ax$ に代入する。
 - ③ a を求める。
 - ④ 求めた a の値を $y=ax$ に代入する。
- ❗ 「 y を x の式で表しなさい」という問題は, $y=$ の形で答える。☺

Warm Up

次の問いに答えなさい。

- (1) $y=-3x$ について, 次の問いに答えなさい。
- ① 比例定数を答えなさい。
 - ② 右の表を完成させなさい。

x	-2	-1	0	1	2
y					

- (2) y が x に比例し, $x=6$ のとき $y=-8$ である。 $x=-3$ のときの y の値を求めなさい。

解説

(1) ① -3

② $y=-3x$ に $x=-2, -1, 0, 1, 2$ を代入し, y の値を求める。

$y = -3 \times (-2)$	$y = -3 \times (-1)$	$y = -3 \times 0$
$y = 6$	$y = 3$	$y = 0$
$y = -3 \times 1$	$y = -3 \times 2$	
$y = -3$	$y = -6$	

x	-2	-1	0	1	2
y	6	3	0	-3	-6

(2) まず, 比例の式を求める。

$y=ax$

$x=6$ のとき $y=-8$ なので,

$-8=a \times 6$

これを解いて, $a = -\frac{4}{3}$

よって, 比例の式は, $y = -\frac{4}{3}x$

$x=-3$ を代入して, $y = -\frac{4}{3} \times (-3) = 4$

- ① はじめに $y=ax$ と書く
- ② 対応する x, y の値を, $y=ax$ に代入する
- ③ a を求める (a の方程式を解く)
- ④ 求めた a の値を $y=ax$ に代入する

x	...	-3	...	6
y	-8

Try

次の問いに答えなさい。

(1) $y = -2x$ について、下の表を完成させなさい。

x	-2	-1	0	1	2
y					

(2) 次の①～④の式について、比例定数を答えなさい。

① $y = 7x$

② $y = -x$

③ $y = \frac{3}{4}x$

④ $y = -\frac{x}{8}$

(3) y が x に比例し、対応する x , y の値が次のとき、 y を x の式で表しなさい。

① $x = 8$ のとき $y = 20$

②

x	-3	-2	-1	0	1	2
y	12	8	4	0	-4	-8

(4) y は x に比例し、 $x = 2$ のとき $y = 10$ である。 $x = 5$ のときの y の値を求めなさい。

(5) y が x に比例し、対応する x , y の値が下の表のようになっているとき、表の **A** にあてはまる数を答えなさい。

x	...	-4	...	3	...
y	...	A	...	-15	...

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) $y = 5x$ について、下の表を完成させなさい。

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

(2) $y = -x$ について、下の表を完成させなさい。

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

(3) 次の①～⑧の式について、比例定数を答えなさい。

① $y = 3x$

② $y = x$

③ $y = -7x$

④ $y = -2x$

⑤ $y = -\frac{2}{3}x$

⑥ $y = \frac{5}{3}x$

⑦ $y = \frac{x}{5}$

⑧ $y = -\frac{x}{3}$

(4) y が x に比例し、対応する x , y の値が次のとき、 y を x の式で表しなさい。

① $x=3$ のとき $y=6$

② $x=-4$ のとき $y=-28$

③ $x=-8$ のとき $y=4$

④ $x=10$ のとき $y=-8$

⑤

x	-2	-1	0	1	2
y	-16	-8	0	8	16

⑥

x	-2	-1	0	1	2
y	12	6	0	-6	-12

(5) y は x に比例し、 $x=2$ のとき、 $y=-6$ である。 $x=-6$ のときの y の値を求めなさい。

(6) y が x に比例し、 $x=3$ のとき、 $y=-9$ である。 $y=-18$ のときの x の値を求めなさい。

(7) y が x に比例し、対応する x , y の値が下の表のようになっているとき、次の問いに答えなさい。

① y を x の式で表しなさい。

x	1	2	3	4
y	4	ア	イ	16

② 表の**ア**、**イ**にあてはまる数をそれぞれ答えなさい。

(8) y が x に比例し、対応する x , y の値が下の表のようになっているとき、表の**ア**にあてはまる数を答えなさい。

x	...	-8	...	6	...
y	...	ア	...	-15	...

(9) 次の()にあてはまることばや式を書きなさい。

・ともなって変わる変数 x , y があり、その関係が(①)という式で表されるとき、 y は x に比例するという。比例の式の中の文字 a は 0 でない定数であり、(②)という。

・ y が x に比例するとき、 x の値が 2 倍、3 倍、... になると、 y の値も(③)になる。

4-4 座標

Point!

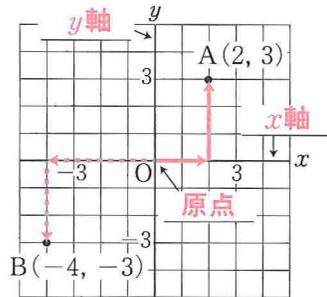
❶ 平面上の点の位置を表すとき、下の図のように、点Oで交わる2つの数直線を考える。

このとき、横の数直線を x軸

縦の数直線を y軸

両方の数直線を合わせて 座標軸

点Oを 原点 という。☺



❷ 右の図で、点A, Bの位置は、原点を基準に考えて以下のように表す。

A(2, 3) B(-4, -3)



点A(2, 3)について、2を点Aの x座標、3を点Aの y座標、(2, 3)を点Aの 座標 という。☺

Warm Up

次の問いに答えなさい。

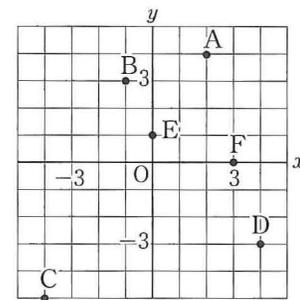
(1) 右の図の点A～Fの座標を答えなさい。

(2) 次の座標の点をかきなさい。

P(-2, 3) Q(4, -4) R(0, -2)

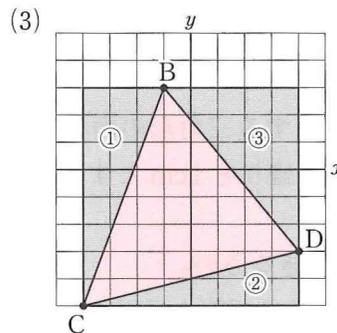
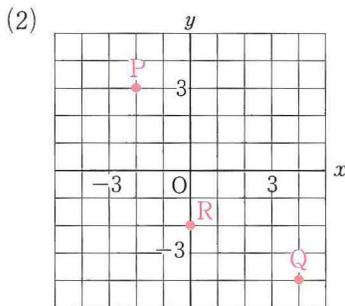
❸ 右の図の3点B, C, Dを頂点とする三角形の面積を求めなさい。

ただし、座標の1目盛りを1cmとする。



解説 (1) 座標は、(x座標, y座標)の順に書く。

A(2, 4), B(-1, 3), C(-4, -5), D(4, -3), E(0, 1), F(3, 0)



■ から①～③の三角形をひく

■ : $8 \times 8 = 64$

① : $8 \times 3 \times \frac{1}{2} = 12$

② : $8 \times 2 \times \frac{1}{2} = 8$

③ : $6 \times 5 \times \frac{1}{2} = 15$

$64 - (12 + 8 + 15) = 29$

29 cm^2

Try

次の問いに答えなさい。

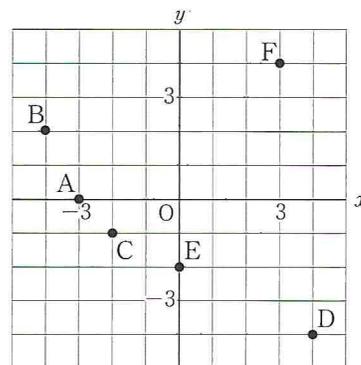
(1) 右の図の点 A ~ F の座標を答えなさい。

(2) 次の座標の点をかきなさい。 作図ページ

P(-4, -1) Q(1, 0) R(4, 3)

S(1, -2) T(0, -4) U(-2, 2)

③ 右の図の 3 点 A, D, F を頂点とする三角形の面積を求めなさい。ただし、座標の 1 目盛りを 1cm とする。



Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 次の問いに答えなさい。

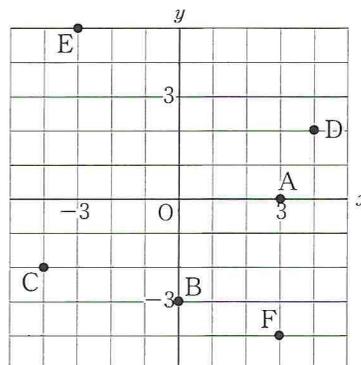
① 右の図の点 A ~ F の座標を答えなさい。

② 次の座標の点をかきなさい。 作図ページ

P(4, -3) Q(-3, 2) R(5, 2)

S(0, 3) T(-1, -5) U(-2, 0)

③ 右の図の 3 点 C, D, F を頂点とする三角形の面積を求めなさい。ただし、座標の 1 目盛りを 1cm とする。



(2) 次の問いに答えなさい。

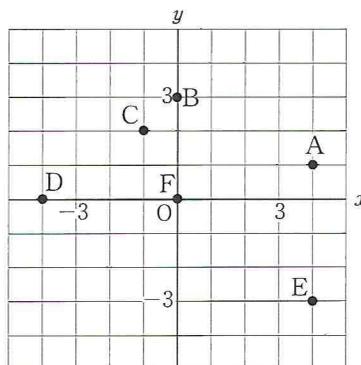
① 右の図の点 A ~ F の座標を答えなさい。

② 次の座標の点をかきなさい。 作図ページ

P(3, -4) Q(-4, -2) R(0, -3)

S(-3, 5) T(-4, 0) U(3, 2)

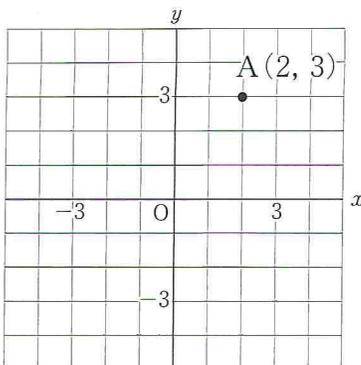
③ 右の図の 3 点 B, D, E を頂点とする三角形の面積を求めなさい。ただし、座標の 1 目盛りを 1cm とする。



(3) 次の()にあてはまることばを書きなさい。

・平面上の点の位置を表すとき、点 O で交わる 2 つの数直線を考える。このとき、横の数直線を(①)、縦の数直線を(②)、両方の数直線を合わせて(③)、点 O を(④)という。

・右の図で、点 A の位置は A(2, 3) と表す。このとき、2 を点 A の(⑤)、3 を点 A の(⑥)、(2, 3) を点 A の(⑦)という。



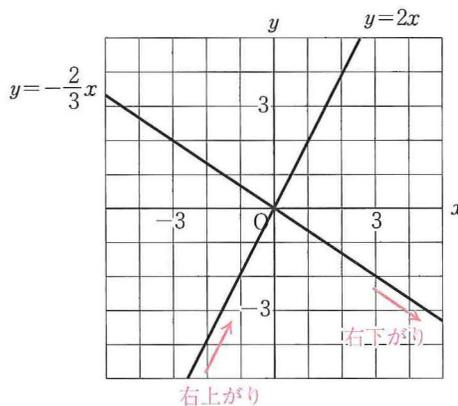
4-5 比例のグラフのかき方

Point!

❗ 比例 $y=ax$ のグラフは、原点を通る直線 になる。
 $a > 0$ のときは 右上がり のグラフ、 $a < 0$ のときは 右下がり のグラフになる。

❗ 比例 $y=ax$ のグラフをかく手順

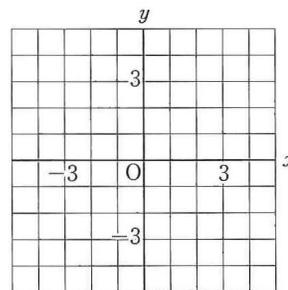
- ① 原点 に点をとる。
- ② a の分母の数だけ 右 へ、分子の数だけ 上 へ (負のときは 下 へ) 進み、くり返し点をとる。
- ③ とった点をすべて通る直線をグラフ用紙いっぱいにかく。
- ④ グラフのそばに問題番号をつける。☺



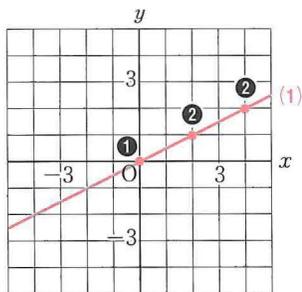
Warm Up

次の式のグラフをかきなさい。

- (1) $y = \frac{1}{2}x$ (2) $y = -\frac{4}{3}x$ (3) $y = 4x$ (4) $y = -2x$



解説 (1) $y = \frac{1}{2}x$

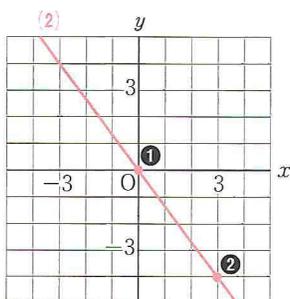


- ① 原点に点をとる。
- ② 右へ2, 上へ1進み、くり返し点をとる。

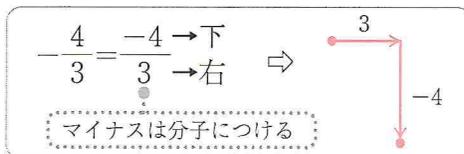


- ③ とった点をすべて通る直線をグラフ用紙いっぱいにかく。
- ④ グラフのそばに問題番号をつける。

(2) $y = -\frac{4}{3}x$

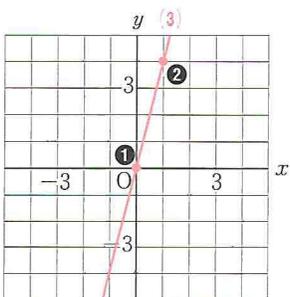


- ① 原点に点をとる。
- ② 右へ3, 下へ4進み, くり返し点をとる。

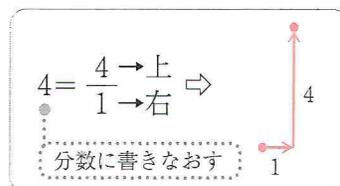


- ③ とった点をすべて通る直線をグラフ用紙いっぱいにかく。
- ④ グラフのそばに問題番号をつける。

(3) $y = 4x$

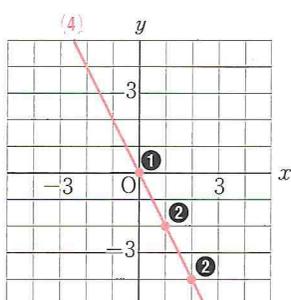


- ① 原点に点をとる。
- ② 右へ1, 上へ4進み, くり返し点をとる。

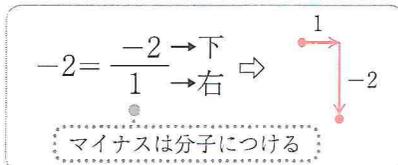


- ③ とった点をすべて通る直線をグラフ用紙いっぱいにかく。
- ④ グラフのそばに問題番号をつける。

(4) $y = -2x$



- ① 原点に点をとる。
- ② 右へ1, 下へ2進み, くり返し点をとる。



- ③ とった点をすべて通る直線をグラフ用紙いっぱいにかく。
- ④ グラフのそばに問題番号をつける。

Try

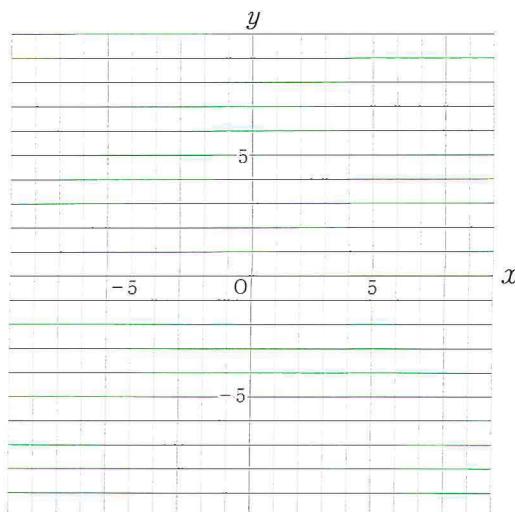
次の式のグラフをかきなさい。 グラフページ

(1) $y = \frac{2}{5}x$

(2) $y = -\frac{2}{3}x$

(3) $y = 2x$

(4) $y = -3x$



Exercise

次の問いに答えなさい。

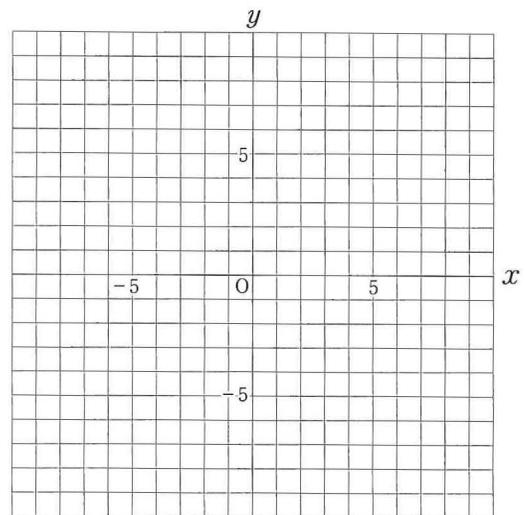
(1) 次の式のグラフをかきなさい。 グラフページ

① $y = \frac{1}{3}x$

② $y = -\frac{3}{4}x$

③ $y = 3x$

④ $y = -x$

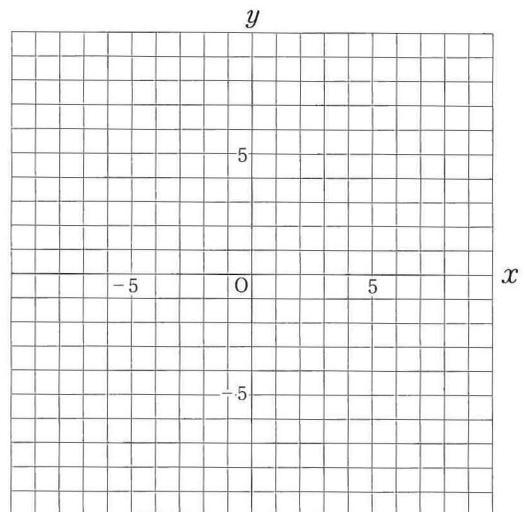
(2) 次の式のグラフをかきなさい。 グラフページ

① $y = \frac{3}{4}x$

② $y = -\frac{1}{2}x$

③ $y = x$

④ $y = -5x$

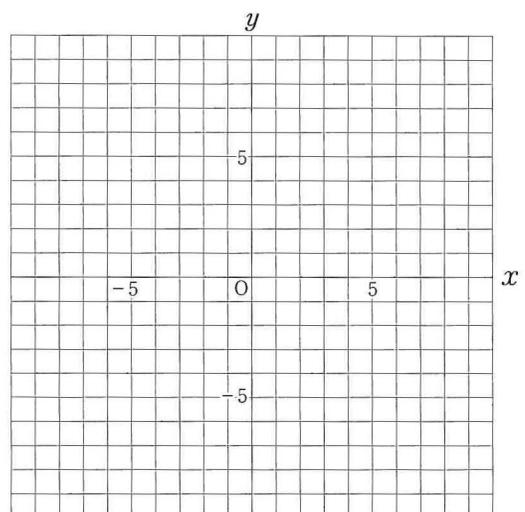
(3) 次の式のグラフをかきなさい。 グラフページ

① $y = \frac{3}{2}x$

② $y = -\frac{2}{5}x$

③ $y = 5x$

④ $y = -4x$



Point!

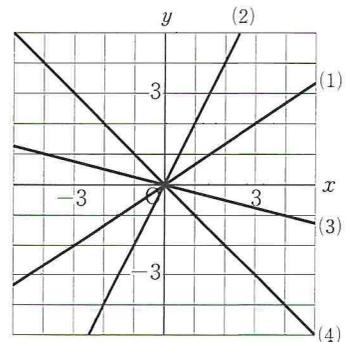
❗ 比例の式は $y=ax$

❗ 比例のグラフから式を求める手順

- ① グラフの y 軸より右側の部分で、 x 座標、 y 座標の両方とも整数の点を1つさがす。
- ② さがした点の座標を使って a の値 を求め、 $y=ax$ に代入する。

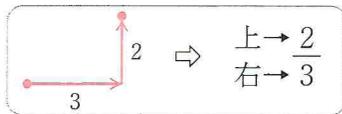
Warm Up

右のグラフ(1)~(4)の式を求めなさい。よくあるまちがい



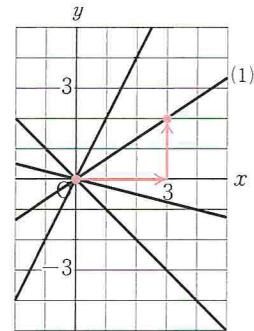
解説 (1) 点(3, 2)を通る。

原点から点(3, 2)へ進んだ長さを図にすると、



よって、 $a=\frac{2}{3}$

比例の式 $y=ax$ に a の値を代入して、 $y=\frac{2}{3}x$

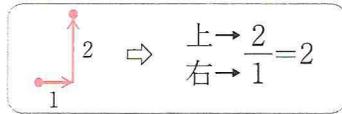


(2) よくあるまちがい

正 点(1, 2)を通る。

どの点を選んでもよいが、原点にいちばん近い点を選ぶと、約分をしなくてすむ

原点から点(1, 2)へ進んだ長さを図にすると、



よって、 $a=2$

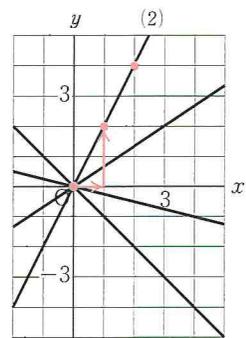
比例の式 $y=ax$ に a の値を代入して、 $y=2x$

誤 点(2, 4)を通るので、

$a=\frac{4}{2}$

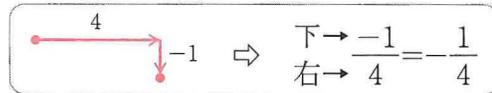
約分をしていない

比例の式 $y=ax$ に a の値を代入して、 $y=\frac{4}{2}x$



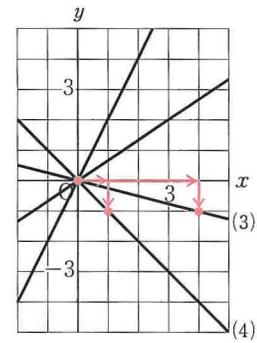
(3) 点(4, -1)を通る。

原点から点(4, -1)へ進んだ長さを図にすると,



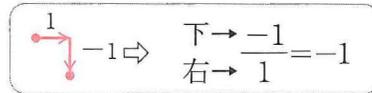
よって, $a = -\frac{1}{4}$ -を分数の前に出す

比例の式 $y=ax$ に a の値を代入して, $y = -\frac{1}{4}x$



(4) 点(1, -1)を通る。

原点から点(1, -1)へ進んだ長さを図にすると,

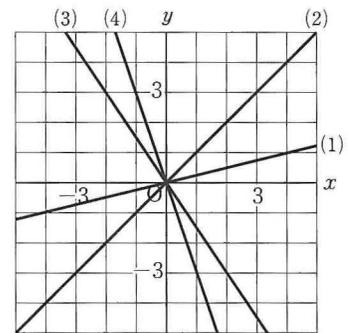


よって, $a = -1$

比例の式 $y=ax$ に a の値を代入して, $y = -x$ $-1x = -x$

Try

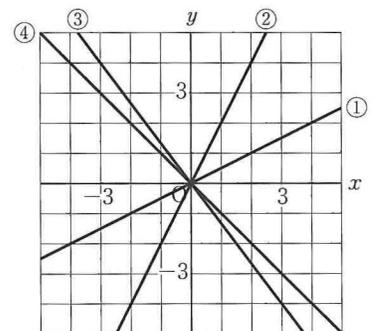
右のグラフ(1)~(4)の式を求めなさい。



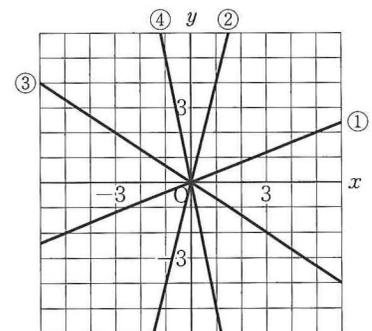
Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 右のグラフ①~④の式を求めなさい。



(2) 右のグラフ①~④の式を求めなさい。



4-7 反比例と反比例の式

4 比例と反比例

Point!

- ❗ ともなって変わる変数 x, y があり, その関係が $y = \frac{a}{x}$ で表されるとき, y は x に反比例するという。反比例の式の中の文字 a は 0 でない定数であり, 比例定数 という。
- ❗ y が x に反比例するとき, x の値が 2 倍, 3 倍, ... になると, y の値は $\frac{1}{2}$ 倍, $\frac{1}{3}$ 倍, ... になる。ただし, $x=0$ のとき y の値はない。☹️
- ❗ 反比例の式の求め方
 - ① はじめに, $y = \frac{a}{x}$ と書く。
 - ② 対応する x, y の値を, $y = \frac{a}{x}$ に代入する。
 - ③ a を求める。
 - ④ 求めた a の値を $y = \frac{a}{x}$ に代入する。
- ❗ 分数の式に負の数や分数を代入するときは, わり算の形になおしてから代入する。☹️

Warm Up

次の問いに答えなさい。

(1) $y = -\frac{6}{x}$ について, 次の問いに答えなさい。

- ① 比例定数を答えなさい。
- ② 右の表を完成させなさい。

x	-2	-1	0	1	2
y			X		

(2) y は x に反比例し, $x = \frac{1}{2}$ のとき $y = -6$ である。 $x = -4$ のときの y の値を求めなさい。

解説 (1) ① -6

② $y = -\frac{6}{x}$ に, $x = -2, -1, 1, 2$ を代入し, y の値を求める。

$y = -6 \div x$	$y = -6 \div x$	$y = -\frac{6}{1}$	$y = -\frac{6}{2}$
$y = -6 \div (-2)$	$y = -6 \div (-1)$	$y = -6$	$y = -3$
$y = 3$	$y = 6$		

x	-2	-1	0	1	2
y	3	6	X	-6	-3

(2) $y = \frac{a}{x}$

$x = \frac{1}{2}$ のとき $y = -6$ なので,

$y = a \div x$

$-6 = a \div \frac{1}{2}$

$-6 = a \times 2$

❶ はじめに $y = \frac{a}{x}$ と書く

❷ 対応する x, y の値を, $y = \frac{a}{x}$ に代入する

分数の式に分数を代入するので, わり算の形にする

❸ a を求める (a の方程式を解く)

これを解いて、 $a = -3$

④ 求めた a の値を $y = \frac{a}{x}$ に代入する

よって、反比例の式は $y = -\frac{3}{x}$
 $y = -\frac{3}{x}$ に $x = -4$ を代入する。

$$y = -3 \div x$$

$$y = -3 \div (-4)$$

$$\underline{y = \frac{3}{4}}$$

Try

次の問いに答えなさい。

(1) $y = -\frac{12}{x}$ について、次の問いに答えなさい。

① 比例定数を答えなさい。

② 右の表を完成させなさい。

x	-2	-1	0	1	2
y			X		

(2) y が x に反比例し、 $x = -\frac{1}{2}$ のとき $y = 8$ である。 y を x の式で表しなさい。

(3) y は x に反比例し、 $x = 2$ のとき $y = -15$ である。 $x = -5$ のときの y の値を求めなさい。

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) $y = \frac{6}{x}$ について、次の問いに答えなさい。

① 比例定数を答えなさい。

② 右の表を完成させなさい。

x	-2	-1	0	1	2
y			X		

(2) $y = -\frac{8}{x}$ について、次の問いに答えなさい。

① 比例定数を答えなさい。

② 右の表を完成させなさい。

x	-2	-1	0	1	2
y			X		

(3) y が x に反比例し、 $x = -4$ のとき $y = -8$ である。 y を x の式で表しなさい。

(4) y が x に反比例し、 $x = -2$ のとき $y = \frac{5}{2}$ である。 y を x の式で表しなさい。

(5) y は x に反比例し、 $x = 3$ のとき $y = 4$ である。 $x = -1$ のときの y の値を求めなさい。

(6) y は x に反比例し、 $x = -\frac{2}{5}$ のとき $y = -15$ である。 $x = -9$ のときの y の値を求めなさい。

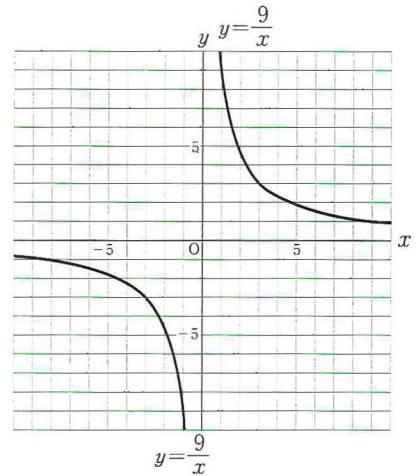
(7) 次の()にあてはまることばや式を書きなさい。

・ともなって変わる変数 x , y があり、その関係が(①)という式で表されるとき、 y は x に反比例するという。反比例の式の中の文字 a は 0 でない定数であり、(②)という。

・ y が x に反比例するとき、 x の値が 2 倍、3 倍、…になると、 y の値は(③)になる。

Point!

❗ 反比例 $y = \frac{a}{x}$ のグラフは、右の図のような2つの曲線になり、この曲線を **双曲線** という。🌀



❗ 反比例 $y = \frac{a}{x}$ のグラフをかき手順

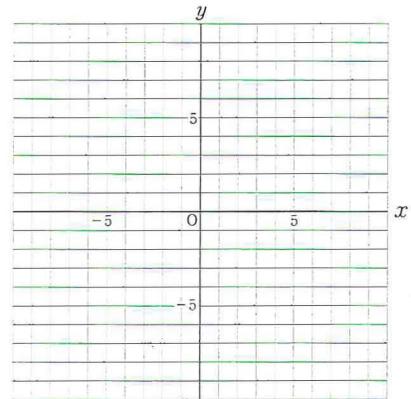
- ① まず、**対応表** をつくる。
 a をわりきれぬ正の整数を x にする。
- ② 対応表を見て点を取り、曲線になるようにつなぐ。
 グラフはとなりの目盛線にぶつからないように **グラフ用紙の端** までのばす。
- ③ ①の対応表の **符号をすべてかえ**、同様に点を取り曲線をかき。
- ④ グラフのそばに問題番号を **2か所** つける。🌀

Warm Up

次の式のグラフをかきなさい。

(1) $y = \frac{8}{x}$

(2) $y = -\frac{18}{x}$

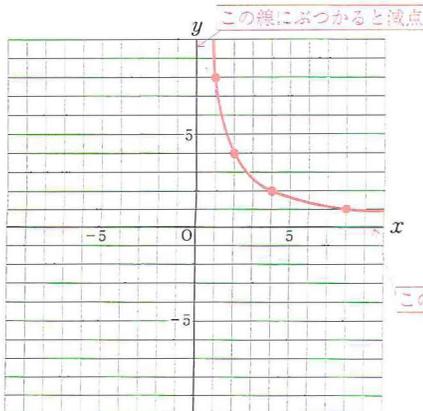


解説 (1) まず、対応表をつくる。

x	1	2	4	8
y	8	4	2	1

❶ 8をわりきれぬ正の整数は1, 2, 4, 8

次にグラフ用紙に点を取り、曲線になるようにつなぐ。

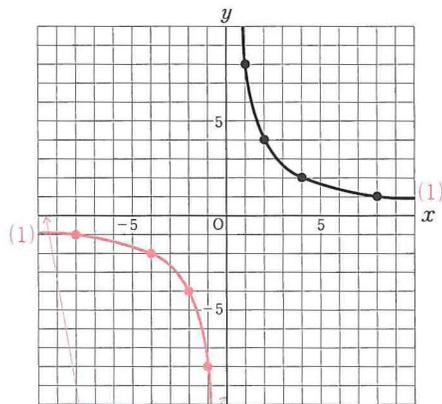


❷ グラフ用紙にかく点の座標は (1, 8), (2, 4), (4, 2), (8, 1) の4点
 グラフはとなりの目盛線にぶつからないようにグラフ用紙の端までのばす

この線にぶつかると減点

対応表の符号をすべてかえ、同様に点を取り曲線をかく。

x	-1	-2	-4	-8
y	-8	-4	-2	-1



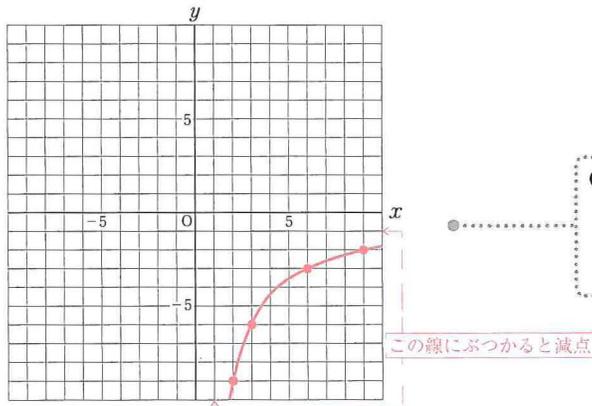
- ③ グラフはとなりの目盛線にぶつからないようにグラフ用紙の端までのばす
- ④ グラフのそばに問題番号を2か所つける

(2) まず、対応表をつくる。

x	1	2	3	6	9	18
y	-18	-9	-6	-3	-2	-1

- ① -18をわりきれぬ正の整数は1, 2, 3, 6, 9, 18

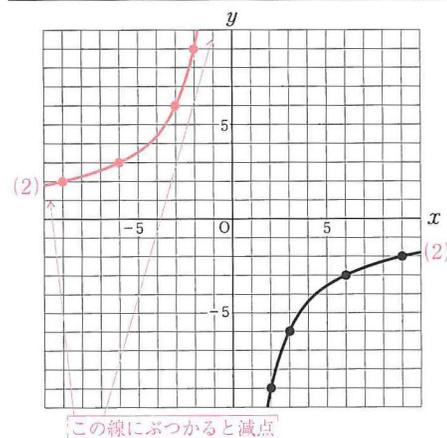
次にグラフ用紙に点を取り、曲線になるようにつなぐ。



- ② グラフ用紙にかく点の座標は(2, -9), (3, -6), (6, -3), (9, -2)の4点
グラフはとなりの目盛線にぶつからないようにグラフ用紙の端までのばす

対応表の符号をすべてかえ、同様に点を取り曲線をかく。

x	-1	-2	-3	-6	-9	-18
y	18	9	6	3	2	1



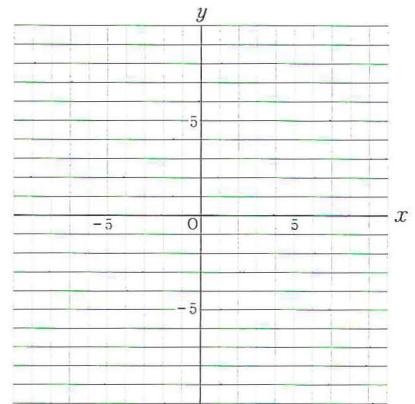
- ③ グラフはとなりの目盛線にぶつからないようにグラフ用紙の端までのばす
- ④ グラフのそばに問題番号を2か所つける

Try

次の式のグラフをかきなさい。 グラフページ

$$(1) y = \frac{12}{x}$$

$$(2) y = -\frac{6}{x}$$



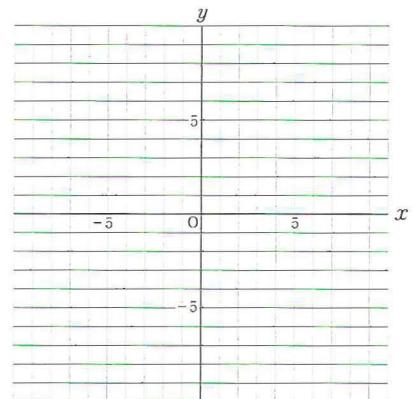
Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 次の式のグラフをかきなさい。 グラフページ

$$\textcircled{1} y = \frac{6}{x}$$

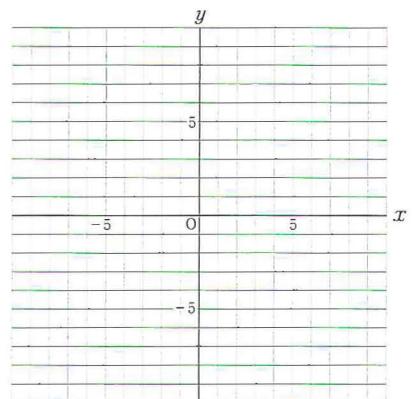
$$\textcircled{2} y = -\frac{8}{x}$$



(2) 次の式のグラフをかきなさい。 グラフページ

$$\textcircled{1} y = \frac{16}{x}$$

$$\textcircled{2} y = -\frac{10}{x}$$



(3) 次の()にあてはまることばを書きなさい。

反比例 $y = \frac{a}{x}$ のグラフは、2つの曲線になり、この曲線を()という。

4-9 グラフから式を求める

Point!

❶ 比例の式は $y=ax$, 反比例の式は $y=\frac{a}{x}$ ㊦

❷ 反比例のグラフから式を求める手順

❶ はじめに $y=\frac{a}{x}$ と書く。

❷ グラフの y 軸より **右側** の部分で, x 座標, y 座標の両方とも整数の点を $y=\frac{a}{x}$ に代入 する。

❸ a を求める。

❹ 求めた a の値を $y=\frac{a}{x}$ に代入 する。㊦

Warm Up

右のグラフ(1)~(4)の式を求めなさい。

解説 (1) $y=\frac{a}{x}$ 点(1, 3)を通る反比例のグラフ

$$3=\frac{a}{1}$$

これを解いて, $a=3$

$$\text{よって, } y=\frac{3}{x}$$

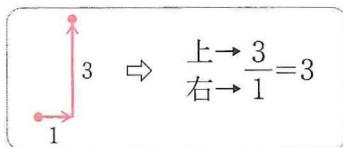
(2) $y=\frac{a}{x}$ 点(5, -2)を通る反比例のグラフ

$$-2=\frac{a}{5}$$

これを解いて, $a=-10$

$$\text{よって, } y=-\frac{10}{x}$$

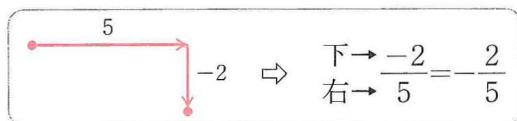
(3) 点(1, 3)を通る比例のグラフなので,



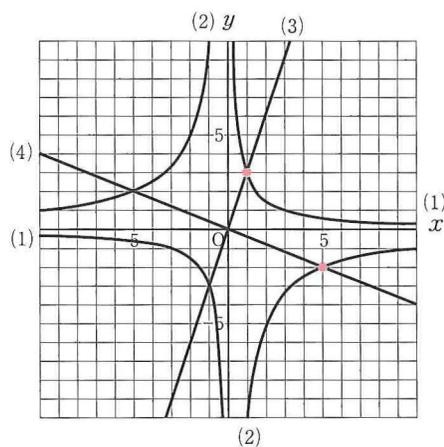
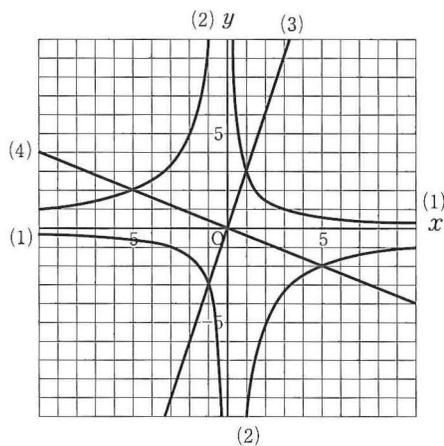
$$a=3$$

比例の式 $y=ax$ に a の値を代入して $y=3x$

(4) 点(5, -2)を通る比例のグラフなので,

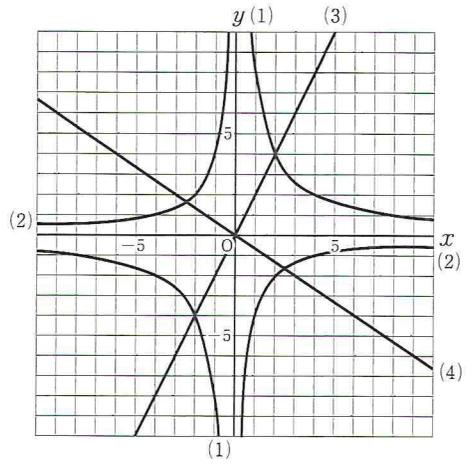


比例の式 $y=ax$ に a の値を代入して $y=-\frac{2}{5}x$



Try

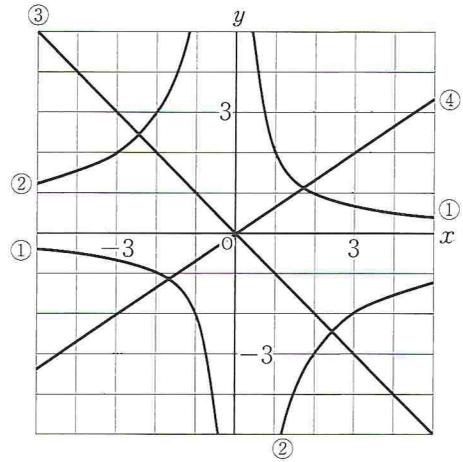
右のグラフ(1)~(4)の式を求めなさい。



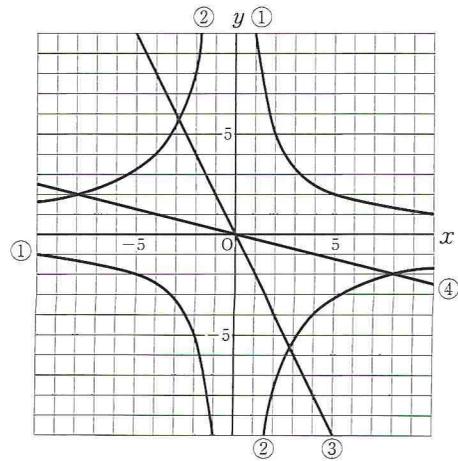
Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 右のグラフ①~④の式を求めなさい。



(2) 右のグラフ①~④の式を求めなさい。



Point!

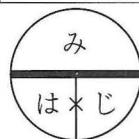
❗ 比例か反比例か答える問題は、 y を x の式で表して考える。

比例の式 \Rightarrow $y=ax$ 反比例の式 \Rightarrow $y=\frac{a}{x}$ ㊦

❗ 面積の問題は、公式にあてはめて式をつくる。

❗ 「時速〇km」など、速さの問題は、右のような「みはじの図」にあてはめて式をつくる。

みはじの図



み：道のり
は：速さ
じ：時間

「毎分〇L」の問題も、「みはじの図」にあてはめて式をつくる。

「毎分〇L」は 速さ に、「 \blacksquare L」は 道のり にあてはめる。㊦

Warm Up

次のそれぞれの場合について、 y を x の式で表しなさい。また、そのときの y が x に比例するものには○、反比例するものには△、それ以外のものには×を書きなさい。

- (1) 1冊150円のノートが x 冊買ったときの代金が y 円だった。
- (2) 200ページある本を x ページ読むと、残りは y ページだった。
- (3) 縦が x m、横が y m の長方形の形をした花だんの面積が 50m^2 である。
- (4) 空の水そうに、毎分2Lずつ x 分間水を入れると y L たまる。

解説 (1) $y=150x$, ○

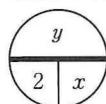
(2) $y=200-x$, ×

(3) $xy=50$, △
 $y=\frac{50}{x}$, △

$y=\frac{\quad}{\quad}$ の形にするために、両辺を x でわる

(4) $y=2x$, ○

「毎分」の問題は「みはじ」の図にあてはめる



水の量(道のり) : y L
速さ : 毎分2L
時間 : x 分間

Try

次のそれぞれの場合について、 y を x の式で表しなさい。また、そのときの y が x に比例するものには○、反比例するものには△、それ以外のものには×を書きなさい。

- (1) 3m のリボンを x 等分したときの 1 本分の長さは ym である。
- (2) 1 個 50 円のみかんを x 個買って 1000 円はらったときのおつりは y 円である。
- (3) 分速 70m の速さで x 分間歩いたときの道のりを ym とする。
- (4) 底辺が $x\text{cm}$ 、高さが 5cm の三角形の面積は $y\text{cm}^2$ になる。
- (5) 200L 入る水そうに、毎分 $x\text{L}$ ずつ水をいれると y 分間でいっぱいになる。
- (6) 1 辺の長さが $x\text{cm}$ の正三角形の周りの長さは $y\text{cm}$ である。

Exercise

次の問いに答えなさい。

- (1) 次のそれぞれの場合について、 y を x の式で表しなさい。また、そのときの y が x に比例するものには○、反比例するものには△、それ以外のものには×を書きなさい。
 - ① 時速 50km の自動車です x 時間走ったときの道のりを $y\text{km}$ とする。
 - ② 200 円のケーキ x 個を 50 円の箱につめるときの代金は y 円である。
 - ③ 60 個のりんごを x 人で分けると、1 人分は y 個である。
 - ④ 縦が $x\text{cm}$ 、横が $y\text{cm}$ の長方形の面積は 32cm^2 である。
 - ⑤ 空の水そうに、毎分 6L ずつ水を入れると x 分間で $y\text{L}$ たまる。
 - ⑥ 分速 $x\text{m}$ で y 分間歩いたときの道のりが 560m だった。
 - ⑦ 底辺 $x\text{cm}$ 、高さ 8cm の三角形の面積は $y\text{cm}^2$ である。
 - ⑧ 50L 入る水そうに、毎分 $x\text{L}$ ずつ水を入れると y 分間でいっぱいになる。
- (2) 次のそれぞれの場合について、 y を x の式で表しなさい。また、そのときの y が x に比例するものには○、反比例するものには△、それ以外のものには×を書きなさい。
 - ① 20m のリボンから $x\text{m}$ 切り取ると残りは $y\text{m}$ である。
 - ② 1 辺の長さが $x\text{cm}$ の正方形の周りの長さは $y\text{cm}$ である。
 - ③ 縦が 4cm、横が $x\text{cm}$ の長方形の面積は $y\text{cm}^2$ である。
 - ④ 15m のひもを x 等分したときの 1 本分の長さは ym である。
 - ⑤ 水そうに、1 分間に 3L ずつ水を入れると x 分間で $y\text{L}$ 入る。
 - ⑥ 底辺 $x\text{cm}$ 、高さ $y\text{cm}$ の三角形の面積は 24cm^2 である。
 - ⑦ 時速 $x\text{km}$ で 4 時間歩いたときの道のりを $y\text{km}$ とする。
 - ⑧ 96L 入る水そうに、毎分 $x\text{L}$ ずつ水を入れると y 分間でいっぱいになる。

Point!

❗ x の値が2倍, 3倍, ...になると, y の値が2倍, 3倍, ...になる。 → y は x に 比例 する。
式の形は, $y=ax$

x	1	2	3	4
y	-3	-6	-9	-12

Diagram showing arrows: 1 to 2 (2倍), 2 to 3 (3倍), 3 to 4 (2倍), 1 to 3 (3倍), 1 to 4 (4倍).

x の値が2倍, 3倍, ...になると, y の値が $\frac{1}{2}$ 倍, $\frac{1}{3}$ 倍, ...になる。 → y は x に 反比例 する。
式の形は, $y=\frac{a}{x}$

x	-4	-3	-2	-1
y	-3	-4	-6	-12

Diagram showing arrows: -4 to -3 (3倍), -3 to -2 (2倍), -2 to -1 (2倍), -4 to -2 (2倍), -4 to -1 (4倍), -3 to -1 (3倍), -2 to -1 (2倍).

❗ x, y の値の組が与えられた問題は, y を x の式で表しにくいので
まず 対応表 をつくり, 比例か反比例かを考えてから式で表す。☺

Warm Up

次のそれぞれの場合について, y を x の式で表しなさい。

(1) 15枚の重さが24gのコピー用紙は, x 枚の重さが y gになる。

(2) 1日に6人で行うと16日で終わる仕事があるとき, 1日に x 人で行うと y 日で終わる。

解説 (1) 「15枚の重さが24g」, 「 x 枚の重さが y g」なので,

$x=15, y=24$

x, y の値の組が与えられている
→まず対応表をつくる

x (枚)	15		
y (g)	24		

→ x を2倍して考える →

x (枚)	15	30	...
y (g)	24	48	...

枚数が2倍になると,
重さは2倍になる

x の値が2倍, 3倍になると, y の値も2倍, 3倍になる。⇒比例

$y=ax$

$24=a \times 15$ これを解いて, $a=\frac{8}{5}$ よって, $y=\frac{8}{5}x$

(2) 「6人で行うと16日で終わる」, 「 x 人で行うと y 日で終わる」なので, $x=6, y=16$

x (人)	6		
y (日)	16		

→ x を2倍して考える →

x (人)	6	12	...
y (日)	16	8	...

人数が2倍になると,
終わる日数は半分
($\frac{1}{2}$ 倍)になる

x の値が2倍, 3倍になると, y の値は $\frac{1}{2}$ 倍, $\frac{1}{3}$ 倍になる。⇒反比例

$y=\frac{a}{x}$

$y=a \div x$

$16=a \div 6$ これを解いて, $a=96$ よって, $y=\frac{96}{x}$

Try

次のそれぞれの場合について、 y を x の式で表しなさい。

(1)

x	1	2	3	4	6
y	24	12	8	6	4

(2)

x	-4	-3	-2	-1
y	8	6	4	2

(3) 8分間水を入れると6cm水面が上昇する水そうに、 x 分間水を入れると y cm水面が上昇する。

(4) 毎分6Lずつ水を入れると40分間でいっぱいになる水そうに、毎分 x Lずつ水を入れると y 分間でいっぱいになる。

Exercise

次のそれぞれの場合について、 y を x の式で表しなさい。

(1)

x	1	2	3	4
y	6	12	18	24

(2)

x	1	2	4	8
y	-8	-4	-2	-1

(3)

x	-4	-3	-2	-1
y	-6	-8	-12	-24

(4)

x	-4	-3	-2	-1
y	16	12	8	4

(5) 15本の重さが36gのくぎは、 x 本の重さが y gになる。

(6) 6mの重さが96gの針金は、 x mの重さが y gになる。

(7) 18人でペンキを塗ると24分かかる壁があるとき、 x 人で塗ると y 分かかる。

(8) 1日に6ページずつ解くと24日かかる問題集は、1日に x ページずつ解くと y 日かかる。

(9) 6分間で2cm燃えるろうそくは、 x 分間で y cm燃える。

(10) 5分間で3cm燃えるろうそくは、 x 分間で y cm燃える。

(11) 毎分4Lずつ水を入れると30分間でいっぱいになる水そうに、毎分 x Lずつ水を入れると y 分間でいっぱいになる。

(12) 毎分5Lずつ水を入れると20分間でいっぱいになる水そうに、毎分 x Lずつ水を入れると y 分間でいっぱいになる。

(13) 4分間水を入れると8cm水面が上昇する水そうに、 x 分間水を入れると y cm水面が上昇する。

(14) 5分間で400本のジュースを作る機械で、 x 分間に作るジュースは y 本になる。

Point!

- ❗ 比例・反比例の文章問題では、 y を x の式で表す。
- ❗ 変域を答える問題は、もっとも小さい値ともっとも大きい値を使って答える。

Warm Up

火をつけると6分間で4cm短くなる20cmのろうそくがある。次の問いに答えなさい。

- 火をつけてから x 分間で y cm短くなるとして、 y を x の式で表しなさい。
- 14cm短くなるのは、火をつけてから何分後か求めなさい。
- x の変域と y の変域をそれぞれ求めなさい。

解説 (1)「6分間で4cm短くなる」「 x 分間で y cm短くなる」なので、

$x=6, y=4$ x, y の値の組が与えられている

まず、対応表をつくり比例か反比例かを考える。

x (分)	6			→ x を2倍して考える	x (分)	6	12	...
y (cm)	4				y (cm)	4	8	...

x の値が2倍、3倍になると、 y の値も2倍、3倍になる。⇒比例

$y=ax$

$4=6a$ これを解いて、 $a=\frac{2}{3}$

よって、 $y=\frac{2}{3}x$

(2) $y=14$ を $y=\frac{2}{3}x$ に代入する。 14cmなので、単位が同じ y に代入する。

$14=\frac{2}{3}x$ これを解いて、 $x=21$

よって、21分後

(3) x について、最も小さい値と最も大きい値を求める。

最も小さい値は、火をつけたときで、 $x=0$

最も大きい値は、ろうそくが燃え尽きたときになる。

燃え尽きるのは、20cm短くなったときなので、 $y=20$ を $y=\frac{2}{3}x$ に代入して求める。

$y=\frac{2}{3}x$

$20=\frac{2}{3}x$ これを解いて、 $x=30$

よって、 $0 \leq x \leq 30$ (最も小さい値) $\leq x \leq$ (最も大きい値)

y について、最も小さい値と最も大きい値を求める。

最も小さい値は、火をつけたときで、 $y=0$

最も大きい値は、ろうそくが燃え尽きたときなので、 $y=20$

よって、 $0 \leq y \leq 20$ (最も小さい値) $\leq y \leq$ (最も大きい値)

Try

次の問いに答えなさい。

(1) 1日に6人で行うと16日で終わる仕事がある。この仕事を x 人で行うと y 日で終わるとして、次の問いに答えなさい。ただし、1人が1日に行う仕事の量は同じとする。

- ① y を x の式で表しなさい。
- ② この仕事を4人で行うと何日で終わるか求めなさい。

(2) 120L入る空の水そうに毎分8Lの割合で水を入れる。次の問いに答えなさい。水を入れ始めてから x 分間に y L入るとして、次の問いに答えなさい。

- ① y を x の式で表しなさい。
- ② 96Lの水を入れるには、何分かかかるか求めなさい。
- ③ x の変域と y の変域をそれぞれ求めなさい。

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) ある本を読み終わるのに、1日10ページずつ読むと30日かかる。次の問いに答えなさい。

- ① 1日に x ページずつ読むと y 日かかるとして、 y を x の式で表しなさい。
- ② 1日に20ページずつ読むと何日かかるか求めなさい。

(2) 深さが30cmの水そうに一定の割合で水を入れると、4分間で水面が5cm上昇した。次の問いに答えなさい。

- ① x 分間で水面が y cm上昇するとして、 y を x の式で表しなさい。
- ② 10分間で水面は何cm上昇するか求めなさい。
- ③ x の変域と y の変域をそれぞれ求めなさい。

(3) 毎分6Lずつ水を入れると、50分でいっぱいになる水そうがある。次の問いに答えなさい。

- ① 毎分 x Lの割合で水を入れると y 分でいっぱいになるとして、 y を x の式で表しなさい。
- ② 20分でこの水そうをいっぱいにするには、毎分何Lずつ水を入れればよいか求めなさい。

(4) 2000mの道のりを、分速50mで歩いた。次の問いに答えなさい。

- ① x 分間に y m進んだとして、 y を x の式で表しなさい。
- ② 12分間では何m進んだか求めなさい。
- ③ 1600m進んだのは何分後か求めなさい。
- ④ x の変域と y の変域をそれぞれ求めなさい。

Point!

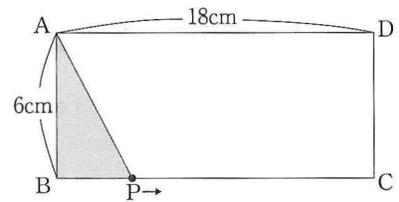
❗ 点が動く問題では、 x 秒後の点が動いた距離を x で表し、図に書き入れる。

秒速 1cm \rightarrow 1 秒後は 1cm , 2 秒後は 2cm , 3 秒後は 3cm , ...と進むから x 秒後は x cm 進む。

秒速 2cm \rightarrow 1 秒後は 2cm , 2 秒後は 4cm , 3 秒後は 6cm , ...と進むから x 秒後は $2x$ cm 進む。🌀

Warm Up

右の図のような長方形 ABCD がある。点 P は B を出発して秒速 2cm で辺 BC 上を C まで動く。点 P が B を出発してから x 秒後の三角形 ABP の面積を $y\text{cm}^2$ とするとき、次の問いに答えなさい。

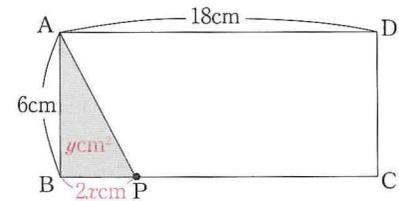


(1) y を x の式で表しなさい。

(2) 三角形 ABP の面積が 39cm^2 になるのは、点 P が B を出発してから何秒後か求めなさい。

(3) x の変域を求めなさい。

(4) y の変域を求めなさい。



解説 (1) 点 P は秒速 2cm で進むので、 x 秒後の BP の長さは $2x\text{cm}$ になる。

$$y = 2x \times 6 \times \frac{1}{2}$$

よって、 $y = 6x$

(2) $y = 6x$ に $y = 39$ を代入する。

$$39 = 6x$$

これを解いて、 $x = \frac{13}{2}$ $\frac{13}{2}$ 秒後

x, y のどちらかに代入するかは、単位に注目する $39\text{cm}^2 \rightarrow y\text{cm}^2$

(3) x の変域は、点 P が B から C まで動くときの時間を考える。

点 P が B を出発したときは、 0 秒後

$BC = 18\text{cm}$ だから、点 P が C まで進んだときは、 $18 \div 2 = 9$ (秒後)

よって、 $0 \leq x \leq 9$

(4) y の変域は、点 P が B から C まで動くときの三角形 ABP の面積を考える。

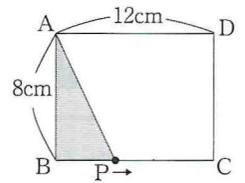
点 P が B を出発したときは、 0cm^2

$BC = 18\text{cm}$ だから、点 P が C まで進んだときは、 $18 \times 6 \times \frac{1}{2} = 54(\text{cm}^2)$

よって、 $0 \leq y \leq 54$

Try

右の図は $AB=8\text{cm}$, $AD=12\text{cm}$ の長方形 $ABCD$ で、点 P が秒速 2cm で、辺 BC 上を B から C まで動く。点 P が B を出発してから x 秒後の三角形 ABP の面積を $y\text{cm}^2$ として、次の問いに答えなさい。



(1) y を x の式で表しなさい。

(2) 三角形 ABP の面積が 18cm^2 になるのは、点 P が B を出発してから何秒後か求めなさい。

(3) x の変域を求めなさい。

(4) y の変域を求めなさい。

Exercise

次の問いに答えなさい。

(1) 右の図の長方形 ABCD で、点 P が辺 BC 上を B から C まで秒速 1cm で動く。点 P が出発してから x 秒後の三角形 ABP の面積を $y\text{cm}^2$ として、次の問いに答えなさい。

① y を x の式で表しなさい。

② 出発してから 4 秒後の三角形 ABP の面積を求めなさい。

③ x の変域を求めなさい。

④ y の変域を求めなさい。

(2) 右の図の三角形 ABC は、底辺 12cm、高さ 8cm の直角三角形である。点 P は B から出発して秒速 2cm で辺 BC 上を C まで動く。点 P が出発してから x 秒後の三角形 ABP の面積を $y\text{cm}^2$ とする。次の問いに答えなさい。

① y を x の式で表しなさい。

② 面積が 32cm^2 になるのは、点 P が出発してから何秒後か求めなさい。

③ 点 P が B から出発して 5 秒後の三角形 ABP の面積を求めなさい。

④ x の変域を求めなさい。

⑤ y の変域を求めなさい。

